

저수지 유입량 예측을 위한 신경망 모형의 특성 연구

A Study on Characteristics of Neural Network Model for Reservoir Inflow Forecasting

김 재 형*/윤 용 남**

Kim, Jae Hyung*/Yoon, Yong Nam**

Abstract

In this study the results of Chungju reservoir inflow forecasting using 3 layered neural network model were analyzed in order to investigate the characteristics of neural network model for reservoir inflow forecasting. The proper neuron numbers of input and hidden layer were proposed after examining the variations of forecasted values according to neuron number and training epoch changes, and the probability of underestimation was judged by deliberating the variation characteristics of forecasting according to the differences between training and forecasting peak inflow magnitudes. In addition, necessary minimum training data size for precise forecasting was proposed.

As a result, We confirmed the probability that excessive neuron number and training epoch cause over-fitting and judged that applying 8~10 neurons, 1500~3000 training epochs might be suitable in the case of Chungju reservoir inflow forecasting. When the peak inflow of training data set was larger than the forecasted one, it was confirmed that the forecasted values could be underestimated. And when the comparative short period training data was applied to neural networks, relatively inaccurate forecasting outputs were resulted and applying more than 600 training data was recommended for more precise forecasting in Chungju reservoir.

Key words : reservoir inflow, forecasting, neural network, underestimation, over-fitting

요 지

본 연구에서는 3층 신경망 모형에 의해 충주호의 유입량을 예측한 결과들을 이용하여 신경망 모형의 저수지 유입량 예측 특성을 분석하였다. 신경망 모형의 적절한 입력층 및 은닉층 뉴런 개수, 학습회수를 제시하였으며, 학습 첨두유량 크기가 예측된 첨두유량보다 작을 경우 예측 값이 과소평가되는 특징을 확인하였다. 또한 뉴런 개수, 학습회수가 과다할 경우 발생 가능한 과적합 현상을 확인하였으며, 정확한 예측을 위해 필요한 최소 학습자료 기간도 제시하였다.

결과적으로 충주호의 경우 8~10개의 뉴런 개수 및 1500~3000회의 학습회수를 이용한 신경망 모형이 적합한 것으로, 학습자료 기간 수는 최소한 600개 이상의 자료를 적용하여야 정확한 예측이 가능한 것으로 결과되었다.

핵심용어 : 핵심용어 : 저수지 유입량, 예측, 신경망 모형, 과소평가, 과적합

* 정희원 · 광주대학교 토목환경공학부 겸임교수, (주)한도엔지니어링 이사

** 고려대학교 공과대학 토목환경공학과 교수

1. 서 론

최근들어 수공학 분야에서도 여러 문제들을 해결하기 위하여 신경망 모형이 다양하게 적용되고 있으며, 그 중에서도 오차 역전파 알고리즘이 적용된 다층 퍼셉트론 모형에 의한 시계열의 예측이 그 주류를 이루고 있다(김재형 등, 2000).

신경망 이론은 McCulloch와 Pitts(1943)에 의해 최초로 개발되었으며, Hebb(1949)에 의해 학습규칙이 최초로 제안되었으나 침체기를 지속하다가 Rumelhart와 McClelland등(1986)에 의해 오차역전파 학습알고리즘이 발표되면서 다시 활발한 연구가 지속되었고, 수자원 분야에는 French 등(1992)이 강우의 공간분포를 예측하면서 적용되기 시작하였다. 국내 수자원 분야에서는 김주환(1992, 1993)이 홍수시의 일 단위와 시간 단위의 하천 유출량 예측 모형을 제시한 이래 오경두와 전병호(1994), 윤여중(1995), 오남선(1996), 최종남(1998) 등에 의해 주로 강우 및 유출량 예측에 적용되었다. 고원준과 조원철(1999)은 소양강댐 유입량 예측을 위해 오차 역전파 알고리즘과 Cascade -Correlation 알고리즘을 적용하고 이를 결과를 비교하였고, Hwang (1999)는 일별 용수수요량 예측에 오차역전파 알고리즘과 유전자알고리즘을 적용하여 비교하는 등 예측 정확도를 향상시키는 연구들이 지속적으로 수행되고 있다.

