

## 횡방향 등방성을 고려한 단섬유 인장 실험 모델링

채영석\* · 설일찬\* · 이춘열\*\*

(2001년 11월 7일 접수, 2002년 4월 2일 심사완료)

### Modeling of Single Fiber Pull-Out Experiment Considering the Effects of Transverse Isotropy

Young Suck Chai, Ilchan Seol and Choon Yeol Lee

**Key Words:** Single Fiber Pull-Out Test(단섬유 인장 실험), Transverse Isotropy(횡방향 등방성), Interfacial Debonding(계면 분리), Thermal Residual Stress(잔류열응력)

#### Abstract

Single fiber pull-out technique has been commonly used to characterize the mechanical behavior of interface in fiber reinforced composite materials. An improved analysis considering the effects of transversely isotropic properties of fiber and the effects of thermal residual stresses in both radial and axial directions along the fiber/matrix interface is developed for the single fiber pull-out test. Although the stress transfer properties across the interface is not much affected by considering the transversely isotropic properties of fiber, interfacial debonding is notably encouraged by the effect. The interfacial shear stress that plays an important role in interfacial debonding is very much affected by the component of axial thermal residual stress in the bonded region, which can induce a two-way debonding mechanism.

기호설명			
$a$	: 섬유 반경	$q_\theta$	: 반경 방향 잔류열응력
$b$	: 기지 반경	$q(z)$	: 계면의 수직응력 (압축)
$E_f^r, E_f, E_m$	: 탄성계수	상첨자 $r, \theta, z$	: 원통좌표계
하첨자 $f$	: 강화재, 섬유	$\alpha, \alpha_1$	: 섬유/기지 강성비
하첨자 $m$	: 기지재료	$\alpha_f^r, \alpha_f, \alpha_m$	: 선팽창계수
$k_1, k_2, \lambda, \omega, \bar{\sigma}$	: 잔류열응력 관련 파라메타들	$\gamma$	: 섬유/기지 횡단면 면적비
$L$	: 축 방향 전체 길이	$\Delta T$	: 온도 변화 양
$l$	: 균열 길이	$\epsilon_f^z, \epsilon_m^z, \epsilon_f^\theta, \epsilon_m^\theta$	: 변형률
		$\mu$	: 마찰계수
		$\nu_f^r, \nu_f, \nu_m$	: 푸아송 비
		$\sigma_f^r(z), \sigma_m^z(z)$	: 축응력
		$\sigma$	: 외부 응력
		$\sigma_\theta$	: 축 방향 잔류열응력

\* 객원 저자, 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : yschai@yu.ac.kr

TEL : (053)810-2464 FAX : (053)813-3703

\* 신도리코

\*\* 회원, 영남대학교 기계공학부

$\tau_m^{zz}(r, z)$  : 기지 전단응력  
 $\tau(z)$  : 계면전단응력

1. 서론

일반적인 섬유강화 복합재료 구조물의 전체적인 기계적 거동 및 이로 인한 구조신뢰성은 많은 인자들에 의하여 영향을 받으나, 그 중에서도 복합재료 섬유와 기지간 계면의 파괴역학적 특성과 매우 밀접한 관계를 가진다. 이러한 이유로 섬유 강화 복합재료의 실제 구조물에의 다양한 응용과 더불어 설계와 생산공정 등에서 계면의 문제가 주요점으로 대두되고 있다.<sup>(1,2)</sup> 복합재료 계면의 거동을 특성화하기 위하여 단섬유인장시험(single fiber pull-out test), 단섬유압축시험(single fiber push-out test), 섬유다발압축시험(fiber bundle push-out test), 섬유파쇄시험(fiber fragmentation test)<sup>(3,4)</sup> 등의 실험적인 방법이 사용되고 있다. 이러한 실험 방법의 이론적인 근거로 파괴역학 및 구조강도 이론에 따른 해석적인 뒷받침이 요구되어 많은 연구가 행해지고 있다. 그 중에서도 단섬유 인장 혹은 압축시험 방법은 실험방법의 용이성과 더불어 실제 적용할 수 있는 데이터의 확보라는 측면에서 널리 사용되고 있다. 이론적인 해석 측면에서는 기존 대부분의 모델이 단섬유 인장 혹은 압축시험의 진행 과정을 계면 방향으로의 마찰을 고려한 비끄러짐 현상으로 수식화하여 이를 crack wake bridging zone에서 일어나는 중요한 강화기구로 보고 해석하였다.<sup>(5-9)</sup>

기존의 대부분 연구에서는 섬유와 기지가 완전 등방성 재료로 가정하여 해석하였다. 그러나 실제 탄소섬유 등은 등방성 재료가 아닌 것으로 알려지면서 이와 관련된 연구가 수행되었다.<sup>(10,11)</sup> 일반적인 강화 섬유에서 종방향 탄성계수가 횡방향보다 더 크고, 푸아송 비도 동일하지 않다고 보고되고 있다.<sup>(10,11)</sup> 또한 섬유 강화 복합재료의 고온성형 후 상온-냉각 과정에서 섬유와 기지는 서로 다른 열팽창 계수와 탄성계수를 가지므로 이들 계면에 잔류열응력이 존재하게 된다. 일부 해석<sup>(12,13)</sup>을 제외하고는 대부분 기존의 해석에서는 잔류열응력 성분 중에서 반경 방향 성분만을 고려하여 해석하였다.

