

## $J$ - $T$ 에 의한 3차원 반타원 계면균열선단 응력장의 기술

이형일\* · 최호승\*

(2001년 7월 12일 접수, 2002년 3월 4일 심사완료)

### $J$ - $T$ Characterization of Stress Fields Along 3D Semi-Elliptical Interfacial Crack Front

Hyungyil Lee and Ho-Seung Choi

**Key Words:** Semi-elliptical Interfacial Crack (반타원 계면균열), Finite Element Analysis (유한요소해석),  $J$ -integral ( $J$ -적분),  $T$ -stress ( $T$ -응력), Plate (평판), Straight Pipe (직관)

#### Abstract

Many research works have validated the  $J$ - $T$  approach to elastic-plastic crack-tip stress fields in a variety of plane strain specimens. To generalize the validity of  $J$ - $T$  method, further investigations are however needed for more practical 3D structures than the idealized plane strain specimens. In this work, we perform 3D finite element (FE) modeling of welded plate and straight pipe, and accompanying elastic, elastic-plastic FE analyses. Manual 3D modeling is almost prohibitive, since the models contain semi-elliptical interfacial cracks which require singular elements. To overcome this kind of barrier, we develop a program generating the meshes for semi-elliptical *interfacial* cracks. We then compare the detailed 3D FE stress fields to those predicted with  $J$ - $T$  two parameters. Thereby we extend the validity of  $J$ - $T$  application to 3D structures and infer some useful informations for the design or assessment of pipe welds.

#### 1. 서론

파괴역학의 주된 역할은 계산과 측정으로 구할 수 있는 여러 가지 균열선단 지배변수들을 통해, 여러 가지 시편에서의 파괴현상과 각기 다른 균열 구조물의 거시적 파괴거동 사이의 상관관계를 설명해 주는 것이다. 다양한 균열 구조물들의 거시적 파괴현상과 실험시편 파괴현상과의 상관관계는 균열선단 응력과 변형상태의 "유사성"에 기초하고 있다. 전통적으로 이러한 응력과 변형상태는 선형탄성 파괴역학의 응력확대계수  $K$ 와 탄·소성 파괴역학의  $J$ -적분과 같은 단지 하나의 변수에 의해 기술되어진다. 만일 이러한  $K$ 나  $J$ 가 시편과 구조물의 균열

선단 영역들에서 공히 "지배적"이라면, 같은 물성치를 갖는 균열 구조물의 거시적 파괴현상을 시편과구조물로부터 예측할 수 있을 것이다. 그러나 이러한 1차변수들의 유효성은 시편의 기하형상이나 하중상태에 의해 크게 제한받는다. 이로 인해 균열선단에서의 응력장과 변형률장을 정량화함에 있어, 1차변수인  $K$  또는  $J$ 와 더불어 기하형상이나 하중조건을 반영할 수 있는 새로운 인자가 필요하다.

Larsson과 Carlsson<sup>(1)</sup>은 Williams<sup>(2)</sup>의 등방성 탄성 균열선단에서의 응력장 전개식 중 두 번째 항이, 탄·소성 균열선단에서 발생하는 소성역의 크기와 형상에 중요한 영향을 줄을 보였다. 이러한 점에 주목하여 Rice<sup>(3)</sup>는 균열선단에서 뻗어 나오는 두 개의 대형 전단밴드모델을 통하여 두 번째 항의 소성역 크기에 대한 영향을 해석적으로 기술하였다. 여기서 Rice는 응력장 고유전개식 중 두 번째 항을  $T$ -응력이라고 칭하였는데, 이는 균열에 평행한 방향의 비특이성 인장 또는 압축 응력성분을 나타

\* 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과

E-mail : hylee@ecs.sogang.ac.kr

TEL : (02) 705-8636 FAX : (02) 712-0799

\* 서강대학교 기계공학과 대학원

낸다. Betogon과 Hancock<sup>(4)</sup>은 여러 가지 T-응력을 갖는 평면변형을 변형경화 시편들의 균열선단 응력장을 살펴봄으로써, small scale yielding (SSY) 조건하에서의 탄·소성 균열선단 응력상태를 Williams 응력장 전개식 중 처음 두 항에 의하여 정량적으로 기술할 수 있음을 보였다. 즉 앞서의 1차 변수로 기술되는 균열선단 접근하는 J-T 두 변수들에 의해 기술되는 보다 일반화된 해의 특별한 경우 ( $T > 0$ )에 해당된다.

다양한 평면변형을 시편들<sup>(4)</sup>의 균열선단 탄·소성 응력상태들에 대한 경우, 여러 연구들을 통해, J-T 접근방법의 유효타당성이 충분히 검증되어왔다. Wang<sup>(5)</sup>은 탄·소성 균열선단 영역에서 두 변수의 특성을 검증하기 위하여, 인장과 굽힘하중을 받는 평판의 반타원형 표면균열 3차원 탄·소성 유한요소해석을 실시하였다. Lee와 Parks<sup>(6)</sup>는 반타원 표면균열을 가지는 평판을 수정된 line-spring 요소로 모델링하여 J-T 접근방법의 유효성을 조사하였으며, 이형일과 시현<sup>(7)</sup>은 용접부 내부에 반타원 표면균열이 존재하는 직판과 평판에서 J-T 두 변수에 의한 균열선단 응력장 예측의 타당성을 검증하였다. 파괴현상들이 용접부 내부보다는 용접부와 모계의 경계면에서 주로 발생됨을 감안해 볼 때, 이상의 연구들<sup>(5-7)</sup>은 J-T 접근방법의 유효성을 실제적으로 보편화시킴에 있어 다소 제한성을 갖는다. 즉 J-T 두 변수에 의한 균열선단 응력장 예측의 타당성을 보다 실제적으로 보편화시키기 위해서는, 이중집합체의 가장 취약부인 계면에 반타원 균열이 존재하는 평판이나 직판과 같이 현실적 3차원 구조형상에 대한 연구가 필요하다.

이를 배경으로 본 연구에서는 평판과 직판 이중집합체의 가장 취약부인 "계면"에 반타원 균열이 존재하는 경우, 소성물성치중 하나인 변형경화 지수의 불일치가 3차원 반타원 계면균열선단 응력장에 미치는 영향을 J-T의 항으로 살펴보았다. 즉 유한요소해석을 통해 얻은 3차원 응력장을 실제해로 간주하고, 이 값들을 J-T에 의해 예측되는 응력장 값들과 비교한다. 이를 통해, 실제적인 3차원 계면 구조형상에서 J-T 두 변수에 기초한 탄·소성 파괴역학적 접근방법의 확장된 유효성 내지 한계성을 규명하였다. 이는 이형일 등<sup>(8)</sup>의 2차원 이중집합체 계면균열선단 구속상태에 관한 연구를 3차원으로 확장한 것이라 할 수 있다.

## 2. 3차원 균열해석 프로그램

본 연구의 주요 대상이 되고 있는 계면균열은 공학 문제에서 매우 빈번히 접하게 되며 파괴역학분야에서 가장 실제적 관심사 중의 하나이다. 반타원 계면균열은 형상과 파괴변수의 복잡성으로 인해 3차원 유한요소해석시 수많은 미세 유한요소와 상응하는 계산시간을 필요로 한다. 또한 이러한 계면균열의 해석모델들은 "특이유한요소"를 필요로 하는 3차원적 형상을 갖고 있기 때문에 수작업에 의한 유한요소 모델링은 매우 난해하다. 이를 극복하기 위해 본 연구에서는 반타원 계면균열을 갖는 평판과 직판에 대한 3차원 자동요소생성 프로그램 및 2차원수 T-응력값을 효율적으로 계산하는 후처리 프로그램을 작성하였다.

