

초등수학에서 학습교구의 활용 방안

안 병 곤 (광주교육대학교)

초등학교에서 제 7차교육과정은 2002학년도부터 모든 학년에서 운용이 시작된다. 우리는 새로운 교육과정의 기본 방향을 '학습자 중심교육과정'이라 하고, 이에 대한 실천방안으로 초등수학교육에서는 '활동중심' 교육과정의 전개를 특징으로 하고 있다. 특히 활동 중심교육에서 가장 중요한 것은 활동의 대상이 되는 교구의 활용이라 할 수 있다. 이러한 교구들 중에서 가장 일반적인 것은 조작교구이므로 이러한 조작교구의 종류와 특징, 성질을 이해하고 활용하는 것은 매우 중요하다. 그러나 실제 학교현장에서는 이러한 자료 활용에 대한 준비와 연구 미흡으로 실천하는데 어려움을 겪고 있는 것이 현실이다. 이에 본 연구에서는 보다 효과적으로 조작교구를 활용 할 수 있는 방안을 제 7차교과서의 내용을 중심으로 탐색하여 구체적인 예를 들어 교수·학습활동에 도움을 주고자 한다.

I. 시작하면서

1인당 국민소득이 200\$이던 시대에는 대량생산체제에 필요한 노동자의 육성을 위해 단순한 일에 종사할 획일적인 학습이 필요했다. 그러나 1인당 국민 소득 10,000\$인 지금은 개인의 창의력과 잠재 능력을 발휘할 수 있는 창조력 육성을 위한 학습방법을 요구하고 있다.

이제는 학교교육만이 필수적이어야 할 이유는 없어지고 모든 국민이 평생동안 교육을 받으며 살아가야 하는 시대가 되었고, 교육방법도 소품종 대량생산체제에서 다품종 소량생산체제에 알맞은 학습방법이 필요하게 되었다. 즉 학습방법은 지식의 내용을 보여 주기보다는 지식을 분석하고 창조할 수 있는 능력의 향상을 요구하고 있다. 조벽(1999)의 조사에 따르면 학습 후에 학습내용이 남아 있는 비율을 보면 읽기만은 10%, 듣기만은 26%, 보기만은 30%, 보기와 듣기는 50%, 보기와 말하기는 70%, 말하기와 행동하기는 90%가 된다는 것은 학교수업에 대한 방향을 제시해 주고 있다.

학교수학의 실패의 대부분은 학습방법이 시대에 따르지 못하는 전통적인 교수법과 수학이 학생들의 진학과 취업에서 펌프(pump)의 역할보다는 필터(filter)의 역할을 한 것이 큰 이유라 할 수 있다. 지식정보화 사회에서 수학적 소양(수학적으로 읽고 쓰는 능력)은 필수적이다.

사고의 본질을 행동의 내면화에 따른 조작이론에서 본다면, 지식은 조작체계라 말할 수 있고 교육 방법은 능동적 탐구활동이어야 한다. 따라서, 아동들이 보다 쉽고 흥미 있게 학교수학을 배울 수 있는 방법은 학습교구를 활용을 통한 실제적인 활동을 할 때 매우 효과적이다.

Freudenthal은 '완성품으로서의 수학을 적용하는 것은 점차 기계에 맡길 수 있게 되어, 좀 더 새로운 힘은 수학의 창조적인 적용에 자유롭게 사용될 수 있게 된다(김응태·박한식·우정호, 1996).고

주장하고 있다.

이에 초등학교에서 교구를 활용한 활동중심의 학습은 처음으로 학교 수학을 배우는 아동들이 잘 배울 수 있고, 교사는 잘 가르칠 수 있는 효과적인 학교수학의 방법이 될 수 있다. 이런 방법은 이해를 빠르게 하고 학습의 전이효과도 높일 수 있으며 학생들의 성취수준과 학습속도의 수준에 따라 적절한 자극과 보상을 한다면 더욱 효과적이라 할 수 있다.

본 연구에서는 2002학년도부터 전면적으로 운용하게 될 제7차 교육과정의 초등수학의 교수학습과정에서 활용할 수 있는 교구의 종류와 그 교구의 의미를 알아보고, 보다 효과적으로 활용할 수 있는 방법을 찾아 실제의 교수·학습에서 활용에 도움을 주고자 한다.

II. 수학학습 교구의 활용 배경

교구는 '학습을 구체적으로 진행시키고 보다 쉽게 전개시키기 위한 방법으로 사용되는 도구'로 교육목적이나 대상 또는 내용에 따라서 그 종류나 기능이 달라진다(남익우 외, 1991). Bruner는 교구의 개념을 매우 넓게 '간접적 경험을 위한 교구', '모형교구', '극화 교구', '자동화 교구' 등으로 분류하였다. 이 분류는 영화, 텔레비전, 마이크로 필름, 녹음기, 책, 시범 실험, 삽화, 모형, 계열화된 학습 프로그램, 기록영화 등으로 교구의 범위는 다양하다. 또 조작교구(Manipulative Material)는 '손으로 다룰 수 있는 교구'로 Cathcart(1977)와 Kennedy(1986)는 조작교구는 '만질 수 있으며, 여기저기 옮길 수 있고 재배열이 가능하여 아동에 의해 조작될 수 있는 물체'라 하였다. Young(1983)은 조작교구를 '물리적 참여를 통해 추상화되어질 수 있는 수학적 아이디어를 표현하는 물체'로 정의하여 학생의 활동과 수학적 모델의 역할을 조작교구가 수행할 수 있어야함을 강조한다(김수미, 2000, 재인용).

학습교구의 이론적 토대는 19세기와 20세기 초반까지 번창했던 정신훈련에 대한 연구와 자극 반응이론이 1930년대 Brownell에 의한 유의미 학습 이론에 의해 큰 타격을 받아 형성 되었다. 유의미 학습 이론은 아동이 어떤 내용의 학습을 위해서는, 현재 학습 내용의 바탕이 되는 기본 개념을 먼저 이해해야한다고 보고 아동의 수학 학습의 개념 형성에 교구의 활용을 처음으로 관심을 갖게 되었다. 이에 필요한 수학교구의 개발은 1950년대 말부터 시작된 것이다.

김용태 외(1996)는 교구를 아동에게 구구법을 암기시키기 위한 '플래쉬 카드'나 계산 연습을 위한 학습 프로그램과 같은 기계적 훈련을 위한 교구, 어떤 특정한 수학적 개념이나 원리 등을 이해시키기 위한 모형, 수학적 구조 특히 수 구조를 구체화한 큐즈네어 색막대(이하, 큐즈네어 막대, Cusinare colour rods)와 논리 또는 부울(Boole)대수 지도를 위한 던즈블럭(Dienes Blocks) 등으로 구분하고 있다. 이런 교구는 1960년대 이후의 수학교육현대화 운동과 더불어 개발된 것으로 수학적 관계를 유기적으로 상호 관련시켜 발전하도록 고안된 것이다. 이러한 조작교구는 학생의 지각적 감각에 자극을 주고, 학생이 만질 수 있으며 이동과 재배열이 가능해야 하며 수학적 아이디어를 표현된 것으로 볼 수 있다.

