

점탄성 감쇠기의 비선형거동을 고려한 선형모델 해석

Linear Modeling of Viscoelastic Dampers Considering Nonlinear Dynamic Behavior

김진구* 권영집** 민경원***
Kim, Jin-Koo Kwon, Young-Jip Min, Kyung-Won

Abstract

The viscoelastic dampers are considered to be one of the most efficient means of upgrading existing structures against seismic loads. Generally in the dynamic analysis of a structure with added viscoelastic dampers the internal forces of the dampers are represented by constants that are linearly proportional to displacement and velocity. The purpose of this study is to verify the validity of the linear Kelvin model by comparing the results from the linear analysis with those obtained from the more rigorous nonlinear model such as fractional derivative model. According to the results the structural responses of 1-DOF structure obtained using the linear model are very close to those obtained from nonlinear model. However for multi-DOF structure the difference between the results from both models is enlarged as a results of the assumptions associated with the linear modeling of the viscoelastic dampers.

keywords : viscoelastic dampers, fractional derivative model, Kelvin model

1. 서론

ATC 40 및 FEMA 273 보고서 등은 기존 구조물의 내진보강 방법으로 강성 및 강도를 증가시키는 방법, 연성능력을 높이는 방법 등과 함께 감쇠기란 설치

하여 구조물의 감쇠능력을 증가시키는 방법을 제시하고 있다. 진동제어장치 가운데 점탄성 감쇠기는 재료의 원형특성을 이용하여 지진 및 바람에 의한 진동에너지의 열에너지로 소산시켜 구조물의 감쇠비를 증가시킴으로써 구조물에 발생하는 동적 응답을 효과적으

* 성희원, 성균관대학교 건축공학과 조교수, 공학박사

** 성균관대학교 건축공학과 석사

*** 단국대학교 건축공학과 부교수

E-mail : jinkoo@yurim.skku.ac.kr 091-290-7563

• 본 논문에 대한 토의일 2002년 3월 31일까지 학회로 보낼
주시면 2002년 7월호에 토의결과와 게재하겠습니다.

로 직각삼각형이다. 또한 열계 및 시공이 용이하고, 소요 비용에 의해 얻어지는 감쇠율이 큰 장점이 있으며, 특히 간막이벽 내부와 같이 용도관 침투하지 않는 곳에 가설의 형태로 간단하게 설치할 수 있으므로 내진 성능을 향상시키기 위한 효과적인 방법이라 할 수 있다.^{1)~3)}

일반적으로 점탄성 감쇠기는 선형 스프링과 감쇠가 병렬로 연결된 Kelvin모형을 이용하여 모형화하는데, 이러한 방법은 비선형의 이력특성을 갖는 점탄성 감쇠기를 선형으로 모형화하였기 때문에 엄밀한 의미에서 근사적인 해석방법이라고 할 수 있으며, 그 적용성에 대해서는 보다 정밀한 해석을 통하여 검증되어야 할 필요가 있다.⁴⁾

본 논문에서는 점탄성 감쇠기의 비선형 이력특성을 수학적으로 모형화한 분수 도함수 모델을 적용하여 점탄성 감쇠기의 비선형 특성을 고려한 동적 해석을 수행하고, 이 후정유 통하여 얻어지는 감쇠기의 이력특성으로부터 선형 모델의 상수들을 유도하였다. 이차 선형 해석에 적용하여 그 응답을 비선형 해석의 응답과 비교하고, 기존의 선형 모델의 타당성을 검증하였다.⁵⁾

2. 점탄성 감쇠기의 선형 해석모델

점탄성 재료는 유체의 특성인 점성과 함께 고체의 특성인 탄성과 성질을 보이는 재료로서, 탄성으로 인하여 변형이 어느 정도 회복되나 점성으로 인하여 발생하는 밀로써 에너지의 일부를 소산시키는 재료이다. 이러한 감쇠기는 주로 축방향 변위를 일으키는 가력과 같은 부력에 설치되어 지진이나 비파에 의한 횡변위하 받을 때 전단 변형을 일으켜 열에너지로 소산시킴으로써 지진 강도의 역할을 수행한다. 점탄성 감쇠기의 응력-변형도 관계식은 식(1)과 같이 표현할 수 있다.⁶⁾

$$\sigma(t) = \gamma_0 [G'(\omega)\sin\omega t + G''(\omega)\cos\omega t] \quad (1)$$

