

유한요소의 개선에 따른 형상최적화 향상에 관한 연구

성진일*, 유정훈†

(2001년 12월 3일 접수, 2002년 4월 10일 심사완료)

A Study on the Improvement of Shape Optimization associated with the Modification of a Finite Element

Jinil Sung and Jeonghoon Yoo

Key Words: Shape Optimization(형상최적화), Finite Element Method(유한요소법), Shear Locking Phenomenon(전단고착현상), Dummy Load Method(가상하중법)

Abstract

In this paper, we investigate the effect and the importance of the accuracy of finite element analysis in the shape optimization based on the finite element method and improve the existing finite element which has inaccuracy in some cases. And then, the shape optimization is performed by using the improved finite element. One of the main stream to improve finite element is the prevention of locking phenomenon. In case of bending dominant problems, finite element solutions cannot be reliable because of shear locking phenomenon. In the process of shape optimization, the mesh distortion is large due to the change of the structure outline. So, we have to raise the accuracy of finite element analysis for the large mesh distortion. We cannot guarantee the accurate result unless the finite element itself is accurate or the finite elements are remeshed. So, we approach to more accurate shape optimization to diminish these inaccuracies by improving the existing finite element. The shape optimization using the modified finite element is applied to a two and three dimensional simple beam. Results show that the modified finite element has improved the optimization results.

1. 서 론

Zienkiewicz와 Campbell 등에 의해 시작된 유한요소법(Finite Element Method)과 수치적 최적화(Numerical Optimization)를 결합한 형상최적화^[1] 이후, 유한요소를 기반으로 한 형상최적화에 관한 많은 연구들이 진행되어 왔다.^[2,3] 이러한 유한요소를 기반으로 하는 형상최적화 과정에서 주어진 구조물에 대한 유한요소 해석의 정확도는 최적화의 과정에 영향을 미치게 되는 매우 중요한 부분

이다. 특히 해석하려는 구조물이 규칙을 지배적으로 받는 경우에는 전단고착현상(Shear Locking Phenomenon)으로 인하여 해의 부정확도가 증가하며, 비록 구조물의 최종 형상을 얻을지라도 신뢰도가 떨어지게 된다. 이와 더불어 형상최적화 과정에서 구조물 외형의 변형이 수반되면 이에 따른 요소의 왜곡은 유한요소법에 의한 해석을 관련하게 하는 요인이 된다.

이러한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 무요소법(Meshless Method)^[4]이나 요소의 재생성을 통한 형상최적화의 수행이 주로 연구되어지고 있으나^[5,6] 큰 왜곡률(Distortion Ratio)를 가진 경우에도 정확한 해석을 수행할 수 있는 개선된 유한요소를 형상최적화에 접목하면 정확한 해석을 통하여 향상된 최적화를 수행할 뿐만 아니라 요소를 다시 생성해야 하는 과정을 줄일 수 있다.

* (주)현성 기전 PU

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부

E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr

TEL : (02)2123-2859 FAX : (02)362-2736

본 연구에서는 2차원의 경우에 기존의 유한요소 해석의 정확도를 검증하고 이에 따른 형상최적화 결과의 상호 연관성을 검토하며, 3차원의 경우에는 선별적 감소 적분법(Selective Reduced Integration)과 버블함수(Bubble Function, BUB)가 결합한 개선된 유한요소를 제시하여 이에 따른 형상최적화 결과의 향상을 도모한다.

2. 유한요소법의 개선

각 요소에 대한 강성행렬은 유한요소법에 있어서 각자모델의 해의 정확도를 결정짓는다. 이에 따라 요소강성행렬(Element Stiffness Matrix)의 정확한 계산을 위한 개선이 계속해서 연구되어왔다. Fig. 1은 3차원 솔리드 요소에 대한 그림이며, 식 (1)은 그림의 요소가 가지는 8절점의 지역좌표(Local Coordinate)를 나타낸다.

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^8 x_i N_i(\xi, \eta, \zeta) \\ y &= \sum_{i=1}^8 y_i N_i(\xi, \eta, \zeta) \\ z &= \sum_{i=1}^8 z_i N_i(\xi, \eta, \zeta) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 형상함수 N_i 는 다음 식과 같다.