김수미(2000)가 미국 교사들 대상의 조작교구 사용에 대한 것을 보면, Suydam(1982)은 조작교구 사용이 아동의 수학적 개념을 형성에 도움을 주고 있으나, Scott(1983)는 대부분의 교사는 교과서 이외의 다른 교구는 잘 사용하지 않는 것으로 나타났다. 미국의 대도시 지역 75개 초등학교 교사들의 수학교구의 사용 실태 조사에서 1학년 교사들은 자주 사용하나, 학년이 올라갈수록 빈도가 큰 폭으로 낮아지고 또한 사용되는 교구의 종류도 단순한 교구 몇 가지에 한정되고 있음을 지적하고 있다.

일반적으로 행해지는 교수·학습방식은 교사의 분석단계에서 시작하여 아동은 그 분석 결과를 받아들이는 입장이 된다. ‘막연한 전체’로 문제가 주어지지 않으면 아동의 주체적인 분석활동은 불가능하며, 의미 있는 학습활동은 어렵다. 이 단계에서 교사의 역량이 요구되는 것으로 구체적 대상 즉 학습교구를 활용할 때 의미는 창조되고 동화되어 아동들의 동기와 흥미를 유발시킬 수 있는 효과를 거둘 수 있다.

예를 들면 양 개념이 형성된 다음에 측정을 하는 것은 측정을 통해 양 개념이 형성되는 것이다. 많은 수학적 개념은 비교활동에서 형성되는 것으로, 이러한 방법은 비례 개념, 나눗셈 개념 등도 매우 자연스럽게 이해시킬 수 있다. 이때 교사는 아동에게 적절한 학습의 ‘장(situation)’을 마련해 주어 그 수업에 알맞은 ‘막연한 전체’에서 출발하여 아동의 자주적인 분석활동을 자극하고 그 이후의 학습활동에 목적을 부여하여 결과적으로 학습 성과가 ‘확립된 전체’로 자각되도록 해야 한다(김응태 외, 1996).

Piaget는 조작교구가 구체적 조작기 이전의 단계에서는 필수적이고, 이후에도 중요한 학습 조력물이 되므로 다양한 물체를 보고 다룬 경험이 있는 학생들은 명확한 정신적 이미지를 갖게 되며, 추상적 아이디어를 보다 완전하게 표현할 수 있다고 하였다. Skemp는 학습을 지배하는 체계로 학습자의 물체 조작 경험이 학습의 심화와 아이디어를 내면화시키는 물리적 행동을 학습자에게 제공하는 것과 행동에 기초한 물리적이기보다는 정신적으로 보고 있다. Dienes(1960)도 아동의 조작 교구 사용을 절대적으로 옹호하고, 여러 가지 교구를 개발하였다. 아동의 수 개념 형성을 위한 다진수 블록 카운터 등의 교구 개발하여 그 사용을 상세화하였다. 또한 개념에 대한 단일 표상보다는 다양한 형태의 표상을 아동들에게 제공하는 것이 보다 효과적임을 주장하였다.

김수미(2000)가 외국 중심의 조작 교구활용에 대한 조사에서 성취면에서 조작 교구의 사용은 학업 성취에 도움을 주며, 특히 세기, 자릿값, 기초 연산, 측정, 기하 영역, 문제해결, 분수와 문제해결에 효과가 있다. 또한 재강화에서 교구의 사용은 내용의 복습에 효과가 있으며 분수의 이해와 태도를 강화시킨다. 교구의 사용은 치료가 필요한 학생이나 부진 학생에게 가치가 있고, 개념적 이해를 위한 튼튼한 기초 제공과 초기 단계에서의 적절한 사용은 차후의 치료의 필요성을 제거해 주는 것으로 보고 있다.

수학교육에서 모델의 역할을 지적한 Revuz는 수학이 출현하여 전개되는 일반적인 골격으로 ‘상황-모델-이론’의 도식을 제시하고, 상황은 현실의 단편이며, 모델은 상황을 도식화한 것이고, 이론은 상황을 떠나 모델의 구조 자체를 연구할 때 나타나는 것이라 하였다. 이러한 입장에서 모델은 상황과 이론의 중간에 위치하고, 상황으로부터 이론으로, 이론으로부터 상황으로 이행하는 학습에서 각기 중

요한 위치를 차지하게 된다. 전자를 '추상화모델' 후자를 '구체화모델'이라고 부르고 있다. 이때 조작 교구는 하나의 모델역할을 할 수 있는 것으로 상황과 이론 사이를 가장 효과적으로 나타낼 수 있어야 한다.

전평국(1999)은 조작적 자료는 개념을 구성하는 관계의 구성과 예시에 의해서 그 개념을 획득하거나 이해하도록 도울 수 있는 것으로 조작자료는 수학을 행하는 데 아동이 무엇인가를 생각하고 탐색하는 접근 방법을 조장하며, 새롭거나 진보적인 아이디어를 생각해 내도록 촉진한다. 여러 형태의 자료는 수학적 아이디어 창조 보다 수월하게 해 준다. 수학적 개념은 관계이고, 그것의 실체는 물리적으로는 존재하지 않는다. 개념의 모델화를 위하여, 적절한 교구 사용은 아동이 반영적 사고를 하는데 효과적이고 개념과 기호 사이의 연결을 도와준다. 또 아동의 마음에 내적으로 표상된 개념과 외적으로 표현된 개념 사이에는 의미있는 결합이나 의사소통 능력을 향상시키고, 아동의 이해를 평가하는 데 도움이 된다. 그리고 언어, 또는 기호로 표현하게 하는 번역(translation) 능력을 향상시킨다고 보고 있다.

교사는 교수학습과정에서 자신이 획득한 개념은 자명한 것으로 생각하여 학습과정에서 오해와 곤란을 잊어버리고 자신의 논리를 아동에게 가정하는 경향이 있다. 특히 아동들에게 완성된 수학적 산물을 가르쳐야만 한다는 생각을 쉽게 나타내고 있다. 그러한 수업은 아동에게는 실질이 결여된 석재의 괴상한 무더기일 수 있는 것이며, 교과서를 꾸민 수학자의 엄밀성이나 형식성은 아동에게는 아무 의미가 없다. 수학의 과정적 특성과 활동주의적 교수학습이론은 완성된 산품으로서 수학의 전달이라는 전통적인 관념에 끊임없이 도전하고 있는 것이다.