여기서,

$$\sigma(t) : \text{전단응력} \quad \gamma(t) : \text{전단변형도}$$

여기서 $G'(\omega)$ 와 $G''(\omega)$ 는 각각 전단저장계수와 전단손실계수이며 식(2)와 식(3)으로 표현된다.

$$G'(\omega) = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos\theta \quad (2)$$

$$G''(\omega) = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \sin\theta \quad (3)$$

여기서,

θ : lag angle

점탄성 감쇠기는 비선형 이력특성을 보이나 비선형 이력특성을 고려한 해석은 방대한 해석시간을 필요로 할 뿐 아니라, 매우 난해한 이론이 필요하기 때문에 그 사용이 매우 제한적이다. 따라서 대부분의 해석에서 점탄성 감쇠기는 선형의 상수로 모형화 된다.

점탄성 감쇠기의 선형 모형화 과정을 통하여 점탄성 감쇠기의 강성 k_s 및 감쇠 c_s 는 식(4)와 식(5)로 표현된다.⁴⁾ 여기서 A , h 는 점탄성 재료의 면적 및 두께를 나타낸다.

$$k_s = \frac{G'(\omega)A}{h} \quad (4)$$

$$c_s = \frac{G''(\omega)A}{\omega h} \quad (5)$$

따라서 점탄성 감쇠기가 설치된 구조물이 지반진동을 받을 때 운동 방정식은 식(6)과 같이 구성할 수 있다.

$$M\ddot{u}(t) + (C + c_s)\dot{u}(t) + (K + k_s)u(t) = -M\ddot{u}_g(t) \quad (6)$$

여기서,

M : 구조물의 질량행렬 \ddot{u} : 가속도 벡터

C : 구조물의 감쇠행렬 \dot{u} : 속도 벡터

K : 구조물의 강성행렬 u : 변위 벡터

I : 단위벡터 \ddot{u}_g : 지반 가속도 벡터

이와 같은 운동방정식은 간섭현상이 전방 및 강성현
 양에 비례하지 않으므로 비비례간의 시스템이라 하며,
 일반적인 온도 증합법으로는 해석할 수 없으며 직접적
 증합이나 복소모드 증합법 등의 해석방법을 이용하여
 해석할 수 있다.⁴⁾

3. 점탄성 감쇠기의 비선형 해석모델

현재 점탄성 재료의 비선형 이력특성을 포함한 몇
 가지의 해석 모델이 제시되어 있는데, 본 논문에서는
 실험 결과와 상당히 일치하는 것으로 알려진 다음과
 같은 분수 도함수 모델을 이용하였다.⁵⁾

$$\alpha(t) = G_0 \gamma(t) + G_1 D^\alpha [\gamma(t)] \quad (7)$$

여기서,

$$D^\alpha \gamma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \int_0^t \frac{\gamma(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (8)$$

$\alpha(t)$: 전단응력 G_0, G_1 : 재료의 구성 변수
 $\gamma(t)$: 전단변형도 $\Gamma(\cdot)$: gamma function

식(7)은 지진 또는 비강하충을 받는 경우 온도차이
 를 정확하게 반영해가야 이점이 때문에 식(10)로 임의
 의 하중 및 온도에 따른 변수의 값을 구한다.

$$G_0 = G_1 = A_0 \left(1 + \mu \exp \left[-\beta \left(\int \alpha d\tau + \alpha(T - T_0) \right) \right] \right) \quad (9)$$

여기서, $\alpha, A_0, \beta, \mu, \theta$ 는 실험으로부터 얻을
 수 있는 상수들이며, T 는 임의의 온도, T_0 는 계수
 를 구하기 위한 실험시의 온도를 의미한다. 식(9)는
 모델의 구성 변수로써 G_0 및 G_1 은 변형 에너지와 임
 의의 온도에 기인하는 시스템 전체 에너지 증가에 따
 라 감소하는 값이다.

