韓國水資源學會論文集
第35卷 第4號 · 2002年 8月
pp. 385~395

낙동강 유역에서의 확정론적 및 추계학적 수질해석

Deterministic and Stochastic Water Quality Analysis in the Nakdong River

한 건 연* / 최 현 상** / 김 상 호***
Han, Kun Yeun / Choi, Hyun Sang / Kim, Sang Ho

Abstract

A stochastic model using FOEA(First-Order Error-Analysis) and Monte Carlo Method is developed to predict water quality variation in a river. A sensitivity analysis using influential matrix is performed to determine the significant reaction coefficients. Also the BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) optimization method is applied to estimate the optimal values of the major reaction coefficients. The developed stochastic model is applied to the real study reach and the results are agreed well with those of deterministic analysis. The process for analyzing the uncertainties of the discharge, water quality and reaction coefficients of headwater and tributaries is included in the model to estimate the influence on the water quality variation at downstream. The extents of contribution of the uncertainties influencing on the total uncertainty can be evaluated from the results of the model.

keywords : water-quality, stochastic analysis, sensitivity analysis, FOEA, Monte Carlo

요 지

하천에서의 수질변동을 예측하기 위해 FOEA(First-Order Error-Analysis)와 Monte Carlo 모의를 적용한 추계학적 모형을 개발하였다. 영향메트릭스(Influential matrix)를 이용한 민감도 분석을 실시하여 주요 반응계수를 결정하였고, BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 최적화 기법을 사용하여 주요 반응계수 값을 산정하였다. 본 모형을 확정론적 수질해석과 동일한 실제 하도구간에 적용하여 추계학적 수질해석을 실시하였고, 그 결과는 확정론적 해석결과와 잘 일치하였다. 유량과 수질, 반응계수 등에 포함된 불확실도가 하류단의 불확실도에 끼치는 영향을 산정하기 위해 상류단과 지류의 유량 및 수질에 대한 불확실도, 그리고 반응계수의 불확실도에 대한 분석과정이 모형에 포함되었다. 모의수행 결과로부터 각 변수들이 가지고 있는 불확실도가 총 불확실도에 끼치는 영향에 대한 기여도를 산정할 수 있었다.

핵심용어 : 수질해석, 추계학적 해석, 민감도 분석, 1차 오차해석, Monte Carlo 모의

* 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수
Professor, Dept. of Civil Engineering, Kyungpook National Univ., Daegu 702-701, Korea
(E-mail : kshanj@knu.ac.kr)
** 경북대학교 대학원 토목공학과 강사
*** 상지대학교 토목공학과 전임강사

1. 서 론

수질해석 모형의 가장 큰 목적은 하천 수질 및 생태계의 수학적 표현을 통해 장래의 수질을 예측하고, 예측된 결과에 따라 합리적인 수질관리대책을 수립하는 것이다. 하천수질해석을 방법론적인 측면으로 구분하면, 실제 자연하천에 대한 근사적 표현인 지배방정식을 수치모형화하여 모형의 해를 구하는 확정론적 수질해석과 확정론적 수질해석에 포함된 불확실성을 정량적으로 계산하여 확률론적 개념으로 수질모의 결과를 제시하는 추계학적 수질해석으로 구분할 수 있다.

기존의 확정론적 수질해석의 경우, 자연현상이 가지는 고유의 변동성 및 임의성, 모형에 포함되어 있는 여러 가지 매개변수들의 불확실성, 또는 초기 및 경계조건이나 오염물 부하량의 변동성 등으로 인해 실제 모든 가능한 상황을 완벽하게 나타낼 수 없을 뿐만 아니라 모형의 계산치와 실측치에 대한 보정 및 검정이 용이하지 못한 경우가 많다. 이러한 확정론적 방법의 약점을 보완하기 위해 수질관련 매개변수들의 변동성을 고려하여 해석하는 추계학적 방법이 적용되고 있다. 수자원 및 수질에 대한 불확실도 해석에 관한 연구가 지속적으로 이루어진 결과, 수질해석 분야에서의 불확실도 해석 기법들은 상당한 발전을 이루었고, 확정론적 수질해석만을 수행하던 많은 모형들에 대해 불확실도 해석을 접목시키는 연구들도 활발하게 이루어지고 있다.

이에 본 연구에서는 확장된 Streeter-Phelps 식에 대한 확정론적 모형과 1차 오차해석(FOEA) 및 Monte Carlo 해석을 적용한 추계학적 모형을 개발하였고, 이를 낙동강유역에 적용하여 모형의 보정과 검정을 실시하였다. 확정론적 모의결과는 기존의 QUAL2E 모형과의 비교를 통해 모형의 적용성을 입증하였으며 그 결과로부터 수질해석에 있어서의 총 불확실도에 대한 각 구성인자들로 인한 불확실도의 기여도를 산정하였다.

하천의 수질모형은 Streeter-Phelps(1925)가 유기물 산화에 따른 탈산소계수와 산소 재포기에 따른 수중 용존산소 변화에 대한 모형을 최초로 제시한 이후 미국 EPA의 QUAL2E, WASP5 및 미 육군공병단(HEC)의 WQRRS 모형에 이르기까지 많은 연구가 이루어져 수질관리 기법에 활용되고 있다. 이러한 확정론적 수질모형에 대한 추계학적 해석기법을 이용한 국외의 연구사례를 살펴보면 Malone 등(1983)은 Washington 호수에 대한 장기 인 모형에 대해 FOEA와 Monte Carlo 모의를 포함하는 여러 가지 오차해석 방법을 적용하였고, 평균과 분산에 있어 각 방법들간에 가까운 일치를 나타낸다는 것을 연구하였다. Scavia 등(1981)은 저수지 부영양화 모형에 대한 Monte Carlo 모의와 FOEA로부터 나타나는 분산예측의 차이를 조사했으며, Tung과 Hathhorn(1988)은 Streeter-Phelps 식에 대한 DO 부족량의 통계학적 모멘트를 평가하기 위해 FOEA를 적용하였고, Monte Carlo 기법을 이용해 검정을 수행하였다. Melching과 Anmangandl(1992)은 DO 부족량의 확률적 분포를 예측하기 위해 Streeter-Phelps 식에 대해 개선된 FOEA 기법을 사용했으며, 그 결과는 Monte Carlo 모의와 매우 근사함을 보여주었다.