이 연구에서는 이론적인 해석을 통하여 단섬유 인장실험을 모델링하였다. 섬유의 횡방향 등방성 효과와 함께 축 방향 및 반경 방향의 잔류열응력 효과를 동시에 고려함으로써 이들 효과가 계면의 응력전달특성에 미치는 영향과 이로 인한 계면 분리 거동에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

2. 정식화

이 연구에 사용된 단섬유 인장실험을 위한 시편의 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 섬유의 축을 z 축으로 r은 섬유 축으로부터의 거리를 나타내는 원통좌표계(r,  $\theta$ , z)를 사용하였고, 변형 형태는 축대칭으로 가정한다. 반경 a의 섬유가 반경 b의 기지 쉘 내부 중앙에 위치하며, L은 전체 내재된 섬유의 축 방향 길이, l은 계면균열의 길이를 나타낸다. 기지의 밑면(z=L)은 고정되었고 섬유의 끝단(z=0)에 외부 응력  $\sigma$ 가 작용하고 있다. 변형은 축대칭이므로 모든 응력 성분과 변위 성분은 접선 좌표인  $\theta$ 와 무관하다. 또한 이 연구의 모델에서는 섬유와 기지의 축 방향 응력( $\sigma_z$ )을 r에 관계없이 z의 함수만으로 가정하여 해석하였다. 응력-변형을 관계에서 섬유는 횡방향 등방성, 기지는 등방성이라고 가정하여 해석한다.

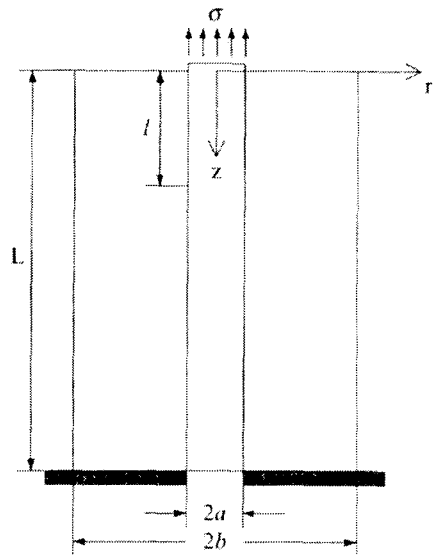


Fig. 1 Schematics of the single fiber pull-out model

## 2.1 기본식

섬유, 기지, 계면에 대한 응력 평형을 고려하면 다음과 같은 식들을 유도할 수 있다.

$$\sigma_f^z(z) + \frac{1}{\gamma} \sigma_m^z(z) = \sigma \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma_f^z(z)}{dz} = -\frac{2}{a} \tau(z) = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\sigma_m^z(z)}{dz} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_m^z(r, z)}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_m^z(z)}{\partial z} + \frac{\tau_m^z(r, z)}{r} = 0 \quad (3)$$

여기서 아래 첨자  $f$  와  $m$  은 각각 섬유와 기지를 의미하며,  $\gamma = \frac{a^2}{b^2 - a^2}$  로 정의한다.  $\tau(z)$  는 계면전단응력으로  $\tau(z) = \tau_m^z(a, z)$  와 같이 정의한다. 섬유를 횡방향 등방성, 기지를 등방성이라 가정하면 섬유의 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_f^r(r, z) = \frac{1}{E_f} \{ \sigma_f^r(r, z) - \nu_f^r \sigma_f^z(r, z) \} \\ - \frac{\nu_f^z}{E_f} \sigma_f^z(z) + \alpha_f^r \Delta T \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_f^z(r, z) = \frac{1}{E_f} [ \sigma_f^z(z) - \nu_f^z \{ \sigma_f^r(r, z) \\ + \sigma_f^z(r, z) \} ] + \alpha_f^z \Delta T \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^r(r, z) = \frac{1}{E_m} [ \sigma_m^r(r, z) - \nu_m^r \{ \sigma_m^r(r, z) \\ + \sigma_m^z(z) \} ] + \alpha_m^r \Delta T \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^z(r, z) = \frac{1}{E_m} [ \sigma_m^z(z) - \nu_m^z \{ \sigma_m^r(r, z) \\ + \sigma_m^z(r, z) \} ] + \alpha_m^z \Delta T \end{aligned} \quad (7)$$

식 (2) 와 (3)을 이용하면 기지 내 전단응력 분포는 다음 식과 같이 계면전단응력  $\tau(z)$  로 표시할 수 있다.

$$\tau_m^z(r, z) = \frac{\gamma(b^2 - r^2)}{ar} \tau(z) \quad (8)$$

2.2 분리된 영역 ( $0 < z < l$ )

분리된 영역에서는 계면에서 마찰 미끄럼이 일어난다고 가정하여, 계면전단응력  $\tau(z)$  을 다음과 같이 Coulomb의 법칙으로 나타낼 수 있다.

$$\tau(z) = \mu q(z) = -\mu \{ q_0 + q_a(z) \} \quad (9)$$

여기서  $\mu$  는 마찰계수,  $q(z)$  는 계면의 수직응력(압축)으로서 초기 온도 변화에 의한 반경 방향 잔류열응력( $q_0$ ) 및 푸아송 비에 의한 효과( $q_a(z)$ )의 합으로 구성된다.