이러한 모델을 동적 해석에 적용하기 위해 시간응답
 각 전단 변형이 전행이라 가정하면, 전단 변형도는 식
 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\gamma(x) = \left(\alpha - \frac{x}{2l} \right) \gamma \left[\left(\alpha - 1 \right) \frac{x}{2l} \right] + \left[\frac{x}{2l} + \left(\alpha - 1 \right) \right] \gamma \left(\alpha \frac{x}{2l} \right) \quad (10)$$

여기서, $(\alpha - 1) \frac{x}{2l} < x < \alpha \frac{x}{2l}$

식(10)을 식(7)과 식(8)에 적용하면, 식(11)과 같
 은 N 번째 스레의 구성방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha(N, x) = & \left[G_0 \cdot \frac{G_1(N, x)^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1-\alpha)} \right] \gamma(N, x) + F(N, x) \\ & - \left[G_0 \cdot \frac{G_1(N, x)^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} \right] \gamma(N, x) + F(N, x) \end{aligned} \quad (11)$$

전 스레의 변형 효과인 $F(N, x)$ 는 식(12)와 같이
 정의된다.

$$F(N, x) = \frac{G_1(N, x)^{-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} (A + B)$$

$$\begin{aligned} A = & \left[(N-1)^{1-\alpha} \cdot (-N+1-\alpha)(N)^{-\alpha} \right] \gamma(0) \\ B = & \sum_{n=1}^{N-1} \left[-2(N-n)^{1-\alpha} \cdot (N-n-1)^{1-\alpha} \right. \\ & \left. + (N-n-1)^{1-\alpha} \right] \gamma(n, x) \end{aligned} \quad (12)$$

위와 같이 점탄성 감쇠력은 전 스레의 변형효과와
 현재 변형에 따른 영향이 고려된 모델로 표현된다. 점
 탄성 감쇠기의 전단력, 즉 감쇠력은 식(13)과 같이 표
 현할 수 있다.

$$P(t) = \frac{\alpha(t)A}{H} \quad (13)$$

식(13)에 식(11)을 대입하여 다음과 같이 정리한다.

$$F(t) = KUX(t) + L(t) \quad (14)$$

여기서, K 는 강성이고, $L(t)$ 는 선 시간스텝의 영향에 의한 강제력이다. 각각 식(15)와 식(16)으로 표현된다.

$$K = \frac{A}{h} \left[G_0 + \frac{G_1(\Delta t)^{-\alpha}}{1-(\alpha)} \right] \quad (15)$$

$$L(t) = F(t)A \quad (16)$$

본 논문에서 적용한 이 수정 분수 도함수 모델을 사용하여 1991년 C. S. Tsai는 온도에 따른 점탄성 재료의 특성을 확인하기 위하여 점탄성 감쇠기의 이력실험과 해석을 비교하였으며 그 결과 대체적으로 양호한 결과를 얻었다.⁵⁾

감쇠기의 비선형 모델이 포함된 동적 평형 방정식은 식(17)과 같다.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + K_0u(t) + P(t) = -MI\ddot{u}_g(t) \quad (17)$$

여기서, P 는 감쇠기의 강제력 벡터이다. 직접 적분법의 적용을 위하여 강제력 벡터를 우변으로 넘기면 식(18)과 같다.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + K_0u(t) = -MI\ddot{u}_g(t) - P(t) \quad (18)$$

결국 점탄성 감쇠기와 비선형 이력특성을 고려한 해석은 감쇠력의 벡터인 P 가 하중 항에 작용하게 된다.

4. 점탄성 감쇠기의 선형 및 비선형 해석

4.1 점탄성 감쇠기의 선형 모델화

점탄성 감쇠기의 응력-변형도 관계는 하중의 진동수, 온도 등에 영향을 받는다. 이 중 온도의 영향은 비선형 모델식에 반영되어 있으며 진동수는 하중에만 영되고 있다. 본 논문에서는 진동수의 영향을 정확히 반영하기 위하여 구조물과 같은 수직과 같은 좌표축을

을 가하여 해석하였다. 또한 점탄성 감쇠기의 응력-변형도 관계는 단자유도계의 해석을 통하여 구하였다. 이러한 절차를 통하여 정상상태인 점탄성 감쇠기와 응력-변형도 곡선을 구하고, 이로부터 점탄성 감쇠기의 선형 모델의 강성 및 감쇠값을 유도하였다. Fig. 1은 선형적인 점탄성 감쇠기의 응력-변형도 관계를 나타내고 있다. 여기서 γ_0 , z_0 , $z_0 \cos \phi$ 의 값을 구한 다음, 점탄성 감쇠기의 선단 서랍 계수 $G^*(\omega)$ 및 선단 손실 계수 $G''(\omega)$ 를 식(2)와 식(13)과 같이 구할 수 있다.

비선형 해석을 통하여 $G^*(\omega)$, $G''(\omega)$ 를 구하게 되고, 이를 점탄성 감쇠기의 선형 모델화 절차를 통하여 식(1)과 식(5)를 이용하여 점탄성 감쇠기의 강성 및 감쇠를 구할 수 있다. 선동수의 영향은 구조물과 하중의 진동수과 같은 비선형 해석을 수행하였기 때문에, 식(1)과 식(5)의 ω 는 가진 하중의 진동수로 하였다.