국내에서는 QUAL2E, WQRRS, WASP4 모형 등이 주요 유역에 적용된 바 있으며 하천에 대해서는 주로 QUAL2E 모형이 적용되어 표준적인 해석기법으로서 그 신뢰성을 인정받고 있다. 국내에서의 연구를 살펴보면, 이홍근(1982)은 한강하류부의 수질변동에 대한 추계학적 특성을 분석하였으며, 전경수와 이길성(1993)은 영향계수를 이용한 QUAL2E 모형의 반응계수 추정에 대해 연구하였다. 한건연 등(1994)은 낙동강 유역의 수질해석을 위해서 확장된 Streeter-Phelps 식을 이용하여 확정론적 모형을 개발하여 Monte Carlo 기법에 의한 추계학적 수질해석을 실시하였으며, 한건연 등(1995)은 QUAL2E 모형에 대해 AFOSM 및 MFOSM 기법을 적용한 추계학적 수질모형의 개발에 대해 연구한 바가 있다.

2. 수질모형에 대한 불확실도 해석

일반적인 수질해석 모형들은 자연계의 일부분인 하천시스템을 표현하는 기본방정식에 기초하여 구성되어진다. 수학적 표현인 기본방정식만으로 하천시스템을 완벽하게 표현한다는 것은 거의 불가능하며, 기본방정식 수립에 있어서의 간략화와 단순화는 불가피한 과정으로 이로 인해 수질해석의 불확실성을 내포하게 된다. 대부분의 수질모형들은 기본방정식 수립에 있어 몇 가지 가정들을 가지고 있다. 이러한 가정들은 복잡한 자연환경을 수식화하기 위해 도입되는 것으로 모형구조의 불확실성에 직접적으로 기여하게 된다.

2.1 불확실성의 정량화

불확실한 모형 매개변수에 기인하는 오차를 정량화하기 위한 많은 연구들이 수행되고 있는 원인은 다음과

같다. 첫째로 모형구조에 의한 불확실성은 직접적으로 측정하기가 어렵고, 둘째로 매개변수의 불확실도는 모의결과에 큰 오차로 도입되는 것을 보여줄 수 있으며, 셋째로 자연과 인간으로 인한 불확실성은 모형의 입력자료들에 추계학적인 변동성을 가함으로써 어느 수준까지는 포함시킬 수가 있기 때문이다. 그러나, 모형구조의 오차가 매개변수의 오차보다 그 중요도가 작다는 것을 나타내는 것은 아니며, 많은 경우에 있어서 모형구조의 오차가 더 클 수도 있다.

모형구조로 인한 불확실성은 Monte Carlo 해석을 통해 얻은 모형 전체의 불확실도와 매개변수로 인한 불확실도의 차이로 정의되며, 모형전체의 불확실도는 식 (1)로 표현할 수 있다.

$$\text{전체 불확실도} = \Sigma\Sigma(Y_i^m - Y_i)^2/(n_1 n_2) \quad (1)$$

여기서, n_1 = 관측자료의 수, n_2 = Monte Carlo 모의수행의 수, Y_i^m = i 지점에서의 관측자료들의 평균치, Y_i = i 지점에서의 모형 출력치를 나타낸다.

매개변수 오차는 모형출력의 평균치에 대한 예측된 모형 출력치의 분산으로 정의된다.

$$\text{매개변수 오차} = \Sigma\Sigma(Y_i^m - Y_i^{mb})^2/(n_1 n_2) \quad (2)$$

여기서, Y_i^{mb} = i 지점에서의 모형 출력치의 평균치이다.

모형구조의 오차는 식 (1)과 (2)의 차이로서 정의되며 식 (3)과 같이 정리될 수 있다.

$$\text{모형구조 오차} = \Sigma(Y_i^{mb} - Y_i)^2/n_1 \quad (3)$$

2.2 수질모형의 불확실도 해석기법

모형 연구에 있어 불확실성을 정량화하기 위한 여러 방법들이 이미 제안된 바 있으나, 본 연구에서는 여러 분야에 광범위하게 적용되고 있는 FOEA와 Monte Carlo 해석에 대한 이론을 검토하고자 한다.

2.2.1 1차 오차해석 기법

FOEA는 근본적으로 독립변수들에 포함되어 있는 불확실성에 의해 나타나는 종속변수의 불확실도를 제공한다. 이 과정은 하나 혹은 그 이상의 독립변수들의 평균값을 종속변수들에 대해 Taylor 급수 확장시킬 때 발생하는 1차항에 기초하고 있다. 이 과정에서 가장 중요한 가정은 모든 독립변수와 종속변수들은 2차 모멘트 변수이며, 모든 2차 모멘트 변수의 거동은 그것의 평균과 표준편차에 의해 완전하게 서술된다는 것을 의미한다. 수학적으로 단순한 이 과정의 특성은 특별한 어려움 없이 간단한 입·출력 모형에 적용될 수 있다는 것이다.

FOEA는 종속변수의 Taylor 급수 확장식의 1차 미분항을 이용하는데 그 기초를 두고 있다. 하나의 종속변수(y)와 여러 개의 독립변수들($x_1, x_2, \ldots, x_n$) 간에 함수관계가 성립된다면, 식 (4)와 같이 표현될 수 있다.

$$y = f(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad (4)$$

식 (4)는 각 독립변수들의 평균값에 대한 Taylor 급수 확장을 통해 선형화될 수 있고, y 의 평균과 표준편차는 선형화된 식으로부터 식 (5), (6)과 같이 구할 수가 있다.

$$E(y) = f(\bar{x}) \quad (5)$$

$$V(y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\frac{\partial f(x)}{\partial x_j} COV(x_i, x_j) \quad (6)$$

여기서, $\bar{x}$ 는 난수화된 독립변수의 평균벡터, $E(\cdot)$, $V(\cdot)$는 각각 기대값과 분산이고, $COV(\cdot)$는 공분산 항이다.