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (2)$$

완전적분법(Full Integration, FI)에 의한 가우시안(Gaussian) 적분법을 사용한 3차원 요소강성행렬의 기본 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_e &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} J d\xi d\eta d\zeta \\ &\approx \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) = (\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k)} \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 \mathbf{D} 는 $\mathbf{D} = \mathbf{D}_B + \mathbf{D}_V + \mathbf{D}_{vz} + \mathbf{D}_{zx} + \mathbf{D}_{zy}$ 으로 분해(decompose)된 탄성행렬이다. 식 (4)는 방향성이 고려된 선별적 감소 적분법에 의한 강성행렬을 표시한다. 전단고착현상의 원인이 되는 요소 자유도의 향상을 위하여 Fig. 1 요소에 중심 절점(Centroid Node)을 추가하여, BUB를 적용하면 이에 대한 형상함수는 식 (5)와 같다.

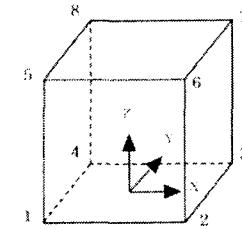


Fig. 1 HEXA8 element

으로 인하여 해의 정확도가 떨어지게 된다.

감소 적분법(Reduced Integration, RI)은 위의 완전적분법이 갖는 제한적인 문제 해결에 가장 효과적이며, 계산이 효율적이나, 요소강성행렬의 계수결손(Rank Deficiency)에 의해 발생되는 모래시계(hourglass) 모드로 표현되는 불안정성을 갖는다.

선별적 감소 적분법(Selective Reduced Integration, SRI)은 감소적분법의 계수결손을 극복하기 위해 개발되었으며, 모래시계 모드를 제어하기 위한 부문과 결합되어, 완전적분법이 가지는 제한된 문제에 대한 근사해의 정확도를 개선하였으나 계산효율이 개선되지는 않았다.

라그랑지 승수법(Lagrange Multiplier Method)을 이용하면, 요소강성행렬은 식 (4)와 같이 재구성될 수 있다.

$$\begin{aligned} K_e &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mathbf{B}^T \mathbf{D}_B \mathbf{B} \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) = (\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^2 4 \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{\sigma z} \mathbf{B} \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) = (\sigma_i, 0, 0)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^2 4 \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{\sigma x} \mathbf{B} \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) = (0, \sigma_i, 0)} \\ &\quad + \sum_{i=1}^2 4 \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{\sigma y} \mathbf{B} \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) = (0, 0, \sigma_i)} \\ &\quad + 8 \mathbf{B}^T \mathbf{D}_V \mathbf{B} \Big|_{(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) = (0, 0, 0)} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $\mathbf{D} = \mathbf{D}_B + \mathbf{D}_V + \mathbf{D}_{vz} + \mathbf{D}_{zx} + \mathbf{D}_{zy}$ 로 분해(decompose)된 탄성행렬이다. 식 (4)는 방향성이 고려된 선별적 감소 적분법에 의한 강성행렬을 표시한다. 전단고착현상의 원인이 되는 요소 자유도의 향상을 위하여 Fig. 1 요소에 중심 절점(Centroid Node)을 추가하여, BUB를 적용하면 이에 대한 형상함수는 식 (5)와 같다.

$$N_0(\xi, \eta, \zeta) = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2)(1 - \zeta^2) \quad (5)$$

BUB를 고려하지 않고 각 요소에 대한 요소강성행렬을 계산한 후에 내부 절점과 관계된 자유도를 감소시킨다. BUB가 침가된 요소강성행렬의

제계산을 위하여 다음과 같은 압축방법 (condensation method)^[7]을 사용하였다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} d_1 &= [u_{\alpha} \cdots u_{\omega}]^T, \quad d_2 = [u_{\phi} \ u_{\psi} \ u_{\omega}]^T \\ f_1 &= [f_{\alpha} \cdots f_{\omega}]^T, \quad f_2 = [f_{\phi} \ f_{\psi} \ f_{\omega}]^T \end{aligned} \quad (7)$$

식 (6)을 전개하면 다음과 같은 식 (8)을 얻을 수 있으며,

$$(K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21})d_1 + f_1 = K_{12}K_{22}^{-1}f_2 \quad (8)$$

그러므로, 비틀 합수를 침가한 최종 요소강성행렬은 식 (9)와 같이 구할 수 있다.

$$K = K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21} \quad (9)$$

식 (4)와 식 (9)를 이용하여 요소강성행렬을 계산함으로써 해석 결과의 향상을 기대할 수 있다.

본 연구에서는 개선된 유한요소를 이용하여 유한요소 해석의 정확도를 검증하고 이에 따른 형상최적화 결과와의 상호 연관성을 검토한다.

