튜링의 다리와 비트겐슈타인의 수학철학[1)2)]

박정일(세종대, 연세철학연구소 연구원)

【요약문】 모순에 대한 비트겐슈타인의 견해는 매우 특이할 뿐만 아니라 여러 논란을 불러일으키기에 충분하다. 예컨대 그에 따르면 모순이 수학체계에 존재한다 해도 해로울 것이 전혀 없다. 튜링은 이러한 비트겐슈타인의 견해에 대해서, 만일 수학체계에 모순이 있다면, "그 적용의 경우에 다리가 붕괴될 수도 있다"고 공격한다. 반면에 비트겐슈타인은 "모순 때문에 다리가 붕괴될 수도 있다고 말하는 것은 아주 옳은 소리로 들리지 않는다"라고 응수한다. 과연 유모순적인 계산체계로 건설된 다리는 무너질 것인가? 이 물음을 "튜링의 물음"이라고 부르고, 유모순적인 계산체계로 건설된 다리를 간단히 "튜링의 다리"라고 부르기로 하자. 이 글에서는 바로 이 튜링의 물음에 직접 대답하기 위해서 4 개의 입론이 제시되고 있다. 우리는 이러한 입론을 토대로 해서 튜링의 물음에 대해 대답할 수 있고, 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁을 조명할 수 있으며, 비트겐슈타인의 수학철학의 핵심적인 측면을 살펴볼 수 있다.

【주요어】 모순, 적용, 튜링의 다리, 튜링의 물음, 실천으로서의 수학

1. 들어가는 말

많은 학자들은 모순에 대한 비트겐슈타인의 생각이 매우 특이하다고 간주한다. 그도 그럴 것이 비트겐슈타인의 생각은 정설적인 견해라고 불릴만한 것과 여러 측면에서 상충하기 때문이다. 단적으로, 비트겐슈타인에 따르면 **숨겨진 모순**은 그것이 숨겨진 한에서 전혀 해로울 것이 없다. 또 어떤 모순이 수학이나 논리학에서 발견되어도 이는 그다지 심각한 문제가 아니다(LFM, p.219). 더구나 사람들은 모순으로 논리학이나 수학을 할 수도 있을 것이다(LFM, pp.188-190, p.214). 그리하여 소위 **수학의 위기**는 존재한 적도 없다(RFM, V, 13). 대부분의 학자들은 그저 모순의 역할을 잘못 이해하고 있을 뿐이다.

이러한 비트겐슈타인의 견해는 분명하게도 여러 논란을 불러일으킬 만하다.

---

1) 이 논문은 2000년 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음.(KRF-2000-037-BA0072)

2) 이 논문은 2001년 제14회 한국철학자대회에서 발표된 졸고 「튜링의 다리는 무너질 것인가?」(『생명공학시대의 철학적 성찰: 제14회 한국철학자대회보(1)』 321-340쪽)를 다소 수정 보완한 것이다. 이 자리를 빌려, 발표 당시 논평을 해주신 이승종 선생님께 감사드린다. 또한 이 논문이 쓰이는 과정에서 토론에 응해준 권병진, 김영, 선우환, 이병덕 선생님, 그리고 익명의 심사위원 두 분께도 깊이 감사드린다.

실제로 튜링은 비트겐슈타인의 『수학의 기초에 관한 강의』(LFM)에서 이러한 비트겐슈타인의 견해를 공격한다. 즉, 모순이 수학체계에 존재한다 해도 해로울 것이 없다는 비트겐슈타인의 견해에 대해서, 튜링은 만일 수학체계에 모순이 있다면, "그 적용의 경우에 다리가 붕괴될 수도 있다"(LFM, p.211)고 공격한다. 요컨대, 유모순적인(inconsistent) 계산체계로 건설된 다리는 붕괴될 수 있으므로, 모순이 계산체계에 존재한다면 바로 그 점에서 해롭다는 것이다. 반면에 비트겐슈타인은 "모순 때문에 다리가 붕괴될 수도 있다고 말하는 것은 아주 옳은 소리로 들리지 않는다"(LFM, p.211)라고 응수한다.

과연 유모순적인 계산체계로 건설된 다리는 무너질 것인가? 우리는 이러한 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁을 어떻게 바라보아야 하는가? 나는 이 글에서 바로 이 물음에 대해서 논의하고자 한다. 이를 위해서 이 논쟁에서 문제가 되고 있는, **유모순적인 계산체계로 건설된 다리**를 간단히 "**튜링의 다리**"라고 부르기로 하자. 또한 튜링과 비트겐슈타인의 쟁점은 간략하게 "튜링의 다리는 무너질 것인가?"라는 물음으로 요약될 수 있는데, 이제 이 물음을 간단히 "**튜링의 물음**"이라고 부르기로 하자.

그러나 저 튜링의 물음은 그저 소박한 형태로 제시되고 규정된 것에 불과하다. 그 물음을 효과적으로 다루기 위해서 우리는 그 핵심적인 내용을 파악하고 새롭게 규정하여 그 세련된 형태를 추려내는 것이 필요하다.(2절) 그 다음에 나는 이 물음에 **직접** 대답하기 위해서 4 개의 입론을 제시하고자 한다. 이 입론들은 각각 튜링의 물음의 근원적 성격(3절), 모순의 적용(4절), 수학과 적용의 관계(5절), 그리고 수학적 적용의 성격(6절)에 관한 것이다. 이러한 입론을 토대로 해서 우리는 튜링의 물음에 대해 대답할 수 있고, 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁을 조명할 수 있으며(7절), 비트겐슈타인의 수학철학의 핵심적인 측면을 살펴볼 수 있다.[3)]

2. 튜링의 물음

이 절에서 나는 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁에서 쟁점이 되고 있는 튜링의 물음의 핵심적인 내용을 추려내고자 한다. 먼저 튜링의 물음의 가장 소박한 형태를

3) 필자는 이 글에서 제시된 4 개의 입론이 비트겐슈타인의 주된 견해이거나 아니라면 결국 그가 취하게 될 견해라고 생각한다. **만일 그렇지 않은 부분이 있다면** 이는 필자의 고유한 생각일 뿐이며 그 전적인 책임은 필자에게 있음을 밝혀둔다.

살펴보자.

(1) 튜링의 다리는 무너질 것인가?
(즉, 유모순적인 계산체계로 건설된 다리는 무너질 것인가?)

이 물음에 대한 한 가지 사소한 대답은 "그렇다"이다. 왜냐하면 어떤 다리든 결국에 가서는 무너지거나 파괴될 것이라고 생각하는 것은 당연하기 때문이다. 튜링의 다리이건 무모순적인(consistent) 계산체계로 건설된 다리이건 충분한 기간이 지나면 무너질 것이다. 따라서 문자 그대로 파악한다면 물음 (1)은 아주 사소한 물음처럼 보인다. 따라서 그 사소성을 제거하고자 한다면 우리는 물음 (1)을 다음과 같이 변형해야 할 것이다:

(2) 가까운 장래에 우리의 예상과는 달리 튜링의 다리는 무너질 것인가?

정상적인 경우에 무모순적인 계산체계로 건설된 다리는 대부분 우리의 예상을 빗겨나가지 않는다. 그러나 그렇다하더라도 예컨대 성수대교와 같이 그러한 어떤 다리는 무너진다. 즉 무모순적인 계산체계로 건설된 다리라고 해서 우리의 예상과 항상 부합하는 것은 아니다. 그렇다면 왜 그러한 다리는 무모순적인 계산체계로 건설되었음에도 불구하고 무너지는가? 여기에는 많은 원인이 가능할 것이다. 예컨대, 잘못 계산했다는 것, 또는 자연과학 법칙이 잘못되었다는 것, 또는 어떤 사회적 비리가 있었다는 것(또는 설계도면과 다르게 시공하게 하는 어떤 사회적 요인이 있었다는 것), 기타 등등(예컨대 천재지변).[4]

그렇다면 튜링의 다리의 경우는 어떠할까? 잘못 계산하거나 자연법칙이 잘못되거나 사회적 비리가 있다면 튜링의 다리 또한 맥없이 무너지지 않을 것인가? 따라서 물음 (2) 또한 충분히 명료한 물음이라고 할 수 없다.[5] 따라서 이제 우리는 물음 (2)를 다음과 같이 변형해야 한다:

(3) 다른 요소들이 정상적이고 적절하다면, 가까운 장래에 우리의 예상과는 달리 튜링의 다리는 무너질 것인가?

---

4) 비트겐슈타인은 이러한 원인으로서 잘못 계산하기와 부적절한 자연법칙만을 제시하고 있다. 참조: LFM, p.211.

5) 비트겐슈타인 또한 바로 이 점, 즉 무모순적이건 유모순적이건 그러한 계산체계로 건설된 다리는 모두 무너질 수 있다는 점을 지적하고 있다. 참조: LFM, p.219.