만일 모든 입력변수들이 상호독립이라면, 식 (6)에 나타나 있는 임의의 두 변수사이의 공분산항은 무시되고, y 의 분산은 식 (7)과 같이 기술된다.

$$V(y) = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\right\}^2 V(x_i) \quad (7)$$

식 (7)은 각 모형 매개변수와 입력변수들이 모형의 출력에 끼치는 불확실도의 영향을 추정하는데 사용될 수 있다. 이 식의 1차 편미분항, $\partial f(x)/\partial x_i$ 는 각 독립변수의 작은 변화로 인해 발생하는 종속변수의 변화를 나타내므로 민감도 계수라고도 한다.

2.2.2 Monte Carlo 해석

Monte Carlo 모의는 모집단의 가정된 확률분포로부터 무작위로 선택한 값을 추계학적 입력값이나 불확

실한 변수의 값으로 사용하여 많은 회수에 걸쳐 반복 수행하는 방법이다. 각 모의수행마다 모형구조에 따라 하나의 출력값 혹은 출력값들의 집합을 도출할 수 있다. 이러한 출력들이 모여졌을 때, 빈도분포의 항으로 구성된 예측을 할 수가 있다. 이 빈도분포의 정확도는 모의수행의 회수에 달려있다. 이 방법은 개념적으로 단순하고 이론적으로도 타당하여 많은 연구자들에 의해 수질모형에 적용되었다.

Monte Carlo 모의는 컴퓨터의 발전과 더불어 크게 각광받고 있는 개념적으로 간단한 계산과정이다. 이 방법에서는 모형내의 각 불확실한 특성들에 대한 확률분포형을 가정하고 미리 규정된 회수만큼 모의수행을 반복하게 되는데, 각 반복수행에서는 가정된 확률분포로부터 무작위로 선택된 각 불확실 특성들에 대한 난수값을 사용하게 된다. Monte Carlo 모의의 결과는 모형의 예측을 위한 분포형으로 나타난다. 이러한 분포형은 예측오차로 간주될 수도 있는데, 이것은 모형의 특성화 과정에 내포된 모든 불확실도들이 결합된 효과를 나타낸다.

Monte Carlo 모의는 FOEA에 비해 여러 가지 장점을 가지고 있다. FOEA가 두 개의 통계학적 모멘트를 사용하고 오직 정규분포에 대해서만 적절한 방법인데 비해, Monte Carlo 기법은 어떤 특정 분포형에 대한 제약을 받지 않는다. 또한, Monte Carlo 기법은 수학적 표현에 의한 선형화 과정이 필요치 않으므로 모형내의 비선형성은 제약조건이 아니다.

3. 추계학적 수질해석 모형의 개발

본 연구는 하수 및 폐수처리장으로부터 방류되는 오염물에 대한 자정능력을 평가하기 위해 유도된 수학적 모형인 Streeter-Phelps 식으로부터 여러 가지 수질관련 항들이 부가되어 발전된 확장 Streeter-Phelps 식을 기본방정식으로 하고 있다.

3.1 Extended Streeter-Phelps 모형

CBOD에 대한 식은 다음과 같다.

$$L_{c,t} = L_{c,o} e^{-k_c t} + \frac{L_{c,d}}{k_c} (1 - e^{-k_c t}) \qquad (8)$$

NBOD에 대한 식은 다음과 같다.

$$L_{n,t} = L_{n,o} e^{-k_n t} + \frac{L_{n,d}}{k_n} (1 - e^{-k_n t}) \qquad (9)$$

DO 부족량에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_t = {} & D_o e^{-k_a t} + L_{c,o} \frac{k_c}{k_a - k_c} (e^{-k_c t} - e^{-k_a t}) \\ & + L_{n,o} \frac{k_n}{k_a - k_n} (e^{-k_n t} - e^{-k_a t}) \\ & + \frac{L_{c,d}}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) - \frac{L_{c,d}}{k_a - k_c} (e^{-k_c t} - e^{-k_a t}) \\ & + \frac{L_{n,d}}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) \end{aligned} \qquad (10)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{L_{n,d}}{k_a - k_n} (e^{-k_n t} - e^{-k_a t}) - \frac{Alg}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) \\ & + \frac{S_b}{k_a} (1 - e^{-k_a t}) \end{aligned}$$

여기서, $L_{c,o}$는 점원 CBOD 부하량, $L_{c,d}$는 비점원 CBOD 부하량, k_c는 CBOD 제거율, $L_{n,o}$는 점원 NBOD 부하량, $L_{n,d}$는 비점원 NBOD 부하량, k_n는 NBOD 제거율, D_o는 초기DO 부족량, k_a는 재포기계수, Alg 는 광합성에 의한 산소생성률, S_b는 침전물의 산소요구량, $t = \frac{x}{u}$를 나타낸다.

3.2 1차 오차해석 기법

식 (8)~(10)으로 표현되는 확장 Streeter-Phelps 식은 각 구성요소들에 대해 다음 과정을 거쳐 FOEA를 적용할 수 있다. 본 모형에서는 FOEA가 하나의 선택사항으로 되어있고, 16개의 변수들에 적용되었다. 여기에는 세 개의 반응계수(k_c, k_n, k_a), 조류의 산소 발생률, 침전물의 산소 요구량, 상류단과 지류의 오염물 부하량, 점원 오염물 부하량, 비점원 오염물 부하량, 상류단과 지류의 유량 등이 포함되었다. 적용할 수 없는 유일한 변수는 유하시간 t 이다.

위에서 언급된 BOD, DO식들을 수지상 하천 유역에 적용함에 있어 상류단에서의 CBOD, NBOD, DO 부족량이 반드시 주어져야만 하는데, 이 값들은 측정된 값이나 가정된 값이나 관계없이 어느 정도의 오차를 가지게 된다. 하류방향으로 계산이 진행되어짐에 따라 하천에 따른 k_c, k_n, k_a, 비점원 오염물 부하량 등과 같은 각 변수들의 오차들에 기인해서 농도값들이 변화되게 된다.