미끄럼이 일어나는 동안 접촉을 유지하는 조건 ( $u_f^r(a, z) = u_m^r(a, z)$ )과 변위-변형률 관계 ( $\varepsilon^r = u^r/r$ ) 및 식 (4)와 (6)의 응력-변형률 관계식으로부터 반경 방향 잔류열응력( $q_0$ ) 및 푸아송 비에 의한 효과( $q_a(z)$ )는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q_0 = \frac{E_m(a_m - a_f^r) \Delta T}{\alpha_1(1 - \nu_f^r) + (1 + 2\gamma + \nu_m)} \quad (10)$$

$$q_a(z) = k_1 \sigma_f^z(z) - k_2 \sigma \quad (11)$$

$$\text{단 } k_1 = \frac{\alpha \nu_f^r + \gamma \nu_m}{\alpha_1(1 - \nu_f^r) + (1 + 2\gamma + \nu_m)} \quad (12)$$

$$k_2 = \frac{\gamma \nu_m}{\alpha_1(1 - \nu_f^r) + (1 + 2\gamma + \nu_m)} \quad (13)$$

여기서  $\alpha_f$  ( $\alpha_m$ ) 는 섬유 (기지)의 선팽창계수,  $\alpha_1 = E_m/E_f$  및  $\alpha = E_m/E_f$  는 강성비, 그리고  $\Delta T$ 는 온도 변화를 나타낸다.

식 (2)과 식 (9)를 사용하여 섬유의 축응력에 관한 미분방정식을 구하고 경계 조건  $\sigma_f^z(0) = \sigma$  을 이용하여 풀면 다음과 같이 섬유의 축응력을 구할 수 있다.

$$\sigma_j^z(z) = \sigma - \omega(\bar{\sigma} - \sigma)(e^{\lambda z} - 1) \quad (14)$$

여기서,  $\lambda = \frac{2\mu k_1}{a}$ ,  $\omega = \frac{1}{k_1}(k_1 - k_2)$  그리고

$$\bar{\sigma} = -\frac{q_0}{k_1 - k_2} \text{ 이다.}$$

균열 선단 ( $z = l$ ) 에서 섬유 축응력은 식 (14) 에서 구할 수 있다.

$$\sigma_j^l = \sigma - \omega(\bar{\sigma} - \sigma)(e^{\lambda l} - 1) \quad (15)$$

식 (14)의 섬유 축응력의 해 및 식 (1), (3)의 평형방정식 등을 이용하여 기지 내 축응력  $\sigma_m^z(z)$  와 기지 내 전단응력  $\tau_m^{rz}(z)$  분포를 구한다.

$$\sigma_m^z(z) = \gamma\omega(\bar{\sigma} - \sigma)(e^{\lambda z} - 1) \quad (16)$$

$$\tau_m^{rz}(r, z) = \frac{\gamma(b^2 - r^2)}{2r} \lambda\omega(\bar{\sigma} - \sigma)e^{\lambda z} \quad (17)$$

단섬유 인장 시험편에서 섬유의 완전 분리가 발생하는 최대마찰인장응력( $\sigma_{fr}$ )은 섬유의 끝단 ( $l = L$ )에서  $\sigma_j^l = 0$ 의 조건으로부터 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{fr} = \frac{\omega\bar{\sigma}(e^{\lambda L} - 1)}{1 + \omega(e^{\lambda L} - 1)} \quad (18)$$

### 2.3 접합된 영역 ( $l < z < L$ )

섬유와 기지 사이의 계면이 접합되어 있는 영역에서는 축 방향으로 미끄럼이 없다는 조건 ( $u_f^z(a, z) = u_m^z(a, z)$ )이 적용되어야 한다. 먼저 기지 내 전단응력 분포는 다음 식과 같다.

$$\tau_m^{rz}(r, z) = G\gamma_m^{rz}(r, z) \quad (19)$$

$$= \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \left( \frac{\partial u_m^r(r, z)}{\partial z} + \frac{\partial u_m^z(r, z)}{\partial r} \right)$$

단섬유 인장 문제의 경우, 식 (19)의 전단변형률의 성분 중에서 첫 번째 항은 두 번째 항에 비하여 작은 값을 가지므로 무시하고 식 (8)을 이용하여 정리하면

$$\frac{\partial u_m^z(r, z)}{\partial r} = \frac{2(1 + \nu_m)}{E_m} \frac{\gamma}{a} \frac{b^2 - r^2}{r} \tau(z) \quad (20)$$

식 (20)을 반경 방향에 대하여 적분하고 다시 축 방향으로 미분한다. 이 때 계면에서 미끄럼이 없다는 조건을 사용하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$\frac{d\tau(z)}{dz} = \frac{aE_m}{(1 + \nu_m)} \frac{1}{2\gamma b^2 \ln \frac{b}{a} - a^2} \cdot [\varepsilon_m^z(b, z) - \varepsilon_f^z(a, z)] \quad (21)$$