본 연구에서는 충주호의 예측선행시간 3시간인 유입량 예측을 위하여 신경망 모형을 구성하고 학습자료의 개수, 규모 등에 따른 신경망 모형 결과의 특성을 분석하였다. 또한 신경망 모형을 선정할 때 문제가 될 수 있는 뉴런의 개수·과다한 학습에 따른 과적합화 현상에 대하여도 분석하였으며, 학습 자료의 유량 규모 특히, 첨두유량이 예측하여야 할 규모보다 작은 경우 과소 평가되어 예측되는 문제점 등의 결과를 확인하였다.

2. 신경망 모형

신경망 모형은 인간 뇌의 구조를 컴퓨터로 구현하고자 제안된 개념으로 Rumelhart와 McClelland (1986)는 신경망의 기본 구성요소로 처리요소(processing units), 활성화 상태(activation state), 출력함수(output function), 연결형태(connectivity pattern), 전파규칙(propagation rule), 활성화 규칙

(activation rule), 학습규칙(learning rule), 환경(environment) 등 8가지 요소를 제시한 바 있다. 이 중에서 활성화 규칙과 활성화 상태는 출력함수와 연관되며, 전파규칙은 학습규칙과 연관되는 사항으로 신경망 모형의 구조를 결정하기 위해서는 처리요소인 뉴런, 출력함수, 연결형태, 학습규칙, 환경을 설정하여야 한다.

대표적인 신경망들은 대부분 자율학습방법·지도학습방법·기억방법·통계적 방법·지도학습과 자율학습을 혼합한 방법 등의 범주에 속하며, 비선형계 예측 분야에 주로 적용되는 모형은 오차 역전파 알고리즘을 이용한 다층 퍼셉트론 모형으로 Lapedes와 Farber(1987)에 의해 최초로 신호처리 분야에 적용 된 바 있다. 오차 역전파 알고리즘을 이용한 다층 퍼셉트론 모형은 층과 층간의 뉴런간에 전부 연결되는 형태를 가지며, 출력함수는 다음식 (4), (5)에서 보는 바와 같이 연속하고 미분이 가능하여야 하므로 주로 Sigmoid 함수가 이용되고 있다. 따라서 이 모형을 사용하기 위해서는 뉴런의 개수, 환경 설정이 중요한 과제가 된다.

오차 역전파 알고리즘은 신경망의 입력 패턴에 따라 입력층 각 뉴런에의 입력값을 연결강도와 전이함수를 이용하여 출력값을 계산하는 전방향(feedforward) 처리와 목표값과 계산값과의 차이를 역방향으로 진행시키면서 그 차이가 최소가 되도록 연결강도를 조정하는 역방향(feedbackward) 처리로 구성된다.

입력층을 $x_i (i=1,2,3,\dots,N_I)$, 은닉층을 $h_j (j=1,2,3,\dots,N_H)$, 출력층을 $y_k (k=1,2,3,\dots,N_O)$, 은닉층 성분 h_j 에 대한 입력층 성분 x_i 의 연결강도를 w_{ji} , 출력층 성분 y_k 에 대한 은닉층 성분 h_j 의 연결강도를 w_{kj} 라 정의하면 은닉층과 출력층에서의 전방향처리 과정은 다음과 같다.

$$s_j = f(v_j) = f(\sum_{i=1}^{N_I} w_{ji} x_i) \quad (1)$$

$$y_k = s_k = f(v_k) = f(\sum_{j=1}^{N_H} w_{kj} s_j) \quad (2)$$

$$= f\left\{ \sum_{j=1}^{N_H} w_{kj} f\left(\sum_{i=1}^{N_I} w_{ji} x_i\right) \right\}$$