하천이 유하하면서 다른 조건들 즉, 점원 오염원이나,

지류, 혹은 반응 계수들의 상이한 값이 입력될 때마다 모형은 그 지점에서의 상류구간과 지류들, 점원 오염물 부하 등에 따른 모든 영향을 모두 반영한 채 새로운 초기값들로 대체할 필요가 있다. 이러한 지점에서의 각 초기 변수와 관련된 불확실도는 상류단에서의 불확실도 뿐만 아니라 지류들과 점원 오염원들로부터 발생하는 불확실도들로 구성된 요소들도 함께 포함하고 있다. 임의의 독립변수의 불확실도가 $t+\Delta t$ 시간에서의 종속변수에 끼치는 영향에 대한 총 기여도를 수학적으로 표현하면 식 (11)~(14)와 같다.

3.2.1 CBOD

$t+\Delta t$ 시간에서의 CBOD에 대한 기본방정식은 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$L_{c,t+\Delta t} = L_{c,t}e^{-k_c\Delta t} + \frac{L_{c,d}}{k_c}(1-e^{-k_c\Delta t}) \quad (11)$$

식 (11)의 구성요소에 대한 각각의 1차 미분항이 식 (11a)~(11d)에 나타나 있다.

$$\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}} = e^{-k_c\Delta t} \quad (11a)$$

$$\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial k_c} = -L_{c,t}\cdot\Delta t\cdot e^{-k_c\Delta t} - \frac{L_{c,d}}{k_c^2}(1-e^{-k_c\Delta t}) - \frac{L_{c,d}}{k_c}\cdot\Delta t\cdot e^{-k_c\Delta t} \quad (11b)$$

$$\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial L_{c,d}} = \frac{1}{k_c}(1-e^{-k_c\Delta t}) \quad (11c)$$

$$\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial \Delta t} = -L_{c,t}\cdot k_c\cdot e^{-k_c\Delta t} + L_{c,d}\cdot e^{-k_c\Delta t} \quad (11d)$$

$L_{c,o}$, $L_{c,d}$, k_c 로 인한 $L_{c,t+\Delta t}$ 의 불확실도 구성요소들은 식 (11e)~(11h)과 같다.

$$UL_{c,t+\Delta t}(L_{c,o}) = \left(\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}}\right)\cdot UL_{c,t}(L_{c,o}) \quad (11e)$$

$$UL_{c,o}(L_{c,o}) = S_{L_{c,o}} \quad (11f)$$

$$UL_{c,t+\Delta t}(L_{c,d}) = \left(\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}}\right)\cdot UL_{c,t}(L_{c,d}) + \left(\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial L_{c,d}}\right)\cdot S_{L_{c,d}} \quad (11g)$$

$$UL_{c,t+\Delta t}(k_c) = \left(\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}}\right)\cdot U_{L_{c,t}}(k_c) + \left(\frac{\partial L_{c,t+\Delta t}}{\partial k_c}\right)\cdot S_{k_c} \quad (11h)$$

$L_{c,t+\Delta t}$ 에 포함된 불확실도의 합은 식 (12)와 같다.

$$\{UL_{c,t+\Delta t}\}^2 = \{UL_{c,t+\Delta t}(L_{c,o})\}^2 + \{UL_{c,t+\Delta t}(L_{c,d})\}^2 + \{UL_{c,t+\Delta t}(k_c)\}^2 \quad (12)$$

3.2.2 NBOD

$t+\Delta t$ 시간에서의 NBOD의 불확실도 구성요소들은 CBOD의 불확실도 구성요소들에 대한 경우와 유사한 방법을 이용하여 산정할 수 있다.

3.2.3 DO 부족량

DO 부족량에 대한 기본식은 식 (13)과 같다.

$$D_{t+\Delta t} = D_t\cdot e^{-k_a\Delta t} + \frac{k_c L_{c,t}}{k_a-k_c}(e^{-k_c\Delta t} - e^{-k_a\Delta t}) + L_{c,d}\left\{\frac{1}{k_a}(1-e^{-k_a\Delta t}) - \frac{1}{k_a-k_c}(e^{-k_c\Delta t} - e^{k_a\Delta t})\right\} + \frac{k_n L_{n,t}}{k_a-k_n}(e^{-k_n\Delta t} - e^{-k_a\Delta t}) + L_{n,d}\left\{\frac{1}{k_a}(1-e^{-k_a\Delta t}) - \frac{1}{k_a-k_n}(e^{-k_n\Delta t} - e^{k_a\Delta t})\right\} - \frac{Alg-S_b}{k_a}(1-e^{-k_a\Delta t}) \quad (13)$$

CBOD의 경우와 마찬가지로 식 (13)의 각 항에 대해 각각의 미분방정식을 구하고, $D_{c,t+\Delta t}$ 의 불확실도 구성요소들을 구하면 식 (13a)~(13k)와 같다.

$$UD_{t+\Delta t}(D_o) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right)\cdot UD_t(D_o) \quad (13a)$$

$$UD_o(D_o) = S_{D_0} \quad (13b)$$

$$UD_{t+\Delta t}(Alg) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right)\cdot UD_t(Alg) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial Alg}\right)\cdot S_{Alg} \quad (13c)$$

$$UD_{t+\Delta t}(S_b) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right)\cdot UD_t(S_b) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial S_b}\right)\cdot S_{S_b} \quad (13d)$$

$$UD_{t+\Delta t}(k_a) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(k_a) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial k_a}\right) \cdot S_{k_a} \quad (13e)$$

$$UD_{t+\Delta t}(L_{c,o}) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(L_{c,o}) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}}\right) \cdot UL_{c,t}(L_{c,o}) \quad (13f)$$

$$UD_{t+\Delta t}(L_{c,d}) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(L_{c,d}) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}}\right) \cdot UL_{c,t}(L_{c,d}) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial k_c}\right) \cdot S_{L_{c,d}} \quad (13g)$$

