Journal of Korean
Data & Information Science Society
2002, Vol. 13, No.2 pp. 175 184

Diallel Crosses Block Designs for Control versus Test Inbred Lines Comparisons

Young Nam Son[1] · Kuey Chung Choi[2]

Abstract

In this paper, diallel crosses block designs for control versus test comparisons among the lines are proposed. These block designs are constructed by using partially balanced incomplete block designs with *C*-properties. Also, the efficiencies of the diallel crosses block designs obtained through this method are tabulated for number of lines 22 or less.

Keywords : 이면교배, 일반조합능력, 통제근교계통, 비교근교계통, 부분균형불완비 블록계획, *C*-계획

1. 서론

이면교배(diallel cross)계획은 식물의 육종실험에서 근교계통(inbred line)의 유전적 특성을 연구하는데 이용되는 짝짓기 계획(mating design)이다. 서로 다른 유전적인 특징을 갖는 p종의 근교계통에서 i번째 근교계통과 j번째 근교계통의 교배를 (i,j)로 나타내고 n_c를 실험에 이용되는 서로 다른 교배의 수라 하면 Griffing(1956)은 n_c에 따라 4가지 형태의 완전이면교배(Complete Diallel Cross)계획을 정의하였다.

지금까지의 이면교배계획에 관한 연구는 p개의 모든 근교계통간의 일반조합능력(general combining ability: gca)을 비교하기 위한 연구였다. 그러나 이면교배 실험의 목적이 통제 근교계통(control inbred line) 또는 표준 근교계통(standard inbred line)과 비교 근교계통(test inbred line)간의 gca를 비교하는데 있다면 기존에 제시된 방법으로는 통제 근교계통과 비교 근교계통간의 gca효과를 정도(precision)가 높게 비교할 수 없다. 최근에 Choi와 Gupta 그리고 Kageyama(2002)는 통제 근교계통과 비교 근교계통의 gca효과를 비교하기 위해서 Pearce(1960)의 타입-S(type-S) 계획 개념

1. Researcher, The Research Institute of Statistics Chosun University, Gwangju 501-759, Korea
E-mail : syn2000@netian.com
2. Professor, Department of Computer Science and Statistics, Chosun University, Gwangju 501-759, Korea

을 이용하여 완전확률화 계획과 불완비 블록계획을 제시하였다. 이들이 제시한 계획들은 $n_c = p(p-1)/2$인 완전이면교배 계획인데, 근교계통의 수 p가 커지게 되면 교배의 수가 급격히 증가되어 모든 교배를 실험하는 완전이면교배 계획이 현실적이지 못한 경우가 발생된다. 이러한 상황에서 보다 적은 수의 서로 다른 교배를 실험하여 통제 근교계통과 비교 근교계통의 gca 효과를 비교할 수 있다면 이는 효과적인 계획이 된다.

따라서 본 연구에서는 2개의 동반분류를 갖는 부분균형 불완비 블록(partially balanced incomplete block : PBIB)계획 중에서 C-계획(C-Design)이 되는 PBIB 계획을 이용하여 통제 근교계통과 비교 근교계통의 gca효과의 비교를 위한 블록계획을 구성하는 방법과 이들 계획의 효율성을 제시한다. 이를 위해서 2절에서는 블록계획의 구성방법과 C-계획의 성질을 이용하여 gca효과간의 차이분산을 유도하고 3절에서는 블록계획의 효율성과 $p \le 22$일 때 2절에서 설계되는 블록계획의 효율성을 표로 제시한다.

2. 블록계획의 구성방법

p개의 근교계통을 갖는 이면교배에서 통제 근교계통을 0, 비교 근교계통을 $1, 2, \ldots, p-1$로 나타내자. 이면교배 실험에 이용되는 교배의 총 수를 n이라 할 때 모형(Singh과 Hinkelmann, 1995)은 아래와 같이 정의된다.

$$Y = \mu 1_n + \Delta_1 g + \Delta_2 \beta + \varepsilon, \tag{2.1}$$

여기서 Y는 $n \times 1$ 관찰 값 벡터이고 μ는 전체평균, 1_n은 모든 요소가 1인 $n \times 1$ 벡터를 나타낸다. 또한, $g = (g_0, g_1, g_2, \ldots, g_{p-1})'$와 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_b)'$는 각각 gca 효과벡터와 블록효과벡터를 나타내며 Δ_1, Δ_2는 각각 p개의 gca와 b개의 블록에 대응하는 계획행렬이고 ε는 평균이 0, 분산이 σ^2인 $n \times 1$ 오차항 벡터이다. 모형 (2.1)에서 gca 효과벡터 g를 추정하기 위한 정보행렬 C는 다음과 같이 정의된다(Gupta와 Kageyama,1994).