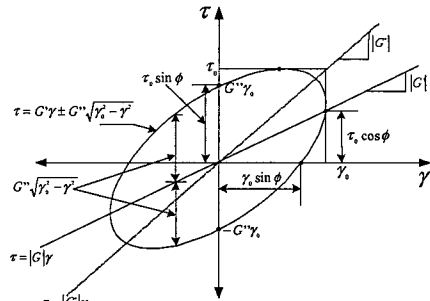


Fig. 1 점탄성 감쇠기의 응력-변형도 곡선

4.2 선형 및 비선형 동적 해석 비교

점탄성 감쇠기가 설치된 단자유도계의 비선형 해석을 통하여 수직에 따른 $G^*(\omega)$ 와 $G''(\omega)$ 를 구하였다. 해석에 사용된 구조물은 절광을 고정하고, 강성을 변화시키면서 수직을 조절하였고, 구조물의 감쇠비는 2%로 하였다. 수직에 따른 단자유도계의 절광 및 감쇠는 Table 1과 같다. 점탄성 감쇠기의 비선형 모델에 사용한 실험계수는 Tsai의 실험에서 제시된 계수

를 사용하였다. 감쇠기의 면적은 2000cm^2 , 두께는 2cm 로 하여 비선형 해석을 수행하였다.⁵⁾

Table 2에 따르면 같은 실험수로 변형하는 점탄성 감쇠기는 최대가속도에 의한 영향, 즉 변형도의 차이에 거의 무관한 강성 및 감쇠값을 나타내는 것을 알 수 있다. 그러나 같은 면적의 감쇠기가 설치되었다고

Table 1 해석에 사용된 단위유도계 요소의 감쇠비(%)

주기(sec)	강성(kg)	감쇠(kg/cm)
0.1	250	980960
0.2	250	246740
0.5	250	39478
0.75	250	17545
1.0	250	9869
1.5	250	4388
2.0	250	2467

Table 2 축출의 최대가속도에 따른 점탄성 감쇠기의 강성 및 감쇠

주기(sec)	최대가속도(g)				
	0.1	0.2	0.3	0.4	
0.2	강성(kg/cm)	9478.97	9478.95	9478.93	9478.89
	감쇠(kg sec/cm)	0.3204	0.2570	0.2369	0.2123
0.5	강성(kg/cm)	7375.48	7375.47	7375.44	7375.40
	감쇠(kg sec/cm)	321.512	321.512	321.511	321.508
0.75	강성(kg/cm)	6401.71	6401.69	6401.65	6401.61
	감쇠(kg sec/cm)	536.235	536.229	536.225	536.218
1.0	강성(kg/cm)	5672.85	5672.83	5672.79	5672.75
	감쇠(kg sec/cm)	785.469	785.465	785.458	785.444

Table 3 온도 변화에 따른 점탄성 감쇠기의 강성 및 감쇠

온도(°C)	강성(kg/cm)	감쇠(kg sec/cm)	온도(°C)	강성(kg/cm)	감쇠(kg sec/cm)
32	7375.47	321.512	22	16605.06	761.51
50	8349.95	442.057	20	19388.45	1239.81
28	9970.98	463.316	18	24682.15	1821.30
26	11452.70	671.203	16	29200.58	1563.15
24	14245.43	725.360	14	31982.85	2637.73

하더라도 주기에 따라 그 값이 크게 차이나는 것을 알 수 있다. 온도에 의한 영향을 평가하기 위하여 주기 0.5초인 구조물을 대상으로 14~32°C의 온도에서 점탄성 감쇠기의 강성 및 감쇠값을 구하였고 이를 Table 3에 나타내었다. 이러한 조건하에서 선형 모형화된 점탄성 감쇠기와 감쇠 및 감쇠값을 선형 해석방법인 직립회분법에 적용하여 해석결과를 비교하였다.