식 (1), (2)의 평형 방정식과 식 (5), (7)의 응력-변형률 관계식 및 식 (21)을 조합하여 아래와 같은 섬유 축응력  $\sigma_j^z(z)$ 에 관한 2계 선형 미분방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d^2 \sigma_j^z(z)}{dz^2} - \eta_1 \sigma_j^z(z) = -\eta_1 \eta_2 \sigma - \eta_1 \eta_3 \sigma_0 - \eta_1 \eta_4 q_0 \quad (22)$$

여기서  $\eta_i$  는 다음과 같이 정의하는 재료 상수들의 조합이며,  $\sigma_0$  는 축 방향 잔류열응력이다.

$$\eta_1 = \frac{2}{(1 + \nu_m)} \frac{(a + \gamma) - 2k_1(av_f + \gamma\nu_m)}{2\gamma b^2 \ln \frac{b}{a} - a^2} \quad (23)$$

$$\eta_2 = \frac{\gamma(1 - 2k_1\nu_m)}{(a + \gamma) - 2k_1(av_f + \gamma\nu_m)} \quad (24)$$

$$\eta_3 = \frac{1}{(a + \gamma) - 2k_1(av_f + \gamma\nu_m)} \quad (25)$$

$$\eta_4 = \frac{2(av_f + \gamma\nu_m)}{(a + \gamma) - 2k_1(av_f + \gamma\nu_m)} \quad (26)$$

$$\sigma_o = E_m(\alpha_m - \alpha_l)\Delta T \quad (27)$$

접합 영역의 경계 조건  $\sigma_j^l(l) = \sigma_r^l$ ,  $\sigma_j^r(L) = 0$  을 이용하여 섬유의 축응력을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_j^r(z) = & \frac{1}{\sinh\sqrt{\eta_1}(L-l)} \\ & \cdot \{(\sigma_j^l - \eta_2\sigma - \sigma_r)\sinh\sqrt{\eta_1}(L-z) \\ & - (\eta_2\sigma + \sigma_r)\sinh\sqrt{\eta_1}(z-l)\} + \eta_2\sigma + \sigma_r, \quad (28) \end{aligned}$$

여기서  $\sigma_j^l = \sigma_j^l(l)$ 는 식 (15)를 이용한 연속조건으로부터 구할 수 있으며,  $\sigma_r = \eta_3\sigma_0 + \eta_4\theta_0$  로 축 방향 잔류열응력과 반경 방향 잔류열응력의 영향이다.

전술한 바와 마찬가지로 접합된 영역의 기지 내 축응력  $\sigma_m^r(z)$ 와 기지 내 전단응력  $\tau_m^{rz}(z)$  분포는 평형방정식 등을 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_m^r(z) = & \{(1 - \eta_2)\sigma - \sigma_r\}\gamma - \frac{\gamma}{\sinh\sqrt{\eta_1}(L-l)} \\ & [(\sigma_j^l - \eta_2\sigma - \sigma_r)\sinh\sqrt{\eta_1}(L-z) \\ & - (\eta_2\sigma + \sigma_r)\sinh\sqrt{\eta_1}(z-l)] \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_m^{rz}(z) = & \frac{\gamma(b^2 - r^2)}{2r} \frac{\sqrt{\eta_1}}{\sinh\sqrt{\eta_1}(L-l)} \cdot \\ & [(\sigma_j^l - \eta_2\sigma - \sigma_r)\cosh\sqrt{\eta_1}(L-z) \\ & + (\eta_2\sigma + \sigma_r)\cosh\sqrt{\eta_1}(z-l)] \quad (30) \end{aligned}$$

#### 2.4 계면 분리 판정 기준

과괴역학의 개념으로 분리된 영역을 계면균열로 간주하고, 균열의 진전은 Griffith의 에너지 평형에 의거하여 계면분리 판정 기준은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G_c = \frac{\partial U_I}{\partial(2\pi al)} \quad (31)$$

여기서, 전체 탄성 변형률 에너지  $U_I$ 는 섬유와 기지 내에 축적된 에너지로서, 앞서 유도한 분리된 영역과 접합된 영역에서 작용하는 모든 응력 성분들을 적분함으로써 다음 식으로부터 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_I = & \frac{1}{2E_f} \int_0^L \int_0^a \{(\sigma_j^z)^2 + (\sigma_j^r)^2 + (\sigma_j^\theta)^2 \\ & - 2\nu_f(\sigma_j^z\sigma_j^r + \sigma_j^z\sigma_j^\theta + \sigma_j^r\sigma_j^\theta)\} 2\pi r dr dz \\ & + \frac{1}{2E_m} \int_0^L \int_a^b \{(\sigma_m^z)^2 + (\sigma_m^r)^2 + (\sigma_m^\theta)^2 \\ & - 2\nu_m(\sigma_m^z\sigma_m^r + \sigma_m^z\sigma_m^\theta + \sigma_m^r\sigma_m^\theta) \\ & + 2(1 + \nu_m)(\tau_m^{rz})^2\} 2\pi r dr dz \quad (32) \end{aligned}$$