3. 형상최적화 과정

형상최적화란 주어진 구속조건(Constraint)에 대하여 목적함수(Objective Function)를 만족시킬 수 있는 구조물의 최적의 외형 형상(Outline 또는 Shape)을 찾는 것이다. 여기서 사용되는 형상최적화 방법은 가상하중법(Dummy Load Method)을 이용하였다.^[7,8] 구조물의 형상을 정의하는 설계변수는 구조물에 적용되는 가상하중의 크기이다. 이러한 가상하중들에 의해 생기는 변위는(Natural Shape Function 또는 Velocity Field)이 초기 형상에 더하여서 새로운 형상을 얻게된다. 즉, 유한요소 해석을 통하여 절점 위치의 변화와 설계변수 사이에 다음과 같은 선형적인 관계가 성립된다.

$$G(X) = G^* + \sum_{j=1}^{NDV} x_j q^j = G^* + [Q]X \quad (10)$$

G^* 는 현재의 형상, X 는 설계변수, NDV 는 설계변수의 개수, $[Q]$ 는 속도장(Velocity Field)

행렬을 나타낸다.

3.1 속도장(Velocity Field)

속도장은 형상최적화 과정의 모든 단계에 영향을 미치며 특히, 유한요소의 쪽그리짐과 최종형상에 직접적인 영향을 미치게 된다. 그러므로 최적화의 첫 단계에서 효과적인 속도장을 결정하는 것이 중요하다. 본 연구에서 사용된 속도장 행렬은 설계자의 목적에 부합되게 설정된 가상구조물(Auxiliary Structure)에 작용하고 각 설계변수에 해당되는 가상하중(Fictitious Load)에 의한 절점의 변위를 속도장으로 사용하였다. 구조물의 외형 형상의 변화는 식 (10)과 같이 속도장의 선형조합으로 나타내어진다.

3.2 최적화 문제의 정식화

최적화를 위한 목적함수와 구속조건을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \text{minimize } f(x) &= \sum_c v_c \\ g(x) &= \sigma_{vm} / (\sigma_{vm})_a - 1 \leq 0 \\ \text{subject to } & \\ x^L &\leq x \leq x^U \end{aligned} \quad (11)$$

최적화의 목적 $f(x)$ 는 제작을 최소화시키는 것이다. 구속조건은 최대 폰 미세스 응력(Von Mises Stress, σ_{vm})이 주어진 허용응력($(\sigma_{vm})_a$)을 넘지 않고, 설계변수 x 는 주어진 상·하 한계(x^L , x^U)를 가지는 것이다. 최적화의 과정은 FDM(Feasible Direction Method)으로 이루어지며 제작을 최소화시키는 목적함수를 설정하여 설계에 적용시킨다.

3.3 형상최적화 절차

Fig. 2는 형상최적화의 기본적인 절차를 나타내고 있다. 입력값에서 속도장 행렬은 상용패키지 NASTRAN을 이용하여 구하였으며, 실제 NASTRAN에서 사용되는 속도장과 같은 행렬을 이용함으로써 결과 비교에서 유한요소법이 최적화에 미치는 영향을 고려하였다.

4. 2차원에 대한 수치해석

4.1 2차원 유한 요소의 검증

먼저, 기존의 2차원 유한요소 코드들에 대하여

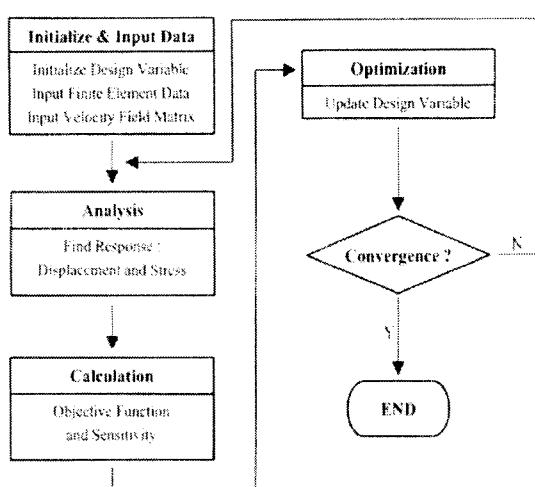
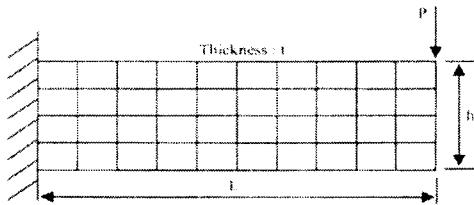


Fig. 2 Procedure of shape optimization



E	ν	P	t	L	h
$10 \times 10^6 \text{ psi}$	0.3	60 lb	0.1 m	10 m	2 m

Fig. 3 Analysis model(2D)

간단한 형상의 구조물을 이용하여 요소의 종횡비(Width/Height Ratio 또는 Aspect Ratio)에 대한 해석의 정확도를 각 유한요소별로 비교하여 본다. 이는 굽힘을 받는 구조물이, 형상최적화 과정동안 일어나는 요소의 쪼그리짐에 대하여 해석의 정확도가 형상최적화에 어떠한 영향을 미칠 것인가를 알아보기 위한 것이다.