$$C = (c_{ij}) = G - \frac{1}{k} NN', \tag{2.2}$$

여기서 s_i를 $i(i = 0, 1, 2, \ldots, p-1)$번째 근교계통의 반복 수, s_{ij}, $i<j = 0, 1, \ldots, p-1$를 교배 (i, j)의 반복 수라 할 때 $G = (g_{ij})$는 대칭행렬로서 $g_{ii} = s_i$, $g_{ij} = s_{ij}$ 이고 $N = \Delta_1' \Delta_2$는 $p \times b$ 근교계통-블록 빈도행렬을 나타낸다.

2개의 동반분류를 갖는 PBIB 계획을 이용하여 통제 근교계통과 비교 근교계통의 gca를 비교하기 위한 블록계획을 구성하는 방법을 살펴보면 아래와 같다. 먼저 (2.3)과 같은 모수를 갖으면서 C-계획이 되는 PBIB 계획을 D_1이라 하자.

$$v_1 = p-1,\ b_1, r_1, k_1, \lambda_s \neq 0, \lambda_l = 0 \quad l(\neq s) = 1, 2, \tag{2.3}$$

여기서 v_1, b_1, r_1 그리고 k_1은 각각 처리 수, 블록 수, 각 처리의 반복 수 그리고 블록크기이고 λ_s, λ_l은 s번째와 l번째 동반관계에 있는 임의의 두 처리가 동일 블록에

함께 나타나는 횟수를 나타낸다. 계획 D_1의 각 블록에 0으로 표현되는 통제 근교계통을 포함시킨 계획을 D_2라 하면 계획 D_1이 C-계획이므로 D_2 역시 C-계획(Saha, 1976)이 되고 아래와 같은 모수를 갖는다.

$$v_2 = p,\ b_2 = b_1,\ k_2 = k_1 + 1,\ r_{20} = b_1,\ r_{21} = r_1,\ \lambda_0 = r_1,$$

여기서 v_2, b_2, k_2는 각각 처리 수, 블록 수 그리고 블록 크기이고 r_{20}, r_{21}은 각각 통제 근교계통과 비교 근교계통의 반복 수, λ_0는 통제 근교계통이 각각의 비교 근교계통과 함께 나타나는 블록 수이다. 그런 다음, 계획 D_2의 각 블록에 속한 $k_1 + 1$개의 근교계통을 이용하여 $k_1(k_1+1)/2$개의 교배를 형성하면 다음과 같은 모수를 갖는 블록 이면교배계획 D가 구성된다.

$$p,\ b = b_1,\ k = k_1(k_1+1)/2,\ r_c = r_1,\ r_t = \lambda_s,\ s_0 = k_1 b_1,\ s_i = k_1 r_1, \tag{2.4}$$

여기서 b, k는 블록 수, 블록 크기이고 r_c는 교배 $(0, i)$ $(i = 1, 2, \ldots, p-1)$의 반복 수, r_t는 두 개의 비교 근교계통 i, j가 s번째 동반관계에 있을 때 교배 (i, j), $(0 < i < j = 1, 2, \ldots, p-1)$의 반복 수를 나타낸다.

보조정리 1. 계획 D의 정보행렬 C는 아래와 같다.

$$C = (k_1 - 1)C_2,$$

여기서 $C_2 = G_2 - \frac{1}{(k_1+1)} N_2 N_2'$과 N_2는 각각 계획 D_2의 블록-내(intra-block)행렬과 빈도행렬을 나타낸다.
증명. 부록참조.