$$UD_{t+\Delta t}(k_c) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(k_c) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{c,t}}\right) \cdot UL_{c,t}(k_c) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial k_c}\right) \cdot S_{k_c} \quad (13h)$$

$$UD_{t+\Delta t}(L_{n,o}) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(L_{n,o}) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{n,t}}\right) \cdot UL_{n,t}(L_{n,o}) \quad (13i)$$

$$UD_{t+\Delta t}(L_{n,d}) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(L_{n,d}) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{n,t}}\right) \cdot UL_{n,t}(L_{n,d}) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{n,d}}\right) \cdot S_{L_{n,d}} \quad (13j)$$

$$UD_{t+\Delta t}(k_n) = \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial D_t}\right) \cdot UD_t(k_n) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial L_{n,t}}\right) \cdot UL_{n,t}(k_n) + \left(\frac{\partial D_{t+\Delta t}}{\partial k_n}\right) \cdot S_{k_n} \quad (13k)$$

$D_{t+\Delta t}$에 포함된 불확실도의 합은 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned}(UD_{t+\Delta t})^2 = {} & \{UD_{t+\Delta t}(D_o)\}^2 + \{UD_{t+\Delta t}(Alg)\}^2 \\ & + \{UD_{t+\Delta t}(S_b)\}^2 + \{UD_{t+\Delta t}(k_a)\}^2 \\ & + \{UD_{t+\Delta t}(L_{c,o})\}^2 + \{UD_{t+\Delta t}(L_{c,d})\}^2 \\ & + \{UD_{t+\Delta t}(k_c)\}^{2+} \{UD_{t+\Delta t}(L_{n,o})\}^2 \\ & + \{UD_{t+\Delta t}(L_{n,d})\}^2 + \{UD_{t+\Delta t}(k_n)\}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

3.3 Monte Carlo 해석

본 모형에 사용된 Monte Carlo 모의회수는 2000회를 사용하였다. 모의회수를 결정하는데는 Malone 등(1983)이 제시한 방법이나 Kolmogorov-Smirnov (K-S)의 적합도 검정을 이용한 방법 등이 사용되어지나 본 연구에서는 반복계산회수 2000회를 기준으로 모의하였다. Monte Carlo 모의에 적용된 변수들에 대해서는 정규분포를 따른다고 가정하였다.

4. 낙동강 유역에 대한 적용

4.1 대상유역

본 모형에 대한 적용 대상구간은 낙동강 본류부인 왜관에서 물금까지의 167km 구간이다. 이 구간은 대구, 구미, 김천, 왜관 등 대도시와 산업공단으로부터 대규모의 오염부하가 직접 또는 금호강 등의 지류를 통하여 본류로 유입되고 있으며, 하류부의 물금 및 남강 합류부에서는 다량의 하천수가 상수원수로 사용되고 있어 효율적인 수질관리 대책의 수립이 절실한 실정이다. 수질관련 자료는 '96년 1월부터 '96년 12월에 이르는 월별 수질측정 자료를 활용하였으며(환경부, 1996), 대상하천은 전체구간을 지류 유입지점 등을 고려하여 동일구간 내에서 수리학적으로 유사한 특성을 갖도록 12개의 구간으로 구분하였다. 또한, 12개의 각 구간별로 구간내의 하도형상이나 지류의 유입지점 등을 고려하여 필요에 따라 1개에서 3개까지의 단면으로 세분하였다.

4.2 최적매개변수의 도출

각 반응계수가 모형에 의한 계산결과에 미치는 영향을 파악하기 위하여 민감도 분석을 실시하였다. 각 반응계수에 대하여 상한치, 하한치 및 기준치를 선정하여 모형에 의해서 계산된 각 수질인자의 값을 산정하였다. 민감도는 식 (14)에 의하여 정의하였다(한건연 등, 1995).

$$Sensitivity = \frac{C_u - C_l}{C_a} \quad (14)$$

여기서, C_u, C_l 및 C_a는 각각 반응계수의 상한, 하한 및 기준치로 계산된 농도값들이다.

계산된 민감도 값이 0.1보다 작은 경우에는 해당 반응계수의 민감도는 작은 것으로 고려하여 최적 반응계수 산정에는 포함시키지 않았다. 민감도 분석 결과, 반응계수에 민감한 수질인자로는 BOD, DO 등으로 나타났다. 재포기계수 k_a는 유속 및 수심에 주어진 범위에 따라 결정되므로 민감도 분석에서 제외하였다. BOD 및 DO는 CBOD 반응계수인 k_c와 NBOD 반응계수

표 1. BFGS 기법에 의한 반응계수 최적화 결과

구 간	반복회수	k_c	k_n	S_b	오 차
상류단	0	0.200	0.100	0.100	1.995
	1	0.032	0.024	0.005	0.178
	2	0.025	0.044	0.056	0.103
	3	0.014	0.046	0.156	0.094
	4	0.011	0.051	0.155	0.091
하류단	0	0.120	0.100	0.500	2.854
	1	0.072	0.051	0.960	1.274
	2	0.064	0.023	0.350	0.263
	3	0.056	0.012	0.140	0.150
	4	0.050	0.009	0.123	0.120
	5	0.052	0.007	0.115	0.108
	6	0.052	0.005	0.112	0.099