Fig. 3과 같이 일정한 두께 t 를 가지며 굽힘 하중 P 를 지지하고 있는 2차원 보(Beam)에 대해서 요소의 개수를 일정하게 하며(10×4), 종횡비의 변화(L 에 대한 h 값 변화)와 사용된 유한요소에 따른 결과의 변화를 검토한다.

Fig. 3의 모델을 이용하여 각각의 유한요소법에 대하여 해석한 결과를 Table 1과 Fig. 4에 나타내었다. 해석 결과로부터 방향적 감소 적분법에

Table 1 Analysis results(2D)

$\frac{w}{h}$	SRI	SRI+BUB	DRI	DRI+BUB	DRI+HGC	NASTRAN	Theoretical value
8	1.8929 (1.411% _o)	1.9051 (0.776% _o)	1.8928 (1.411% _o)	1.9045 (0.807% _o)	1.9082 (0.771% _o)	1.9051 (0.776% _o)	1.92
32	120.93 (1.587% _o)	121.71 (0.952% _o)	120.93 (1.587% _o)	121.67 (0.985% _o)	121.83 (0.954% _o)	121.71 (0.952% _o)	122.88
80	1889.4 (1.594% _o)	1901.6 (0.958% _o)	1889.4 (1.594% _o)	1901.0 (0.960% _o)	1903.5 (0.859% _o)	1901.6 (0.958% _o)	1920
200	29522 (1.592% _o)	29708 (0.973% _o)	29519 (1.603% _o)	29701 (0.997% _o)	29741 (0.863% _o)	29707 (0.972% _o)	30000
500	458320 (2.225% _o)	461050 (1.451% _o)	460170 (1.830% _o)	460630 (1.732% _o)	464181 (0.981% _o)	463470 (1.126% _o)	468750

SRI : Selective Reduced Integration DRI : Directional Reduced Integration
BUB : Bubble Function HGC : Hourglass Control
*_o defines the error rate

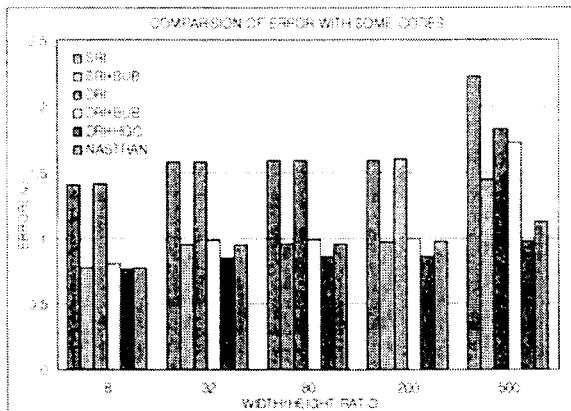


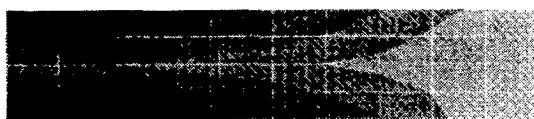
Fig. 4 Comparison of error with some codes(2D)

모래시계 모드를 제어할 수 있는 부분을 넣은 유한요소 해석(DRI+HGC)이^[9] 전반적으로 가장 정확도가 높음을 알 수 있다.

4.2 2차원 형상최적화

Fig. 3의 모델에 대하여 형상최적화를 수행한다. NASTRAN을 이용하여 초기형상에 대한 해석을 수행하여 해석에 필요한 초기 값들을 구하고 이 값을 이용하여 주어진 최대 하용용력을 구속조건으로 하는 형상최적화를 수행한다. 이에 대한 정보는 Fig. 5에 나타나 있다. Table 2와 Fig. 6은 각 구속조건에 대해 각 방법에 따른 결과와 최종형상을 보여준다. Fig. 6에 표시된 최종형상은 DRI+HGC 방법에 의해 계산된 유한요소를 이용하여 일어진 형상이며 진하게 표시될수록 큰 용력을 나타낸다.