이제 (2.4)와 같은 모수를 갖는 계획 D에서 C-계획의 성질을 이용하여 두 근교계통간의 gca효과 차이의 분산을 유도한다. 이를 위해서 계획 D_1과 D_2에서 정의되는 $M_0^{(1)}$과 $M_0^{(2)}$행렬을 아래와 같다고 하자.

$$M_0^{(1)} = \frac{1}{r_1 k_1} N_1 N_1' - \frac{r_1}{b_1 k_1} J_{p-1}, \quad M_0^{(2)} = \frac{k_1}{k_1+1} \begin{bmatrix} 0 & 0'_{p-1} \\ 0_{p-1} & M_0^{(1)} \end{bmatrix},$$

여기서 N_1은 계획 D_1의 빈도행렬을 나타낸다. 또한 μ_1과 μ_2를 $M_0^{(1)}$과 $M_0^{(2)}$ 행렬의 0이 아닌 고유값이라 하면 계획 D_1과 D_2는 C-계획이므로 $M_0^{(2)}$의 0이 아닌

고유값 $\mu_2 = \frac{b_1 k_1}{b_1(k_1+1)}\mu_1 = \left(\frac{k_1}{k_1+1}\right)\mu_1$ **이다**(Saha, 1976). PBIB **계획을 이용한 블록계획에서 두 근교계통의** gca**효과의 차이분산을 아래와 같이 정의하자.**

$$Var(\hat{g}_i - \hat{g}_j) = \begin{cases} \sigma_0^2 = c_0\sigma^2,\ i=0, j=1,2,\ldots,p-1 \text{인 경우} \\ \sigma_1^2 = c_1\sigma^2,\ i,j(i<j=1,2,\ldots,p-1) \text{가 } s \text{번째 동반관계에 있는 경우} \\ \sigma_2^2 = c_2\sigma^2,\ i,j(i<j=1,2,\ldots,p-1) \text{가 } l(l\neq s) \text{번째 동반관계에 있는 경우,} \end{cases}$$

여기서 c_0, c_1, c_2**는 상수이다. 블록계획** D**의 구성방법으로부터** σ_0^2, σ_1^2 **그리고** σ_2^2**가 아래와 같음을 알 수 있다.**

정리 1. 계획 D**에서 두 근교계통의** gca**효과의 차이분산** $Var(\hat{g}_i - \hat{g}_j)$**은 아래와 같다**

$$\sigma_0^2 = c_0\sigma^2 = \frac{k_1(b_1+r_1)+v_0(b_1-r_1)}{(k_1-1)k_1 b_1 r_1}\sigma^2,$$

$$\sigma_1^2 = c_2\sigma^2 = \frac{2\{k_1 r_1 + v_0(r_1-\lambda_s)\}}{(k_1-1)k_1 r_1^2}\sigma^2,$$

$$\sigma_2^2 = c_2\sigma^2 = \frac{2(k_1+v_0)}{(k_1-1)k_1 r_1}\sigma^2, \tag{2.5}$$

여기서 $v_0 = \left(\frac{1}{1-\mu_2}\right)\frac{k_1}{k_1+1}$**이다.**

증명. 계획 D**의 정보행렬과 계획** D_2**의 정보행렬의 일반화 역행렬을 각각** C_g, Ω**라 하자. 보조정리** 1**에 따라** $C=(k_1-1)C_2$**이므로** $C_g=(c_g^{ij})=(k_1-1)^{-1}\Omega$**이다. 계획** D_2**는** C-**계획이므로** Ω**는 아래와 같다**(Saha, 1976).

$$\begin{aligned}\Omega &= [I_p + (1-\mu_2)^{-1}M_0^{(2)}]G_2^{-1} \\ &= \left[I_p + \begin{bmatrix} 0 & 0'_{p-1} \\ 0_{p-1} & v_0 M_0^{(1)}\end{bmatrix}\right]G_2^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0'_{p-1} \\ 0_{p-1} & I_{p-1}+v_0 M_0^{(1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1^{-1} & 0'_{p-1} \\ 0_{p-1} & r_1^{-1}I_{p-1}\end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} b_1^{-1} & 0'_{p-1} \\ 0_{p-1} & W_{p-1} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

여기서 $W_{p-1} = \frac{v_0}{r_1}[\frac{1}{v_0} I_{p-1} + M_0^{(1)}]$이다.

$N_1 N_1'$행렬에서 대각요소는 r_1이고 두 처리가 s번째 동반관계에 있을 때 λ_s, $l(\neq s)$번째 동반관계에 있을 때는 0이므로 (2.6)의 $W_{p-1} = (w_{ij})$는 아래와 같은 요소를 갖는 행렬이다.