### 2.1 3차원 요소망 자동생성 프로그램

반타원 계면균열을 표현하기 위하여, 평판과 직판의 1/2 형상을 표현할 수 있는 3차원 요소망 자동생성 프로그램을 작성하였다. 모델링된 평판의 전체 길이는  $2h$ , 전체 폭은  $2b$ , 두께는  $t$ 이다. 또한 직판의 전체 길이는  $2h$ , 내경은  $R$ , 그리고 두께는  $t$ 이다. 반타원 계면균열은 평판의 경우 평판중심에 위치하며, 배관의 경우는 배관중심 외측에 위치한다. 이때 균열길이는  $2c$ , 균열의 최대길이는  $a$ 이다 (Fig. 1). 이형일과 시현<sup>(7)</sup>은 용접부 내부에 존재하는 반타원 표면균열을 표현하기 위해 평판과 직판의 1/4 모델을 생성할 수 있는 3차원 요소망 자동생성 프로그램을 작성한 바 있다.

평판과 직판 요소망은 최대균열길이  $a$ 와 균열길이  $c$ 가 입력되면 반타원 균열선단을 따라 16개의 쪼개모양 특이요소가 11조각 생성되고, 반지를 방향으로 8개, 각도 방향으로 16개의 요소들이 놓이게 된다. 상·하 재료 계면상의 절점들은 THE<sup>(9)</sup> (ABAQUS, Library)로 결합하였다. 계면 상·하 요소들은 절점공유로써 쉽게 결합되나, 각각 다른 절점을 사용한 것은 계면균열선단을 따라 상·하 재료의 응력장을 명확하게 구분하기 위함이다. 이러한 균열선단부 요소망은 약 6000개의 절점들과 1400개의 C3D20R<sup>(9)</sup> (ABAQUS, Library) 요소들로 구성되어진다 [Figs. 2(a) (b)]. 이어 균열선단부와 평판/직판을 연결하는 요소망 그리고 전체 평판/직판의 요소망이 차례대로 생성된다. 이렇게 해서 얻어진 계면 반타원 표면균열 해석을 위한 3차원유한요소 모델은 Figs. 2(c)-(d)와 같고, 약 15000개의 절점들과 3400개의 C3D20R 요소들로 구성된다.

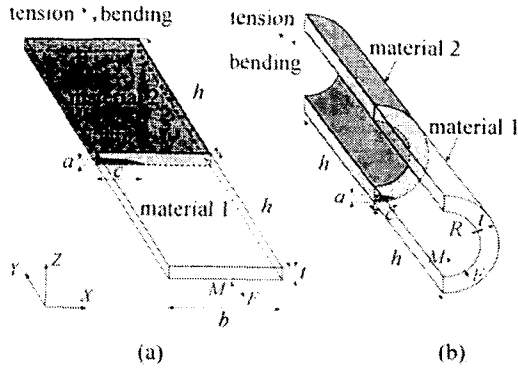


Fig. 1 Schematic diagram of half of elliptical interfacial-cracked bimaterial (a) plate and (b) pipe

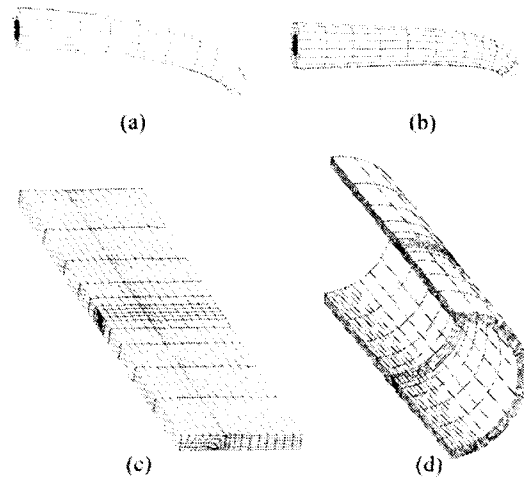


Fig. 2 The 3D mesh near the crack front of (a) plate ( $a/c = 0.6$ ,  $a/c = 0.24$ ), (b) pipe ( $a/c = 0.5$ ,  $a/c = 0.3$ ) and entire 3D mesh of elliptical surface-cracked (c) plate (d) pipe

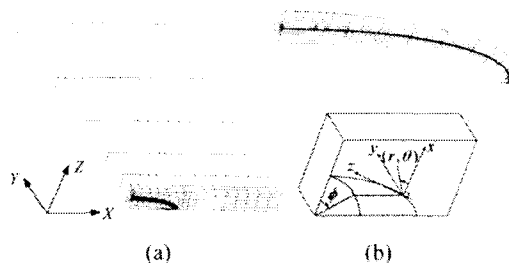


Fig. 3 3-D finite element model of the homogeneous surface cracked plate : (a) the entire 3D mesh and the global coordinate system (X-Y-Z) and (b) zoomed 3D mesh for surface crack-front field, and the local coordinate system (x-y-z)

2.2 T-응력 계산 후처리 프로그램

다양한 하중하에서 2차원 시편의 탄성 T-응력을 계산하기 위한 여러 수치적 방법들이 제안되었다. 본 연구에서는 아래식 (1)을 이용하여 T-응력을 계산하였다.<sup>(7)</sup> T-응력값에 비해 상대적으로 매우 큰 특이응력  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 의 부정확성이 T-응력 계산시 큰 오차를 발생시킨다. 이식을 이를 해결하기 위해 두 특이응력항  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 와  $\sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 가 T-응력 계산시 발생하는 오차를 서로 상쇄시킨다는 점에 착안하고 있다.<sup>(5)</sup>

$$T^i = T(\phi^i, r^i, \theta^i) = [\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i) - \sigma_{yy}(\phi^i, r^i, \theta^i)] - \frac{K_I(\phi^i)}{\sqrt{2\pi r^i}} [f_{xx}(r^i, \theta^i) - f_{yy}(r^i, \theta^i)]$$

여기서  $i$ 는 절점번호이고  $\phi^i$ 와  $(r^i, \theta^i)$ 는 절점좌표로, Fig. 3(b)와 같이  $\phi$ 는 Z-축으로부터의 각위치이고  $(r, \theta)$ 는 균열선단에 수직인 x-y 평면에서 균열선단에 원점을 둔 극좌표계 값들이다. 또  $\sigma_{xx}(\phi^i, r^i, \theta^i)$ 는 탄성해석으로 얻은 절점의 x-방향(균열면 내에서 반타원 경계선에 수직방향) 응력성분이고,  $K_I(\phi^i)$ 는 그에 상응하는 응력확대계수로서 가상균열전전/영역적분 방법<sup>(10)</sup>으로 구한  $J(\phi^i)$ 로부터 계산된다.

“탄성” 유한요소 응력해로부터 식 (1)에 따라 T-응력을 계산하는 후처리 프로그램을 작성하였다. 반타원 표면균열을 갖는 평판에 대해 Nakamura와 Parks<sup>(11)</sup>가 상호적분으로 얻은 T-응력값과 본 후처리 프로그램으로 계산한 T-응력값을 비교해 보았다. 인장 또는 굽힘하중을 받는 평판내의 반타원 표면 균열선단을 따른 T-응력값이, 인장시는 균열자유면 경계근처 제외 영역에서, 굽힘시는 균열중심부 제외 영역에서 모두 5% 미만의 오차내에서 두 방법에 의한 T-응력값들이 서로 잘 일치함을 확인하였다. 상세 비교그림은 이형일과 서현<sup>(7)</sup>의 논문에 나타나 있다. Fig 4는 인장과 굽힘하중하의 평판 및 직관에서 본 프로그램으로 구한 T-응력값들이다 (평판/직관의 기하형상은 3장에 기술). 여기서 작용응력  $\sigma_a$ 는, 평판인 경우, 인장시는 평균응력  $\sigma_a = F/bt$ , 굽힘시는 최대응력  $\sigma_a = 6M/bt^2$ 이며 F와 M은 평판 양단에 작용하는 인장과 굽힘하중이다 [Fig. 1(a)]. 직관에도 평균응력과 최대응력 개념을 적용하였다.