표에서 'NAS'는 각 경우에서의 최종형상을 NASTRAN으로 해석하여 얻어진 가장 큰 풀 미세스 응력값이며 'X'나 '?'는 요소나 상용코드



	Max. VMS	Volume
initial model	6113 psi	2 m ³

Fig. 5 Von mises stress of initial model(2D)

Table 2 Results of shape optimization for 10x4 model(2D)

method	SRI	SRI-BUB	DRI	DRI-BUB	DRI-HGC	NAS
Volume	1.21518	1.21584	1.21587	1.21483	1.22063	1.21581
reductio (%)	39.12%	38.08%	39.34%	43.25%	48.09%	39.21%
NAS	5.897	5.917	10.088	10.036	9.638	-

(a) $(\sigma_{\text{out}})_d = 10000 \text{ psi}$

method	SRI	SRI-BUB	DRI	DRI-BUB	DRI-HGC	NAS
Volume					1.07804	
reductio (%)	X	148.784	X	X	48.598	
NAS		47.174			43.540	

(b) $(\sigma_{\text{out}})_d = 45000 \text{ psi}$

method	SRI	SRI-BUB	DRI	DRI-BUB	DRI-HGC	NAS
Volume					1.02335	
reductio (%)	X	X	X	X	148.853	
NAS					48.188	

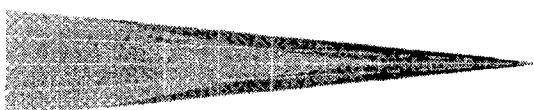
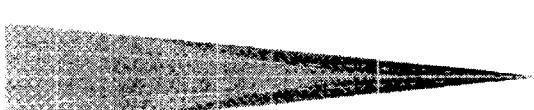
(c) $(\sigma_{\text{out}})_d = 50000 \text{ psi}$ (a) $(\sigma_{\text{out}})_d = 10000 \text{ psi}$ (b) $(\sigma_{\text{out}})_d = 45000 \text{ psi}$ (c) $(\sigma_{\text{out}})_d = 50000 \text{ psi}$

Fig. 6 Optimal shape and stress distribution(2D)

Table 3 Results of shape optimization for 20x8 model(2D)

method	SRI	SRI-BUB	DRI	DRI-BUB	DRI-HGC	NAS
Volume	1.04632	1.04780	1.04632	1.04642	1.04896	
reductio (%)	(47.684)	(47.600)	(47.684)	(47.679)	(47.552)	
NAS	45834	44565	45834	45754	45585	

(a) $(\sigma_{\text{out}})_d = 45000 \text{ psi}$

method	SRI	SRI-BUB	DRI	DRI-BUB	DRI-HGC	NAS
Volume	X	X	X	X	X	1.04816
reductio (%)						(47.743)
NAS						46794

(b) $(\sigma_{\text{out}})_d = 50000 \text{ psi}$

의 한계로 인해 결과를 얻지 못함을 표시한다. 사용된 유한요소에 따른 각 구속조건에 대한 체적감소율을 비교하면 1%도 차이가 나지 않음을 볼 수 있다. 그러나 구속조건인 최대 허용 폰 비세스 응력값을 증가시킴에 따라 최종형상을 얻기 위해서는 더 많은 요소의 쪼그라짐이 필요하며, 이에 따라 중횡비가 큰 요소에 대한 유한요소의 정확도가 형상최적화의 결과에 큰 영향을 미침을 볼 수 있다. 즉, 4.1절의 결과와 비교하여 보았을 때, 정확도가 우수한 유한요소를 사용할 경우에 형상최적화 과정에서도 좋은 결과를 가질 수 있다.

Table 3은 요소의 개수를 증가시켜(20×8)시기 형상최적화를 수행한 결과를 나타내며 모든 재원 및 조건은 위의 경우(10×4)와 동일하다. 요소의 개수를 증가시켰을 경우와 요소의 개수가 적을 때를 비교하면, 구속조건이 45000 psi에서도 모든 유한요소가 해석 결과를 보여주고 있다. 비록 최종결과의 해석에 오차는 있으나, 요소 개수의 증가로 인하여 요소의 쪼그라짐이 감소함으로써 최대 허용응력이 큰 경우에서도 해석이 가능함을 볼 수 있다.