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{b_1 k_1 + v_0(b_1 - r_1)}{b_1 k_1 r_1}, & i = j \text{일 때} \\ \frac{v_0(\lambda_s b_1 - r_1^2)}{b_1 k_1 r_1^2}, & i,j\,(i \neq j)\text{가 } s\text{번째 동반관계에 있는 경우} \\ -\frac{v_0}{b_1 k_1}, & i,j\,(i \neq j)\text{가 } l(l \neq s)\text{번째 동반관계에 있는 경우}. \end{cases} \quad (2.7)$$

따라서 (2.6)과 (2.7) 그리고 $C_g = (c_g^{ij}) = (k_1 - 1)^{-1}\Omega$의 관계를 이용하면 계획 D에서 $Var(\hat{g}_i - \hat{g}_j) = (c_g^{ii} + c_g^{jj} - 2c_g^{ij})\sigma^2$가 (2.5)와 같음을 알 수 있다.
□

아래의 <표 2.1>은 Saha(1976)의 따름 정리 4와 Clatworthy(1973)의 계획으로부터 블록계획 D를 설계하는데 이용될 수 있는 PBIB 계획과 이에 대응하는 $M_0^{(1)}$의 0이 아닌 고유값 μ_1을 제시한 것이다(여기서 사용된 기호 n, s, i의 의미는 Dey(1986)를 참조).

<표 2.1> PBIB 계획과 고유값 μ_1

PBIB 계획	λ_1	λ_2	μ_1
triangular	$r_1/2$	0	$(n-2)/2k_1$
	0	$r_1/(n-3)$	$(n-2)/(n-3)k_1$
Latin square	r_1/i	0	s/ik_1
	0	$r_1/(s-i+1)$	$s/k_1(s-i+1)$
semi-regular group divisible	0	$r_1 k_1/v_1$	$1/k_1$

3. 계획의 효율성 및 예제

통제 근교계통과 비교 근교계통의 gca를 비교하기 위한 완전확률화(completely randomized)계획을 D_c라 할 때 정보행렬 C_c는 아래와 같다.

$$C_c = G - \frac{1}{n} ss', \tag{3.1}$$

여기서 $s = (s_0, s_1, s_2, \ldots, s_{p-1})' = (k_1 b_1, k_1 r_1, k_1 r_1, \ldots, k_1 r_1)'$이고 $n = b_1 k_1 (k_1 + 1)/2$이다. 완전확률화 계획 D_c에 대한 블록계획 D의 효율성을 계산하기 위해서 C_c의 일반화 역행렬을 $C_c^- = (c_{(g)}^{ij})$라 하자.

$C_c^- = (c_{(g)}^{ij})$에서 $c_{(g)}^{00} = c_{00}^*$, $c_{(g)}^{0i} = c_{01}^*$, $c_{(g)}^{ii} = c_d^*$, $i = 1, 2, \ldots, p-1$ 라하고 두 근교계통 $i, j\ (i<j = 1, 2, \ldots, p-1)$가 각각 s번째와 $l(l \neq s)$번째 동반관계에 있을 때의 $c_{(g)}^{ij}$를 각각 c_1^*, c_2^*라 하면 완전확률화 계획 D_c에 대한 블록계획 D의 효율성 eff$(\hat{g}_i - \hat{g}_j)$는 아래와 같다.

$$\text{eff}(\hat{g}_i - \hat{g}_j) = \begin{cases} e_0 = \dfrac{v_0^c}{c_0}, & i = 0, j = 1, 2, \ldots, p-1 \\ e_1 = \dfrac{v_1^c}{c_1}, & i, j\ (i<j = 1, 2, \ldots, p-1)\text{가 } s\text{번째 동반관계 일 때} \\ e_2 = \dfrac{v_2^c}{c_2}, & i, j\ (i<j = 1, 2, \ldots, p-1)\text{가 } l(l \neq s)\text{번째 동반관계 일 때} \end{cases} \tag{3.2}$$

여기서 $v_0^c = c_{00}^* + c_d^* - 2c_{01}^*$, $v_1^c = 2(c_d^* - c_1^*)$이고 $v_2^c = 2(c_d^* - c_2^*)$이다.