식 (14), (16), (17) 및 (28), (29), (30) 등으로 유도된 분리 영역과 접합 영역의 응력 성분들을 식 (32)에 대입하고 정리한 후, 계면분리 판정 기준 즉, 계면균열 진전을 위한 외부 응력  $\sigma$  를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{1}{2m_1} \{-(m_2\bar{\sigma} + m_3) \\ & + \sqrt{m_4\bar{\sigma}^2 + m_5\bar{\sigma} + m_6 + 8\pi a m_1 G_c}\} \quad (33) \end{aligned}$$

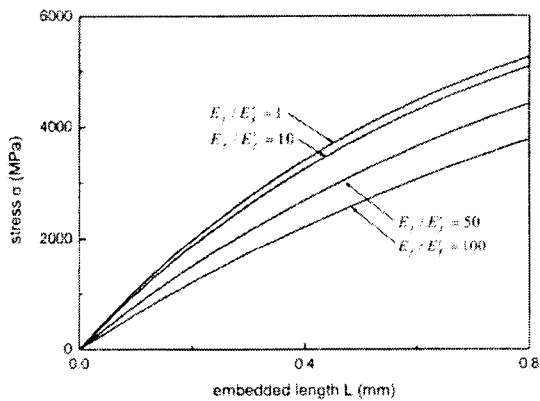
여기서 계수  $m_i$  들은 재료의 물성치와 형상 계수 등의 함수로서 유도가 가능하며 이 연구에서는 수치적으로 계산하였다.

### 3. 결과 및 토의

단섬유 인장실험에서 섬유의 횡방향 등방성 효과와 축 방향 및 반경 방향의 잔류열응력 효과를 보기 위하여 탄소섬유-에폭시기지의 복합재료를 선택하여 해석하였다. 기본적인 재료 물성치, 기하학적인 형상 및 계면의 성질 등에 관한 정보는 표 1에 나타내었다. 탄소섬유는 횡방향 등방성으로 놓고, 에폭시기지는 등방성으로 가정하였다. 표 1에서 보는 바와 같이 본 해석에서는 탄소섬유의 푸아송 비는 축 방향 및 반경 방향으로 같다고 가정하였으며, 탄성계수 및 선팽창계수를 변화시켰다.

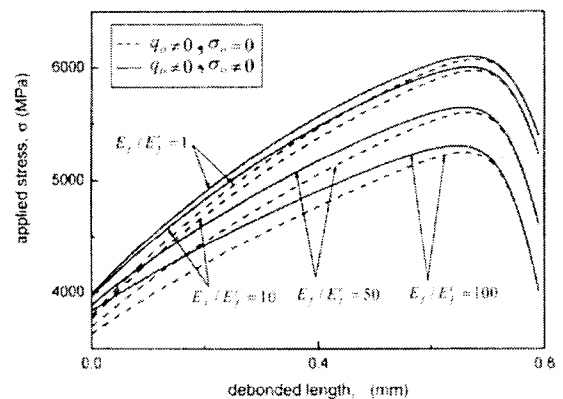
**Table 1** Material properties and geometrical factors (carbon fiber - epoxy matrix)<sup>19)</sup>

Fiber	Young's modulus $E_f$ (GPa) (axial)	230
	Poisson's ratio $\nu_f$	0.2
	Radius $a$ (mm)	0.003
	Thermal expansion coefficient (axial) $\alpha_f$ ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )	12
	Thermal expansion coefficient (radial) $\alpha_f^r$ ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )	0.5
Matrix	Young's modulus $E_m$ (GPa)	3
	Poisson's ratio $\nu_m$	0.4
	Radius $b$ (mm)	1
	Thermal expansion coefficient $\alpha_m$ ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ )	65
Interface	Axial length $L$ (mm)	0.8
	Coefficient of friction $\mu$	1.25
	Temperature change $\Delta T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	-100
	Fracture toughness $G_c$ ( $\text{J}/\text{m}^2$ )	37.7



**Fig. 2** Maximum frictional pull-out stress ( $\sigma_f$ ) against fiber embedded length  $L$  with fiber anisotropy

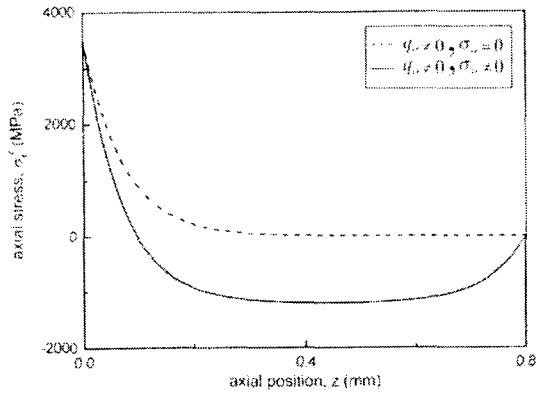
섬유의 횡방향 등방성 효과가 최대마찰인장응력( $\sigma_f$ )에 미치는 영향을 보기 위하여 정식화 과정에 구한 식 (18)로부터 Fig. 2를 그렸다. 탄성계수의 종횡비를 변화시켜가며 ( $E_f/E'_f = 1, 10, 50, 100$ ) 최대마찰인장응력( $\sigma_f$ )을 섬유의 내재 길이  $L$ 에 관한 함수로 나타내었다. Fig. 2의 결과를 보면 섬유의 내재 길이가 증가할수록 최대마찰인장응력( $\sigma_f$ )은 증가하는 경향을 보인다. 횡방향 등방성의 효과가 결과에 미치는 영향을 보면  $E_f/E'_f$ 의 비가 증가할수록 - 즉  $E_f$ 의 값을 표 1과 같이 고정하고  $E'_f$ 의 값을 감소할수록 -