요컨대, 잘못 계산하지도 않았고, 자연과학 법칙도 잘못 되지 않았고(또는 적절하고), 어떤 사회적인 비리도 존재하지 않았으며, 그 외 다른 요소가 정상적일 때(예컨대, 지진과 같은 천재지변이 일어나지 않았을 때), 튜링의 다리가 예기치 않게 무너질 것이냐 하는 점이 문제다. 그 대답은 "그렇기도 하고 그렇지 않기도 하다"이다. 즉, 무너질 가능성과 무너지지 않을 가능성의 정도는 동일하다. 왜냐하면 모순적인 명제를 통해서 다리의 상판의 하중을 교각의 철근의 강도보다 더 무겁게 계산하는 일이 가능하다면, 거꾸로 더 가볍게 계산하는 것이 항상 가능하기 때문이다. 즉, 항상 우리는 그 수치들을 서로 바꾸어 부여하는 경우를 상상할 수 있는 것이다.[6] 따라서 물음 (3) 또한 사소한 물음에 불과하며, 최종적으로 우리는 다음과 같이 변형해야 한다:

(4) 다른 요소가 적절하고 정상적일 때 예기치 않게 튜링의 다리가 무너진다면 그 원인은 전적으로 그 체계가 유모순이라는 바로 그 점에 있는가?

요컨대, 튜링의 다리가 건설되고 무너지는 경우, 다른 요소가 적절하고 정상적이라면, 계산체계가 유모순이라는 사실이 그 붕괴 사건의 원인이라고 말해야 하느냐 하는 점이 문제인 것이다. 튜링은 바로 이 점을 주장하고 있으며, 비트겐슈타인은 그 점을 부정하고 있다.

3. 제 1 입론: 튜링의 물음은 비정상적인 물음이다

우리는 앞 절에서 튜링의 물음이 다양하게 변형될 수 있다는 것과 또 그에 따라 더 정확한 대답이 강구될 수 있다는 것을 보았다. 그러나 그렇다하더라도 여전히 우리는 그 물음에 대해서 직접적으로 대답할 수 없다. 사실상 이제 우리는 그 물음의 근원적인 성격을 규명해야만 하는 지점에 이른 것이다. 나는 튜링의 물음이 지니는 근원적인 성격을 단적으로 "비정상적인 물음"이라는 말로 표현하고자 하는데, 이를 위해서는 물음 일반에 대한 논의가 선행되어야 한다.

---

6) 이 점은 계산을 잘못 하는 경우와 자연과학 법칙이 적절하지 않은 경우, 그리고 사회적 비리가 있는 경우에도 마찬가지이다. 또한 이 점에 관해서 비트겐슈타인은 다리를 건설하기 위해 주사위를 던져서 계산한다 하더라도 다리가 결코 무너지지 않을 수도 있다고 말하고 있다.(LFM, p.218)

우리는 물음들을 규범적 형식에 준거하여 다음의 두 가지로 구분할 수 있다: 물음 중에는 "25 × 36 = ?"과 같이, 어떤 대답의 방법이나 알고리듬에 따라 대답 가능한 것이 있고, "화성에서는 몇 시인가?"와 같이 그 대답의 방법이나 알고리듬이 존재하지 않아서 그 물음을 변형시키지 않고서는 대답 불가능한 물음이 있다(물론, 여기에서 그 대답의 방법이나 알고리듬에는 그 물음에 대한 변형 절차가 포함되지 않는다). 나는 전자의 종류의 물음을 어떤 언어놀이나 체계에서의 **정상적인 물음**이라고 부르겠으며, 후자의 종류의 물음을 어떤 언어놀이나 체계에서의 **비정상적인 물음**이라고 부르겠다.

가령 "우리는 세계의 끝에 갈 수 있는가?"라는 비정상적인 물음에 대해서 생각해 보자. 그것은 비정상적인 물음인 한에서 그 물음을 변형시키지 않고서는 대답가능하지 않다. 또한 어떻게 변형되느냐에 따라 긍정적으로도(예컨대 '세상의 끝'을 히말라야 산의 정상으로 해석하는 경우), 부정적으로도(예컨대 '세상의 끝'을 은하계의 외부의 어느 지점으로 해석하는 경우) 대답될 수 있다. 우리는 그러한 변형의 과정을 "**정상화 과정**"이라고 부를 수 있다.

정상적 물음과 비정상적 물음의 구분은 몇몇 철학자에 의해 유사하게 시도되거나 암시되었던 것이다. 나는 이 구분을 가장 날카롭게 인식하고 있었던 철학자는 비트겐슈타인이라고 생각한다. 예컨대,

> 물음은--나는 이렇게 말하고 싶은데--**그 물음이 결정가능하게 될 때 그 위상이 바뀐다**. 왜냐하면 그렇게 되면 거기에 있지 않았던 어떤 연관이 만들어지기 때문이다.(RFM, IV, 9, 고딕체는 필자)

위의 인용을 정상-비정상적 물음이라는 구분에 의거해서 읽어보면 이렇다: 즉 어떤 물음은 어떤 체계나 언어놀이에서 결정가능하지 않으면 비정상적인 물음이고, 결정가능하게 될 때 정상적인 물음이 되는데, 이와 더불어 그 위상이---즉 비정상적인 물음에서 정상적인 물음으로---바뀐다.

이제 문제는 "결정가능성"이 무엇이냐 하는 점이다. 한 물음이 결정가능한 것은 오직 그 물음의 **대답**을 이미 알고 있을 때인가? 가령 "345 × 678 = ?"라는 물음에 대해 생각해 보자. 대부분 우리는 계산하지 않고서는 당장 그 대답을 알지 못한다. 그럼에도 불구하고 우리는 그 물음이 결정가능하며 대답될 수 있는 정상적인 물음이라고 말하게 될 것이다. 즉, 이 때 이 물음이 결정가능하다는 것은 그 대답이 아니라 **대답의 방법**이나 알고리듬이 존재한

다는 것을 뜻한다. 그리하여 비트겐슈타인에 따르면,

> 어떤 대답을 찾을 수 없는 곳에서는 물을 수도 없다고 나는 말했는데, 이는 다음을 의미한다: 어떤 **해답을 찾는 논리적 방법**이 존재하지 않는 곳에서는, 그 물음도 역시 의미가 없다.
>
> 오직 **해결**의 **방법**이 존재하는 곳에만 문제는 존재한다(물론 이는 '오직 그 해결이 발견되었을 때에만 문제는 존재한다'를 의미하지 않는다).(PR, p.172, 고딕체는 필자)

그 외에도 우리는 카르납(R. Carnap), 쿤(T. S. Kuhn), 그리고 최근에 정대현에게서 이와 유사한 구분의 예를 확인할 수 있다.[7] 이제 우리는 튜링의 물음 (4)가 비정상적인 물음이라는 것을 알 수 있다. 왜냐하면 그 대답의 방법이 우리에게 주어져 있지 않기 때문이다. 이 물음은 그 외적 형태가 "예-아니오" 물음을 띠고 있지만, 그렇다고 해서 정상적인 물음인 것은 아니다. 이는 마치 지금 시각이 오후 2시 30분일 때, 누군가가 "화성에서도 2시 30분인가?"라고 말하는 경우와 같다. 우리는 화성에서 시간 측정을 어떻게 하는지를 알지 못한다. 마찬가지로, 우리는 무엇보다도 유모순적인 계산체계로 다리를 짓는다는 것이 어떤 것인지 모른다.[8] 또한 만일 우리가 "화성-그리니치 천문대"를 지정하고 위도와 경도를 나눈 후에 화성에 어떤 무모순적인 시간체계를 도입한다면(또는 이러한 어법을 사용하기로 한다면), 가령, "화성의 M 지점에서는 2시 30분인가?"라는 물음은 정상적인 물음이 될 것이다. 마찬가지로 만일 우리가 튜링의 물음 (4)를 어떤

---

7) 카르납은 어떤 체계 내부에서 유의미하게 제기되고 그에 따라 옳게 또는 그르게 대답할 수 있는 물음을 내적 물음(internal question)이라고 부르고, 그렇지 않은 물음을 외적 물음(external question)이라고 부른다(Carnap(1967), p.73). 예컨대, "100보다 큰 소수는 존재하는가?"라는 물음은 산술체계에서 답이 주어질 수 있는 내적 물음이다. 반면에 "수들은 실제로 존재하는가?"라는 물음은 산술체계의 언어에서 대답될 수 없는 외적 물음이다. 또한 쿤은 『과학혁명의 구조』에서 정상적-비정상적 물음의 개념을 명확하게 규정하지 않은 채 이와 유사한 개념을 사용하고 있다고 보인다. 예컨대, "정상과학의 문제와 비상 과학의 문제", "정상적 연구문제와 비상적(extraordinary) 문제"(Kuhn(1970), pp.34-36)가 그것이다. 그리고 최근에 정대현은 "정상적 물음"과 "비상한 물음"을 구분하였는데, 그에 따르면 어떤 한 행위가 "일상적 질서 안에서 평가된 것이 맞는 답이라면 물어진 물음은 '정상적' 물음이고", 그 행위가 "새로운 질서를 만드는 행위의 일부이고 그리고 물음의 관점이 비일상적인 관점으로부터 물어졌다면" '비상한' 물음이다(정대현(1997), 368쪽).