예제 1. 모수가 $v_1 = mn = 4 \cdot 2 = 8, b_1 = 8, k_1 = 4, r_1 = 4, \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 2$인 semi-regular GD PBIB 계획 D_1을 이용하여 블록계획 D를 구성하면 계획 D는 모수가 $p = 9, b = 8, k = 10, r_c = 4, r_t = 2, s_0 = 32, s_1 = 16$이면서 아래와 같은 블록을 갖는다.

블록번호	D_1	D
1	1,2,3,4	(0,1),(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)
2	5,6,7,8	(0,5),(0,6),(0,7),(0,8),(5,6),(5,7),(5,8),(6,7),(6,8),(7,8)
3	1,2,7,8	(0,1),(0,2),(0,7),(0,8),(1,2),(1,7),(1,8),(2,7),(2,8),(7,8)
4	3,4,5,6	(0,3),(0,4),(0,5),(0,6),(3,4),(3,5),(3,6),(4,5),(4,5),(5,6)
5	1,3,6,8	(0,1),(0,3),(0,6),(0,8),(1,3),(1,6),(1,8),(3,6),(3,8),(6,8)
6	2,4,5,7	(0,2),(0,4),(0,5),(0,7),(2,4),(2,5),(2,7),(4,5),(4,7),(5,7)
7	1,4,6,7	(0,1),(0,4),(0,6),(0,7),(1,4),(1,6),(1,7),(4,6),(4,7),(6,7)
8	2,3,5,8	(0,2),(0,3),(0,5),(0,8),(2,3),(2,5),(2,8),(3,5),(3,8),(5,8)

이 블록계획에서 gca 효과간의 차이분산을 구하면 $\mu_1 = 0.25, \mu_2 = 0.2, v_0 = 1$이므로 통제 근교계통과 비교 근교계통의 차이분산 $Var(\hat{g}_0 - \hat{g}_j) = 0.135\sigma^2$이고 두 근

교계통 i,j가 각각 첫 번째와 두 번째 동반관계에 있을 때의 $Var(\hat{g}_i - \hat{g}_j)$는 각각 $0.208\sigma^2$, $0.186\sigma^2$이다. 계획 D_c에 대한 블록계획 D의 효율성은 $v_c^0 = 0.115$, $v_c^1 = 0.146$, $v_c^2 = 0.125$이므로 $e_0 = 0.852$, $e_1 = 0.785$, $e_2 = 0.60$이다.
□

아래의 <표 3.1>은 Clatworthy(1973)의 PBIB 계획을 이용하여 $p \leq 22$ 이고 $b \leq 36$ 일 때 우리가 구할 수 있는 블록계획 D와 이들의 효율성을 구한 것이다. 이 표에 제시된 계획들은 각각의 v_1에 대해서 r_1이 다른 계획이 여러 개 존재하지만 효율성은 서로 같으므로 r_1이 가장 작은 계획만을 제시한 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 이면교배 실험의 목적이 통제 근교계통과 비교 근교계통간의 gca 효과를 비교하는데 있을 때 2개의 동반분류를 갖는 PBIB 계획 중에서 C-계획이 되는 PBIB 계획을 이용하여 블록계획을 설계하는 방법과 계획의 효율성 및 기존의 PBIB 계획으로부터 우리가 쉽게 구성할 수 있는 블록계획들을 제시했다. 우리가 제시한 방법으로부터 설계되는 블록계획은 C-계획이 되는 PBIB 계획을 이용하였기 때문에 실험에 이용되는 서로 다른 교배의 총 수가 완전이면교배 계획보다 작은 계획이 된다. 또한 gca 효과차이 분산이 C-계획의 성질로부터 간단한 모수 형태로 표현될 수 있음을 보였는데, 이러한 결과는 통제 근교계통의 수가 2개 이상인 이면교배에서 통제 근교계통과 비교 근교계통간의 비교를 위한 블록계획에서도 확대 적용될 수 있다.