III. 제7차 교육과정의 초등수학에서 학습교구의 활용

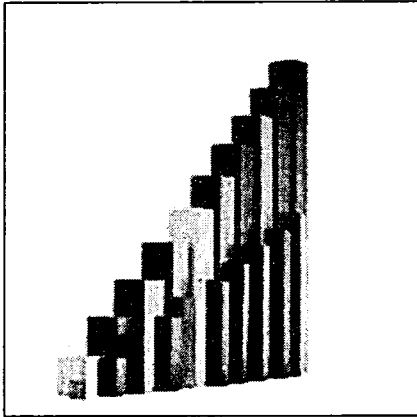
오늘날 수학 학습교구는 수학적 개념이나 구조의 표현에 따라 여러 가지 영역에서 사용할 수 있도록 구성되어 있다. 대표적인 것으로 큐즈네어 막대나 Dienes 블록은 수학의 본질에 해당하는 수학 교구로서 그 장르가 광범위하다. Skemp는 학습자가 학습에 흥미를 느끼면 교사가 시키지 않더라도 스스로 학습을 하므로 이러한 흥미를 가져올 수 있는 학습을 강조한다(김수미, 2000 재인용). 또한 Piaget는 아동들의 사고는 성인들의 사고와는 본질적으로 다르므로 조작활동을 통한 흥미와 관심을 가지게 하며, 이해의 기초가 되는 경험을 풍부하게 하는 방법으로 교구의 사용을 들고 있다. 아동들의 인지발달의 특징은 분명하게 관찰할 수 있는 대량의 변화에 대해서 보존개념이 형성되며 논리적 조작을 부분적으로 행할 수 있다. 이에 제7차 교육과정의 초등수학학습에서 활용할 수 있는 교구의 특징과 활용 방안을 강완 외(1998)가 분류한 교구의 종류를 중심으로 알아보면 다음과 같다.

1. 큐브형 교구

정육면체의 조각들로 구성된 것으로 큐브 10개를 일렬로 연결한 막대기형, 막대기형 10개를 붙여

만든 정사각형의 판형, 판형 10개를 쌓아 올린 정육면체형 등이 있다. 십진법의 지도, 분류, 세기, 도형, 측정, 연산 등의 학습에 사용될 수 있으며 대표적인 교구로 큐즈네어막대가 있다.

가. 큐즈네어 막대



【교안자】 Cusinare(벨)와 Gattegno(영)

【교구의 구성】 1cm에서 10cm까지로 각기 다른 크기의 직육면체로 10개가 한 묶음이며 각각의 길이에 따라 다른 색을 띠고 있다. 흰색 1cm, 빨강 2cm, 연두색 3cm, 보라 4cm, 노랑 5cm, 녹색 6cm 검정색 7cm, 갈색 8cm, 파란색 9cm, 주황색 10cm을 나타내고, 주황, 파랑, 갈색, 검정, 녹색, 노랑 각 4개, 보라 6개, 연두 10개, 빨강 12개, 흰색 22개의 모두 74개의 막대로 구성 되어 있다.(김남희,2000 ;구광조 외6,1997, www.montessori.co.kr/제품/수학).

【활용 방법】 학생 2~4명에 한 세트씩 활용

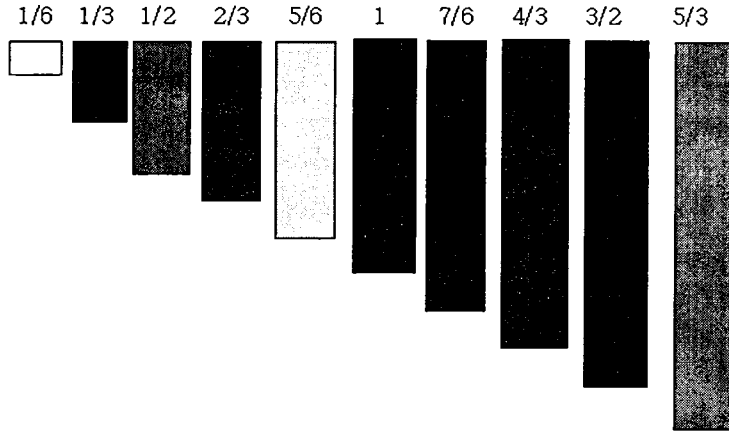
【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 수와 계산, 수의 합성과 분해, 약수와 배수, 분수, 확률, 비(比), 넓이, 둘레의 길이, 대칭, 합동, 패턴 등의 탐구 활동에 활용할 수 있다.

영역	활용내용	해당 학년
수	자리 값, 십진체계 표현, 분수 나타내기, 분수 크기 비교, 동치 분수 찾기, 약수 구하기, 최소공배수 구하기	1-가,3-가,3-나,5-가
연산	자연수의 덧·뺄셈과 곱셈과 나눗셈, 분수의 덧·뺄셈,	1-가,1-나,4-가,4-나,
도형	선대칭, 모양에 막대 채우기, 회전이동, 대칭 이동	5-나,
측정	길이 측정, 둘레와 넓이, 직육면체의 부피	2-가, 3-가, 6-가
확률과 통계	비의 표시, 비례식, 패턴(증가, 반복, 곱셈)	6-나
규칙성과 함수	평균 구하기	5-나

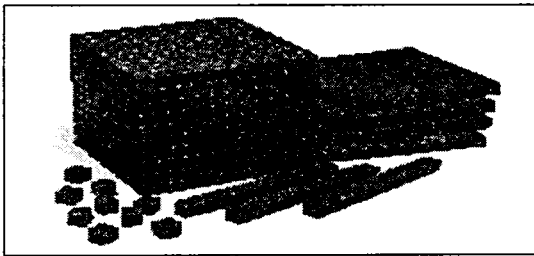
【활용의 실제】

- * 1-가 단계에서 두 자리의 지도에서 흰색 막대의 10개 묶음과 날개 개수를 세어 두 자리 수를 표현할 수 있고 크기를 익힐 수 있다.
- * 2-가 단계에서 길이의 측정의 경우 긴 것과 짧은 것을 이용하여 길이를 비교할 수 있다.
- * 3-가 단계에서 분수 개념 및 동치 분수의 표현을 익힐 수 있다.

(활용 예)



나. 디즈블럭(Dienes Blocks)



【고안자】 Z.P.Dienes

【교구의 구성】 단위(Unit)블럭, 막대(Long)블럭, 판(Flat)블럭, 정육면체(Block)블럭으로 구성되어 있다.(김남희, 1999;(www.montessori.co.kr/제품/수학)

【활용 방법】 십진체계의 자리값을 나타내어 사용하며, 기호를 사용하지 않고 수학의 구조를 지도할 수 있다.

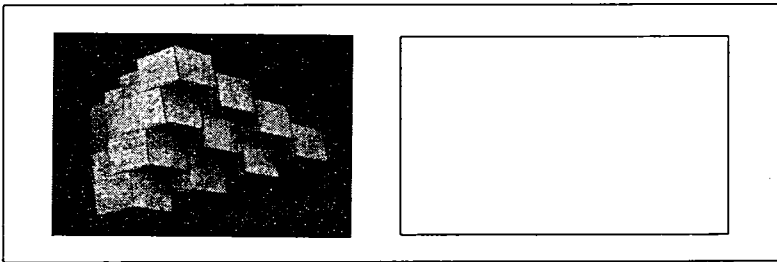
【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 십진 기수법 개념, 자연수와 소수의 사칙연산, 자연수의 크기 비교, 입체도형의 겉넓이와 부피 지도에서 활용할 수 있다.