8) 비트겐슈타인은 이 점을 다음과 같이 표현하고 있다: "그러나: "**그것**[유모순적인 계산체계]의 사용"? 이 말은 기묘하다. 사실상 우리는 모순이 없는 산술을 사용한다. 이제 만일 우리가 어떤 다른 산술을 지니고 있다면, 우리가 그것을 동일한 방식으로 사용할 수 있느냐 그렇지 않느냐 하는 점은 우리가 그것을 여전히 "동일한 방식으로 사용하기"라고 부르게 될 것이냐 하는 점에 의존한다. 우리는 아무거나 **동일한 사용**이라고 부르려고 하지 않을 것이다."(LFM, pp.214-5, 대괄호는 필자)

방식으로든 정상화한다면 우리는 그 물음에 대답할 수 있을 것이다.

4. 제 2 입론: 모순은 어떤 사태에 대해서도 적용을 지니지 않는다.

유모순적인 체계를 적용한다는 것이 무엇인지에 대해서 우리가 일의적으로 합의한 것이 없으며, 그리하여 튜링의 물음에 대해 어떤 대답의 방법도 주어져 있지 않다면, 그 물음에 대해 **곧바로** "예" 또는 "아니오"를 대답하는 것은 둘 다 오도적이다. 따라서 그 물음에 대답하기 위해서 선행되어야 하는 것은 그 물음에 대한 정상화이다.

먼저 "유모순적인 계산체계의 적용"이라는 말은 다음과 같은 **넓은** 의미로 사용될 수 있다: 즉 혹자는 어떤 유모순적인 계산체계에 포함된 (숨겨진 또는 그렇지 않은) 모순과 그 모순으로부터 도출되는 문장, 그리고 그 모순을 산출하는 문장들이 그 적용에서 제외되고 그 나머지만 사용되는 경우에 대해서도 그 말을 부여하려고 할 수 있다. 그러나 이는 문제가 되지 않을 것이다. 왜냐하면 이는 외관상으로는 유모순적인 계산체계로 다리를 건설한 것으로 보이지만 **실제로 사용된** 계산체계는 무모순이라고 말할 수 있기 때문이다. 따라서 문제가 되는 것은 그 계산체계에 포함된 모순이나 그 모순으로부터 도출되는 거짓 문장, 또는 그 모순을 도출하게 하는 모든 문장들을 사용해서 다리를 짓는 경우이다. 우리는 이 경우에 그 말이 **좁은** 의미로 사용되었다고 말할 수 있으며, 튜링의 물음에서 문제가 되는 것은 그 말이 **좁은** 의미로 사용되는 경우라는 것을 알 수 있다.

그러나 도대체 우리는 어떤 한 모순명제를 어떤 한 사태에 적용할 수 있는가? 그 대답은 "결코 그럴 수 없다"이다. 왜냐하면 우리는 한 모순명제가 말하는 것을 상상조차 할 수 없다고 말하기 때문이다. 예컨대, 우리는 "비가 오고 비가 오지 않는다"에 부합하는 것을 결코 상상할 수 없으며, 또 그러하다고 말한다. 따라서 우리가 **그렇게 말하는 한**에서 모순명제와 부합하는 **가능한, 또는 실제**의 사태는 존재하지 않는다. 따라서 그런 한에서 모순명제를 직접 어떤 사태에 적용하는 것은 불가능하다. 이를 비트겐슈타인은 다음과 같이 말하고 있다:

> 이제 모순에 대해 논의하자. 그것이 어떤 의미를 지닌다고 우리가 말하게 될 것이냐 하는 점에 대해서는 나는 모르겠다.---그러나 그것이 어떤 사용을 지니지 않는다는 것은 분명하다.(LFM, p.223)[9)]

그러나 혹자는 다음과 같이 말할 수 있을 것이다: 때때로 모순은 적용 가능하지 않은가? 예컨대 안개비가 가물거리는 경우 우리는 "비가 오기도 하고 비가 오지 않기도 한다"라고 표현하기도 한다. "둥근 사각형"은 모순적인 개념인 한에서 상상 불가능하지만, 우리는 농구공 위에 그려진 사각형을 보고서 그것이 "둥근 사각형"이라고 말할 수도 있다. 또는 "너는 집에 가고 집에 가지 말라"라는 명령을 학생에게 주었을 때 그 학생이 어쩔 줄 몰라 하는 것을 보고 위의 모순적인 명령이 제대로 적용되고 있다고 생각할 수도 있다.[10]

그러나 그 각각의 경우 그 문장들(과 개념)은 우리가 상상조차 불가능하다고 말하는 모순이 아니다. 즉, 각각의 경우에 그것들이 적용의 한 예라고 간주된다면, 이는 우리가 본래 염두에 두었던 "모순"이 아닌 것이다. 그것들은 그저 우리가 논리학이나 수학에서 말하는 "모순"과 외적 형태가 동일할 뿐이다. 따라서 이제 우리는 다음의 입론을 얻는다: 어떤 경우에도 모순은 어떤 사태에 대해서도 적용을 지니지 않는다. 다시 말해 어떤 것이 어떤 사태에 대해 적용을 지닌다면 그것은 모순이 아니다.

한편, 위의 입론이 주장하는 것을 다음과 혼동해서는 안 될 것이다. 모순은 상상불가능하고 적용을 지니지 않는다. 반면에, 어떤 모순 명제가 도출되는 상황은 상상가능하며, 또 "모순이 도출되는 상황"이라는 말은 적용을 지닌다. 예컨대, 우리는 모든 방패를 뚫을 수 있는 창과 모든 창을 막을 수 있는 방패를 상상하고 그것들이 부딪히면 어떻게 될 것이냐고 묻는다. 이 경우 "모순이 도출되는 상황"이라는 말은 그러한 우리의 상상에 적용된다. 이제 이로부터 도출되는 것이 "그 방패는 그 창을 막을 수 있고 또 막을 수 없다"라고 할 때, 혹자는 이것이 적용을 지닌다고 생각할 수 있다. 예컨대 그 창과 방패가 폭발하는 경우. 그러나 그러한 적용이 주어지면 그 순간 그 문장은 더 이상 모순이 아니다. 모순은 어떤 사태에 대해서도 적용을 지니지 않는다.

또한 때때로 우리가 모순을 통해 생각한다는 것(예컨대, 귀류법을 통한 추론)과 위의 입론이 상충하지 않는다는 것은 지적할 필요가 있다. 귀류법에 의해 추론할 경우 우리는 모순을 경유하여 어떤 결론을 내린다. 이 경우 우리는 "모순이 어떤 사용을 지닌다"라고 말할 수도 있다. 만일 이 말을 이렇게 해석한다면 위의 비트겐슈타인의 인용문은 거짓이 될 것이다. 그러나 위의 입론이 말하는 것은 모

9) 또한 비트겐슈타인은 모순적인 결론들이 "어떤 것에 대해서도 사용되지 않을 것"(RPP, I, 1132)이고, "우리는 모순을 규칙으로 사용할 수 없다"(WVC, p.199)라고 말한다.

10) 모순적인 명령이나 지시에 대한 비트겐슈타인의 논의는 LFM, p.174-179, 특히 p.179를 참조할 것.

순이 "어떤 사태에 대해서도" 일의적으로 적용되지 않는다는 것이며, 우리가 모순문장을 사용한다는 사실과는 하등의 관련이 없다.11)

5. 제 3 입론: 놀이로서의 수학과 적용의 개념은 독립이다. 반면에 실천으로서의 수학과 적용의 개념은 그렇지 않다.

모순이 어떤 사태에 대해서도 적용을 지니지 않는다면, 바로 그 만큼 "유모순적인 계산체계의 적용"이라는 말의 의미는 확정적이지 않다. 따라서 그 말이 어떤 의미를 취득할 수 있느냐 하는 점은 우리가 이와 관련된 표현들을 어떻게 사용해 왔으며 또 이 새로운 표현을 어떻게 사용하고 규정하는 것이 자연스럽고 유용할 것이냐 하는 점을 고찰하고 규명하는 것에 의존할 것이다. 따라서 우리는 먼저 무모순적인 수학 체계를 적용하는 경우를 고찰해야 한다.

이제 우리는 단적으로 순수 수학이론은 그것이 어떻게 적용되어야 하느냐 하는 점에 대해서는 전혀 아무런 언급도 하지 않는다는 것을 주목할 필요가 있다. 물론 표준적인 교과서에서 그 적용에 관해서 어떤 암시가 주어지는 경우는 존재한다. 그러나 어떤 경우가 적용이고 또 어떤 경우가 적용이 아닌지를 구분하는 어떤 방법이나 원리는 전혀 순수 수학이론의 주된 내용을 이루지 않는다. 따라서 "1 + 1 = 2"라는 산술적 명제가 왜 사과에는 적용되지만 물방울에 대해서는 적용되지 않아야 하는지 그 이유는 산술이론의 주된 내용을 차지하지 않는다. 마찬가지로 유클리드 기하학에서 그 선분들이 연필로 그려져야 하는지, 분필, 철사, 또는 빛으로 그려져야 하는지, 또 어떤 물리적인 평면이나 공간에서 그래야 하는지는 전혀 그 체계에서 문제삼는 사항이 아니다.