<표 3.1> **블록계획 D의 효율성**

Ref. Number	v_1	r_1	k_1	b_1	λ_1	λ_2	p	b	k	r_c	r_t	s_0	s_i	e_0	e_1	e_2
SR1	4	2	2	4	0	1	5	4	3	2	1	8	4	0.73	0.60	0.333
SR6	6	3	2	9	0	1	7	9	3	3	1	18	6	0.60	0.50	0.333
SR9	8	4	2	16	0	1	9	16	3	4	1	32	8	0.539	0.455	0.333
SR11	10	5	2	25	0	1	11	25	3	5	1	50	10	0.50	0.429	0.333
SR13	12	6	2	36	0	1	13	36	3	6	1	72	12	0.474	0.412	0.334
SR18	6	2	3	4	0	1	7	4	6	2	1	12	6	0.80	0.715	0.50
SR24	9	6	3	18	0	2	10	18	6	6	2	54	18	0.714	0.636	0.50
SR26	12	4	3	16	0	1	13	16	6	4	1	48	12	0.667	0.60	0.50
SR28	15	5	3	25	0	1	10	25	6	5	1	45	15	0.637	0.579	0.50
SR30	18	6	3	36	0	1	19	36	6	6	1	108	18	0.615	0.565	0.50
SR36	8	4	4	8	0	2	9	8	10	4	2	32	16	0.852	0.785	0.60
SR41	12	3	4	9	0	1	13	9	10	3	1	36	12	0.778	0.714	0.60
SR46	20	5	4	25	0	1	21	25	10	5	1	100	20	0.715	0.666	0.60
SR52	10	4	5	8	0	2	11	8	15	4	2	40	20	0.875	0.817	0.667
SR56	15	6	5	18	0	2	16	18	15	6	2	90	30	0.818	0.764	0.667
SR59	20	8	5	32	0	2	21	32	15	8	2	160	40	0.784	0.737	0.666
SR66	12	4	6	8	0	2	13	8	21	4	2	48	24	0.896	0.846	0.713
SR72	18	6	6	18	0	2	19	18	21	6	2	108	36	0.843	0.799	0.714
SR80	14	4	7	8	0	2	15	8	28	4	2	56	28	0.909	0.867	0.75
SR84	21	6	7	18	0	2	22	18	28	6	2	126	42	0.867	0.825	0.749
SR91	16	6	8	12	0	3	17	12	36	6	3	96	48	0.919	0.882	0.778
SR99	18	6	9	12	0	3	19	12	45	6	3	108	54	0.932	0.896	0.802
SR107	20	8	10	16	0	4	21	16	55	8	4	160	80	0.929	0.905	0.817
T29	10	4	4	10	2	0	11	10	10	4	2	40	16	0.805	0.777	0.605
T48	15	2	5	6	1	0	16	6	15	2	1	30	10	0.815	0.815	0.667
T65	21	2	6	7	1	0	22	7	21	2	1	42	12	0.825	0.841	0.774
T16	15	3	3	15	0	1	16	15	6	3	1	45	9	0.64	0.56	0.582
LS7	9	2	3	6	1	0	10	6	6	2	1	18	6	0.714	0.714	0.51
LS28	16	2	4	8	1	0	17	8	10	2	1	32	8	0.733	0.771	0.6
LS29	16	3	4	12	1	0	17	12	10	3	1	48	12	0.741	0.717	0.605
LS36	16	3	4	12	0	1	17	12	10	3	1	48	12	0.741	0.651	0.665

부록

보조정리 1 증명. **계획** D_2**의 블록-내 행렬** C_2**에서** $G_2 = (g_{ij}^{(2)})$**는 아래와 같은 요소를 갖는 대각행렬이고**

$$g_{00}^{(2)} = b_1, g_{0i}^{(2)} = 0, g_{ii}^{(2)} = r_1, g_{ij}^{(2)} = 0 \quad i,j\ (i \neq j) = 1,2,\dots,p-1 \qquad (1)$$

$N_2 N_2' = (\lambda_{ij}^{(2)})$**는 아래와 같은 요소를 갖는 행렬이므로**

$$\begin{cases} \lambda_{00}^{(2)} = b_1, \lambda_{0i}^{(2)} = \lambda_{ii}^{(2)} = r_1\ (i = 1,2,\dots,p-1), \\ \lambda_{ij}^{(2)} = 0, \quad i,j\ (i \neq j)\text{가 } l(\neq s) \text{ 번째 동반관계에 있는 경우} \\ \lambda_{ij}^{(2)} = \lambda_s, \quad i,j\ (i \neq j)\text{가 } s \text{ 번째 동반관계에 있는 경우} \end{cases} \qquad (2)$$