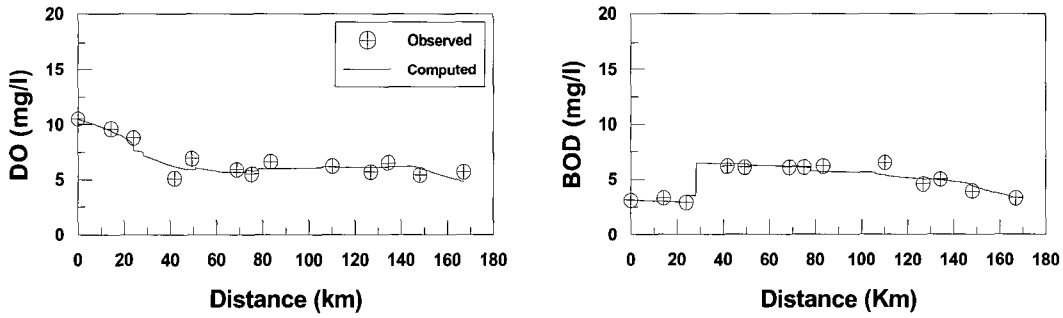

그림 1. DO와 BOD에 대한 보정결과

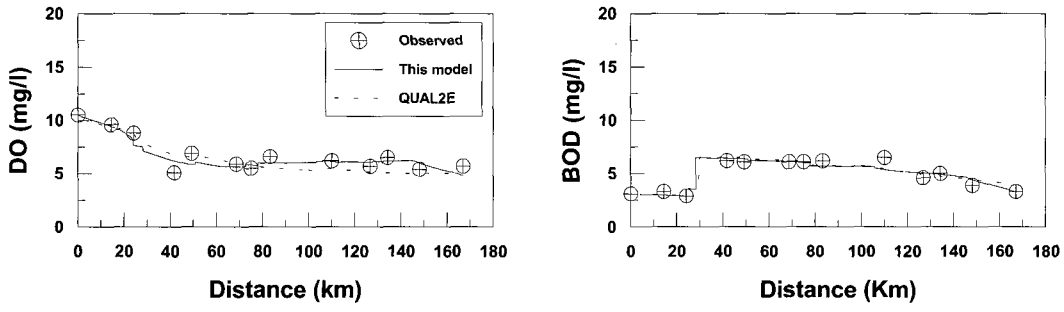

그림 2. 확정론적 수질해석 결과의 비교

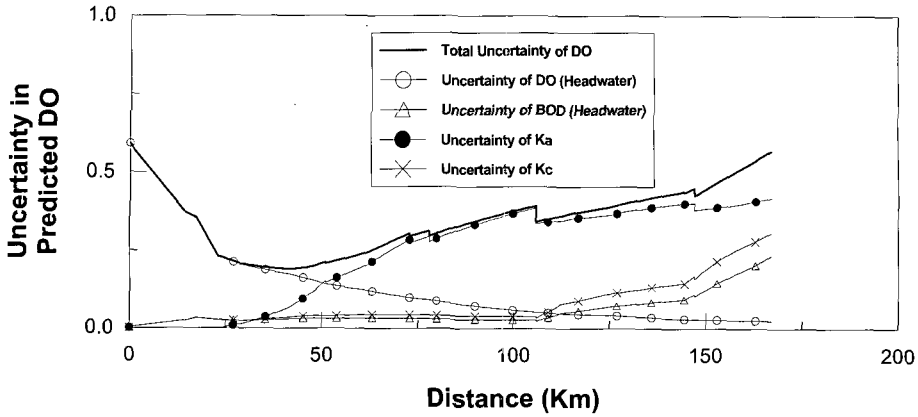

그림 3. 총 불확실도에 대한 각 매개변수의 기여도 (DO)

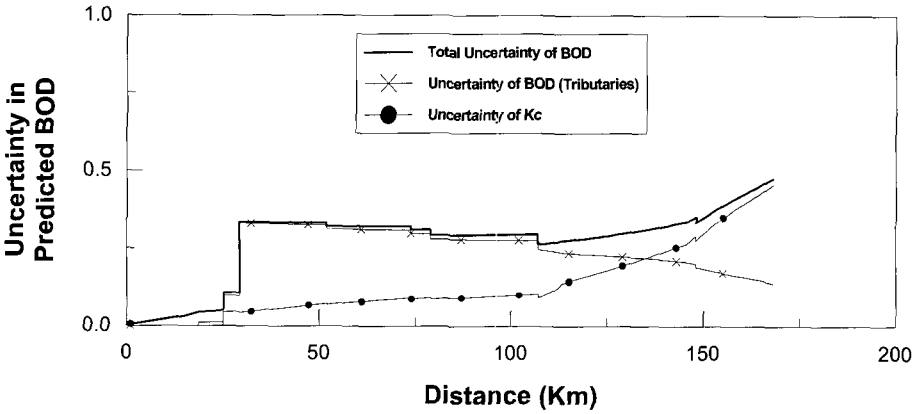

그림 4. 총 불확실도에 대한 각 매개변수의 기여도 (BOD)

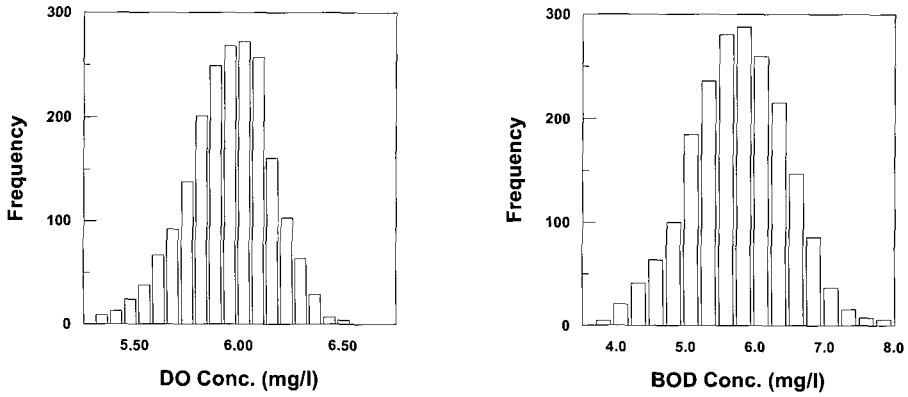

그림 5. Monte Carlo 모의수행 결과의 빈도분포 (남강 합류점)

인 k_n, 하상에서의 산소 요구량인 S_b에 민감하게 나타났다. 따라서, k_c, k_n, S_b에 대해서만 최적 반응계수를 추정하였으며, 자료의 제약상 조류의 농도는 고려하지 않았다.