5. 3차원에 대한 수치해석

5.1 3차원 유한요소의 검증

2차원의 경우와 같은 방법으로, 간단한 형상의 구조물을 이용하여 요소의 중횡비에 대한 해석의 정확도를 유한요소별로 비교하여 본다. Fig. 7은 길이 L 을 가지며 굽힘 하중 P 를 지지하고 있는

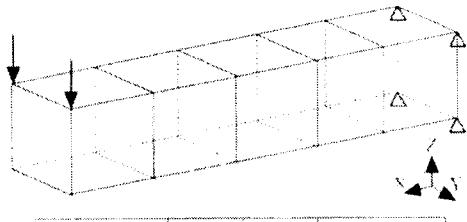


Fig. 7 Analysis model(3D)

Table 4 Analysis results(3D)

method w/h	SRI	SRI+BUB	NASTRAN	ANSYS	Theoretical Value
1	2.3499E-05 (6.004)	2.5168E-05 (6.672)	2.5078E-05 (6.312)	2.4928E-05 (6.288)	2.51E-05
2	1.8337E-04 (8.113)	1.9711E-04 (1.445)	1.9640E-04 (1.800)	1.9433E-04 (2.835)	2.0E-04
10	2.2962E-02 (8.952)	2.4480E-02 (2.080)	2.4391E-02 (2.436)	2.3318E-02 (6.728)	2.51E-02
100	22.757 (8.972)	24.474 (2.104)	24.385 (2.460)	22.549 (9.804)	25
200	182.04 (8.980)	195.79 (2.105)	195.08 (2.460)	180.22 (9.891)	200
500	2852.9 (8.707)	3068.6 (1.805)	3033.9 (2.915)	2812.8 (9.990)	3125

* (-) defines the error rate

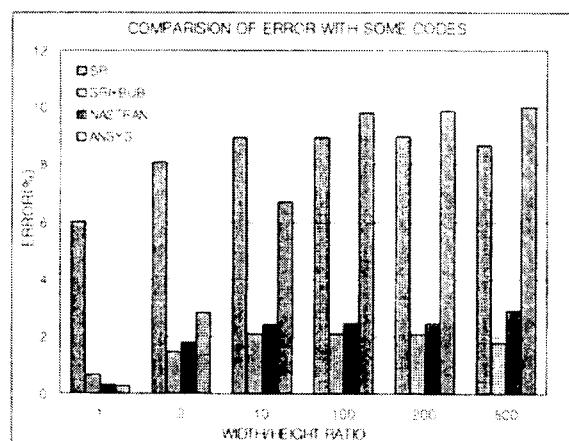
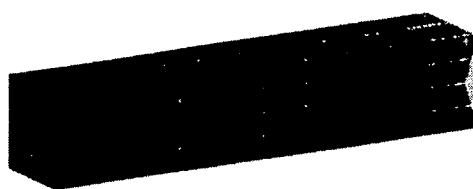


Fig. 8 Comparison of error with some codes (3D)

3차원 보에 대한 형상과 보가 가지는 재원이다. 그림과 같은 모델에 대해서 요소의 개수를 일정하게 하여 ($5 \times 1 \times 1$), 종횡비의 변화(Z값 변화)와 사용된 유한요소에 따른 결과의 변화를 검토한다. 위의 모델을 이용하여 각각의 유한요소법에 대하여 해석한 결과를 Table 4와 Fig. 8에 나타내었다.

Fig. 8에서 보의 다른 차짐과 각 유한요소로부터 계산된 차짐량의 차이로 인한 에러를 비교하면, SRI에 BUB를 넣어서 개선시킨 유한요소 코



	Max. VMS	Volume
initial model	26.1 psi	40 in ³

Fig. 9 Von mises stress of initial model(3D Tension)

Table 5 Results of shape optimization(3D Tension)

method	FJ	SRI	SRI+BUB	NASTRAN
Volume	22.26320	22.29380	22.30180	22.30248
(reductio %)	(44.342)	(44.265)	(44.246)	(44.244)
NAS	203.5	201.0	200.3	-

(a) $(\sigma_{tm})_u = 200 \text{ psi}$

method	FJ	SRI	SRI+BUB	NASTRAN
Volume	21.42785	21.45642	21.46331	21.46765
(reductio %)	(46.430)	(46.359)	(46.342)	(46.331)
NAS	308.3	303.0	301.7	-

(b) $(\sigma_{tm})_u = 300 \text{ psi}$

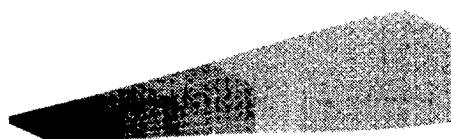
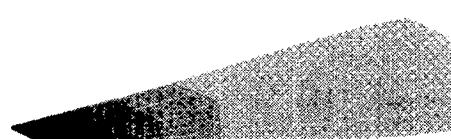
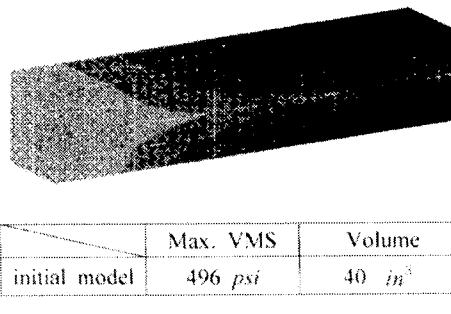
드(SRI+BUB)가 전반적으로 가장 정확한 해석이 가능함을 알 수 있다.