(1)**과** (2)**로부터** $C_2 = (c_{ij}^{(2)})$**가** (3)**과 같은 요소를 갖는 행렬임을 알 수 있다.**

$$\begin{cases} c_{00}^{(2)} = \dfrac{k_1}{k_1+1} b_1, c_{0i}^{(2)} = -\dfrac{r_1}{k_1+1}, c_{ii}^{(2)} = \dfrac{k_1}{k_1+1} r_1, (i = 1,2,\dots,p-1), \\ c_{ij}^{(2)} = 0, \quad i,j\ (i \neq j)\text{가 } l \text{ 번째 동반관계에 있는 경우} \\ c_{ij}^{(2)} = -\dfrac{\lambda_s}{k_1+1}, \quad i,j\ (i \neq j)\text{가 } s \text{ 번째 동반관계에 있는 경우.} \end{cases} \qquad (3)$$

블록 이면교배계획 D**의 정보행렬에서** $G = (g_{ij})$**와** $NN' = (\lambda_{ij})$**의 행렬요소는 각각 아래의** (4), (5)**와 같다.**

$$\begin{cases} g_{00} = k_1 b_1, g_{0i} = r_1, g_{ii} = k_1 r_1 (i = 1,2,\dots,p-1), \\ g_{ij} = 0, \quad i,j\ (i<j = 1,2,\dots,p-1)\text{가 } l \text{ 번째 동반관계에 있는 경우} \\ g_{ij} = \lambda_s, \quad i,j\ (i<j = 1,2,\dots,p-1)\text{가 } s \text{ 번째 동반관계에 있는 경우.} \end{cases} \qquad (4)$$

$$\begin{cases} \lambda_{00} = k_1^2 b_1, \lambda_{0i} = k_1^2 r_1, \lambda_{ii} = k_1^2 r_1 (i = 1,2,\dots,p-1), \\ \lambda_{ij} = 0, \quad i,j\ (i<j = 1,2,\dots,p-1)\text{가 } l \text{ 번째동반관계에 있는 경우} \\ \lambda_{ij} = k_1^2 \lambda_s, \quad i,j\ (i<j = 1,2,\dots,p-1)\text{가 } s \text{ 번째동반관계에 있는 경우.} \end{cases} \qquad (5)$$

(4)**와** (5)**를 이용하여 계획** D**의 정보행렬** $C = (c_{ij})$**를 나타내면 아래와 같은 요소를 갖는다.**

$$\begin{cases} c_{00} = \dfrac{k_1(k_1-1)}{k_1+1} b_1,\ c_{0i} = -\dfrac{(k_1-1)}{k_1+1} r_1,\ c_{ii} = \dfrac{k_1(k_1-1)}{k_1+1} r_1 (i=1,2,\ldots,p-1), \\ c_{ij} = 0, \qquad i,j\ (i<j=1,2,\ldots,p-1) \text{가 } l \text{ 번째 동반관계에 있는 경우} \\ c_{ij} = -\dfrac{(k_1-1)}{k_1+1}\lambda_s, \quad i,j\ (i<j=1,2,\ldots,p-1) \text{가 } s \text{ 번째 동반관계에 있는 경우}. \end{cases} \tag{6}$$

따라서 (3)과 (6)으로부터 $c_{ij} = (k_1-1)c_{ij}^{(2)}$ $(i<j=0,1,\ldots,p-1)$이므로 $C=(k_1-1)C_2$ 이다.

참고문헌

1. Choi, K.C., Gupta, S. and Kageyama, S.(2002). Type S designs for diallel cross experiments. *Utilitas Mathematics*. to appear.
2. Clatworthy, W.H.(1973). *Tables of Two -Associate-Class Partially Balanced Designs*, NBS Applied Mathematics Series 63, Washington, D.C.
3. Dey, A.(1986). *Theory of Block Designs*, Johne Wiley & Sons.
4. Griffing, B.(1956). Concepts of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. *Australian Journal of Biological Sciences* 9, 463-493.
5. Gupta, S. and Kageyama, S. (1994). Optimal complete diallel crosses. *Biometrika* 81, 420-424.
6. Pearce, S.C.(1960). Supplemented balance, *Biometrika* 47 263-271.
7. Saha,G.M.(1976). On Calinski's Patterns in Block Designs, *Sankhya* 38, 383-392.
8. Singh, M. and Hinkelmann, K. (1995). Partial Diallel Crosses in Incomplete Blocks. *Biometrics* 51, 1302-1314.

[2002년 7월 접수, 2002년 9월 채택]