영역	활용 내용	해당 학년
수	1~9까지 수세기, 자리값 나타내기, 십진기수법의 원리(10,100,1000의 개념 도입)	1-가,1-나,2-가
연산	사칙연산의 계산 원리 지도	1-가,1-나,2-가,나,
도형	직,정육면체 만들기	6-가,
측정	1cm 설명하기, 입체도형의 부피 구하기	6-가
규칙성과 함수	규칙적인 배열지도	2-나

【활용의 실제】

- * 1-가 단계에서 단위블럭의 개수를 세어 1~9까지의 세기와 막대블럭의 개수를 이용하여 10씩 뛰어 세기를 지도할 수 있다.
- * 2-나 단계에서 받아 올림, 받아 내림이 있는 덧셈과 뺄셈 계산의 원리를 지도할 수 있다.
- * 3-가 단계에서 (두 자리 수)×(한 자리 수)에서와 같이 받아 올림이 없는 간단한 곱셈 및 받아 올림이 있는 곱셈을 지도할 수 있다.
- * 6-가 단계에서 단위 블럭을 이용하여 1㎤를 설명하고 단위블럭의 개수로 입체도형의 부피 구하기를 지도할 수 있다.

다. 쌓기나무



【교구의 구성】 정육면체 또는 직육면체 모양 나무 토막 또는 플라스틱 토막 다수(<http://emschool.co.kr/안내C1.htm>)

【활용 방법】 의 기본 감각을 학습할 수 있도록 여러 입체모양을 만들어보거나 만들어진 모양을 보고 그 모양에 사용된 쌓기 나무 개수를 알아보는 활동을 할 수 있다.

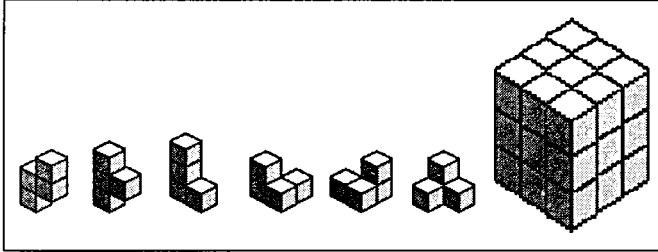
【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 여러 가지 모양, 쌓기 나무 놀이에 의해 똑같은 모양 만들기, 여러 가지 모양 만들기, 모양을 만들어 규칙 찾기, 규칙을 정하여 모양 만들기, 쌓기 나무 개수 알아보기, 위·앞·옆에서 본 모양 알아보기 등에 활용될 수 있다.

영역	활용내용	해당 학년
수	1~9까지 수세기	1-가
도형	직육면체, 정육면체 만들기, 공간감각 기르기	1-가, 2-나, 6-가.
측정	1㎤ 설명하기, 입체도형의 부피 구하기	6-가

【활용의 실제】

- * 1-가 단계에서 여러 가지 입체모양 만들기를 통하여 공간감각을 지도할 수 있다.
- * 2-나 단계에서 놀이를 통하여 모양 만들기, 모양을 만들어 규칙 찾기, 규칙을 정하여 모양 만들기를 지도할 수 있다.
- * 6-가 단계에서 똑같은 모양 만들기, 규칙을 정하여 모양 만들기, 쌓기 나무 개수 알아보기, 위·앞·옆에서 본 모양 알아보기 등을 통하여 공간감각을 지도할 수 있다.

라. 소마큐브



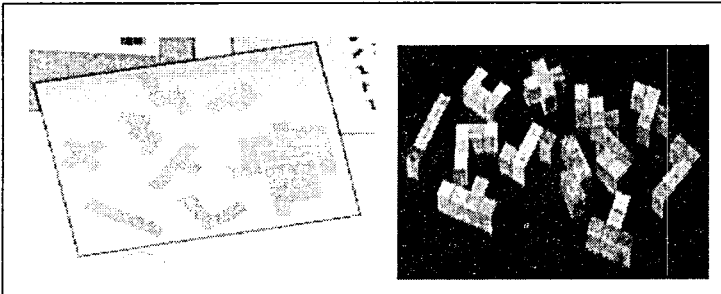
【고안자】 덴마크의 Piet Hein
(1905-1996)(<http://my.dig.co.kr/users/kimwoo/qe.htm>)

【교구의 구성】 정육면체 모양 7개의 조각을 조합하여 만들었다.

【활용 방법】 7개의 조각을 잘 조합하여 탐구하기, 주어진 모양 만들기, 그림으로 표현하기, 쉽게 만드는 방법 찾기, 정육면체 3개로 만든 것(꺼이치는 부분이 있는 것과 없는 것), 정육면체 4개로 만든 것(꺼이치는 것과 꺼이지 않는 것, 일렬로 된 것. 각각 1번, 2번 끼인 것, 그냥 4각형), 위에서 볼 때(각각 2개, 3개, 4개로 보이는 것) 등으로 활용하고 있다.

【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 쌓기 나무의 학습 후 심화 보충 학습용으로 활용될 수 있다.

마. 펜토미노



【고안자】

Solomon.w.Golomb(1954)

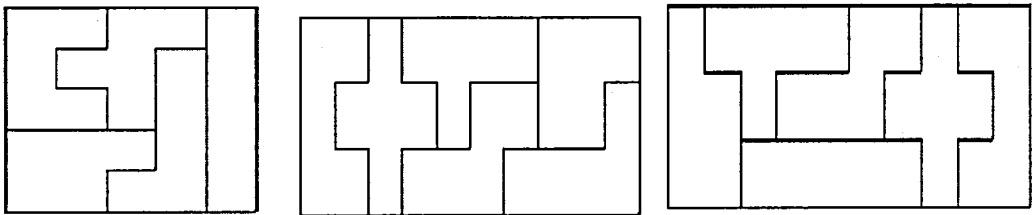
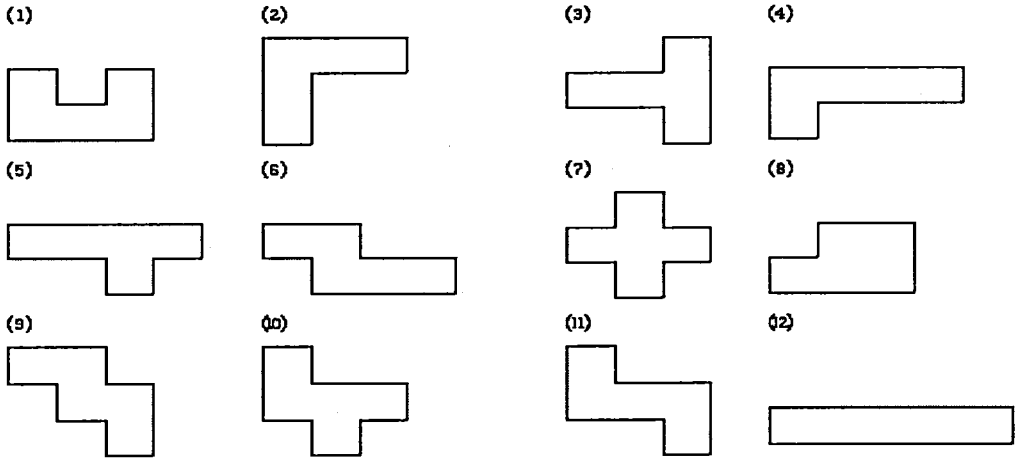
【교구의 구성】 5개의 정사각형(정육면체)로 구성된 12가지 모양(<http://my.dig.co.kr/users/kimwoo/qe.htm>)

【활용 방법】 여러 가지 방법으로 변환하고 탐구하면서 맞춰보는 활동을 통해 추상적인 도형의 성질을 이해할 수 있다(<http://www.xs4all.nl/~gp/PolyominoSolver/Polyomino.html>)

【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 공간 지각력, 도형 구성력, 도형 인식력 같은 수학적 사고력 향상에 활용될 수 있다.