---

11) "모순의 사용"에 관한 비트겐슈타인의 어떤 언급들은 때때로 상충하는 것처럼 보인다. 예컨대, 그는 ""이것은 아름답고 이것은 아름답지 않다"는 모순이며, 하지만 그것은 사용을 지닌다"(RPP, Ⅰ, 37)라고 말한다. 한편 그는 "문장 "나는 ...을 듣고 있고 듣고 있지 않다"가 청각적인 상상의 표현으로서 사용될 수도 있을 것이다. **모순의 형식**에 대한 사용."(RPP, Ⅰ, 885, 고딕체는 필자)이라고 말한다. 앞의 언급은 문자 그대로 파악한다면, 오류다. 그러나 결국 비트겐슈타인이 그 언급에서 의도했던 것은 "모순"이 아니라 "모순의 형식"이라고 보아야 할 것이다. 그 문장들이 어떤 적용을 지닌다면 그것들은 모순이 아니고, 그저 모순과 외적 형태가 동일할 뿐이며, 이를 우리는 비트겐슈타인의 어법에 따라 "모순의 형식"이라고 부를 수도 있다. 또한 비트겐슈타인이 귀류법에 대해서 언급한 것(RFM, Ⅳ, 28)과 "시민세계에서의 모순의 지위"(PI, 125)라고 언급한 것을 보면, 그가 그러한 사용을 부정하지 않았다는 것을 충분히 알 수 있다. 단, 모순은 어떤 사태에 대해서 적용되는 방식으로 사용되지 않으며, 우리는 모순이 "작동하는 것을 원하지 않는다."(LFM, p.187)

이로부터 우리는 **순수** 수학이론과 적용의 개념이 상호 독립이라는 것을 알 수 있다. 즉 순수 수학이론은 어떤 것이 그것의 적용인지 아닌지를 결정하지 않는다. 이제 우리는 이러한 수학의 측면을 "**놀이**"의 개념을 통해 조명할 수 있다. 비트겐슈타인에 따르면,

> 수학이 놀이라고 말하는 것은 다음을 뜻할 것이다: 증명하는 데 있어서 우리는 기호들의 의미에, 따라서 그것들의 수학 외적 적용에 결코 호소할 필요가 없다.(RFM, Ⅳ, 4)

그리하여 우리는 놀이로서의 수학은 그 적용과 독립이라고 말할 수 있다. 단적으로, 비트겐슈타인은 이를 다음과 같이 표현하고 있다: "계산의 **적용**은 스스로를 돌보지 않으면 안 된다. 그리고 바로 이것이 '형식주의'에 관해서 옳은 것이다."(RFM, Ⅱ, 4)

그러나 수학은 결코 "놀이"라는 측면만을 지니고 있지 않다. 그저 수학이 단순한 놀이인 것은 아닌 것이다. 비트겐슈타인이 놀이와는 다른, 이러한 수학의 측면을 주목했다는 것은 다음의 언급으로부터 알 수 있다:[12]

> 나는 이렇게 말하고 싶다: 수학의 기호들이 **평상복 차림**으로도 사용된다는 것은 수학에 본질적이다.
>
> 기호놀이를 수학으로 만드는 것은 수학 외부의 사용이며, 따라서 그 기호들의 의미(Bedeutung)이다.(RFM, Ⅳ, 2)

나는 이러한 수학의 측면을 "**실천**"이라는 개념을 통해 조명하고자 한다. 여기에서 내가 말하고자 하는 실천이란 어떤 문제의 해결과 얽혀 있는 행위들의 전체를 말한다.[13] 수학에서의 인간의 활동은 장기놀이와 같은 한갓 놀이가 아니라 그 적용이 문제가 되는, 또는 그 행동의 결과가 그 상황 외부에 영향을 주는 실천이다. 이는 우리가 망치를 갖고서 매우 다양한 놀이를 할 수 있지만 다른 한편으로는 망치로 집을 짓는 것이 놀이가 아니라 실천이라는 것과 관련 있다. 비트겐슈

---

12) 또한 참조: LFM, p.142.

13) 필자는 이 정의가 직관적으로 받아들일 수 있는 것이라고 기대한다. 놀이와 실천이라는 관점에서 보면 "문제"는 크게 두 가지로 구분될 수 있다. 참여자(또는 주체)가 그 해결이 상황 외부에 영향을 준다고 간주하는 경우, 우리는 이를 실질적 문제(간단히, "문제")라고 부를 수 있고, 그렇게 간주하지 않는 경우 이를 비실질적 문제라고 부를 수 있다. 실천에서의 문제는 말하자면 "진짜" 문제이며, 놀이에서의 문제는 대체로 "풀어도 그만이고 안 풀어도 그만인" 문제이다. 이 정의에서의 "문제"는 물론 실질적 문제이다.

타인은 이를 단적으로 다음과 같이 표현하고 있다: "계산은 그 자신의 적용을 돌본다."(RFM, Ⅱ, 4)

요컨대 우리가 수학을 크게 **놀이로서의 수학**과 **실천으로서의 수학**이라는 관점에서 바라본다면, 전자와 그 적용은 상호 독립이고 후자와 그 적용은 그렇지 않다고 우리는 말할 수 있다. 수학이 그저 놀이일 뿐이라면 그것에 대한 적용의 문제는 사소하거나 부적절한 것이 될 것이다. 우리는 도대체 왜 그것을 이용하여 다리를 건설하는지 그 이유를 모르게 될 것이다. 더구나 그러한 다리가 무너지는지의 여부를 문제삼는 것은 더욱 더 우스꽝스럽게 될 것이다. 따라서 튜링의 물음이 의미 있기 위해서는 최소한 이 때 문제가 되는 것은 **실천으로서의 수학**이어야 한다. 즉 그것의 적용과 어떤 관련을 맺고 있는, 또는 그러한 관련을 중요시하는 문제해결의 주체가 존재하는 맥락에서 제기되는 물음이어야 할 것이다.

6. 제 4 입론: 수학의 제대로 된 적용은 항상 성공적인 적용이다.

우리는 무모순적이든 유모순적이든 그러한 계산체계의 적용은 놀이로서의 수학이 아니라 실천으로서의 수학이라는 맥락에서만 유의미한 문제가 될 것이라는 점을 보았다. 이제 나는 다음을 주장하고자 한다: 실천으로서의 수학에 대한 적용은 항상 성공적인 적용이다. 또한 역으로 수학에 대한 성공적인 적용만이 수학에 대한 적용이다. 말하자면, 수학에 대한 실패적 적용은 존재하지 않는다.

간단한 예를 들어보자. 물방울 하나와 물방울 하나를 합치면 한 방울이 된다. 이는 "1 + 1 = 2"라는 산술적 명제에 대한 적용이 실패했다는 것을 의미하는가? 아니다. 오히려 우리는 그 물방울의 예가 이 산술적 명제의 적용의 사례가 아니라고 말하게 될 것이다. 그것은 "잘못 적용한 경우"이지만, 그 적용이 "실패"한 경우는 아니다.

요컨대, 수학이론에 대한 적용은 "제대로 적용하는 경우"와 "잘못 적용하는 경우"로 구분될 수 있는데, 이 때 "제대로 적용하는 경우"는 항상 성공하는 적용이라고 우리는 말할 수 있는 반면에, "잘못 적용하는 경우"는 "실패한 적용"이라고 말할 수 없다. 이는 자연과학이론에 대한 적용과 비교할 때 더 분명해진다. 예컨대, 어떤 사람이 뉴턴의 역학을 적용하여 태양 뒤쪽에 있는 어떤 별이 관측되지 않을 것이라고 예측했다고 하고, 또 어떤 다른 사람이 아인슈타인의 상대성이론을 적용하여 그 별이 관측될 것이라고 예측했다고 하자. 이제 실제로 그 별

이 관측되었다고 하자. 그러면 우리는 이제 뉴턴의 역학을 적용하는 것은 실패했지만 아인슈타인의 이론을 적용하는 것은 성공했다고 말하게 될 것이다. 그것들은 둘 다 "제대로 적용한 경우"이지만 전자는 그 적용에서 실패했고, 후자는 그 적용에서 성공했다.

수학의 적용이 자연과학이론의 적용과 달리 항상 성공적인 적용이라는 입론은 한편으로는 매우 극단적인 주장으로 비추어질 것이라는 점은 틀림없다. 왜냐하면 많은 학자들은 수학이 자연과학이나 자연세계에 성공적으로 적용되는 것을 "기적"(이나 그와 가까운 것)으로 간주하기 때문이다. 예컨대, 위그너(Eugene Wigner)에 따르면,

> 물리학의 법칙들의 정식화에 대한 수학의 언어의 적절성의 기적은 우리가 이해하지도 못하고 받을만한 하지도 않은 놀라운 선물이다.(Wigner 1967, p.237, Steiner, p.13, 재인용)

그러나 위의 입론이 옳다면, **그러한 적용**에서 놀라울 것은 전혀 없다. 왜냐하면 수학의 적용은 본질적으로 성공적인 적용이기 때문이다. 즉, 어떤 "예기치 않은" 성공의 경우가 있을 때에만 "놀라움"이나 "기적"이라는 말은 유의미할 것이다. 따라서 일종의 신비주의나 위그너 식의 "기적 논변"은 단지 철학적 오해에 불과한 것이다.[14]

그렇다면 왜 수학의 적용은 항상 성공적인 적용인가? 이 물음에 대답하기 위해서는 우리는 무엇보다도 "수학의 적용"이 무엇인지를 논구해야 한다.[15] 프레게는 "수의 법칙들은 외적 대상들에 실제로 적용가능하지 않으며, (...) 외부 세계의 대상들에 대해 유효한 판단들에 적용가능하다"(Frege(1959), §87)라고 말한다. 스타이너(M. Steiner)가 지적하는 바와 같이, 프레게에 따르면 개념들은 물리적 대상에 적용되고, "수학적 대상들은 물리적 세계에 직접 관계하기보다는 개념들에 관계한다."(Steiner(1998), p.22) 또한 더밑에 따르면, 프레게는 "어떤 한 수학적 정리의 적용이 연역 추론의 한 사례라고 간주한다."(Dummett 1991, p.256, 참조: Frege(1959), §87)

이러한 몇몇 언급만으로도 우리는 수학의 "적용"의 개념이 매우 다양한 방식

---

14) 물론, 우리는 수학의 적용에 **관련해서** 놀라운 것이 있다고 말할 수 있다. 그러나 이 놀라움은 적용된다는 사실에 있는 것이 아니라, 어떤 다른 것에 있을 것이다.