낙동강 본류부의 k_c, k_n, S_b에 대한 최적 반응계수를 도출하기 위하여 영향계수(Influential matrix) 법에 따른 최적화기법인 BFGS 기법을 사용하였다. 남강 합류점을 기준으로 유역의 하도형상 및 유량이 변화함에 따라 이 지점을 기점으로 상·하류단의 반응계수의 특성이 상이할 것으로 판단되어 상·하류단에서의 최적화를 실시하여 각 구간에 적합한 최적 매개변수를 도출하였다. 다음의 표 1에 BFGS 방법에 의한 반응계수 최적화의 결과가 나타나 있다.

4.3 모형의 보정 및 검정

모형의 보정은 실측자료를 적용하여 모형에 포함된 각종 반응계수를 추정하는 작업을 의미하며, 모형의 검정은 보정된 반응계수를 다른 조건하에서 적용하여 검정된 보정계수의 타당성을 증명하는 것이다. 모형의 보정과 검정을 위해 '96년 1월에서 12월까지의 낙동강 수질 관측 자료를 이용하였다. 본 모형의 적용에 있어 NBOD에 대해 정확히 제시된 자료는 없었으나, NBOD의 구성성분인 NH_4^+, NO_2^-, NO_3^+ 및 유기질소에 대한 자료를 통해 이를 환산하여 계산에 포함시켰다. 모형의 보정에는 '96년 6월 자료를 이용하여 관련 매개변수들을 최적화하였고, 이를 통해 얻은 매개변수들을 이용하여 5월과 9월의 유량 및 수질자료에 대해 검정을 실시하였다. 다음의 그림 1은 '96년 6월의 BOD, DO에 대한 모형의 보정결과이다. 또한, 본 모형의 적용성을 검정하기 위해 국내에서 널리 사용되고 있는 하천수질해석 프로그램인 QUAL2E와 비교하였다. 그림 2는 확정론적 수질해석 결과를 비교한 것으로 BOD에 대해서는 거의 일치하는 결과를 나타내었으나 DO에 있어서는 본 모형이 좀 더 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

4.4 추계학적 수질해석

추계학적 수질해석은 확정론적 수질해석에서의 대상유역과 동일한 유역에 대해 적용되었다. Monte Carlo 모의결과의 검토를 위해 주 관심지역인 남강합류부와 물금지역에 대해 빈도해석을 실시하였다. 대상유역에 대한 FOEA 모의결과를 통해 입력 변수의 불확실도가 출력변수의 불확실도에 끼치는 기여도를 분석하였다. 아래의 그림 3과 그림 4는 각각 DO와 BOD에 대한 불확실도 해석의 결과를 보여주고 있다.

그림 3은 상류단의 DO와 BOD, 그리고 수질매개변수인 k_c 와 k_a 에 대해 각각 25%의 불확실도를 적용하였을 때, 모의수행을 통해 계산된 DO값에 포함된 불확실도를 보여주고 있다. 그림 4는 수질매개변수 k_c 에 대해 25%, 지류의 BOD 부하량에 대해 10%의 불확실도를 적용했을 때, 모의수행을 통해 계산된 BOD값에 포함된 불확실도를 보여주고 있다. DO의 경우에는 그림 3에서 나타나는 바와 같이 상류단에서의 불확실도는 상류단의 DO 부하량에 포함된 불확실도가 계산된 DO값에 포함된 불확실도에 가장 큰 영향을 끼치는 요인이었고, 하류로 갈수록 재포기계수 k_a 에 의한 불확실도의 영향이 증대되는 양상을 나타내었다. BOD의 경우에는 그림 4에서 나타나는 바와 같이 지류의 BOD 부하량에 포함된 불확실도는 하류로 진행됨에 따라 감소하나 CBOD 반응계수인 k_c 에 포함된 불확실도는 점차 증가함을 알 수 있다.

다음의 그림 5와 그림 6은 주 관심 대상지역인 남강합류부와 물금에 대한 Monte Carlo 모의수행을 통해 계산한 DO와 BOD의 빈도분포를 나타내고 있고, 표 2는 각 결과에 대한 평균, 표준편차, 분산, 왜곡도를 보여주고 있다.

그림 7과 그림 8은 FOEA와 Monte Carlo 모의에 의해 해석된 결과에 대한 95% 신뢰범위를 확정론적 수질해석의 결과와 비교한 것이다. 두 방법 모두가 평균값

표 2. Monte Carlo 모의결과에 대한 통계값

	남강합류부		물금	
항 목	DO	BOD	DO	BOD
평 균	5.9126	5.6179	4.7492	3.2682
분 산	0.0406	0.4744	0.08914	0.1716
표준편차	0.2016	0.6888	0.2986	0.4142
왜곡도	-0.3429	-0.0212	-0.1075	0.2358

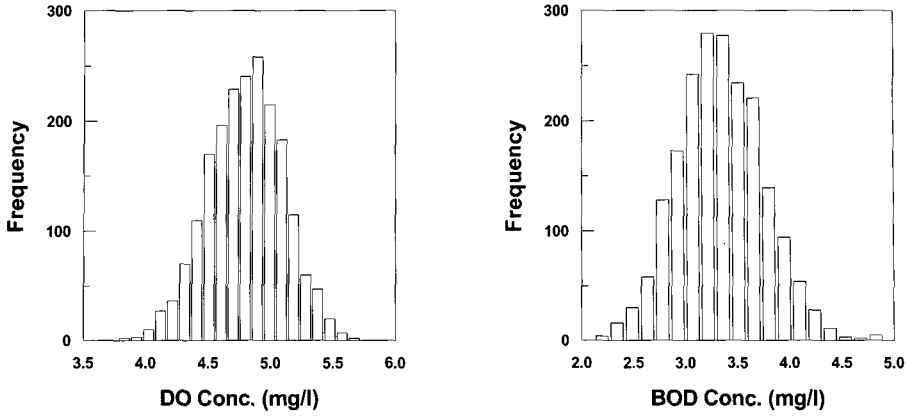

그림 6. Monte Carlo 모의수행 결과의 빈도분포 (물금)