5.2 3차원 형상최적화 예 : 인장(Tension)

앞과 같은 재원을 가지는 3차원 보에 대해서 인장(Tension)을 받는 조건으로 하여 형상최적화를 수행하여 보았다. Fig. 9는 초기 형상에 대한 폰미세스 응력 및 정보를 보여준다. 그리고 Table 5 및 Fig. 10은 구속조건을 증가시킴에 따라 각 코드가 가지는 형상최적화 결과와 최종형상을 개선된 코드인 SRI+BUB를 이용하여 수행된 결과이다. 표를 보면 인장의 경우에는 어떠한 코드에 대해서도 비슷한 결과를 나타낼 수 있으며, 가장 기본적인 코드인 완전적분법도 거의 오차가 없는 유사한 결과를 얻음을 알 수 있다. 즉, 인장을 받는 문제의 경우 코드의 종류에 관계없이 요소가 찌그러짐에 따라 정확한 해석을 함으로써 형상최적화의 수행이 가능함을 알 수 있다.

5.3 3차원 형상최적화 예 : 굽힘(Bending)

다음은 3차원 보에 대해서 굽힘(Bending)을 받

(b) $(\sigma_{tension})_a = 200 \text{ psi}$ (c) $(\sigma_{tension})_a = 300 \text{ psi}$ **Fig. 10** Optimal shape and stress distribution(3D tension)**Fig. 11** Von mises stress of initial model(3D bending)

는 조건으로 형상최적화를 수행하였다. Fig. 11은 초기 형상에 대한 Von Mises Stress 및 모델에 대한 재원을 보여준다. 그리고 Table 6 및 Fig. 12는 앞과 같은 방법으로 구속조건인 최대 허용 폰 미세스 응력을 증가시킴에 따라 각 코드가 가지는 형상최적화 결과를 나타내며, 최종형상은 개선된 유한요소 코드인 SRI+BUB을 이용하여 수행된 결과이며 앞의 인장의 경우와는 다른 양상을 보여주고 있다. 이는 구조물이 굽힘(Bending)을 지배적으로 받을 때, 인장에서는 발생되지 않는 전단고착현상의 발생에 의한 것이다. 이로 인하여 완전적분법의 경우에는 형상최적화 결과의 신뢰도가 부족하여 최대 허용 폰 미세스 응력을 증가시킬 경우에는 형상최적화를 수행할 수 없었다. 2D의 경우와 마찬가지로 구속조건인 최대 허용 폰 미세스 응력값을 증가시킴에 따라 요소의

Table 6 Results of shape optimization(3D bending)

	FI	SRI	SRI+BUB	NASTRAN
Volume	22,631.17	25,517.74	28,587.99	28,549.50
reductio (%)	(44.922)	(36.296)	(36.959)	(36.120)
NAS	2147	804	796	-

(a) $(\sigma_{tension})_a = 800 \text{ psi}$

	FI	SRI	SRI+BUB	NASTRAN
Volume		22,160.76	22,261.73	22,190.53
reductio (%)	X	(44.598)	(44.346)	(44.524)
NAS		2022	1932	-

(b) $(\sigma_{tension})_a = 2000 \text{ psi}$

	FI	SRI	SRI+BUB	NASTRAN
Volume		21,044.19	21,157.88	-
reductio (%)	X	(47.390)	(47.103)	-
NAS		3703	3443	-

(c) $(\sigma_{tension})_a = 4000 \text{ psi}$

	FI	SRI	SRI+BUB	NASTRAN
Volume			20,996.27	-
reductio (%)	X	X	(47.509)	-
NAS			3823.1	-

(c) $(\sigma_{tension})_a = 4700 \text{ psi}$

체그리짐이 증가하며 이에 따른 유한요소 해석의 정확도가 형상최적화에 영향을 미치게 됨을 알 수 있다. Fig. 8에 나타난 3차원 코드의 해석정확도에 관한 집중과 비교하여 볼 때, 정확도가 가장 우수한 유한요소인 SRI+BUB을 사용할 경우 형상최적화 과정에서도 좋은 결과를 가짐을 알 수 있으며, 이러한 경향은 2차원의 경우와 같은 결과를 나타낸다. 이러한 결과를 나타낸다.

6. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 기반으로 하는 형상최적화의 결과에 영향을 미치는 여러 가지 요인 중에서, 유한요소 해석의 성화성이 형상최적화에서 차지하고 있는 중요성을 확인하였다. 특히 3차원 문제에 있어서 기존의 선별적 감소 적분법(Selective Reduced Integration)에 버블함수(Bubble Function)를 첨가하여 개선된, 수정 선별적 감소 적분법을 이용하여 구조물이 굽힘을 저

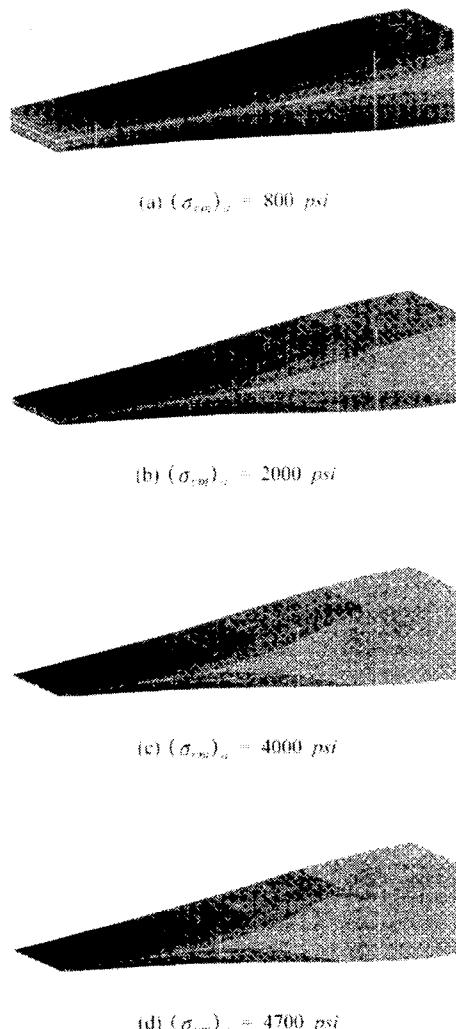


Fig. 12 Optimal shape and stress distribution(3D bending)

매개으로 받는 경우에 대해서 전단고착현상에 의한 해의 부정확도를 개선시켰으며, 그 결과로 형상최적화 과정동안 외형의 변화에 따른 요소의 쪼그라짐에 의한 해의 부정확도 또한 개선하였다. 이러한 문제점을 개선시킨 유한요소를 형상최적화 알고리듬과 접목하여 2차원 및 3차원의 간단한 보(beam)에 대해서 형상최적화를 수행하여 앞에서 언급한 해석의 부정확도 문제들을 감소시킴으로써 형상최적화 결과의 향상을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Zienkiewicz, O. C. and Campbell, J. S., 1973, Shape Optimization and Sequential Linear Programming, *John Wiley & Sons, New York*.
- (2) Haftka, R. T. and Grandhi, R. V., 1986, "Structure Shape Optimization-A Survey," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 57, pp. 91~106.
- (3) Ding, Y., 1986, "Shape Optimization of Structures : A Literature Survey," *Computers & Structures*, Vol. 24, pp. 985~1004.
- (4) Kim, N. H., Choi, K. K., and Chen, J. S., 2000, "Meshless Shape Design Sensitivity Analysis and Optimization for Contact Problem with Friction," *Computational Mechanics*, Vol. 25, pp. 157~168.
- (5) Yao, T. M., and Choi, K. K., 1989, "3-D Shape Optimum Design and Automatic Finite Element Regridding," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 25, pp. 157~168.
- (6) Yerry, M. A., and Shephard, M. S., 1984, "Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Modified octree Technique," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, pp. 1965~1990.
- (7) Belegundu, A. D. and Rajan, S. D., 1988, "A Shape Optimization Approach Based on Natural Design Variables and Shape Functions," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 66, pp. 87~106.
- (8) Zhnag, S. and Belegundu, A. D., 1992, "A Systematic Approach for Generating Velocity Fields in Shape Optimization," *Structure Optimization*, Vol. 5, pp. 84~94.
- (9) Koh, B. C. and Kikuchi, N., 1987, "New Improved Hourglass Control for Bilinear and Trilinear Elements in Anisotropic Linear Elasticity," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 65, pp. 1~46.