15) 그러나 스타이너(M. Steiner)에 따르면, 기존의 수학철학에서 "적용"에 관해서 논의된 것은 거의 없다. 참조: Steiner(1998), p.14, 각주 8.

으로 사용되고 규정될 수 있다는 것을 알 수 있다. 먼저 "X는 Y에 적용된다"라는 표현에 대해서, X를 "**적용항**"이라고 부르고 Y를 "**피적용항**"이라고 부르기로 하자. 피적용항의 후보로는 크게 과학이론(넓게는 언어적인 것)과 외부세계(비언어적인 것)를 들 수 있다. 적용항의 후보로는 수학적 개념(용어), 수학적 명제, 그리고 수학체계를 들 수 있다. 또한 이에 따라, 피적용항은 더 세분될 수 있다. 피적용항이 과학이론으로 간주되는 경우, 다시 피적용항은 과학적 개념(용어), 과학적 명제(법칙), 그리고 과학이론체계로 세분되며, 실제 세계로 간주되는 경우, 실제 대상(개체), 사건(사태, 사실), 그리고 사태들의 구조(또는 실제 세계의 한 측면)로 세분될 것이다.

아마도 가능한 모든 논의를 하는 것은 불필요할 것이며, 이 논문의 지면이 허락하지 않는다. 따라서 나는 위의 입론이 왜 옳으냐 하는 점을 단적으로 보여줄 수 있는 논변을 제시하고자 한다. 우리는 가령 "김구는 인간이다"를 "'인간'이라는 개념(용어)은 김구에게 적용된다"로 달리 쓸 수 있다고 말한다. 여기에서 "적용"은 어떤 개념(또는 용어)과 어떤 개체와의 관계로 쓰이고 있다. 이제 우리가 이를 문장 차원에로 확장한다면 우리는 다음과 같이 말하게 될 것이다: "모든 사람은 죽는다"는 김구가 죽는 사건이나 김구가 가사적이라는 사실에 적용된다.[16] 즉, 우리는 어떤 보편 문장과 어떤 특수한 사건이나 사실의 관계로서 적용의 개념을 염두에 둘 수 있다. 이제 이를 다음의 삼단논법과 비교해 보자:

모든 사람은 죽는다.
김구는 사람이다.
그러므로 김구는 죽는다.

여기에서 만일 우리가 대전제를 언어적인 것으로, 또 결론을 특수 사건이나 사실로 파악하고 소전제를 생략하면, 앞에서 언급된 적용의 개념을 얻는다.

모든 사람은 죽는다. (보편명제)

---

16) 물론 우리는 이를 프레게의 견해에 맞춰 "'모든 사람은 죽는다'는 '김구는 죽는다'라는 판단(이나 명제)에 적용된다"라고 말할 수도 있을 것이다. 마찬가지로 우리는 "'인간'이라는 개념(용어)은 김구라는 개체에 적용된다"가 아니라, "'인간'이라는 개념(용어)은 김구라는 개념(용어)에 적용된다"라고 말할 수도 있을 것이다. 그러나 나는 프레게와 같이 수학적 명제의 피적용항이 외부 세계가 아니라 외부세계에 대한 우리의 판단이어야 한다고 고집할 필요는 없다고 생각한다. 이는 무엇보다도 우리의 어법의 문제이기 때문이며, 더구나 실제로 우리는 외부세계에 대한 적용을 말하기 때문이다.

김구는 죽는다. (특수한 사건이나 사실)

김구는 사람이다. (생략된 전제)

여기에서 나는 그 생략된 전제에 해당되는 것을 "**적용의 근거**"라고 부르겠다. 즉 "모든 사람은 죽는다"라는 보편 명제가 김구가 죽는 특수한 사건에 적용될 수 있는 근거는 김구가 사람이라는 점, 또는 우리가 그렇게 간주한다는 점에 있다.[17]

이제 우리는 이러한 간단한 규정을 통해서 자연과학적 명제에 대한 적용과 수학적 명제에 대한 적용의 기제가 본질적으로 다르다는 것을 살펴볼 수 있다. 먼저 자연과학적 명제에 대한 적용의 경우를 생각해 보자. 우리는 "모든 백조는 하얗다"라는 보편 명제를 어떤 백조 A에 적용하려고 한다. 그런데 A가 돌연변이여서 검다고 하자. 그러면 우리는 여기에 대해서 어떻게 말하게 될 것인가? 여기에서 적용의 근거는 "A는 백조이다"이다. 우리는 이 적용의 근거를 고수하게 될 것이다. 즉, 우리는 여전히 A가 백조라고 말하게 될 것이다. 그리고 A는 가정상 검다. 그리하여 우리는 적용항 "모든 백조는 하얗다"를 수정하게 될 것이다. **그 적용의 근거를 고수하는 한에서** 우리는 그 보편명제를 **올바로** 적용한 것이다. 그 결과 **그 보편명제를 수정해야 하는 한에서** 우리는 그 적용에서 **실패했다**.

다음으로 수학적 명제에 대한 적용의 경우를 생각해 보자. 우리는 "모든 [유클리드 기하학의] 삼각형의 내각의 합은 180도다"라는 명제를 야구공 위에 그려진 삼각형에 적용하려고 한다. 그런데 매우 조심스럽게 그 내각의 합을 측정한 결과 180도보다 더 크다는 결과를 얻었다고 하자. 그러면 우리는 여기에 대해서 어떻게 말하게 될 것인가? 여기에서 그 적용의 근거는 "야구공 위에 그려진 삼각형은 [유클리드 기하학의] 삼각형이다"이다. 우리는 이 적용의 근거를 거부하게 될 것이다. 즉 우리는 야구공 위의 도형을 보면서 "저것은 [유클리드 기하학의] 삼각형이 아냐!"라거나 "우리는 저런 것을 삼각형이라고 부르지 않아!"라고 말하게 될 것이다. 그리하여 우리가 **그 적용의 근거를 거부하는 한에서** 우리는 그 보편명제를 **올바로 적용한 것이 아니다**.[18]

---

17) 이미 언급한 바와 같이, 적용항과 피적용항은 단어, 문장, 그리고 체계의 차원으로 세분될 수 있다. 뿐만 아니라, 그 각각의 일반성-특수성의 기준으로도 세분될 수 있을 것이다. 더밑은 "전제들이 결론보다 더 큰 일반성을 지닐 때에만 적용에 대해서 말하는 것이 적절하다"(Dummett(1991), p.256)라고 말한다. 물론 이는 수학에 국한될 때 설득력 있다. 반면에 우리의 일상적인 어법은 이보다 훨씬 더 복잡하다. 예컨대, 특수한 명제가 특수한 사건에 적용되는 경우도 있다. 그 대표적인 경우가 "판례"이다. 이 경우는 일종의 "유비추리"로 파악될 수 있으며, 또한 여기에서도 우리는 그 적용의 근거를 찾을 수 있다.

요컨대, 수학적 명제를 적용함에 있어서, 수학적 진리가 필연적 진리라고 말하는 한에서, 경험적 사실에 대면해서 우리가 그 적용항을 수정하는 경우는 없다는 것이다. 그런 한에서 수학의 적용이 실패하는 경우는 존재하지 않는다. 이 점은 수학적 명제나 논리학적 명제가 실재 세계에 관한 것이 아니라는 점과 관련 있다. 비트겐슈타인에 따르면,

> 여기에서 우리는 논리학의 명제들이 실제에서는 정보로서 어떠한 적용도 지니지 않도록 구성되어 있음을 기억해야만 한다.(RFM, 부론 I, 20)

그리하여, 모순명제는 어떤 사태에 대해서도 적용되지 않는다. 반면에 우리는 동어반복(항진명제)이 그와 관련된 어떤 사태에 대해서도 적용된다고 말한다. 예컨대, "비가 오거나 비가 오지 않거나이다"는 날씨에 관한 한 어떤 경우에도 적용된다. 단, 동어반복은 어떤 정보를 제공하는 것으로서 적용되지 않으며, 이 적용은 항상 성공적인, 말하자면 공허한 적용이다.