여기서, s_j , s_k 는 각각 j 번째 은닉층과 k 번째 출력층 뉴런을 통해 출력되는 값들이며 $f(\cdot)$ 는 전이함수이다. 신경망에 의한 계산 출력값을 y_k^* , 목표값을 d_k^* 라 하면 각 층의 연결강도를 조정해 나가기 위

해서는 다음 식 (3)과 같은 오차함수를 정의하고 이를 감소시키는 방향으로 진행된다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{\mu} \sum_k (d_k^{\mu} - y_k^{\mu})^2 \quad (3)$$

오차 역전파 알고리즘에서는 이를 위하여 오차함수의 경사에 비례하여 변수를 조절해 나가는 경사하강 학습(gradient decent learning, GDL) 알고리즘을 이용한다. 이를 이용한 은닉층과 출력층 사이의 연결강도 조정량 δw_{kj} , 입력층과 은닉층과의 연결강도 조정량 δw_{ji} 는 각각 다음 식(4), (5)와 같으며 η 는 학습률(learning rate)이다.

$$\begin{aligned} \delta w_{kj} &= -\eta \frac{\partial J}{\partial w_{kj}} \\ &= \eta \sum_{\mu} (d_k^{\mu} - y_k^{\mu}) \cdot f'(v_k^{\mu}) \cdot s_j^{\mu} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \delta w_{ji} &= -\eta \frac{\partial J}{\partial w_{ji}} \\ &= \eta \sum_{\mu} (d_k^{\mu} - f(v_k^{\mu})) \cdot f'(v_k^{\mu}) \cdot w_{kj} \cdot f'(v_j^{\mu}) \cdot x_i^{\mu} \end{aligned} \quad (5)$$

한편, 다층 신경망 모형에서 역전파 알고리즘에 따른 학습 과정에서 발생할 수 있는 지역최소값(local minima) 문제와 오차를 적게 하고, 학습 속도를 향상시키기 위하여 본 연구에서는 모멘트-적응학습을 방법(Hertz etc., 1991)을 적용하였다.

3. 적용 자료

전술한 바와 같이 본 연구에서는 한강수계 충주호의 예측선행시간 3시간인 3시간 유입량을 예측하

표 1. 본 연구 적용 충주호 3시간 평균유입량 자료

No.	자료 기간	자료수 N(개)	첨두유량 (m ³ /sec)	비고	No.	자료 기간	자료수 N(개)	첨두유량 (m ³ /sec)	비고
1	'88.07.05 ~ '88.07.31	216	10900		6	'91.07.14 ~ '91.08.11	232	4250	
2	'89.07.22 ~ '89.08.05	120	8692		7	'92.08.23 ~ '92.08.31	72	2331	
3	'89.09.06 ~ '89.09.24	152	1548		8	'92.09.22 ~ '92.09.28	56	1797	
4	'90.06.18 ~ '90.08.02	368	4389		9	'93.07.10 ~ '93.08.10	144	7679	
5	'90.09.08 ~ '90.09.21	112	18579		10	'95.08.18 ~ '95.08.31	112	9331	

는 신경망 모형의 자료 여건에 따른 특성을 분석하도록 하였으므로 충주호에서 기 관측된 시간별 자료를 수집하였다. 시간별 자료를 수집하고 유역평균 강수량과 비교하여 불합리한 결과를 보인 자료들은 제외시켰다. 시간별 자료를 3시간 평균유량으로 변환한 자료를 적용하였으며 수집된 3시간 자료는 다음 표 1에 수록하였다. 표 1의 각각 불연속인 유입량들이 서로 연속인 것으로 인식이 가능하도록 각각의 시점부 유량이 이전 사상의 종점부 유량의 규모와 비슷하도록 시간대를 조정하여 적용하였다.