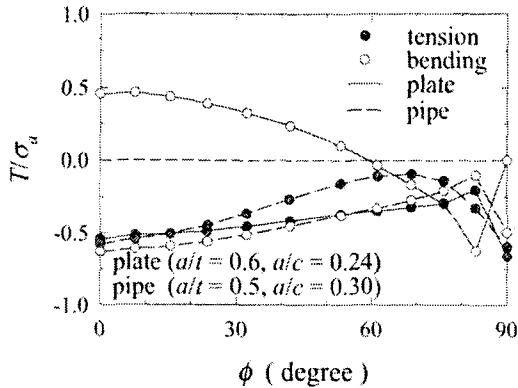


Fig. 4 Normalized  $T$ -stress along the crack front of interface-cracked plate and pipe under remote tension and bending

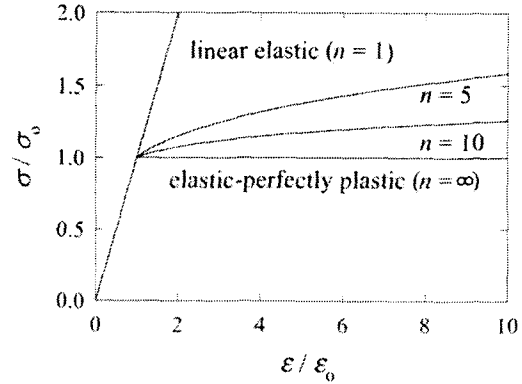


Fig. 5 Rice and Rosengren piecewise power law type hardening materials for various values of hardening exponents  $n$

### 3. 반타원 계면 균열선단 응력장

본 연구에서는 상·하 다른 재료가 접합되고, 접합 경계에 반타원 계면균열이 존재하는 경우를 해석 모델로 선정하였다 (Fig. 1). 균질재와 달리, 이중접합재에서는 시편형상, 하중상태뿐만 아니라 재료물성의 불일치가 균열선단 응력장에 영향을 준다.<sup>18)</sup> 이러한 이해를 바탕으로 본 장에서는 탄성물성치와 항복강도가 같은 경우, 소성물성치중 변형경화지수의 차이가 균열선단 응력장에 미치는 영향을 평판과 직관에 대해 인장과 굽힘의 두 하중조건하에서 살펴보았다. 이 때 영률은 208 GPa, 푸아송비는 0.26, 항복강도는 470 MPa로 하였다. 응력과 변형률 사이의 탄성 및 변형경화 관계식은 다음과 같은 piecewise power law식을 사용한다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_0} & \text{for } \sigma \leq \sigma_0 \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n & \text{for } \sigma > \sigma_0; \quad 1 < n < \infty \end{cases} \quad (2)$$

여기서  $\sigma_0$ 는 항복강도,  $\epsilon_0 = \sigma_0 / E$ 는 항복변형률이고  $n$ 은 변형경화지수이다. Fig. 5는 본 해석에서 사용한  $n = 1$ 인 선형탄성재료,  $n = 5, 10$ 인 변형경화재료,  $n = \infty$ 인 탄성-완전소성 재료에 대한 무차원화된 응력-변형률 곡선들을 나타내고 있다. 재료모델식 (2)를 사용함으로써, 일반적으로 사용되는 Ramberg-Osgood 재료모델과는 달리, 명시적 선형탄성 구간과 그에 따른 동일한 항복응력을

정의할 수 있다. 또한 본 연구가 겨냥하는 변형경화지수만의 불일치를 정확하게 실현할 수 있다.

Fig. 1의 평판과 직관의 균열 하단부 (재료 1)를 탄성-완전소성 재료 ( $n = \infty$ )로 하였다. 그리고 균열 하단부의 탄성-완전소성 재료를 기준으로 균열 상단부 (재료 2)에 각각 변형경화지수 ( $n$ )를 1, 5, 10,  $\infty$ 으로 하여 3종의 변형경화지수 불일치 이중접합재와 1종의 균질재 등 모두 4종류의 유한요소 모델을 형성하였다. 이 4종류의 계면 반타원 균열을 갖는 이중접합재 평판과 직관의 1/2 유한요소모델이 Fig. 2에 나타나 있다. 앞 절에서 기술된 3차원 요소망 자동생성 프로그램을 사용하여 이와 같은 계면결합 구조물들을 유한요소 모델링하였다. 유한요소해석에 사용된 평판의 치수는  $b/t = 8$ ,  $h/t = 16$ ,  $a/t = 0.6$ ,  $a/c = 0.24$ ,  $t = 5\text{mm}$ 이며, 직관의 경우는  $R/t = 6.67$ ,  $h/t = 33.3$ ,  $a/t = 0.5$ ,  $a/c = 0.3$  그리고  $t = 3\text{mm}$ 이다. 앞 Fig. 4의  $T$ -응력들도 동일 형상에서 구한 값들이다.

하중은 각각 인장과 굽힘의 두 경우를 고려한다. Fig. 1에서와 같이 평판/직관 양단에 균열을 여는 방향으로 비균열체 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7배에 해당하는 인장과 굽힘하중을 가하여  $J_2$ -증분이론을 따르는 소변형 “탄소성” 유한요소해석을 수행한다. 균열 상단부에 접합되는 재료2의 변형경화지수 변화가 하단부에 접합된 탄성-완전소성 재료의 균열선단에 미치는 영향을 살펴보고자, 하단부 탄성-완전소성 재료 균열선단에서의 균열열림응력 ( $\sigma_{22}/\sigma_0|_{\theta=0^\circ}$ )과 삼축응력 ( $\sigma_m/\sigma_0|_{\theta=0^\circ}$ )을 구하였다.

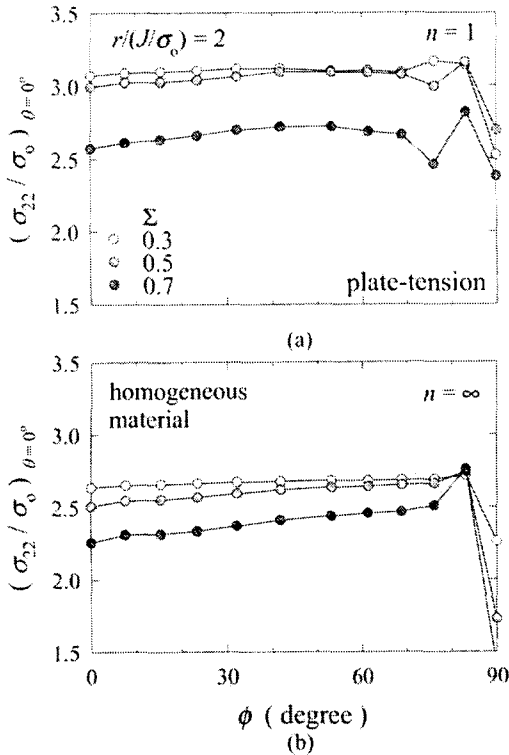


Fig. 6 Normalized crack-tip opening stress along the crack front of plate under remote tension for various load levels [(a)  $n = 1$ , (b)  $n = \infty$ ]

3.1 평판 계면균열에서의 응력상태

이종집합재 평판 양단에 비균열체 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7배에 해당하는 인장과 굽힘하중을 가하여 탄소성 “소변형” 유한요소해석을 수행한 후, 반타원 계면균열선단을 따라서 균열선단으로부터 거리  $r = 2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서 균열열림응력  $(\sigma_{22}/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ})$ 과 삼축응력  $(\sigma_m/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ})$ 을 살펴 보았다. 이 때 하중크기를 나타내는 무차원 변수로  $\Sigma$  (=가해진 하중 / 비균열체의 항복하중)를 도입하였다. 본 연구에서 이후 나타나는 유한요소해들은 탄성-완전소성 재료를 기준으로 하여 상대편에 변형경화가 다른 재료를 집합시켰을 때, 탄성-완전소성 재료에서 조사되었음을 주목할 필요가 있다. 또한 인장과 굽힘하중을 비균열체 항복하중의 0.5배 ( $\Sigma = 0.5$ )로 고정된 상태에서도 위와 같은 값들을 변형경화지수를 변화시키면서 살펴보았다. 여기서 균열선단으로부터 거리  $r = 2J/\sigma_0 \approx 4CTOD$  만큼 떨어진 곳에서 응력상태를 살펴보는 이유는 균열선단에 아주 근접한 부분 ( $r < 4CTOD$ )에서는