이제 우리는 한 명제를 어떤 특수한 사건에 적용하는 것을 확장하여, 한 이론을 사건들의 집합에 적용하는 경우를 고려해야 한다. 물론 이렇게 되면 상황은 매우 복잡해질 수 있다. 그럼에도 불구하고 그 핵심은 변하지 않는다.[19] 결론적으로, 실천으로서의 수학에 대한 제대로 된 적용은 실패하는 경우가 없다. 그것은 항상 성공적인 적용이다. 성공적인 적용이 아니라면 이는 적용이 실패하는 경우가 아니라, 적용이 아니거나 잘못 적용하는 경우이다.[20]

---

18) 경험적 명제의 적용과 수학적 명제의 적용의 기제가 다르다는 점은 비트겐슈타인의 계산과 실험의 구분과 관계가 있다. 비트겐슈타인에 따르면, "실험-계산은 인간활동이 그 사이로 움직이는 양극이다."(RFM, V, 23) 또한, "계산에서는 어떤 인과적 연관들도 없으며, 오직 그림의 연관들만이 있을 뿐이다."(RFM, V, 15) 그리하여, "만일 계산이 실험이라면, 그리고 그 조건들이 충족된다면, 우리는 산출되는 것을 그 결과로서 받아들여야 한다. (...) 그리고 만일 이러한 조건들 아래에서 한때는 어떤 결과가 다른 때는 어떤 다른 결과가 나타나면, 우리는 "여기에는 뭔가가 잘못되었다"라거나 "두 계산이 모두 옳을 수 없다"라고 말해서는 안 되며, 오히려 이 계산은 항상 동일한 결과를 산출하는 것은 아니라고 말해야 할 것이다."(RFM, V, 6)

19) 우리는 수학체계의 언어들이 개체기호, 술어기호, 함수기호 등으로 이루어져 있다고 간주할 수 있고, 그 적용의 경우에 그 각각의 기호들이 실제 대상에 적용되느냐 하는 점을 결국 문제삼게 될 것이며, 이것들은 적용의 근거를 이룬다.

20) 이 점은 프레게의 적용의 개념에 대해서도 성립할 것이다. 즉, "어떤 한 수학적 정리의 적용이 연역 추론의 한 사례"(Dummett(1991), p.256)라면, 그 체계가 무모순일 때, 타당한 연역추론의 경우, 프레게는 이것이 올바른 적용의 경우이고 또 성공적인 적용의 경우라고 말하게 될 것이며, 부당한 연역추론의 경우, 실패한 적용이 아니라, 적용이 아니거나 잘못 적용하는 경우라고 말하게 될 것이다.

7. 모순에 관한 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁

이제 우리는 튜링의 물음에 대해서 다음과 같이 대답할 수 있다: 그 물음은 비정상적인 물음이다(제 1 입론). 그 비정상성의 이유는 "유모순적인 계산체계의 적용"이라는 말에 어떤 확정적인 의미가 부여되지 않았기 때문이며, 특히 모순이 어떤 사태에 대해서도 적용을 지니지 않기 때문이다(제 2 입론). 따라서 그 대답의 방법이 먼저 강구되어야만 그 물음은 대답가능하다. 이를 위해서 우리는 무모순적인 계산체계로 다리를 건설하는 경우를 먼저 살펴보아야 한다. 이 경우 최소한 우리는 실천으로서의 수학을 문제삼아야 한다. 왜냐하면 놀이로서의 수학과 적용의 개념은 상호 독립이기 때문이다(제 3 입론). 그런데 실천으로서의 수학에 대한 제대로 된 적용은 항상 성공적인 적용이다(제 4 입론). 그러므로 만일 우리가 유모순적인 계산체계를 여전히 "계산체계"라고 부르고자 한다면, 그런 한에서 그 적용은 항상 성공적인 적용이어야 한다. 특히 다리가 무너지는 것이 성공적인 적용을 뜻하지 않는다면, 다른 요소들이 정상적이고 적절하다면 튜링의 다리는 무너지지 않아야 한다.

이제 이러한 관점으로부터 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁을 정리해 보자. 튜링은 튜링의 다리가 무너진다면 그 원인은 그 계산체계의 모순에 있다고 주장한다. 반면에, 비트겐슈타인은 우리는 그러한 어법을 채택해서는 안 되며, 계산을 잘못했다거나 자연과학 법칙이 적절하지 않았다는 점에로 그 원인을 돌려야 한다고 주장한다. 그러나 이러한 비트겐슈타인의 언급은 어떤 경우에 적절한가? 가령, 어떤 경우에 우리는 잘못 계산하는 것이 다리의 붕괴의 원인이라고 말할 수 있는가? 무모순적인 계산체계의 경우, 상황이 다음과 같다면 우리는 그렇다고 말할 수 있다:

(5) 계산체계에 모순이 없고, 이 체계를 제대로 적용했다고 간주했고, 다리가 무너지지 않는 것이 적용의 성공의 개념에 부합하고, 자연 법칙이 적절하고, 사회적 비리가 없고, 그리고 그 외 다른 요소가 정상적일 때, 잘못 계산했고 다리가 무너졌다.

또한 유모순적인 계산체계의 경우에는 다음과 같다면 비트겐슈타인의 언급은 적절하다:

(6) 계산체계에 모순이 있고, 이 체계를 제대로 적용했다고 간주했고, 다리가 무너지지 않는 것이 적용의 성공의 개념에 부합하고, 자연 법칙이 적절하고, 사회적 비리가 없고, 그리고 그 외 다른 요소가 정상적일 때, 잘못 계산했고 다리가 무너졌다.

마찬가지로 우리는 자연 법칙이 적절하지 않았다는 것, 사회적 비리가 있었다는 것, 그리고 어떤 다른 요소가 다리 붕괴의 원인이라고 말할 수 있는 상황을 (5)와 (6)에 맞추어 적절하게 규정할 수 있다.[21]

따라서, 튜링의 주장이 성립하는 것은 오직 다음의 상황이 실제로 발생하는 경우에로(또는 그러한 상황이 발생했다고 우리가 말하는 경우에로) 한정된다:

(7) 계산체계를 제대로 적용했다고 간주했고, 다리가 무너지지 않는 것이 적용의 성공의 개념에 부합하고, 자연 법칙이 적절하고, 계산에 잘못이 없고, 그리고 그 외 다른 요소가 정상적일 때, 그 계산 체계에 모순이 있었고 다리가 무너졌다.

그러나 문제는 어떤 상황에서 우리가 (7)을 말하게 될 것이냐 하는 점이다. 이 경우에도 여전히 우리는 다른 요소가 적절하고 정상적이고, "잘못 계산"하지 않았고 그 계산체계를 "제대로 적용"했으며, 더구나 그것이 "계산체계"라고 불러야 한다고 말하게 될 것인가?

튜링의 주장과 반론에 대한 비트겐슈타인의 응수는 바로 이 점에로 향해진다. 우리는 문제가 되는 쟁점을 다음의 두 가지로 요약할 수 있다: 즉 (7)의 경우에,

(A) 유모순적인 계산체계를 제대로 적용하는 것(또는, 더 정확하게는, 적용했다고 간주하는 것)은 가능한가? 이 때 여전히 우리는 잘못 계산하지 않았다고, 더구나 그것이 "계산체계"라고 불러야 한다고 말할 수 있는가?
(B) 유모순적인 계산체계에서의 계산을 수행함에 있어서 이것이 잘못 계산하는 것이 아니라고 말하는 것은 가능한가? 이 때 우리는 여전히 그것을 제

21) 여기에서 유의할 것은 (5)의 경우에 우리는 계산체계에 모순이 없기 때문에 다리가 무너졌다고 말하지 않는다는 점이다. 이를 (6)의 경우에로 자연스럽게 확장한다면, 우리는 계산체계에 모순이 있기 때문에 다리가 무너졌다고 말하지 않게 될 것이다.

대로 적용했고, 다른 것이 적절하거나 정상적이며, 더구나 그것이 "계산체계"라고(또는 그 행위가 "계산하기")라고 불러야 한다고 말할 수 있는가?

쟁점 (A)에 관해서, 비트겐슈타인의 대답은 그것을 제대로 적용했다고 간주하는 것이 가능하다는 것이다. 요컨대 그러한 체계로 다리를 지은 사람들은 자신들이 제대로 적용했다고 말할 수 있으며, 그렇게 간주할 것이냐의 여부는 "**정의의 문제**(a matter of definition)"(LFM, p.215)이다.[22] 그러나 그렇게되면, 우리가 문제삼는 "유모순적인 계산체계의 적용"이라는 말의 의미는 그 **좁은** 의미이고, 모순은 어떤 사태에 대해서도 적용을 지니지 않으므로(제 2 입론),[23] 결국 문제가 되는 적용항들은 모순명제로부터 도출되는 임의의 거짓 명제이거나 아니라면 모순명제를 도출하게 하는 명제들이다. 그러나 전자의 경우는 배제된다. 왜냐하면, 수학의 제대로 된 적용은 항상 성공적인 적용이므로(제 4 입론), 임의의 거짓 명제를 아무렇게나 적용하는 것을 그들조차도 "제대로 된" 적용이라고 말하지 않을 것이며, 만일 그렇지 않다면 우리의 입장에서는 모순명제로부터 임의의 명제를 도출하고 적용하는 것에 대해 "계산체계"라거나 "계산하기"라고 부르지 않게 될 것이기 때문이다.[24]