4. 뉴런개수와 학습회수에 따른 예측 정도 평가

4.1 모형 예측 평가 기준

임의 모형의 예측 결과가 실측 자료와 비교해서 어느 정도 적합한 것인지를 검정하기 위한 수단으로 여러 가지의 기준이 있다. 이들은 모형의 선정에도 적용되기도 하며, 여러 모형 변수의 최적값을 결정하기 위한 검정에도 적용되는데 통상 실측치와 예측값과의 오차로 표현된다(김재형, 2000). 본 연구에서는 평가 기준으로 다음의 식 (6) ~ 식 (9)에 각각 정의된 잔차 절대치 평균(Absolute Mean Bias, AMB), 평균 제곱 오차(Root Mean Square Error, RMSE), 상대 평균 제곱 오차(Relative Root Mean Square Error, RRMSE), 상관계수(Correlation Coefficient, CC)를 적용하였다.

$$AMB = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N | \hat{Q}(i) - Q(i) | \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{Q}(i) - Q(i)]^2} \quad (7)$$

$$RRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [Q(i) - \hat{Q}(i)]^2}{\sum_{i=1}^N Q(i)^2}} \quad (8)$$

$$CC = \frac{N \sum_{i=1}^N [\hat{Q}(i)Q(i)]^2 - \sum_{i=1}^N \hat{Q}(i) \sum_{i=1}^N Q(i)}{\sqrt{[N \sum_{i=1}^N (\hat{Q}(i))^2 - (\sum_{i=1}^N \hat{Q}(i))^2] \cdot [N \sum_{i=1}^N (Q(i))^2 - (\sum_{i=1}^N Q(i))^2]}} \quad (9)$$

4.2 뉴런 개수와 학습회수에 따른 예측 결과 평가

표 1의 자료 중에서 No.1~No.9의 자료를 학습 자료로 이용하고 No.10의 자료를 예측하기 위한 3 층 구조 신경망 모형을 고려하였다. 기존의 연구자들에 의해 주로 적용된 바 있는 예측시점 이전의 강수량과 유입량을 동시에 고려하는 모형을 적용하였으며, 입력층·은닉층의 뉴런개수, 학습회수에 따른 가능 모형을 모두 적용할 경우 너무 많은 경우의 모형을 고려해야 하므로 Kim(1998)과 같이

입력층과 은닉층의 개수가 동일한 모형을 고려하여 가능한 모형의 개수를 한정하였다. 따라서 입력층과 은닉층의 개수를 2~24개(12 CASES), 학습회수를 200~4000회(20 CASES)로 변화시키면서 예측을 실시하고 실측치와 비교하였으며, 예측 결과는 그림 1에 학습 결과는 그림 2에 각각 나타내었다.

그림 1~그림 2에서 보는 바와 같이 학습 결과는 뉴런의 개수와 학습회수가 증가할수록 AMB, RMSE는 점차 감소하며, CC는 증가하는 등 꾸준히 양호해지는 결과를 보이고 있어 과다한 뉴런의 개수에 따른 과적합(Overfitting) 현상을 볼 수 있다. 본 연구에서 적용하고 있는 자료계열의 경우 학습회수를 4000회까지 증가시켰어도 모든 기준에서 학습회수에 따른 특별한 과적합화 현상은 보이지 않았다. 충주호의 시간별 유입량 예측의 경우 대략 뉴런개수 8~10개, 학습회수는 1500회 이상의