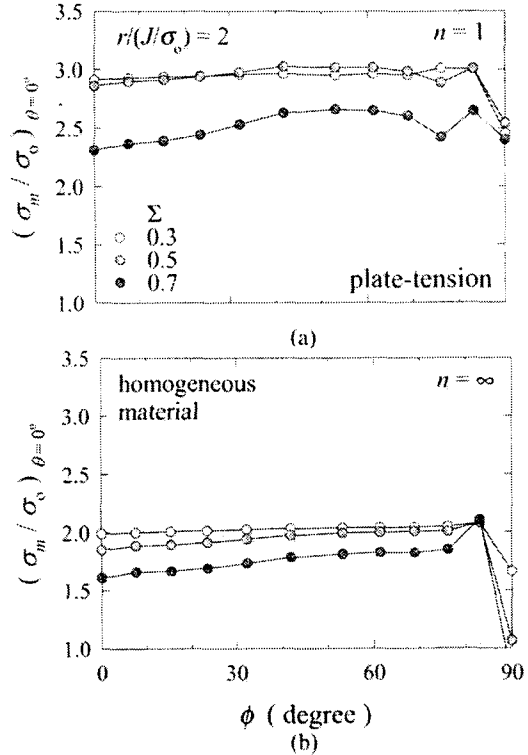


Fig. 7 Normalized hydrostatic stress along the crack front of plate under remote tension for various load levels [(a)  $n = 1$ , (b)  $n = \infty$ ]

연속체역학에 기초한 (소변형) 유한요소해의 유효성이 떨어지기 때문이다.

인장하중의 경우, 작용하는 하중의 크기가 커질수록 균열열림응력과 삼축응력이 감소하는 것을 알 수 있다 (Figs. 6-7). 이러한 현상은 탄성-완전소성 재료를 기준으로 상대편에 선형탄성 재료가 집합되어 있는 가장 극단적인 경우에서와 또 다른 극단인 탄성-완전소성 재료로 이루어진 균질재료 등 모든 변형경화불일치 이종집합재에서 관찰된다. 하중 증가에 따른 응력완화현상은 균열선단에서의 구속 상태를 정량화하는 2차변수  $T$ -응력의 함으로 설명할 수 있다.  $T$ -응력은 탄성 유한요소해석을 통해 얻어지며, 작용응력  $\sigma_0$ 로 무차원화된  $T$ -응력이 Fig. 4에 나타나 있다. Fig. 4에 보이는 것처럼 균열선단 모든 위치에서 음의  $T$ -응력이 탄성-완전소성재료의 응력을 완화시켜주며, 이 때 작용하중이 증가하면  $r (= T/\sigma_0)$ 도 역시 증가되므로 더 큰 응력완화현상이 발생하게 된다. 이와 관련된 보다 상세한 내용은 4.1절에 설명되어 있다. 또 탄성-완전소성 균질재료에서 비균열체 항복하중의 0.3배에 해당하는 하중이

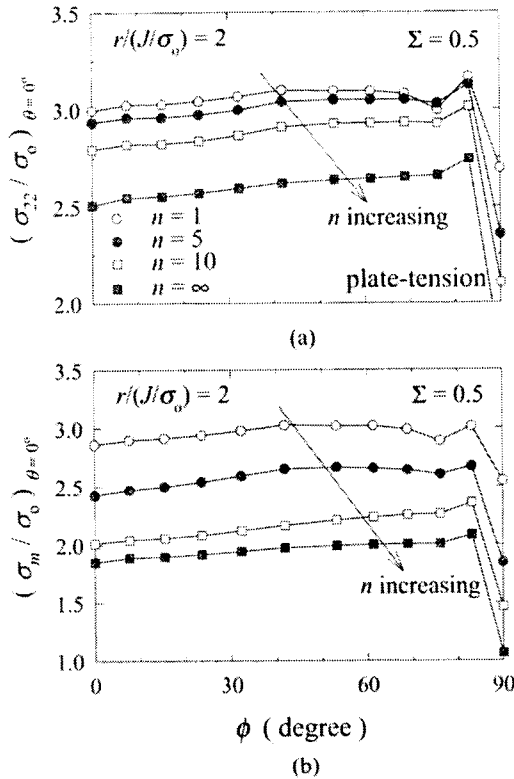


Fig. 8 Normalized stress along the crack front of plate under remote tension for various hardening exponents [(a)  $\sigma_{22}$ , (b)  $\sigma_m$ ]

작용하는 경우, 삼축응력 ( $\sigma_m/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ}$ )은 균열선단 대부분에서 1.92로 거의 일정한 값을 나타낸다. 다른 이종집합체들에서는 균열선단을 따라 삼축응력이 일정하게 유지되는 현상은 동일하나, 그 절대값은 동일하중하의 균질체에 비해서 최대 약 50% 큰 값을 갖는다.  $\Sigma=0.3$  하중하의 균질체가 보이는 삼축응력값  $\sigma_m/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ} = 1.92$ 는 SSY 균질체에서 얻을 수 있는 가장 큰 값인 Prandtl 해 2.39보다 약 20% 작은 값이다. 따라서 비균열체 항복하중의 0.3배가 작용하면, 균열선단에서 이미 SSY의 상태를 벗어나 중간크기의 소성역이 존재하는 것으로 판단된다. 자유면 ( $\phi=90^\circ$ ) 근처에서 삼축응력상태가 약간 증가하는 현상이 발생한다. 이는 균열선단 다른 부분에 비해 자유면 근처에서 음의 T-응력 크기가 상대적으로 감소하므로, 응력완화 현상이 적게 발생하기 때문이다 (Fig. 4). 한편 Fig. 8은 인장하중하에서 하중크기가 비균열체 항복하중의

0.5배 ( $\Sigma=0.5$ )일 때, 상단에 집합되는 재료의 변형경화지수 변화에 따른 하단 탄성-완전소성 재료에서의 균열열림응력과 삼축응력을 보여주고 있다.  $n=1$ 인 선형탄성재료가 집합되는 극단의 변형경화 불일치시 균열열림응력과 삼축응력이 가장 커지고, 또 다른 극단인 탄성-완전소성 균질체에서 가장 작다. 중간 변형경화불일치 이종집합체 ( $n=5, 10$ )의 경우, 균열열림응력과 삼축응력은 양극단 값들 사이에 위치한다. 이로부터 변형경화가 큰 재료가 집합될수록, 탄성-완전소성 재료의 구속상태가 증가함을 알 수 있다.

굽힘하중의 경우, 평판 양단에 작용하는 하중의 크기가 커질수록 탄성-완전소성재료의 균열열림응력 ( $\sigma_{22}/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ}$ )이 증가한다 (Fig. 9). 이 현상은 상반부에 집합되는 재료의 변형경화지수에 상관없이 하반부의 탄성-완전소성 재료에서 항상 관찰된다. 변형경화가 큰 재료가 집합될수록 하중크기에 더욱 민감하게 균열열림응력의 크기가 바뀐다. 하중증가에 따른, 균열열림응력 증가현상은 균열선단에서의 구속상태를 정량화하는 2차 파괴지배변수 T-응력으로 설명될 수 있다. Fig. 4에서 굽힘하중 작용시, 표면 균열중앙 ( $\phi=0^\circ$ )에서 약  $\phi=60^\circ$ 까지 (이는 자유면 근처를 제외한 균열선단의 거의 대부분에 해당함) 무차원화된 T-응력 ( $T/\sigma_n$ )이 양임을 보여준다. 이 양의 T-응력은 구속상태를 강화시킴으로, 작용하중 증가에 따라 균열열림응력이 증가하게 된다. 그리고  $\Sigma=0.3, 0.5, 0.7$ 인 모든 하중에서 균열열림응력이 자유면 근처에서는 감소한다. (Fig. 9). 자유면 근처에서 음의 T-응력에 의한 응력완화가 이를 설명하고 있다 (Fig. 4). 한편 Fig. 10은 굽힘하중하에서 하중크기가 비균열체 항복하중의 0.5배 ( $\Sigma=0.5$ )일 때, 상반부 집합체의 변형경화지수에 따른, 하반부 탄성-완전소성 재료에서의 균열열림응력과 삼축응력을 보여준다. 앞서와 같이  $n=1$ 인 선형탄성재료가 집합되어 있는 극단 변형경화불일치의 경우 균열열림응력과 삼축응력이 가장 크고, 또 다른 극단인 탄성-완전소성 균질체에서 가장 작다. 중간 변형경화 불일치 이종집합체 ( $n=5, 10$ )의 경우, 균열열림응력과 삼축응력은 양극단 값들 사이에 위치한다. 이로부터 변형경화가 큰 재료가 집합될수록, 인장시와 마찬가지로, 탄성-완전소성 재료의 구속상태가 증가함을 알 수 있다.