따라서 문제가 되는 경우는 모순명제를 도출하게 하는 명제들을 적용하는 경우이다. 예컨대, 그들이 "3 + 5 = 8"과 "3 + 5 = 9"를 받아들인다고 하자(그리고 그들에게는 8 ≠ 9라고 하자). 그러나 그러한 **모든** 명제들을 적용하는 경우는 문제가 되지 않는다. 왜냐하면, 그 중 어느 하나를 제대로 적용하는 어떤 한 경우가 주어지면, 어떤 다른 하나를 그 경우에 대해 제대로 적용하는 것은 불가능하기 때문이다. 따라서 문제가 되는 유일한 경우는, 그러한 어떤 거짓 명제를 적용하는 경우이다. 가령 그들이 "3 + 5 = 9"를 제대로 적용하고 있다고 말한다고 하자. 그들은 그 명제가 예컨대 사과 3 개와 사과 5 개를 합하는 경우에도 적용된다고 말할 수 있다. 즉, 이들은 그때에 사과 하나가 사라졌으며, 8 개라고 보는 이유는 잘못된 자연법칙 때문이라고 간주할 수도 있다. 만일 그들이 자연법칙이나 어떤 다른 것에로 그 원인을 돌리지 **않는다**면, 우리는 그들의 "9"의 의미는 우리의 "8"과

---

22) 이승종(1993, 381-2쪽)은 이러한 비트겐슈타인의 논점을 놓치고 있다. 그는 비트겐슈타인의 "정의의 **문제**"를 "정의에 의한 **참**"으로 잘못 파악하였고 결과적으로, 그의 의도와는 달리, 이 점에 관한 한 튜링의 손을 들어주고 있다.

23) 만일 그들이 "모순명제"를 어떤 사태에 대해 적용했다면, 그들은 "모순"의 의미를 바꾸어버린 것이며, 결과적으로 우리는 그들의 체계가 "**유모순적인** 계산체계"라고 말할 수 없게 될 것이다.

24) 참조: RFM, V, 27.

동일하다고 말하게 될 것이다. 그러나 만일 그 의미가 동일하지 않다면 어떻게 될 것인가? 그렇게 되면 결국 우리는 그들이 **잘못 계산**하고 있다고 말하게 될 것이다.

쟁점 (B)에 관해서, 비트겐슈타인은 그 사람들이 잘못 계산하고 있지 않다고 말하는 것 또한 가능하다고 인정한다. 그러나 이 경우에도 문제가 되는 것은 모순명제를 도출하게 하는 어떤 거짓 명제들을 적용하는 경우이다. 예컨대, 그들은 "3 + 5 = 9"를 참이라고 간주하면서, 예컨대 사과 3 개와 사과 5 개를 합하는 경우에도 적용된다고 말할 수 있다. 그런데 그들이 앞에서와 같이 자연법칙이나 어떤 다른 것에로 그 원인을 돌리지 **않는다**면, 결국 문제가 되는 것은 그들이 그러한 계산체계를 제대로 적용하고 있다고 말해야 하느냐 하는 점이다. 만일 다른 요소가 적절하고 정상적이라면, 그 사과의 개수는 8 개다. 다시 말해, 이 경우에 우리는 그들이 그 체계를 제대로 적용하고 있지 않다고 말하게 될 것이다.

8. 맺는 말

지금까지 나는 튜링의 물음에 직접 대답함으로써 이에 대한 비트겐슈타인과 튜링의 논쟁을 조명하고자 노력하였다. 물론 비트겐슈타인은 이 글에서 논의된 것 그대로 튜링에게 답변하지는 않았다. 그러나 나는 비트겐슈타인의 여러 답변과 견해를 종합하면 그가 결국 취하게 될 견해가 이와 같을 것이라고 생각하며, 또 이것이 **옳**다고 생각한다.

그러나 예컨대, 치하라는 비트겐슈타인이 『수학의 기초에 관한 강의』에서 몇몇 튜링의 주장과 논점을 파악하지 못했거나 비겁하게(또는 거만하게) 논점을 회피하고 있다고 주장한다.(Chihara(1986), p.327, 330) 나는 이 글에서 치하라가 다룬 여러 논쟁을 검토하지 않았지만, 튜링의 물음에 관한 한, 치하라의 그러한 혹평이 근거가 없다는 점을 충분히 보였다고 생각한다.

한편, 치하라가 지적하는 것(특히: Chihara(1986), pp.330-1)은 사실상 튜링의 물음과 관련된 논쟁에서 가장 미묘한 것이다. 22번째 강의 말미에서, 비트겐슈타인은 모순으로부터 임의의 명제가 도출된다면, 그리고 이것이 문제라면, 모순으로부터 어떤 결론도 이끌어내지 않으면 될 것이라고 주장한다. 이에 대해 튜링은 그러한 규칙이 주어진다 하더라도 우리는 실제로 모순을 경유하지 않고서도 임의의 결론을 이끌어낼 수 있기 때문에 비트겐슈타인의 제안이 충분하지 않을 것이

라고 응수한다.(LFM, p.220) 그 강의는 거기에서 끝났고, 다음 강의 서두에서, 비트겐슈타인은 "지난 시간 끝에서 우리는 혼란에 빠졌고 아마 오늘도 동일한 혼란에 빠지게 될 것이다"(LFM, p.220)라고 말한다.

그렇다면 이 언급은 치하라가 주장하는 바와 같이 비트겐슈타인이 튜링의 논점을 "파악하지 못했다"(p.330)거나 "생각이 바닥났다"(p.327)는 것을 말해주고 있는가? 그렇지 않다. 왜냐하면 치하라의 주장과는 달리 비트겐슈타인은 어느 정도는 충분히 대답을 했기 때문이다. 예컨대 어떤 사람들이 모순을 우회해서 P와 ~P를 통해 어떤 임의의 결론을 이끌어내고 다리를 건설한다면, 우리는 앞에서 논의된 바와 같이, 그들의 체계는 "계산체계"라고 부를 수 없다고 말하게 될 것이다.[25] 특히, 여기에서의 문제는 P와 ~P가 모순을 산출한다는 것을 인식하느냐의 여부이다. 따라서 이것을 인식하지 않은 채 튜링의 다리가 건설되고 무너진다면, 우리는 다리 붕괴의 원인은 모순에 있지 않고 오히려 어떤 "인식적 요소"에 있다고 말하게 될 것이며, 넓게는 "잘못 계산하기"에 있다고 말하게 될 것이다.[26]

그러나 마지막으로, 우리는 왜 튜링의 주장이 직관적으로는 설득력 있어 보이는지를 물어보아야 한다. 나는 이 점에 대해서 두 가지를 지적하고자 한다. 하나는 이미 비트겐슈타인에 의해서 지적된 것이다. 모순 명제를 **어떤 정보를 지니는** 거짓 명제로 보지 말라는 것이다.(참조: LFM, p.223) 다시 말해서 모순 명제를 **실제 세계에 관한** 거짓 명제로 간주하려는 뿌리깊은 편견은 튜링의 주장이 설득력 있는 것으로 받아들이게끔 한다.[27] 둘째로, 지금 밖에 땅이 젖어 있다고 하자. 또한 바로 전에 비가 왔고, 내가 비가 왔다는 사실을 모른다고 하자. 이제 내가 "왜 땅이 젖어 있지?"라고 묻는다면, 그 적절한 대답은 "비가 왔기 때문에!"가 될 것

25) 23번째 강의의 끝 부분(p.228-231)에서 비트겐슈타인의 대답은 바로 이 점에 맞추어져 있다. 예컨대, "만일 우리가 모순으로부터 어떤 것이든 따라나온다고 하면서 모순을 허용한다면, 우리는 도대체 계산체계라는 어떤 생각도 포기해 버렸다고 말할 수도 있다."(p.230)

26) 물론, **그들**에게 그것은 "잘못 계산하기"가 아니다. 그렇게 되면, 다시 그들이 "제대로 된 적용"을 말할 수 있느냐 하는 문제가 생겨날 것이며, 결국 우리는 그들이 "계산"을 하고 있다거나 그들의 체계가 "계산체계"라고 불러서는 안 된다고 말하게 될 것이다. 또한, 우리가 다리 건설과 같은 **중요한** 일을 하면서 모순을 산출하는 P와 ~P를 간과한다는 것은 상상 가능할지라도 **실제로는 일어나지 않는**다.(참조: LFM, pp.227-8)

27) 이승종((1993), 372쪽)은 비트겐슈타인이 "모순에 대한 수학자의 미신적인 공포와 숭배"(RFM, 부론 I, 17)가 "게임의 비유를 수학에 무비판적으로 적용한 데서 비롯된다고 본다"라고 주장한다. 그러나 이는 공허한 주장이거나 아니면 오류다. "**무비판적인**" 적용이 문제라면 어떤 비유든 그럴 수 있다. 그리고 "게임의 비유"로부터 "공포와 숭배"가 나온다는 것은 평형이 맞지 않는다. 이는 그저 프레게의 경우를 보아도 알 수 있다. 또한 그가 그러한 주장의 근거로서 제시하는 PG, pp.304-5에 대한 해석은 혼란스럽다. 사실상, 거기에서 비트겐슈타인이 논의하고 있는 것은 위의 주장과는 거의 관련이 없다. 특히, 이승종(1993)의 392쪽, 밑에서 두 번째 단락은 위의 주장과 상충한다고 여겨진다.