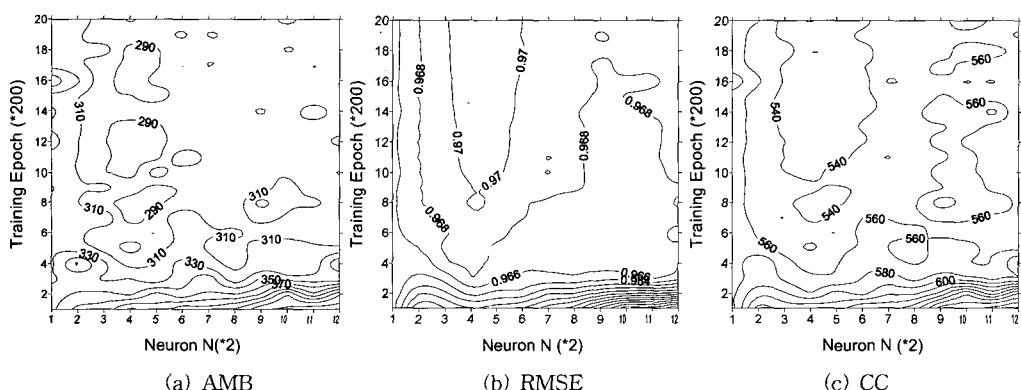


그림 1. 뉴런개수와 학습회수에 따른 신경망 모형의 예측 결과

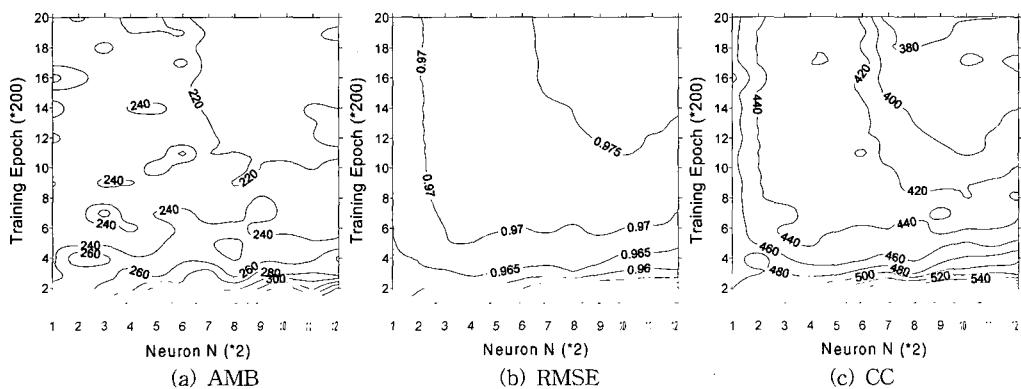


그림 2. 뉴런개수와 학습회수에 따른 신경망 모형의 학습 결과

모형을 선정한다면 적절한 모형의 구조가 될 것으로 판단되었다.

5. 학습자료의 유량 규모에 따른 예측 결과 평가

본 연구에서는 예측선행시간 3시간의 단기 유입량 예측을 그 대상으로 하는 단기 예측이므로 홍수기에 적용될 수 있는 대규모 사상의 예측에 그 목적이나 있다고 할 수 있다. 김재형(2000)은 충주호 유입량 예측시 학습자료의 첨두유량 규모가 예측 첨두유량보다 큰 홍수사상을 포함하여 학습·예측하였으며 예측 첨두유량의 오차가 1%인 양호한 결과를 얻은 바 있다. 따라서 본 연구에서는 학습자료의 첨두유량 규모가 예측하고자 하는 대상의 첨두유량 보다 작은 경우를 대상으로 하여 학습자료의 유량 규모가 예측 값의 유량 규모에 어느 정도 영향을 미치는지 파악하도록 하였다. 학습자료에 전반적으로 소규모의 홍수사상만 포함된 경우와 이보다 더 큰 홍수사상으로 이루어졌지만 예측하려고 하는 대상보다 작은 규모의 자료들로 구성된 경우의 2가지로 구분하여 학습자료의 유량 규모에 따른 예측을 실시하고 그 결과를 평가하였다. 이와 같은 분석을 위하여 예측 대상은 규모가 가장 큰 표 1의 No. 5의 사상으로 설정하고, 비교적 규모가 작은 No.3, No.4, No.6, No.7, No.8로 구성된 학습자료를 이용하는 경우(CASE-I)와 예측 대상 자료의 규모보다

는 작지만 비교적 대규모인 No.1, No.2, No.9, No.10으로 구성된 학습자료를 이용하는 경우(CASE-II)로 구분하여 각 CASE별로 예측을 실시하고 그 결과를 비교하였다. 예측모형은 4장에서 전술한 바와 같이 입력층과 은닉층의 뉴런이 8개인 모형을 고려하고 학습회수를 200~4000 회의 20가지 경우에 대하여 각각 학습·예측을 실시하고 가장 양호한 결과를 보인 경우를 표 2와 그림 3에 나타내었다.