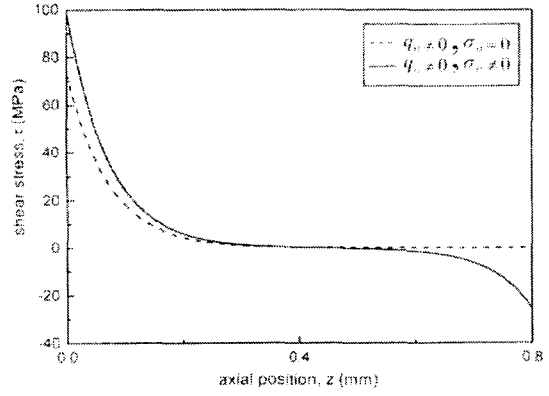
**Fig. 3** Applied stress required for further debonding

최대마찰인장응력( $\sigma_f$ )이 감소하는 것을 알 수 있다. 그 이유는  $E_f/E'_f$ 의 비를 증가하면 섬유의 반경방향 탄성계수는 기지의 탄성계수와 같아지는 방향으로 작용하여, 이는 계면의 반경방향 잔류열응력( $q_\theta$ )을 감소시키고 결국에는 최대마찰인장응력( $\sigma_f$ )이 감소시키는 것으로 해석할 수 있다.

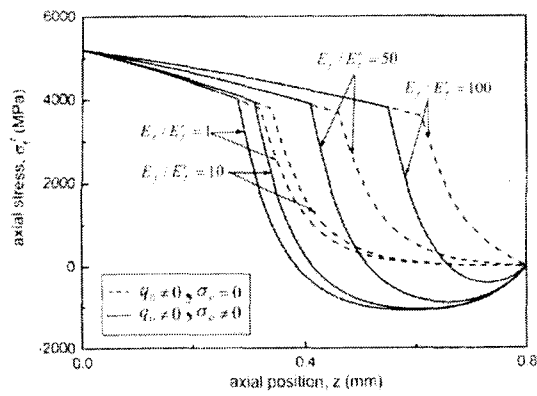
Fig. 3에는 식 (33)의 계면균열 전진 판정 기준을 근거로 하여 길이  $l$ 의 계면균열이 전진하기 위한 외부 응력을 나타내었으며, 이로부터 섬유의 횡방향 등방성 및 계면의 잔류열응력이 미치는 영향을 살펴보았다. 이 그림에서 점선으로



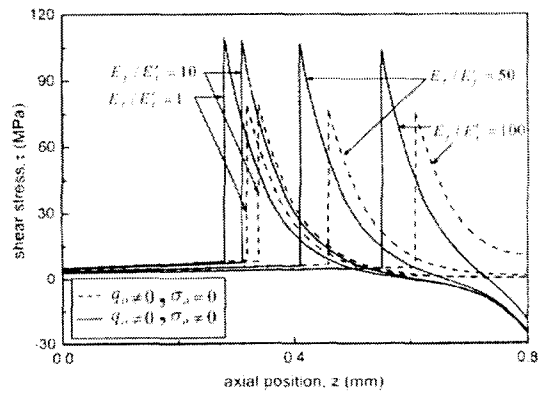
(a) Fully bonded



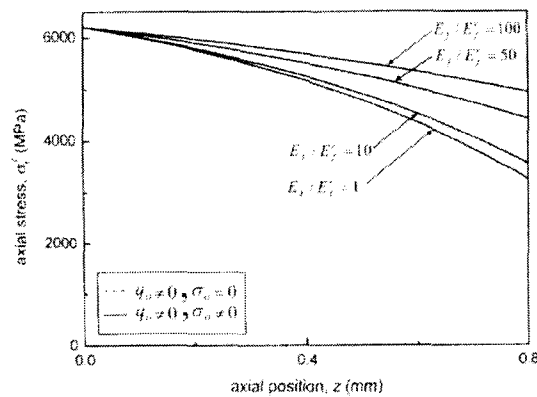
(a) Fully bonded



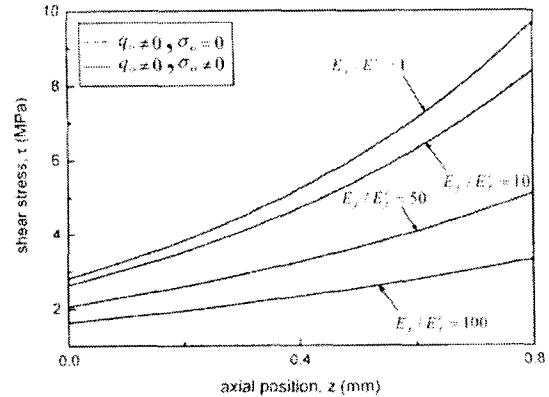
(b) Partially bonded



(b) Partially bonded



(c) Fully unbonded



(c) Fully unbonded

Fig. 4 Axial fiber stress distribution

Fig. 5 Interfacial shear stress distribution

나타낸 결과들은 반경방향의 잔류열응력만을 고려한 기존의 해와 유사한 경우이고, 실선으로 나타낸 결과들은 축 방향 및 반경 방향의 잔류열응력을 모두 고려한 경우이다. 그림에서 보면 계면 균열 진전을 위한 외부 응력은 계면균열의 길이 ( $l$ )가 약  $0.8L$ 에 도달할 때까지 안정적으로 증가하다가 그 이후에는 불안정한 거동을 보인다.