【활용의 실제】

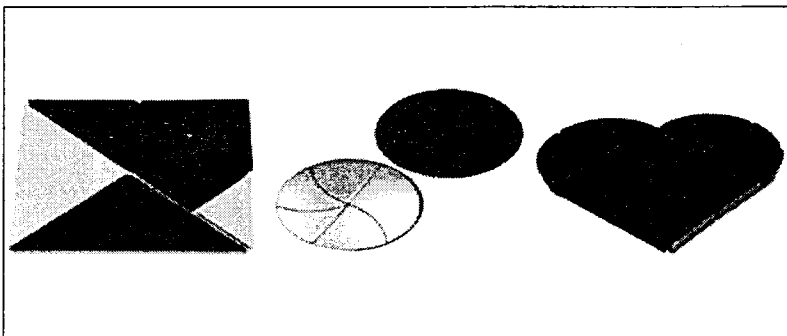
- * 직사각형 만들기-펜토미노 4개(6개)를 이용하여 같은 도형 만들기
- * 도형을 옮기기, 돌리기, 뒤집기에 활용하기
- * 합동, 대칭인 도형 만들기과 닮은 도형 만들기
- * 넓이와 둘레의 길이를 구하는 데 활용하기



2. 타일형 교구

규칙적인 무늬와 색을 가진 조각들로서, 여러 가지의 도형을 구성, 분수 개념 지도, 규칙 찾기 등에 사용될 수 있다. 대표적인 것은 탱그램(Tangram)이나 패턴 블록이 있다.

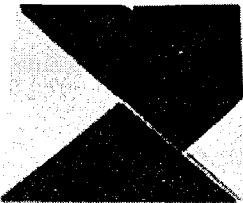
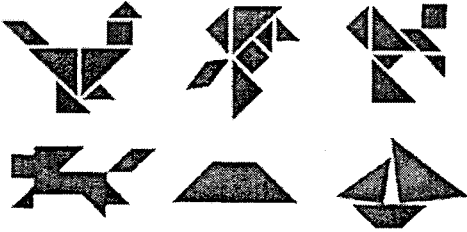
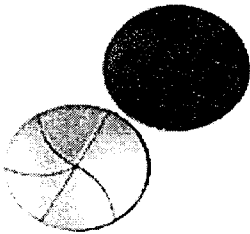
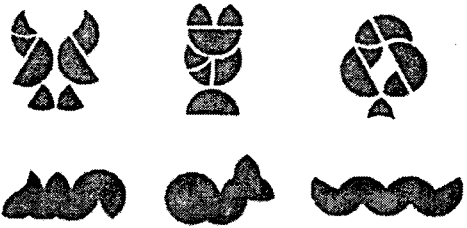

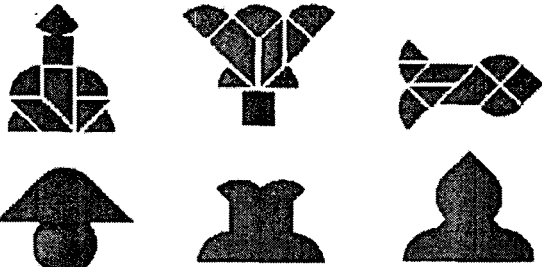
가. 탱그램(tangram)



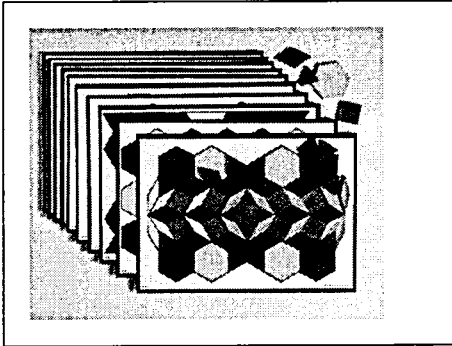
【고안자】 고대 중국에서 전래된 칠교놀이
 【교구의 구성】 직각이등변 삼각형 5개, 정사각형 1개, 평행사변형 1개로 총 7개의 조각(이인환 외2인, 1999; 박영희, 1999).

【활용 방법】 여러 가지 모양 구성하기, 여러 가지 다각형 만들기, 길이 비교하기, 각의 크기 비교하기, 다각형의 성질을 조사하기, 도형의 넓음과 합동 알아보기, 도형의 넓이 알아보기, 분수개념, 퍼센트 지도 등에 활용 할 수 있다(박영희,1999;http://www.mathlove.org/).

【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 모양 맞추기, 전체의 넓이에 대한 각 부분의 넓이를 알아보기, 도형의 기본 개념이나 성질, 공간 감각이나 사고력 향상, 게임이나 퍼즐놀이에 활용된다.

기본 도형	응용 도형 및 그림
<p data-bbox="182 556 303 585"><사각형></p> 	
<p data-bbox="182 813 275 842"><원형></p> 	
<p data-bbox="182 1132 275 1161"><복합></p> 	

나. 패턴블럭(Pattern Blocks)



【교안자】 1960년대 미국의 초등과학 연구회

【교구의 구성】 6가지 색으로 구분된 6가지 도형. 한 세트에는 녹색 삼각형 50개, 주황색 정사각형 25개, 파란색 평행사변형 50개, 회색 마름모 50개, 빨간색 사다리꼴 50개, 그리고 노란색 육각형 25개가 들어있어 총 250개의 도형으로 구성

(<http://www.summitlearning.com/pg1.htm>)

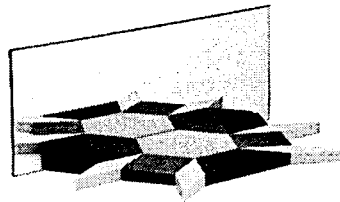
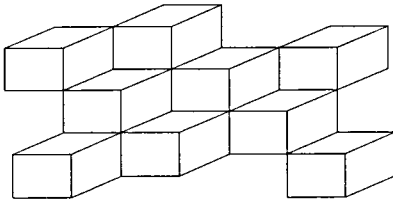
【활용 방법】 조합해서 문양을 만들거나, 사물의 모양을 표현할 수 있다. 공간 관계를 탐구하고 어렵해 보며 다양한 수학적 내용과 개념들을 탐구할 기회를 제공해 줄 수 있다. 활동은 4명 내지 6명이 집단을 이뤄 블럭 한 세트를 가지고 활동하는 소집단 활동의 형태로 운영하는 것이 바람직하다.