표 2와 그림 3에서 보는 바와 같이 예측 유입량에 비해 학습자료의 규모가 작을수록 모든 면에서 예측 결과가 저하됨을 알 수 있다. 특히 홍수기의 예측에서는 첨두유량의 예측이 가장 중요한 요소이나 학습자료의 유입량 규모가 작아짐에 따라 그 예측 결과도 점차 작게 결과되므로 실제의 시간별 유입량 예측시 학습자료의 첨두유량보다 크게 예측되는 경우 과소평가될 가능성이 있다고 할 수 있겠으며, 이를 고려한 안전측면의 유량을 고려해야 할 것으로 판단된다.

6. 학습자료의 개수에 따른 신경망 모형의 결과 평가

신경망 모형에 의한 예측 시 학습자료의 개수가 예측과 학습의 결과에 미치는 영향을 검토하기 위하여 표 1의 자료 중에서 No. 10의 자료를 예측하는 경우를 설정하고 학습자료의 개수를 순서대로

표 2. 각 CASE별 학습·예측 결과

CASE	뉴런개수 (N, 개)	학습회수 (회)	학습				예측				비교
			AMB	RMSE	RRMSE	CC	AMB	RMSE	RRMSE	CC	
I	8	2400	144.55	213.80	0.0103	0.9538	716.75	1873.40	0.0691	0.9726	
II	8	2000	307.46	508.56	0.0140	0.9665	450.56	1014.46	0.0374	0.9819	

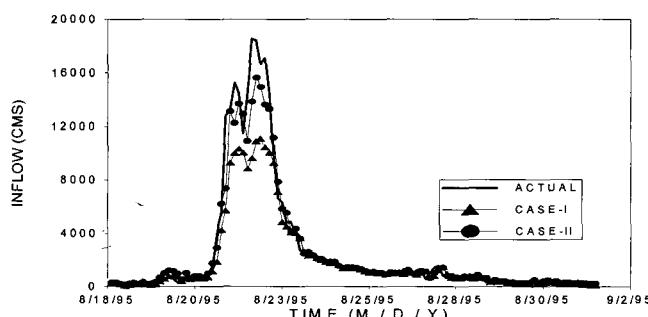


그림 3. 각 CASE별 예측 결과와 실측치의 비교

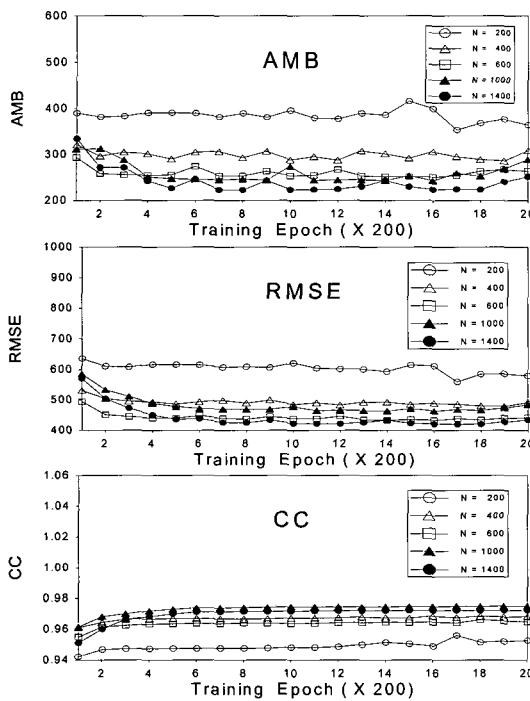


그림 4. 학습자료 개수에 따른 학습 결과

200, 400, 600, 800, 1000, 1200, 1400개 적용하여 예측을 실시하고 그 결과를 평가하였다. 전 장에서와 마찬가지로 뉴런 개수로는 8개를 적용하였으며 각 경우에 대하여 학습회수 200회부터 4000회까지 200회씩 증가시켜가면서 예측을 실시하였으며, 그 결과는 다음 그림 4와 5에 도시하였다.