Fig. 3의 결과로부터 불안정한 영역 ( $l > 0.8L$ )을 제외하고는 축 방향의 잔류열응력을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 계면균열 진전을 위해 높은 외부 응력이 필요한 것을 알 수 있다. 즉, 축 방향 잔류열응력은 계면의 분리 진전을 방해하는 효과를 나타내었다. 횡방향 등방성의 영향을 보면 등방성으로 가정한 경우 ( $E_f/E_f' = 1$ )에 비해  $E_f/E_f'$ 의 비가 증가할수록  $E_f'$ 을 감소할수록 계면균열 진전을 위한 외부 응력이 낮아짐을 알 수 있다. 이 결과로부터 등방성이 아닌 섬유강화재료를 사용하는 경우 계면균열 진전을 위한 외부 응력이 기존의 해석보다 낮아지므로 계면분리가 빨리 일어날 수 있으므로 설계 시 주의를 요한다.

섬유의 횡방향 등방성 및 계면의 잔류열응력이 계면의 응력전달 특성에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 섬유의 축응력  $\sigma_f^z(z)$ 과 계면전단응력  $\tau(z)$ 을 축 방향 길이  $z$ 의 함수로 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 계면의 축 방향 전체 길이  $L$ 에 걸쳐 계면이 완전히 집합된 경우(Fig. 4(a) 및 Fig. 5(a))와 부분적으로 집합된 경우(Fig. 4(b) 및 Fig. 5(b)) 및 완전 분리된 경우(Fig. 4(c) 및 Fig. 5(c)) 등의 경계조건에 대하여 응력장을 살펴보았다. 계면이 부분적으로 집합된 경우(Fig. 4(b) 및 Fig. 5(b)), 즉 계면 분리가 발생한 이후 계면균열의 길이는 Fig. 3의 계면균열 진전 판정 기준을 근거로 한 길이  $l$ 의 계면균열이 진전하기 위한 외부 응력의 결과로부터 구하였다. 부분적으로 집합된 경우(Fig. 4(b) 및 Fig. 5(b)) 응력 분포 그래프의 거동이 서로 다른 두 영역으로 구분할 수 있는데 이 경계가 바로 계면균열의 위치 및 길이가 되며, 이 경계를 기준으로 왼쪽은 분리된 영역, 오른쪽은 집합된 영역이다. 전술한 바와 같이 실선으로 나타낸 결과들은 축 방향 및 반경 방향의 잔류열응력을 모두 고려한 경우이고, 점선으로 나타낸 결과들은 반경방향의 잔류열응력만을

고려한 기존의 해와 유사한 경우이다. 일반적으로 집합된 경계조건에 따라 응력분포는 서로 다른 양상을 보였다.

먼저 횡방향 등방성의 효과가 응력분포에 미치는 영향을 보면 집합된 영역에서는 그 효과를 무시할 수 있었으며, 분리된 영역에서는 횡방향 등방성의 효과가 응력분포에 미치는 영향을 볼 수 있었다. 이는 정식화의 결과인 집합된 영역의 응력장식 (28), (29) 및 (30)과 분리된 영역의 응력장식 (14), (16) 및 (17))으로부터 어느 정도 예견된 결과이다. 즉, 집합된 영역에서 응력분포에 미치는 횡방향 등방성의 효과는 무시하여 등방성의 경우와 차이가 없는데 반하여, 분리된 영역에서는 영향을 미쳐  $E_f/E_f'$ 의 비가 증가할수록 섬유축응력이 증가함을 볼 수 있었다(Fig. 4(b) 및 Fig. 4(c)). 반면  $E_f/E_f'$ 의 비가 증가할수록 계면전단응력은 감소하였다(Fig. 5(b) 및 Fig. 5(c)).