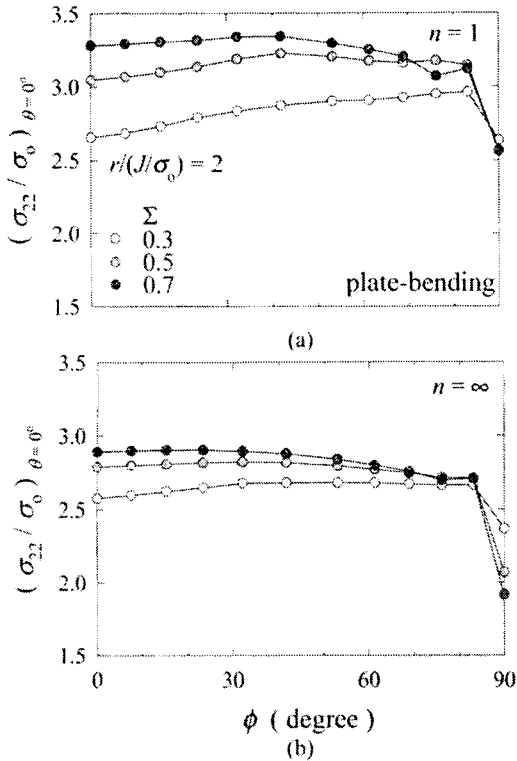


Fig. 9 Normalized crack-tip opening stress along the crack front of plate under remote bending for various load levels [(a)  $n=1$ , (b)  $n=\infty$ ]

3.2 직관 계면균열에서의 응력상태

이종접합재 직관 양단에 비균열체 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7배에 해당하는 인장과 굽힘하중을 가하여 탄소성 "소변형" 유한요소해석을 수행한 후, 반다면 계면균열선단을 따라서 균열선단으로부터 거리  $r=2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서 균열열림응력  $(\sigma_{22}/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ})$ 과 삼축응력  $(\sigma_m/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ})$ 을 살펴 보았다. 또한 인장과 굽힘하중을 비균열체 항복하중의 0.5배 ( $\Sigma=0.5$ )로 고정하고 상반부 재료의 변형경화 지수를 변화시키 가며 같은 작업을 수행하였다.

인장하중의 경우, 작용하중의 크기에 따른 탄소-완전소성 재료 균열선단의 응력상태와 하중크기를  $\Sigma=0.5$ 로 고정하였을 때, 상단접합 재료의 변형경화지수 변화에 따른 탄소-완전소성 재료에서의 균열열림응력과 삼축응력값들이 인장하중하의 평면과 거의 동일하다. 형상은 다르지만, 인장하중하의 평면과 직관은 균열선단을 따라 거의 동일한 T-응력

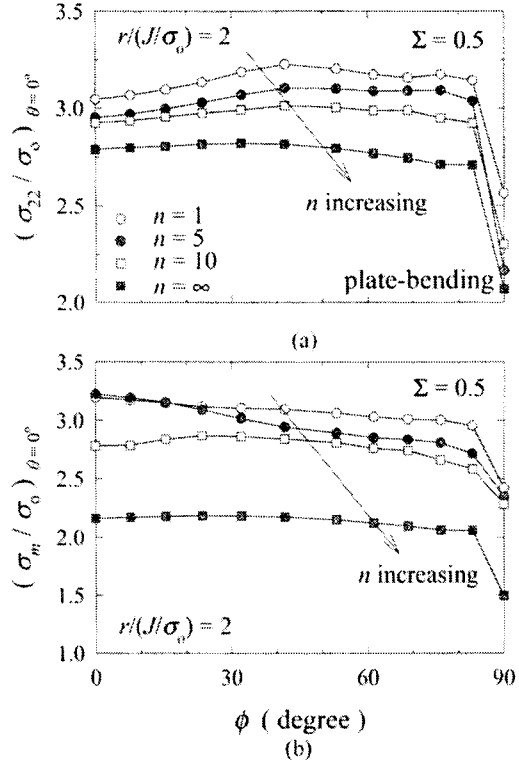


Fig. 10 Normalized stress along the crack front of plate under remote bending for various hardening exponents [(a)  $\sigma_{22}$ , (b)  $\sigma_m$ ]

분포를 갖는다 (Fig. 4). 이는 균열면에 수직 방향으로 고른 힘을 가하는 인장하중의 특성상 이렇 구조형상의 차이는 균열선단 응력장의 변화를 거의 야기할 수 없기 때문이다. 계면균열선단 응력장이 인장하의 평면과 거의 동일하므로, 인장시 직관에서 균열선단 응력값들은 본 논문에서 생략하였다.

굽힘하중의 경우, 직관 양단에 작용하는 하중의 크기가 커질수록 탄소-완전소성 재료에서의 균열열림응력  $(\sigma_{22}/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ})$ 이 감소한다 (Fig. 11). 이와 같이 인장하중하의 직관과는 유사하고, 굽힘하중하의 평면과는 매우 상이한 결과는 직관 고유의 (굽힘변형에 대한) 강성에서 오는 것으로 판단되며 상반부 접합재료의 변형경화지수에 상관없이 하반부의 탄소-완전소성 재료에서 항상 관찰된다. 변형경화가 큰 재료가 접합될수록 하중크기에 더욱 민감하게 균열열림응력의 크기가 바뀐다. 하중증가에 따른, 균열열림응력 완화현상은, Fig. 4에서 볼 수 있듯이, 균열선단 모든 위치에서 발생하는 음의 T-응력이

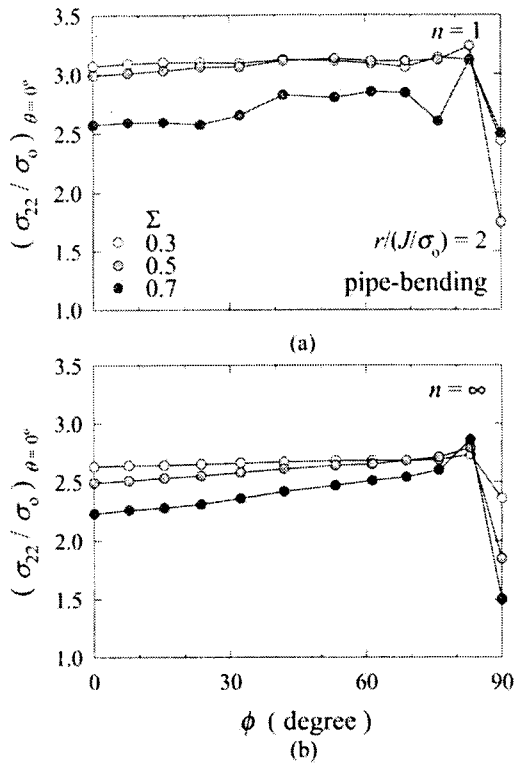


Fig. 11 Normalized crack-tip opening stress along the crack front of pipe under remote bending for various load levels [(a)  $n=1$ , (b)  $n=\infty$ ]

작용하중이 커질수록 그 절대값이 증가되며, 이로 인해 무차원화된  $\tau (= T/\sigma_0)$  역시 그 절대값이 증가하여 탄성-완전소성재료의 구속상태를 점점 완화시켜주기 때문이다. 동일 굽힘하중상태에서도 직관이 평관과 정반대의 현상을 보이는 이유는, 평관에서는 균열선단의 T-응력값이 양이어서 구속상태를 약간 상승시키는 반면, 직관에서는 T-응력값이 음이어서 균열선단 구속상태를 완화시켜주기 때문이다. 한편 Fig. 12는 굽힘하중하에서 하중의 크기가 비균열체 항복하중의 0.5배 ( $\Sigma=0.5$ )일 때, 상반부 집합체의 변형경화지수에 따른, 하반부 탄성-완전소성 재료에서의 균열열림응력과 삼축응력을 보여준다. 탄성-완전소성재료에 변형경화성이 큰 재료가 집합될수록 탄성-완전소성재료의 응력값은 증가하게 된다. 따라서 인장하중에서와 마찬가지로 굽힘하중에서도 변형경화불일치 정도가 심할수록 탄성-완전소성 재료의 구속상태가 증가하게 된다.