그림 4와 5의 결과를 살펴보면 학습자료의 개수가 200개, 400개인 경우 AMB와 RMSE에서 학습회수에 따라 변동이 심한 결과를, 600개 이상일 때는 안정적으로 거의 비슷한 결과를 보여주고 있다. 학습회수가 증가함에 따라 모형의 예측 결과가 점차 개선되다가 대략 1500회 이상에서 비교적 안정적인 경향을 나타내고 있으며, 학습회수 3500회 이상에서는 오히려 예측 정확도가 저하되는 과적합 현상을 볼 수 있다.

따라서 신경망 모형의 적용을 위해서는 가능한 한 많은 자료의 수집을 하는 것이 합당하다고 판단되며, 지나친 학습회수를 적용하여 예측하는 것은 오히려 오차를 유발할 가능성이 있는 것으로 사료된다.

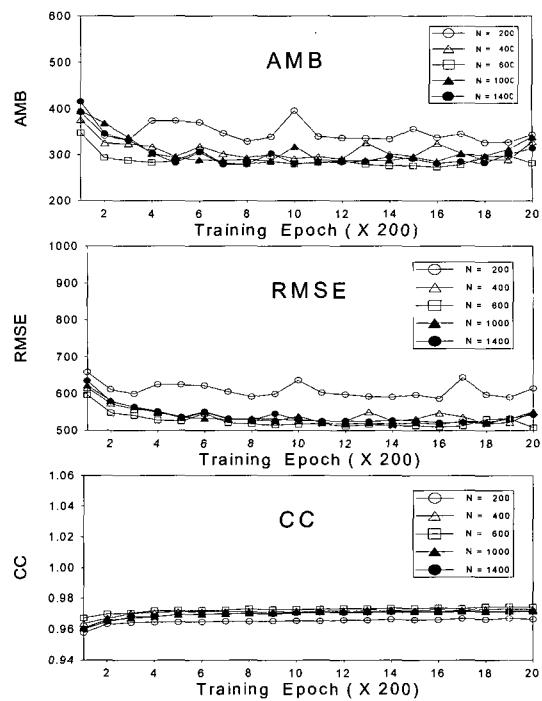


그림 5. 학습자료 개수에 따른 예측 결과

7. 결 론

본 연구에서는 한강수계 충주호에 신경망 모형을 이용하여 시간별 유입량을 예측하는 경우 학습·예측 자료의 규모, 자료개수 등 자료 환경에 따른 신경망 모형의 결과를 통하여 신경망 모형의 특성을 살펴보았으며 이를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 입력층·은닉층의 뉴런의 개수, 학습회수가 과다할 경우 과적합 현상이 발생할 수 있음을 확인하였으며, 충주호 유역의 경우 뉴런 개수 8~10개, 학습회수 1500~3000회 정도의 범위에서 적용하는 것이 타당하다고 사료된다.
- 2) 학습자료의 첨두유량 규모보다 더 큰 유량이 예측된 경우에는 과소평가의 가능성성이 있으므로 신경망 모형에 의한 유입량 예측 결과의 규모가 학습자료의 첨두유량보다 클 경우에 과소평가를 고려해야 할 것이다.
- 3) 자료의 개수가 작을 경우 예측 정확도 저하의

우려가 있으므로 가능한 한 많은 자료를 수집하여 신경망 모형의 학습을 실시하는 것이 타당할 것이며, 충주호의 시간별 유입량 예측에는 대략 600개 이상의 자료를 수집하여 적용해야 할 것으로 판단된다.