【교육과정에서의 활용】 초등학교에서는 분수를 이해하고 분수의 계산 및 수를 전체로 파악하게 도와주고, 수 영역에서는 육각형 또는 삼각형의 개수 세기, 정사각형의 수세기, 도형영역에서는 대칭, 뒤집기, 접힌 모양 꾸미기, 복합도형, 블록과 꼭지점, 직각의 지도, 꽃 만들기와 기본 도형을 변환 삼각형, 마름모꼴의 연결, 도형 감싸기, 퍼즐 등에 활용될 수 있다.

【활용의 실제】

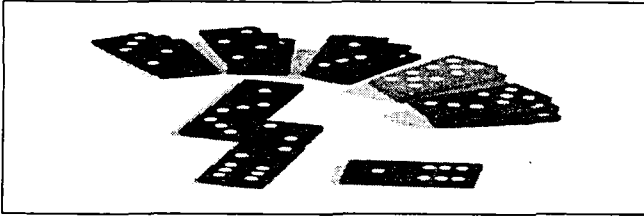
- * 5-가 단계에서 한 가지 모양으로 도형 덮기, 여러 가지 모양으로 도형 덮기 지도에 활용한다.
- * 별 모양을 그린 후 사다리꼴 3개, 삼각형 3개로 덮기, 파란색 마름모 4개, 삼각형 4개로 덮기, 삼각형 12개로 덮기 등에 활용한다.
- * 도형을 옮기고, 뒤집고, 돌리기에 활용한다.
- * 도형의 확대, 모자이크 만들기, 넓이와 둘레의 길이 구하기 등에 활용한다.

(활용 예)



(<http://www.summitlearning.com/pg1.htm>)

다. 칼라 도미노



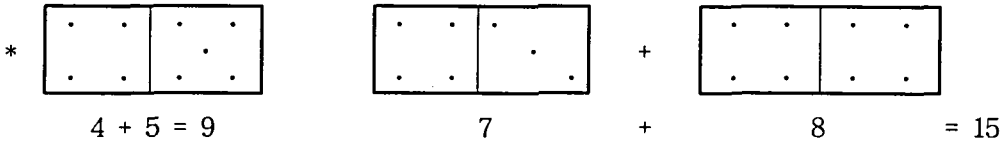
【교구의 구성】 여러 가지 종류가 있지만 한쪽에 최대 6개의 점이 있는 도미노(6-6도미노)가 많이 사용된다.
 (http://www.summitlearning.com/pg1.htm)

【활용 방법】 덧셈과 뺄셈, 자리 값과 순서, 분수의 기본 개념, 자연수와 분수의 사칙연산, 확률의 개념의 지도에 활용될 수 있다(http://www.summitlearning.com/pg1.htm).

【교육과정에서의 활용】

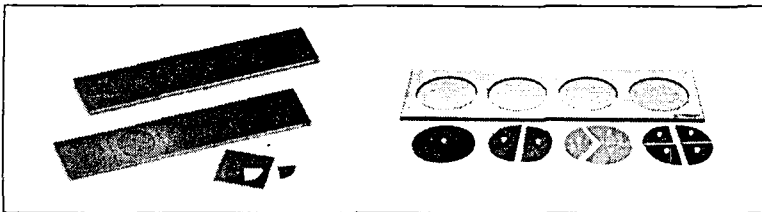
덧셈 구구, 덧셈의 교환, 뺄셈 구구, 등식과 부등식, 세로덧셈과 미지수 구하기, 도미노 기차 만들기, 마방진 자리값과 연산, 동치분수, 분수의 크기 비교, 분수의 사칙연산, 확률, 수학적 게임에 활용된다.

【활용의 실제】



* 저학년에서 같은 수를 찾아 수의 개념을 형성하는 수업이나 같은 수를 찾아 연결하기 게임 등 수를 도입할 때 사용한다.

라. 분수원판



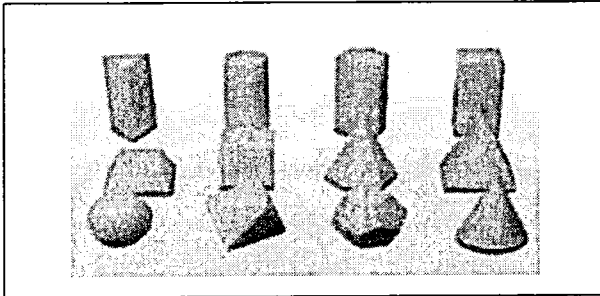
【교구의 구성】 1, 1/2, ..., 1/10로 등분 되어 있는 10개의 판
 (www.montessori.co.kr/제품/ 수학)

【활용 방법】 조각으로 된 판을 맞대어 보거나 넓이가 다른 두 개의 판을 맞대어 보는 활동을 통해 분수의 개념, 분수의 대소, 단위 분수의 개념의 지도에 활용할 수 있다.

【교육과정에서의 활용】

- * 3-가 단계에서 두 개의 판을 맞대어 보는 활동을 통해 분수의 크기를 비교할 수 있다.
- 또 전체와 부분의 크기를 비교하여 분수의 개념을 정착시킬 수 있다.
- * 3-나 단계에서는 전체의 부분 두 분수의 덧셈의 원리 이해를 도울 수 있다.
- * 6-가 단계에서는 분수와 소수의 관계, 크기를 비교하는데 이용할 수 있다.

3. 모형 교구



【교구의 구성】

가장 오래된 사용 되어온 교구로 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구, 정다면체로 구성

(<http://emschool.co.kr/안내C1.htm>)

【활용 방법】 여러 가지 입체 도형의 구성요소와 성질을 탐구, 회전체의 단면 등 공간 개념의 지도에 활용한다.

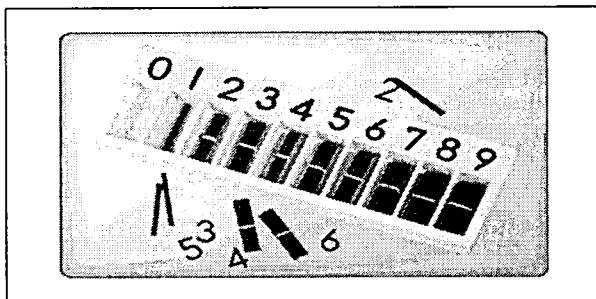
【교육과정에서의 활용】 각기둥, 각뿔의 여러 가지를 알아보기, 원기둥과 원뿔 및 회전체 지도에 활용한다.

영역	활용내용	해당 학년
수	1~9까지 수세기	1-가
도형	직육면체, 정육면체 만들기, 공간감각 기르기	1-가, 2-나, 6-가,
측정	1cm 설명하기, 입체도형의 부피 구하기	6-가

【활용의 실제】

- * 6-가 단계에서 각기둥과 각뿔의 구성요소와 도형의 성질을 지도하는데 활용한다.
- * 6-나 단계에서 원기둥과 원뿔의 구성요소와 도형의 성질을 지도하는데 활용한다.
- * 6-나 단계에서 회전체와 회전체를 평면으로 자른 단면을 지도하는데 활용한다.