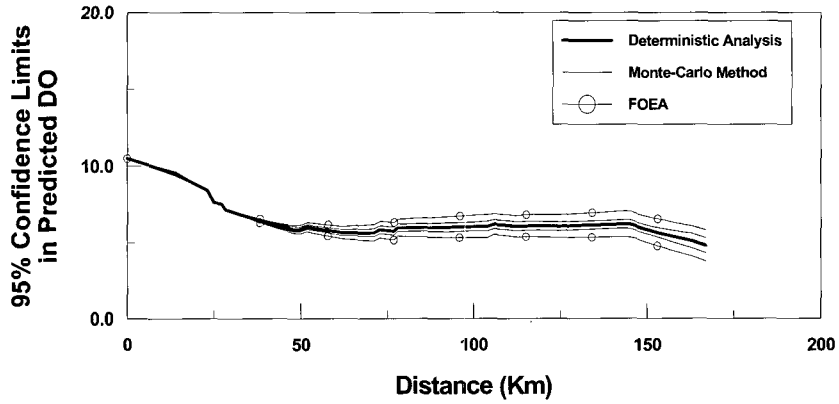

그림 7. FOEA와 Monte Carlo 모의와의 비교 (DO)

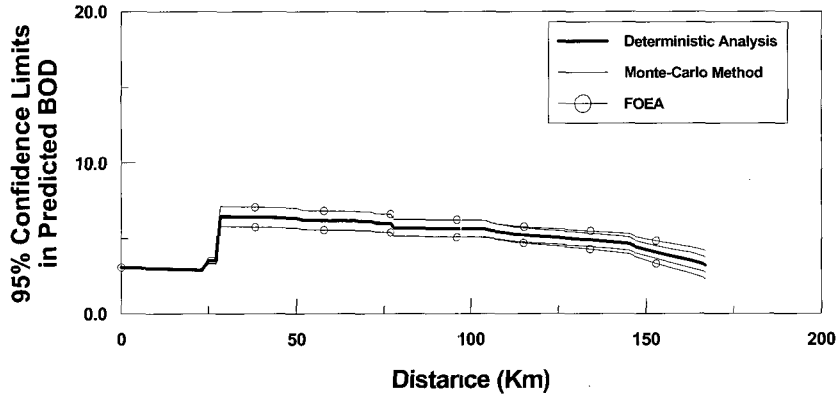

그림 8. FOEA와 Monte Carlo 모의와의 비교 (BOD)

에 있어서 확정론적 수질해석의 결과와 잘 일치하는 것을 보여주고 있다. 그러나, FOEA의 경우 Monte Carlo 모의에 비해 큰 변동폭을 나타내고 있는데 이는 비선형 매개변수인 k_a와 k_c를 선형으로 가정하여 FOEA를 적용하므로서 발생한 것이다. 이러한 문제점은 2차, 3차 등의 고차 오차해석을 통해 개선될 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서 확장 Streeter-Phelps 식을 기초로 하여 FOEA와 Monte Carlo 해석에 의한 추계학적 수질해석모형을 개발하고 이를 낙동강 유역에 대해서 적용하였다. 주요 연구 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다. 확정론적 수질해석을 위해 낙동강 유역의 왜관~물금에 이르는 구간에 대해 부등류 해석을 실시하였고, BFGS 최적화 기법을 이용하여 주요 반응계수에 대해 최적계수를 산정하였다. 또한, 낙동강 유역에 대해 모형의 보정과 검정을 실시하였는데, 해석결과는 QUAL2E 모형과도 잘 일치되고 있었다. 확장 Streeter-Phelps 식에 대한 FOEA와 Monte Carlo 해석을 이용하여 추계학적 수질모형을 개발하였으며, 출력변수인 DO와 BOD에 포함된 입력변수의 불확실도를 분석하여 각 항목에 대한 수질오염에 대한 기여도를 산정하였다.

불확실도의 기여도 분석을 통해 확장 Streeter-Phepls 식의 적용에 있어 DO의 경우에는 재포기 계수 k_a, BOD의 경우에는 CBOD 제거율 k_c에 포함된 불확실도가 하류로 진행함에 따라 다른 계수들의 불확실도에 비해 크게 증가함을 알 수 있었다. 본 연구의 해석기법은 다른 유역에도 적용되어 효율적이고 과학적인 하천 수질관리에 기여할 수 있을 것으로 판단되었다.

참 고 문 헌

이홍근 (1982). 한강하류부의 수질변동에 대한 추계학적 특성. 박사학위논문, 서울대학교.

전경수, 이길성 (1993). "영향계수를 이용한 QUAL2E 모형의 반응계수 추정", 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제13권, 제4호, pp. 163-176.

한건연, 김상현, 박재홍 (1995). "하천수질변동의 예측을 위한 추계학적 수질해석모형의 개발", 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제28권, 제2호, pp. 103-113.

한건연, 송재우, 백경원, 김상호 (1994). "한강하류부에서의 총질소와 총인에 대한 수질모의", 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제27권, 제1호, pp. 53-67.

환경부 (1996). 환경통계년감.

Malone, R., Bowles, D.S., Windham, M.P., and Grenney, W.J. (1983). "Comparison of techniques for assessing effects of loading uncertainty upon a long-term phosphorus model.", *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 7, February, pp. 11-18.

Melching, C.S., and Anmangandl, S. (1992). "Improved first-order uncertainty method for water-quality modeling.", *Journal of Environmental Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. EE5, pp. 791-805.

Scavia, D., Powers, W.F., Canale, R.P., and Moody, J.L. (1981). "Comparison of first-order error analysis and Monte Carlo simulation of time-dependent lake eutrophication models.", *Water Resources Research*, Vol. 17, No. 4, pp. 1051-1959.

Streeter, H.W., and Phelps, E.B. (1925). *A study on the pollution and natural purification of the Ohio river, III. Factors concerning the phenomena of oxidation and reaeration.*, Public Health Bulletin, No. 146, U.S. Public Health Service.

Tung, Y.K., and Hathhorn, W.E. (1988). "Assessment of probability distribution of dissolved oxygen deficit.", *Journal of Environmental Engineering*, ASCE, Vol. 114, No. 6, pp. 1421-1435.

(논문번호:02-031/접수:2002.5.16/심사완료:2002.07.9)