상기한 바와 같이 본 연구를 통하여 충주호 시간별 유입량 예측을 위한 신경망모형의 적정 구조를 제시하였으며, 예측된 첨두유량이 학습 자료의 첨두유량보다 크게 결과될 경우 과소 예측될 수 있는 가능성이 있음을 제시하였다. 신경망 모형에 의해 수문 자료의 예측을 실시할 경우 학습자료와 예측 값의 첨두 값을 반드시 비교·평가하는 과정이 필수적이라고 사료되며, 댐의 실시간 운영 시에도 안전계수 등을 고려한 안전한 운영이 되도록 하여야 할 것이다. 추후 자료의 축적에 따라 예측 첨두 값이 학습자료 첨두 값을 상회할 경우에 대한 학습 및 예측 첨두 값의 크기와 오차간의 정량적 관계를 수립하는 연구도 뒤따라야 할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- 고원준, 조원철(1999) 신경회로망을 이용한 저수지 유입량의 실시간 예측 모형 연구, *한국수자원학회 학술발표회 논문집*, pp. 209-213.
- 김재형(2000) 신경망 모형과 HEC-5 모형에 의한 댐군의 방류량 결정, 박사학위논문, 고려대학교.
- 김재형, 윤용남(2000) 댐 유입량 예측을 위한 신경망 모형, *2000년도 학술발표회 논문집(III)*, 대한토목학회, pp. 41-44.
- 김주환(1992) 패턴인식 방법을 적용한 하천유출량의 비선형 예측, *한국수자원학회지*, 제25권, 제3호, pp. 105-113.
- 김주환(1993) 신경망을 이용한 하천유출량의 수문학적 예측에 관한 연구, 박사학위논문, 인하대학교.
- 오경두, 전병호(1994) 미계측 중소유역 유출 시뮬레이션을 위한 신경회로망의 적용, *제36회 수공학 연구발표회 논문집*, 한국수문학회, pp. 317-323.
- 오남선(1996) 신경망 이론과 Kalman Filter 강우예측 모형의 비교연구, 박사학위논문, 서울대학교.

윤여중(1995) HEC-1 모델과 신경망 모델의 강우-유출에 대한 비교연구, 석사학위논문, 건국대학교.

최종남(1998), 강우-유출 모의를 위한 HEC-1 모형 및 신경망 모형의 비교연구, 석사학위논문, 고려대학교.

Demuth H., Beale M.(1994) Neural Network Toolbox : *For Use with MATLAB User's Guide*, The Math Works Inc.

French M. N., Krajewski W. F., Cuydendall R. R.(1992) *Rainfall Forecasting in Space and Time Using a Neural Network*, J. of Hydrology, Vol. 137, pp. 1-31.

Hebb, D. O.(1949) *The Organization of Behavior : A Neuro Psychological Theory*, NewYork : Wiley

Hertz, J., Krogh, A., and Palmer, R. G.(1991) *Introduction to the Theory of Neural Computation*, Addison Wesley.

Hwang S. H.(1999) *Applying Neuro-Genetic Algorithm for Daily Water Demand Forecasting*, Thesis for the Degree of Master of Science, Univ. of Korea, Seoul, Korea.

Kim T. W.(1998), *Nonlinear Forecasting of Long-Term Hydrologic Time Series Based on Neural Networks*, Thesis for the Degree of Master of Science, Univ. of Korea, Seoul, Korea.

Lapedes, A., Farber, R.(1987) Nonlinear Signal Processing Using Neural Networks : Prediction and System Modeling, LA-VR-87-2662. Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM

McCulloch, W. S., and W. Pitts(1943) *A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity*, Bulletin of Mathematical Biophysics, pp. 115-133.

Rumelhart D. E., McClelland, J. L., eds.(1986) *Parallel Distributed Processing : Explorations in Microstructure of Cognition*, Vol.1, Cambridge, MA : MIT Press.