4. 산가지(counter)형 교구



【교구의 구성】 막대상자, 빨간막대 45개, 고무줄 8개, 0~9의 숫자모형 10개
(www.montessori.co.kr/제품/수학)

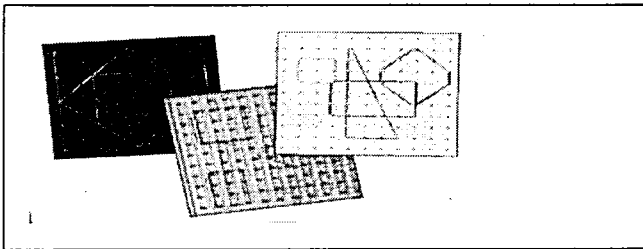
【활용 방법】 주어진 숫자만큼 상자 속에 막대 넣기, 0의 의미 이해, 수세기, 9이하의 수 덧셈과 뺄셈의 보수관계 이해시키기에 활용될 수 있다. 또 수 게임을 막대를 이용함으로써 수의 크기관계 이해를 시킬 수 있으며 막대를 이용하여 다양한 모양을 구성을 도울 수 있다.

【교육과정에서의 활용】 0에서 9까지의 숫자와 막대의 개수를 대응시키는 활동을 통해 숫자에 대한 양을 인식시킨다. 또 막대 하나 하나가 모여서 큰 수 됨을 지도하거나 0은 아무것도 없는 것이라는 0에 대한 개념을 시각적으로 이해하도록 지도할 수 있다 .

5. 작도 기구

기하학적 개념의 지도를 위해 대표적인 것으로 지오보드(점판, geoboard)와 고무줄, 모눈종이가 있다.

가. 기하판(Geoboard)



【교구의 구성】 널빤지에 못을 박은 점 판, 고무줄 모눈종이로 구성되어 있다.
(김남희2001;<http://my.dig.co.kr/users/kimwoo/qe.htm>)

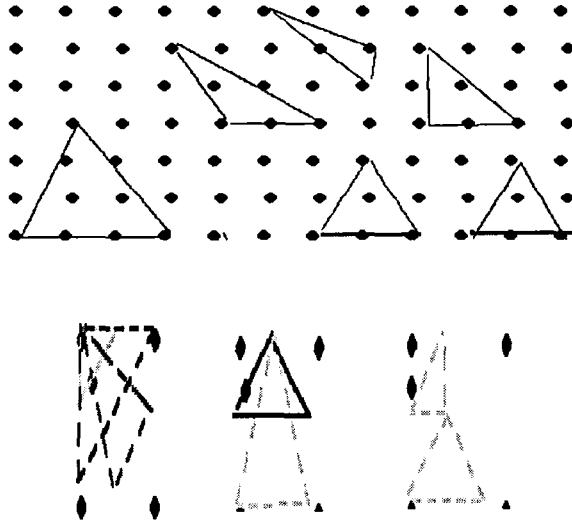
【활용 방법】 점 판 위에 여러 가지 도형을 구성함으로써 도형에 대한 흥미와 관심, 친숙감을 갖게 하며, 도형의 성질에 대한 후속 학습의 바탕이 되는 경험을 제공할 수 있다. 다양하게 도형을 구성할 수 있다는 장점 외에도 넓이, 둘레, 길이, 각, 좌표기하, 대칭성, 도형의 이동뿐만 아니라 수 감각이나 문제 해결에 활용할 수 있다. 여러 가지 모양 꾸미기, 기본 도형의 구성, 도형의 관찰, 도형의 둘레, 도형의 면적, 측정, 관계와 규칙성 탐구, 도형의 성질을 직접 조작하고 구성하는 활동에 도움을 줄 수 있다.

【교육과정에서의 활용】

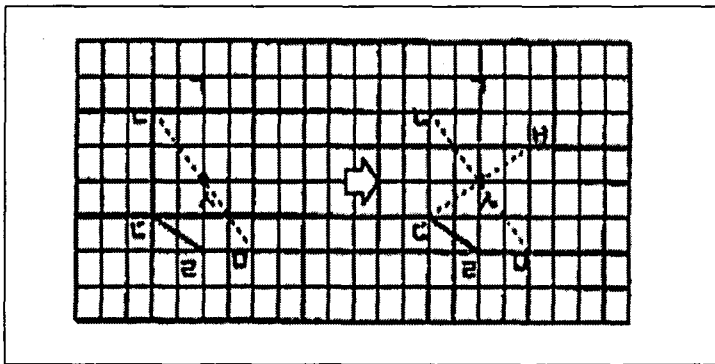
공감 감각과 지각력 향상, 문제 해결력의 향상을 위한 영역에서 활용할 수 있다.

영역	활용 내용	해당 학년
도형	여러 가지 모양	1-나
	삼각형(예각삼각형, 둔각삼각형), 사각형, 평행사변형, 정사각형, 마름모	4-가,5-가,5-나
	도형의 대칭과 평행 이동, 도형의 닮음	6-가, 6-나
측정	다각형의 넓이, 정사각형 넓이,	5-가, 5-나

(활용 예)



나. 모눈종이



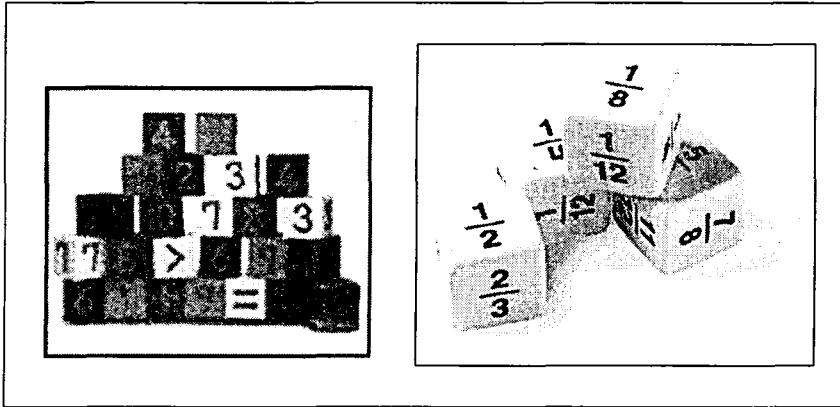
【교구의 구성】
 10×10 모눈종이, 20×20
 모눈종이, 30×30 모눈종이

【활용 방법】 도형의 구별, 구성, 시각화, 특성 탐구에 활용할 수 있다.

【교육과정에서의 활용】

영역	활용내용	해당학년
수와 연산	두자리 수 이상의 곱셈, 자리값	3-가, 4-가
도형	도형의 대칭, 접대칭, 도형그리기	5-나
측정	도형의 넓이, 도형의 둘레	5-나

6. 주사위형 교구



【교구의 구성】

정육면체 모양으로 각 면에 1에서 6까지의 점이나 수 모형 연산 기호, 정사면체, 정십이면체, 정이십면체
 (<http://www.summitlearning.com/pg1.htm>, <http://wonasa.co.kr>)

【활용 방법】 사칙 연산 전 분야에 활용할 수 있다. 분수 게임 활동에도 활용 가치가 크다. 육면체의 모양을 이용하여 다양한 모양 꾸미기를 지도할 수 있다.