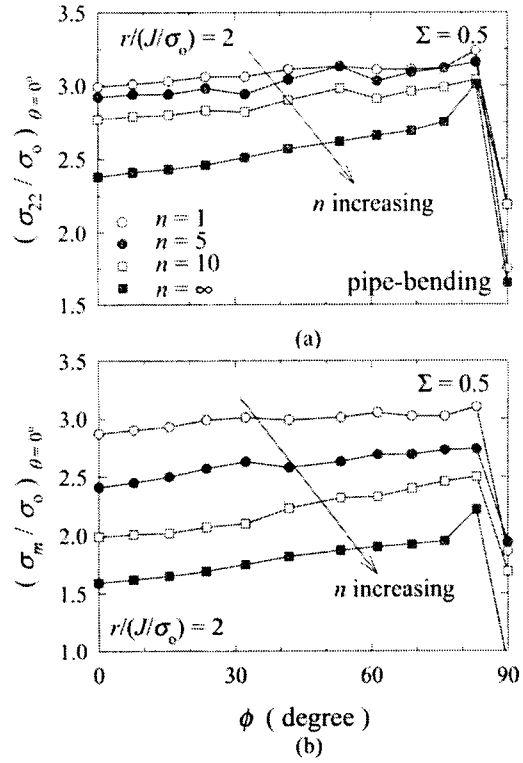


Fig. 12 Normalized stress along the crack front of pipe under remote bending for various hardening exponents [(a)  $\sigma_{22}$ , (b)  $\sigma_m$ ]

#### 4. J-T에 의한 계면균열선단 응력 기술

##### 4.1 계면균열에서의 응력에측식

수정된 경계층법 (MBL)을 이용하여 계산된,<sup>(8)</sup> 계면균열선단으로부터 거리  $r = 2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서  $\tau (= T/\sigma_0)$  변화에 따른 평면변형을 삼축 응력값  $(\sigma_m/\sigma_0 |_{\theta=0^\circ})$  이 Fig. 13에 나타나 있다. 각각의 경우는 탄성-완전소성 재료의 상대편에 변형경화가 다른 재료를 집합시켰을 때, 탄성-완전소성 재료에서의 삼축응력상태를 나타내고 있다.  $n=1$ 은 선형탄성 재료가 집합되어 있는 극단적 변형경화 불일치의 경우이고,  $n=\infty$ 는 또 다른 극단인 탄성-완전소성 재료로 이루어진 균질재료의 경우이다. 여기서 두 가지 점을 주목할 수 있다. 첫째는, 이중 집합체의 경우도 균질재료와 마찬가지로  $r$ 가 균열선단 구속상태에 상당한 영향을 준다는 것이다. 둘째는 이중집합체가 균질체보다 더 큰 구속상태를 갖는다는 것이다.



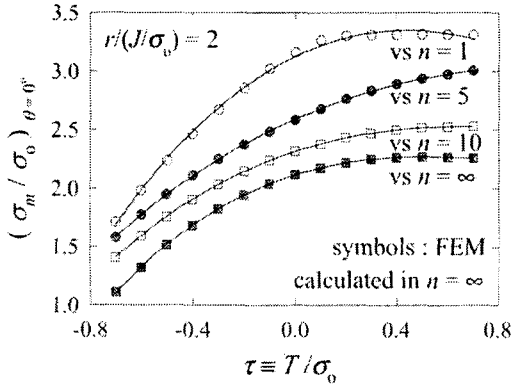


Fig. 13 Normalized interfacial hydrostatic stresses obtained from Equation (3) and FEM for various values of normalized  $T$ -stress and plastic hardening mismatch

이종접합체의 삼축응력상태는 균질재료의 삼축응력상태보다 약 40에서 50%까지 크다. 이렇게 높은 삼축응력상태는 명확히 변형경화불일치에 의한 것이다. 중간 변형경화불일치 이종접합체 ( $n=5, 10$ )의 경우, 양극단 값들 사이에 위치하는 구속상태를 갖게 된다. 따라서 일반적인 변형경화지수에 대해서는 Fig. 13의 곡선들을 내삽하는 보간식을 통해 탄성  $T$ -응력에 따른 탄성-완전소성재료내의 균열선단 응력장을 정확히 예측할 수 있다.<sup>(6)</sup> 여기서  $\tau = T/\sigma_0$ ,  $T$  = 탄성  $T$ -응력,  $\sigma_0$  = 항복강도이다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right)_{\theta=0^\circ} = A_n + B_n \tau + C_n \tau^2 + D_n \tau^3; \quad -0.7 \leq \tau \leq 0.7$$

$$\begin{cases} A_n = 2.11 + 1.50/n + 5.69/n^2 - 6.18/n^3 \\ B_n = 0.68 - 1.07/n - 15.1/n^2 - 13.6/n^3 \\ C_n = -0.88 + 2.14/n - 4.07/n^2 + 1.49/n^3 \\ D_n = 0.29 - 1.11/n - 1.46/n^2 - 0.45/n^3 \end{cases} \quad (3)$$

$T$ -응력을 이용하여 식 (3)을 통해 예측된 응력값들과 실제 3차원 연속체 유한요소해석에서 얻은 탄소성 응력값을 비교함으로써  $J$ - $T$  접근방법의 유효성을 검증하였다. 앞 절과 같은 반타원 계면균열, 기하형상을 갖는 변형경화불일치 이종접합체 평판과 직판 (Fig. 1)에 대해 유한요소해석을 하였다. 인장과 굽힘의 하중조건에서 각각 비균열체 항복하중의 0.3, 0.5, 0.7 배의 세 가지 하중크기를 선정한다. 작용하중 ( $\Sigma$ )의 크기는 비균열체를 기준으로 표현하였기 때문에, 주어진 균열체의 균열평면에

실제 작용하는 하중은 표현된 작용하중보다 약 1.2배 정도 큰 값을 갖게 된다.

4.2  $J$ - $T$  접근방법의 유효성

Figs. 14-16은 평판과 직판에 대해, 균열선단으로부터 거리  $r=2J/\sigma_0$  만큼 떨어진 위치에서, 유한요소 해석으로부터 직접 얻은 탄성-완전소성 재료1에서의 삼축응력값들과 식 (3)으로 예측되는 삼축응력값들의 비를 나타낸다. 여기서 균열 상단부에 집합되는 재료2의 변형경화지수들은  $n=1, 5, 10, \infty$ 이다. 인장하중을 받는 평판과 직판은 이미 앞 절에서 설명한 바와 같이  $T$ -응력값과 유한요소해석으로 구한 균열선단 응력장 모두 거의 동일하다. 따라서 탄성-완전소성 재료1에 작용하는 삼축응력값들의 비 또한 서로 유사하다. 내용중복을 피하기 위해 인장하 직판의 삼축응력값들 비는 본 논문에서 포함하지 않았다. 예측식에 사용된  $T$ -응력은 탄소성 해석식과 같은 유한요소모델에 대해  $\Sigma=0.3, 0.5, 0.7$ 의 인장 및 굽힘하중을 가한 "탄성" 유한요소해석으로 얻은 값들이다. 탄성-완전소성 재료1의 균열선단에 작용하는 삼축응력값들과 식 (3)에 의해 예측된 삼축응력값들의 비를 살펴보면 평판-인장과 직판-굽힘은 거의 같은 양상을 보이는 반면, 평판-굽힘은 다른 거동을 보이는 것을 알 수 있다. 평판-인장과 직판-굽힘은 반타원 계면균열선단을 따라 비슷한 음의  $T$ -응력 분포를 보이지만, 평판-굽힘은 반대로 양의  $T$ -응력을 보인다. 즉 계면균열선단의 구속상태가 상이함이 응력차이의 원인이다.