이다. 그런데 누군가가 "비가 존재하기 때문에!"라고 대답하면 어떻게 될까? 더 나아가 "비"가 아니라, 물, 액체, 지구, 또는 우주가 존재하기 때문이라면? 물론 우리는 **처음에는** 그것들 각각이 적합한 대답이 아니라고 말하게 될 것이다. 그러나 만일 그가 "물이 존재하지 않는다면 어떻게 땅이 젖을 수 있는가?"라고 반문한다면? 계산체계에 모순이 존재하기 때문에 다리가 무너진다는 주장은 한편으로는 "물이 존재하기 때문에 땅이 젖는다"라는 언급과 유사하다. 그러나 우리는 그 본질적인 차이를 간과해서도 안 된다. 우리가 "물의 존재"나 물이 생성되었던 사건이 땅이 젖는 사건의 원인이라고 말하는 것은 가능하다. 그것들 간에는 어떤 **단일한** 일련의 인과 고리가 존재한다고 말할 수 있는 것이다. 반면에, 계산체계에서의 모순의 **존재**와 다리 붕괴 사건간에는 그러한 단일한 인과 고리가 존재하지 않는다. 이는 계산체계에서의 모순의 **부재**의 경우에도 마찬가지이다.[28] 항상 여기에는 인간의 실천이라는 결정적인 요소가 개입하는 까닭이다.

후기

앞에서도 밝혔듯이, 이 논문의 초고는 2001년 제14회 한국철학자대회에서 발표되었다. 그런데 이 논문이 『논리연구』에 투고되고 심사가 진행되고 있을 때, 이승종 교수의 『비트겐슈타인이 살아있다면』(2002, 문학과 지성사)이 출판되었다. 이 저서에는 이승종 교수의 논평문이 실려있고 또 위의 발표문의 여러 부분들이 그대로 인용되어 있다. 한편, 익명의 심사위원은 이 논문이 수정될 필요가 있다는 견해를 보였다. 심사위원들의 몇몇 비판과 지적은 매우 날카로운 것이었으며, 어떤 부분은 충분히 공감할 수 있었다.

그러나 이러한 상황에서 심사위원들의 지적에 따라 이 논문을 대폭 수정하는 것은 적절하지 않을 것이다. 이미 이승종 교수의 저서에서 인용되어 논의되고 있는 까닭에 이러한 수정은 제약을 받을 수밖에 없다. 그리하여 나는 최소한의 필요한 수정만을 하였으며, 또 본질적인 생각들은 거의 변하지 않았다고 말하고 싶다. 그럼에도 불구하고 익명의 심사위원의 비판과 지적에 대해서 어느 정도의 대답은 필요하다고 생각한다.

---

28) 사실상 계산체계에 모순이 존재한다는 것은 물리적 사건이 아니다. 따라서 다리 붕괴의 원인으로서 적절한 물리적 사건일 수 있는 것은 유모순적인 계산체계로 다리를 짓는다는 것이다. 그러나 이 경우에도 그러한 단일한 인과 고리는 존재하지 않는다.

이 논문에는 두 가지 주제가 얽혀 있다. 하나는 튜링의 물음에 대해서 직접 대답하는 것이고, 다른 하나는 튜링의 물음과 관련된 비트겐슈타인의 생각을 조명하는 것이다. 이 논문을 쓰는 과정에서 나의 우선적인 관심은 전자였고, 그래서 사실상 전체 논문은 전자에 더 중점이 놓여 있다. 심사위원 두 분의 공통된 비판은 후자에 대한 논의가 미흡하다는 것이다. 특히 이 논문의 4 개의 입론이 과연 비트겐슈타인의 견해인지를 보이는 데는 그 논거가 충분하지 않다는 것이다. 나는 이 점을 충분히 수긍한다. 그러나 그러한 논의는 비트겐슈타인을 본격적으로 다루는 다른 논문에서 가능할 것이라고 여겨진다.

5절에서 나오는 놀이와 실천의 구분은 한편으로는 (한 심사위원이 지적하듯) 매우 상식적인 것이다. 그럼에도 불구하고 나는 그러한 논의가 매우 중요하다고 생각한다. 왜냐하면 사실상 비트겐슈타인의 수학철학의 독특한 측면이 "실천으로서의 수학"에 있다고 여겨지기 때문이다. 따라서 그러한 구분은 핵심적인 것이다. 한편, 5절에서 제시된 "실천"의 개념은 비트겐슈타인의 그것과 상이한 것이다. 비트겐슈타인은 어느 곳에서도 그러한 정의를 제시하지 않았고, 명시적으로 그러한 의미를 염두에 두었다고도 보이지 않는다. 비트겐슈타인의 "실천"(Praxis, practice)은 다른 심사위원이 지적하듯 "놀이를 규정하는 요소 또는 놀이를 구성하는 여러 요소들 중의 하나"이거나, 어떤 일정한 규칙을 따르는 활동을 뜻하는 매우 폭넓은 개념이라고 생각된다.

5절에서 제시된 "실천"의 개념이 중요한 까닭은 나에게는 비트겐슈타인의 "언어놀이"가 말 그대로 보면 적절하지 않다는 불만 때문이다. "언어와 얽혀 있는 활동들의 전체"가 그저 말 그대로 언어놀이인 것은 아니다. 불의에 맞서 싸우며 정의를 외치는 사람들이 그저 놀이를 하고 있다고는 어느 누구도 생각하지 않을 것이다. 따라서 비트겐슈타인의 "언어놀이"는 더 적절하게 "언어놀이"와 "언어실천"으로 다시 규정될 필요가 있다.

무엇보다도 이 논문과 관련하여 가장 논란의 여지가 많은 것은 제 4 입론이다. 수학의 적용이라는 주제는 아주 최근에 대두된 새로운 주제이다. 나의 논점은 수학적 명제가 필연적인 명제라면, 우리가 그렇게 말하는 한에서 적용항으로서의 수학적 명제를 포기하는 일은 없으며 그런 한에서 그 적용은 항상 성공적인 적용이라는 것이다. 그러나 여기에는 안팎으로 많은 비판이 가능할 것이다. 특히 한 심사위원이 지적하듯, 수학적 명제와 경험적 명제가 날카롭게 구분될 수 있다는 비트겐슈타인의 신념은 『확실성에 관하여』에서 현저하게 약화되고 있다. 이런 상황에서 비트겐슈타인이 "경험적 명제와 수학적 명제의 적용의 기제가 다르다"

는 점에 동의할 것이냐 하는 문제가 제기된다. 또한 전체론을 내세운 콰인의 입장에서 곧바로 제 4 입론이 옳지 않다고 비판할 수도 있다(참조: 이승종, 위의 책, 197-204쪽). 그러나 이러한 비판들에 대한 논의는 여전히 다른 논문을 필요할 것이며, 이 점은 이 논문에서 이승종 교수와 상충하는 부분에 대한 논의(참조: 이승종, 위의 책, 205-218쪽)에 대해서도 마찬가지이다.

참고문헌

이승종(1993), 「모순에 관한 튜링/비트겐슈타인 논쟁」, 『철학연구』 제 33집, 365-395쪽.

정대현(1997), 『맞음의 철학』, 철학과 현실사.

Carnap, R.(1967), "Empiricism, Semantics, and Ontology", in *The Linguistic Turn*, ed. R. Rorty, Chicago U. P., pp.72-84.

Chihara, C. S.(1986), "Wittgenstein's Analysis of the Paradoxes in his *Lectures on the Foundations of Mathematics*", in Shanker(1986), pp.325-337.

Dummett, M.(1991), *Frege: Philosophy of Mathematics, Cambridge*, Harvard U. P..

Frege, G.(1959), *The Foundations of Arithmetic*, trans. by J. L. Austin, Oxford, Blackwell.

Kuhn, T.(1970), *The Structure of Scientific Revolution*, 2nd ed., Foundations of the Unity of Science, vol. Ⅱ, number 2, International Encyclopedia of Unified Science.

Shanker, S. G.(1986), ed. *Ludwig Wittgenstein: Critical Assessments*, vol. 3, Croom Helm.

Steiner, M.(1998), *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*, Harvard U. P., Cambridge.

Wittgenstein, L. **(PI)**, *Philosophische Untersuchungen*, The Macmillan Company, New York, 1953.

______________**(RFM)**, *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, Basil Blackwell, Oxford, 1956.

______________**(PG)**, *Philosophical Grammar*, ed. Rush Rhees, Basil Blackwell, 1974.

______________**(PR)**, *Philosophical Remarks*, ed. R. Rhees, trans., R. Hargreaves and R. White, Basil Blackwell, 1975.

______________**(LFM)**, *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics Cambridge, 1939*, ed. Cora Diamond, Cornell U.P., 1976.

________________(**WVC**), *Wittgenstein and the Vienna Circle*, ed. Brian McGuinness, Basil Blackwell, 1979.

________________(**RPP**), *Remarks on the Philosophy of Psychology*, vol. Ⅰ, ed. G. E. M. Anscombe & G. H. von Wright, trans. G. E. M. Anscombe, The University of Chicago Press.

Wigner, E.(1967), "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", in *Symmetries and Reflections*, pp.222-37, Bloomington, Indiana U. P..