【교육과정에서의 활용】

영역	활용내용	해당 학년
수와 연산	10을 가르기와 모으기, 두 수 모으기	1-가, 1-나
	분수의 덧셈과 뺄셈, 분모가 다른 진분수의 덧셈 지도	1-가, 1-나, 3-나
	곱셈 구구, 숫자 게임	2-가, 2-나
도형	육면체를 이용하여 다양한 모양 꾸미기	6-가

【활용의 실제】

* 분수 읽기와 쓰기 : 한 개를 던져 윗면의 분수를 큰소리로 말하게 하고 그 분수를 노트에 바르게 쓰기를 한다.

* 분수의 덧셈 및 곱셈 : 두 개 또는 그 이상의 주사위를 동시에 던져 나온 윗면의 숫자를 더하도록 하거나 곱하도록 하는 게임을 할 수 있다.

* 분수의 크기 비교 : 주사위를 분수의 크기 순으로 나열하기를 할 수 있다.

7. 각종 계기

(<http://emschool.co.kr/안내C1.htm>, <http://www.summitlearning.com/pg1.htm>; <http://wonasa.co.kr>)

(1) 계량 각도기

(2) 각도기

(3) 모델링

(4) 양팔저울



(5) 달력



(6) 계산기



(7) 시계



(8) 다기능 직선자



【활용의 실제】 길이, 둘이, 무게를 재는 교구로 자, 비커, 투명한 유리 또는 플라스틱 그릇, 계량 숟가락, 온도계, 각도기, 용수철저울, 눈금저울이나 양팔저울 등이 있다.

IV. 끝내면서

아동의 수학적 활동은, 수학적 개념을 구체적으로 표현하는 활동과 주어진 상황 가운데에서 주체적 활동을 통해서 수학적 개념을 구체적으로 구성하는 활동의 두 방향으로 전개된다. 초등학교 저학년에서의 수학학습지도에서는 아동들의 구체적인 생활과 밀접한 관련을 맺으면서 수학적 표기의 지도가 진행된다. 즉 아동, 사물, 표기란 삼자의 관련을 고려한 학습지도가 이루어진다. 그러나 상급학년으로 올라감에 따라서 문제로부터 표현의 주체는 사상되고 사물의 수리적 관계와 그 수학적 표현과의 관련성만이 문제시되게 된다. 보다 의미 있는 수학학습은 학생의 발달 수준과 능력을 고려한 것이다. 지금까지 수학에 어려움을 느끼는 아동들은 구체적 경험이나 활동 없이 추상적이고 형식적인 내용의 단계에서 많은 어려움을 느낀다. 이럴 때 조작교구의 사용이 아동의 수학성취에 긍정적인 역할을 한다는 것이 많은 연구에서 입증되었다. 그러나 학습교구의 활용은 교수학적전도현상이나 메타인지의 이동, 국소화 등에서 부작용을 나타낼 수 있다.

이 연구는 제7차 수학과 교육과정에 나타난 조작교구의 활용과 특징을 종합·분석하여, 효과적인 방안을 제시하였지만 보다 효과적인 검증이 필요하다. 단지 활동중심 교육과정에서 조작교구에 대한 활용의 필요성이나 그에 대한 적절한 연구가 미흡하여 조작교구의 정보와 사용에 대한 자료를 보여 주고자 한 것이므로 각 영역에 대한 보다 구체적이고 체계적인 연구를 과제로 남기고자 한다.

참 고 문 헌

- 강완·백석윤 (1998). 초등수학교육론. 서울:동명사.
- 구광조 외6 (1997). 열린 수학 수업을 위한 퀴즈네어 막대 활용 방안 탐색. 한국수학교육학회지 E <수학교육 프로시딩>, pp.117-130.
- 김남희 (1999). 수학의 기본 구조 지도와 단즈 블럭, 대한수학교육학회지<학교수학> 1(1), pp.305-324.
- _____ (1999). 학교수학 학습에서 퀴즈네어 막대 활용, 대한수학교육학회지<학교수학> 1(2), pp.699-721.

- _____ (2000). 탱그램을 통한 수학적인 생각의 구체화. 대한수학교육학회지<학교수학> 2(2), pp.563-587.
- _____ (2001). 기하판을 활용한 학교 수학지도. 대한수학교육학회지 <학교수학> 3(1), pp.155-184.
- 김수미 (2000). 수학교육에서의 조작교구에 관한 연구, 대한수학교육학회지 <학교수학>2(2), pp.459-474.
- 김용태 · 황우형 · 이증권 · 안병곤 (1998). 진단과 처방수학, 서울: 경문사.
- 김용태 · 박한식 · 우정호 (1996). 수학교육학개론, pp.43-59, 서울: 서울대학교출판부.
- 남억우 (1991). 교육학대사전, 서울: 교육과학사.
- 박영희 (1999). 수학영재캠프 활동 사례, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 4, pp.89-96.
- 이인환 외2 (1999). 수학교육과 탱그램의 활용, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 3, pp.139-168.
- 전평국 (1999). 수학과 교수 · 학습에서의 교수매체의 역할, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 3, pp.21-25.
- 조벽 (1999). 새시대 교수법, 한국수학교육학회 <뉴스레터> 15(4), pp.28-35.
- _____ (2001). 새 시대 교수법, 한국수학교육학회 <뉴스레터> 17(1), pp.18-20.
- Cathcart, G.W.(ed) (1977). *The mathematics laboratory: Reading from the arithmetic teacher*, Reston, VA.: NCTM.
- Dienes, Z.P. (1960). *Building up mathematics*. Hutchinson Educational.
- Kennedy L.M. (1986). A rationale. *Arithmetic Teacher*(Feb), pp.6-7.
- Parham, J.L. (1983). A meta-analysis of the use of manipulative materials and student achievement in elementary school mathematics, *Dissertation Abstracts international* 44A, July 1983
- Scott, P.B. (1983). A survey of perceived use of mathematics materials by elementary teacher in a large urban school district. *School Science and Mathematics* 83(1), pp.61-68.
- Suydam M.N. (1982). *Using manipulative material to learn mathematics*. ERIC/SMEAC Mathematics Education Fact Sheet Number 2.
- _____ (1986). Manipulative materials and achievement. *Arithmetic Teacher*(Feb), pp.10, 32.
- <http://www.summitlearning.com/pg1.htm>
- <http://wonasa.co.kr>
- <http://www.wonasa.co.kr/mon-2-2.html#>
- <http://www.mathlove.org>
- <http://user.chollian.net/~badang25/bdf03.htm> <http://www.fractionislands.org/>
- <http://www.polydron.com/acatalog/usa/acatalog/index.htm?>
- <http://www.netjunction.com/mathmate/>