Figs. 14와 16에서 다음과 같은 점들을 주목할 수 있다. 삼축응력 예측식은 평면변형률 조건하에서 유도되었으나, 자유면 경계근처 ( $\phi=90^\circ$ ) 균열선단은 평면변형률조건을 충족시키지 못한다. 그리고 자유면 경계근처에서는 복잡한 3차원적 형상으로 인해 3차원 유한요소해석을 통해 얻은 탄소성 응력값과 탄성  $T$ -응력의 정확성도 떨어진다. 그러므로  $\phi > 83^\circ$ 인 영역의 삼축응력값들 비는 결과에 포함시키지 않았다. 하지만 균열폭과 깊이의 비 ( $a/c < 0.3$ )가 작기 때문에  $83^\circ < \phi < 90^\circ$ 는 매우 제한된 균열선단영역에 해당함을 이해할 필요가 있다. 대부분의 경우 하중크기나 탄성-완전소성재료 상단에 집합된 재료의 변형경화지수에 관계없이, 삼축응력값들의 비는 약 10% 미만으로 잘 일치하는 것을 확인할

수 있다. 또한 탄성-완전소성 균질재일 경우, 하중 크기에 무관하게 약 4% 미만의 오차율을 보인다. 하중이 증가할수록 삼축응력값들의 비는 점점 작아지는 경향으로 보이며, 비균열체 항복하중의 0.7배 ( $\Sigma = 0.7$ )로 하중이 증가하면, 예측식의 정확도는 많이 떨어진다. 그러나 대부분의 경우 예측식은 10% 미만의 오차를 나타내고, 저하중시 더욱 정확하다. 예외적으로 탄성-완전소성재료에 변형경화지수  $n = 10$ 인 재료가 집합된 경우, 비균열체 항복하중의 0.3배의 저하중 작용시 오차율이 약 12%가 된다. 이렇게 유일하게 큰 오차원인으로 탄소성 유한요소해석에 사용된 요소의 크기를 생각해 볼 수 있다. 탄성-완전소성재료에 변형경화지수  $n = 10$ 인 재료가 집합된 이중집합재의 경우 구속상태가 가장 낮고, 균열선단을 따라 J-적분값은 상대적으로 작아,  $r = 2J/\sigma_0$  ( $\approx 4CTOD$ )인 위치는 균열선단에 매우 근접한 영역이 된다. 심지어 비균열체 항복하중의 0.3배의 하중 작용시는 균열선단에서 가장 가까운 요소의 크기보다 4CTOD의 거리가 짧아진다. 균열선단에 가까운 요소에서는 수치해석의 결과가 부정확하고, 구속상태가 급격하게 변화하므로 절점 응력값들의 편차가 매우 심하다. 따라서 절점에서의 응력값들을 내삽하여 구한 삼축응력값들의 신뢰성이 떨어진다. 이러한 이유로 유한요소해석으로부터 직접 얻은 삼축응력값들과 식 (3)으로 예측된 삼축응력값들은 큰 차이를 보이게 된다. 균열선단 반경 방향으로 놓인 요소들을 더욱 세밀화한다면, 유한요소해석에서 얻은 삼축응력값들의 신뢰성을 향상시켜 오차율을 줄일 수 있을 것이다.

다음으로 균질하중시 평판의 균열선단에서 삼축응력값들의 비를 살펴보았다. (Fig 15). 대부분의 경우 하중크기나 탄성-완전소성재료에 집합된 재료의 변형경화지수에 관계없이, 삼축응력값들의 비는 약 10% 미만으로 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 하지만 비균열체 항복하중의 0.3배의 하중이 작용하는 탄성-완전소성 균질재의 경우,  $\phi < 35^\circ$ 인 영역에서 예측식에 의한 삼축응력값이 유한요소해석에서 직접 얻은 삼축응력값보다 약 12% 정도 크다. 이렇게 예외적으로 큰 오차율은 위에 언급된 바와 같이 균열선단에서 반경방향으로 놓인 요소들을 더욱 세밀화함으로써 줄일 수 있을 것이다.

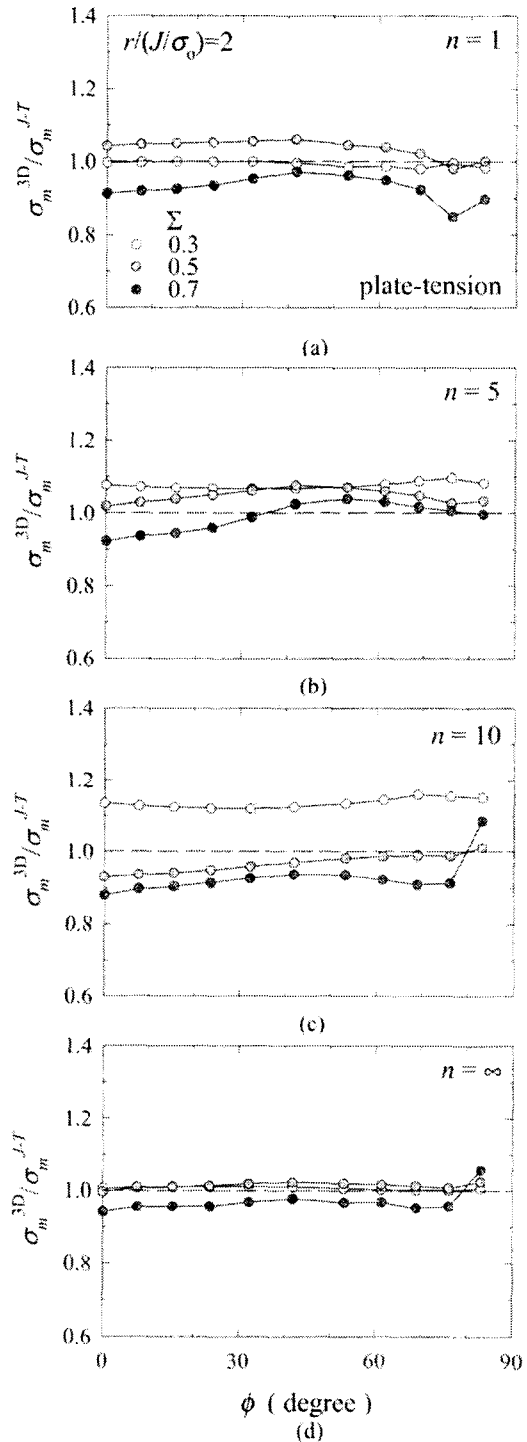


Fig. 14 Hydrostatic stress normalized by J-T solution of plate under remote tension for various plastic hardening exponents