잔류열응력의 영향을 보면 축 방향의 잔류열응력이 존재하지 않는 경우, 집합 영역의 응력분포, 즉, 섬유 축응력  $\sigma_f^z(z)$ 은 Fig. 4(a)에서 보는 바와 같이 하중단 ( $z=0$ )으로부터 끝단 ( $z=L$ )까지 급속히 0으로 감소하였다. 축 방향의 잔류열응력을 고려한 경우, 섬유 축응력은 축 방향 길이를 따라 급속히 감소한 후 비교적 일정한 평평한 영역을 지난 후 서서히 증가하여 0에 도달하였다. Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 축 방향의 잔류열응력은 계면전단응력에 매우 중요한 역할을 하는 계면전단응력  $\tau(z)$ 의 분포에도 역시 커다란 영향을 미쳤다. 이는 계면전단응력이 식 (2)에서 보는 바와 같이 축응력의 미분항으로서 축응력분포의 기울기로 나타난다는 사실로부터 추론할 수 있다. 이와 같이 축 방향 잔류열응력은 집합된 영역의 응력분포에 커다란 영향을 미침을 알 수 있었다. 또한 Fig. 5(a) 및 Fig. 5(b)에서 보는 바와 같이 계면전단응력 분포는 양단에서 두 개의 피크부를 보였고, 이는 전술한 연구들에서 볼 수 없었던 양방향 분리(two-way debonding)의 가능성을 보인 것으로 추후 실험적인 증거가 요구된다. 이미 분리된 영역에서는 분리가 일어난 후 축 방향 잔류열응력은 모두 released 될 것이므로 응력분포에 아무 영향을 미치지 않음을 알 수 있었다(Fig. 4(c) 및 Fig. 5(c)).



#### 4. 결 론

탄섬유 인장 시 섬유와 매트릭스의 등방성 효과와 함께 계면의 잔류열응력 효과를 동시에 고려함으로써 이들이 계면의 응력전달 특성에 미치는 영향과 이로 인한 계면 분리 거동을 해석하였다. 섬유를 등방성 매트릭스를 고려하는 경우 등방성 해석에 비해서 최대마찰인장응력을 감소시키고, 섬유와 기지의 분리를 촉진하는 효과를 얻을 수 있었다. 접합된 영역의 응력분포에 미치는 등방성 효과의 영향은 거의 없었으나, 분리된 영역의 응력분포에는 영향을 미쳐 섬유축응력을 증가시키고, 계면전단응력은 감소하였다. 기존 해석에서 고려하지 않았던 계면의 축 방향 잔류열응력은 섬유와 기지의 분리를 방해하는 효과를 보였다. 계면의 축 방향 잔류열응력은 접합된 영역의 응력분포에 커다란 영향을 미쳐 양방향 분리의 가능성을 제시하였으나, 분리된 영역의 응력분포에는 아무 영향을 미치지 않았다.

#### 후 기

이 논문은 2001학년도 영남대학교 학술연구조성비 지원 및 2001학년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

#### 참고문헌

- (1) Gao, Y. C., Mai, Y.-W., and Cotterel, B., 1988, "Fracture of Fiber-Reinforced Materials," *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 39, pp. 550-558.
- (2) Hutchinson, J. W., and Jensen, H. M., 1990, "Models of Fiber Debonding and Pullout in Brittle Composites with Friction," *Mechanics of Materials*, Vol. 9, pp. 139-163.
- (3) Zhou, L. M., Kim, J. K., Baillie, C., and Mai, Y.-W., 1995, "Fracture Mechanics Analysis of the Fibre Fragmentation Test," *Journal of Composite Materials*, Vol. 29, pp. 881-902.
- (4) Liu, H. Y., Zhou, L. M., Mai, Y.-W., and Ye, L., 1996, "Fibre-Matrix Interface Characterization and Fibre Fragmentation Test," *Key Engineering Materials*, Vol. 116, pp. 121-132.
- (5) Zhou, L. M., and Mai, Y.-W., 1993, "A New Model for Evaluation of the Interfacial Frictional Coefficient and Residual Clamping Stress in a Fiber Push-Out Test," *Philosophical Magazine Letters*, Vol. 68, pp. 5-11.
- (6) Jero, P. D., and Kerans, R. J., 1991, "The Contribution of Interfacial Roughness to Sliding Friction of Ceramic Fiber in a Glass Matrix," *Scripta Metallurgica et Materialia*, Vol. 24, pp. 2315-2318.
- (7) Jero, P. D., Kerans, R. J., and Parthasarathy, T. A., "Effect of Interfacial Roughness on the Frictional Stress Measured Using Push-Out Tests," *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 74, pp. 2793-2801.
- (8) Kerans, R. J., and Parthasarathy, T. A., 1991, "Theoretical Analysis of the Fiber Pullout and Pushout Tests," *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 74, pp. 1585-1596.
- (9) Zhou, L. M., Kim, J. K., and Mai, Y.-W., 1993, "Micromechanical Characterization of Fibre-Matrix Interfaces," *Composite Science and Technology*, Vol. 48, pp. 227-236.
- (10) Zhou, L. M., and Mai, Y.-W., 1993, "On the Single Fibre Pullout and Pushout Problem: Effect of Fibre Anisotropy," *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 44, pp. 769-775.
- (11) Zhou, L. M., Mai, Y.-W., Ye, L., and Kim, J. K., 1995, "Techniques for Evaluating Interfacial Properties of Fibre-Matrix Composites," *Key Engineering Materials*, 104-107, pp. 549-600.
- (12) Chai, Y. S., and Mai, Y.-W., 2001, "New Analysis on the Fiber Push-Out Problem with Interface Roughness and Thermal Residual Stresses," *Journal of Materials Science*, Vol. 36, pp. 2095-2104.
- (13) Chai, Y. S., Choi, B. S., and Yang, K. J., 2001, "Improved Modeling of the Effects of Thermal Residual Stresses on Single Fiber Push-Out Problem," *KSME International Journal*, Vol. 15, pp. 823-830.