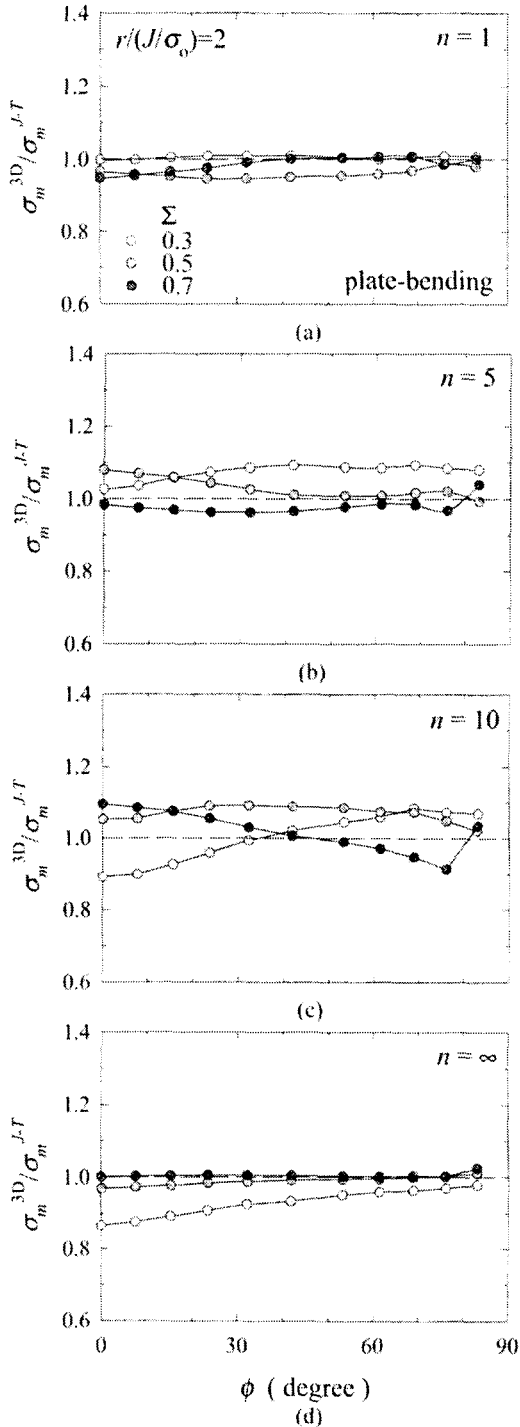


Fig. 15 Hydrostatic stress normalized by *J-T* solution of plate under remote bending for various plastic hardening exponents

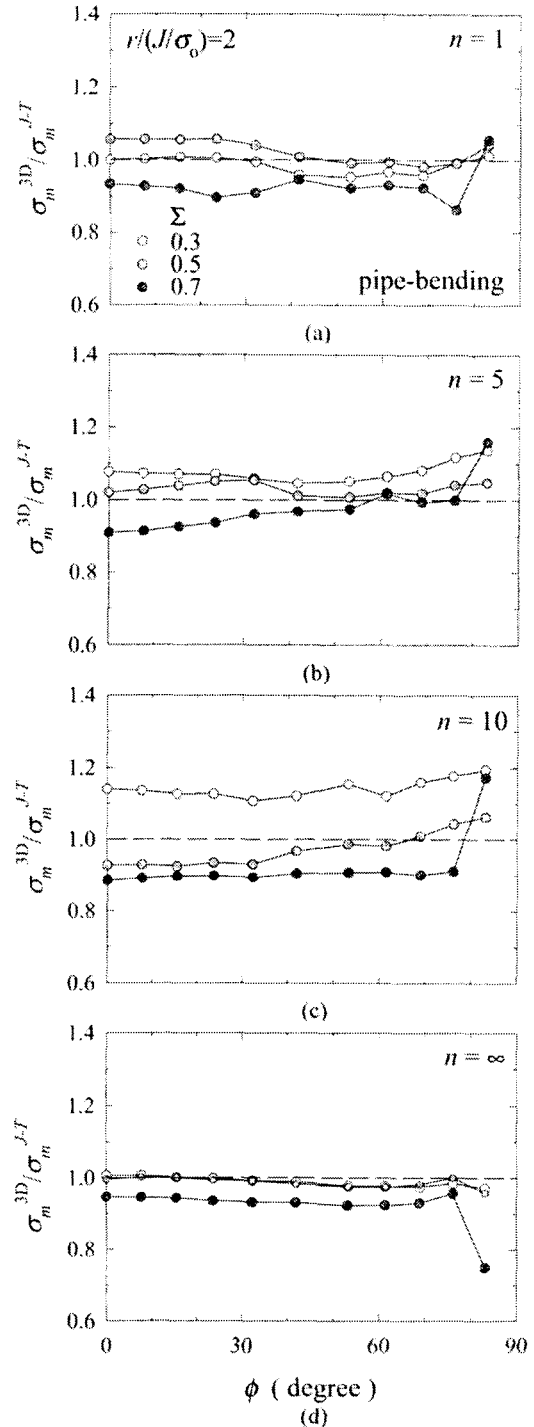


Fig. 16 Hydrostatic stress normalized by *J-T* solution of pipe under remote bending for various plastic hardening exponents

5. 결 론

본 연구에서는 먼저 반타원 계면균열을 갖는 평판과 직관에 대한 3차원 요소망 자동생성 프로그램과  $T$ -응력계산 후처리 프로그램을 작성하였다. 이러한 3차원 균열해석 프로그램들을 이용한 평판 ( $a/t = 0.6$ ,  $a/c = 0.24$ )과 직관 ( $a/t = 0.5$ ,  $a/c = 0.3$ )의 유한 요소해들로부터 다음 사항들을 도출할 수 있다.

(1) 변형경화 불입지 이중집합재에서 인장하중이 작용하는 평판과 직관, 굽힘하중이 작용하는 직관은 작용하중이 증가될수록 균열선단에서의 구속상태는 완화되고, 굽힘하중이 작용하는 평판은 작용하중의 크기가 커지면, 본 해석모델들의 경우, 균열열립 응력이 증가한다.

(2) 이중집합재 평판과 직관에서 탄성-완전소성 재료를 기준으로 변형경화상이 큰 재료가 집합될수록, 균열선단에서의 구속상태는 증가된다.

(3) 굽힘하중하의 직관은 인장하중하의 직관과 유사한 반면, 굽힘하중하의 평판과는 매우 상이한 거동을 보이는데, 이는 직관 고유의 (굽힘변형에 대한) 강성에 기인한다.

(4) 2차변수  $T$ -응력의 항으로 표현되는 응력장 [식 (3)]을 사용하면, 1차변수  $J$ -적분값만 사용할 때와는 달리, 삼축응력은 약 10% 오차내에서 정확히 예측된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 98 핵심전문연구 (KOSEF 981-1004-028-2) 지원에 의해 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Larsson, S. G. and Carlsson, A. J., 1973, "Influence of Non-singular Stress Terms and Specimen Geometry on Small-scale Yielding at Crack Tips in Elastic-plastic Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 21, pp. 263-277.

(2) Williams, M. L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp. 111-114.

(3) Rice, J. R., 1974, "Limitations to the Small-scale Yielding Approximation for Crack-tip Plasticity," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 22, pp. 17-26.

(4) Betegon, C. and Hancock, J. W., 1991, "Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 104-110.

(5) Wang, Y. Y., 1991, *A Two-parameter Characterization of Elastic-plastic Crack Tip Fields and Applications to Cleavage Fracture*, Chapters 1-4, Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology.

(6) Lee, H. and Parks, D. M., 1995, Enhanced Elastic-Plastic Line-Spring Finite Element," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, pp. 2393-2418.

(7) Lee, H. and Seo, H., 2000, "The 3D Surface Crack-front Constraints in Welded Joints," *KSME Transactions (A)*, Vol. 24, No. 1, pp. 144-155.

(8) Lee, H., Ham, H. J. and Kim, Y.-J., 1999, "MBL Based Investigations of Interfacial Crack-tip Constraints and  $J$ -integrals in Plastically Hardening Bimaterials," *KSME Transactions*, Vol. 23, No. 9, pp. 1525-1535.

(9) ABAQUS *User's Manual*, 1998, Version 5.8, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.

(10) Shih, C. F., Moran, B. and Nakamura, T., 1986, "Energy Release Rate along a Three-dimensional Crack Front in a Thermo-mechanical Field," *International Journal of Fracture*, Vol. 30, pp. 79-102.

(11) Nakamura, T. and Parks, D. M., 1992, "Three-dimensional Stress Field Near the Crack Front of a Thin Elastic Plate," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 805-813.