최대가속도 0.2g의 조화하중을 받는 해석 모형을 비선형 모형을 이용하여 해석하고, 그로부터 구한 변위 시간이력 관계로부터 Fig. 2와 같은 응력-변형도 관계를 구할 수 있고, 이로부터 점탄성 감쇠기의 선형 강성 및 감쇠값을 구하였다. Fig. 3과 Fig. 4는 선형 모형을 이용하여 주기가 0.5, 1.0초인 구조물에

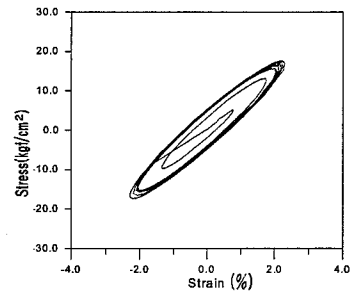


Fig. 2 해석 모형의 응력-변형도 이력곡선

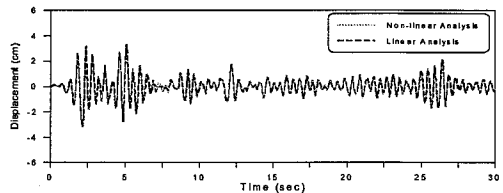


Fig. 3 0.5초 Centro 지진하중을 받는 주기 0.5초 구조물의 선형 및 비선형 해석 결과

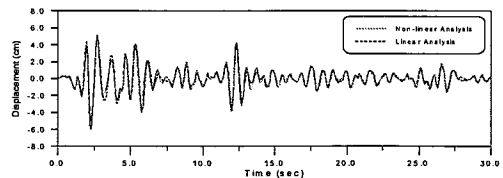


Fig. 4 1.0초 Centro 지진하중을 받는 주기 1.0초 구조물의 선형 및 비선형 해석 결과

Centro 지진하중을 가하고 시간이려 해석을 수행한 결과를 나타내며, 선형모형 및 비선형 모형 해석결과 는 거의 유사하게 나타난 것을 알 수 있다.

점단성 감쇠기가 설치된 다자유도 구조물의 비선형 해석과 선형해석의 비교를 통하여 점단성 감쇠기와 선 형모형화의 타당성을 검증하기 위하여 다자유도 구조 물의 고유치 해석을 통하여 구조물의 1차 모드의 진동 수를 구한 후, 이 진동수의 단자유도 구조물의 비선형 해석을 통해 얻어진 점단성 감쇠기의 강성 및 감쇠값을 이용한 해석결과와 비선형 해석 결과와 비교하였다.

Fig. 5에 나타난 예제 구조물은 5층 선단구조물이 며, 질량 및 강성의 강성은 Table 4에 나타내었다. 하중은 El Centro 1940 S00E (PGA=0.318g) 를 사용하였으며, 구조물의 감쇠비는 2%로 하였다. Table 5에 선형 및 비선형 해석 결과를 비교하였고, 5 층 변위의 시간이력용 Fig. 6에 나타내었다. 그림에 따 르면 비교적 응답의 강함과 크기가 유사하게 나타났다. 그러나 단자유도계의 결과와는 달리 어느 정도 오차가 발생하였는데, 감쇠기의 선형 모형의 적용에 있어서 구조물 의 1차 모드만을 고려한 점이 오차의 원인으로 판단된다.

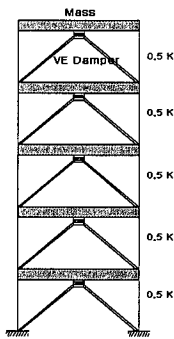


Fig. 5 예제 구조물

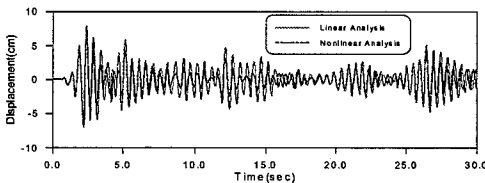


Fig. 6 5층 변위 시간이력

Table 4 구조물의 질량, 강성, 감쇠기 설치값

층	질량 (kg)	강성 (kg/cm)	점단성 감쇠기	
			면적 (cm ²)	두께 (cm)
5	10	32810	2000	2
4	20	32810	2000	2
3	20	32810	2000	2
2	20	32810	2000	2
1	20	32810	2000	2

Table 5 선형 및 비선형 해석 결과 비교

층	최대 변위 (cm)		최대 가속도 (cm/s ²)	
	선형해석	비선형해석	선형해석	비선형해석
5	7.87	6.19	1597.75	1415.94
4	7.44	6.84	1386.02	1232.18
3	6.24	4.91	1229.65	1021.12
2	4.49	3.67	918.40	822.14
1	2.34	2.00	575.568	573.81

5. 결 론

본 연구에서는 비선형 이력특성을 갖는 점단성 감쇠 기의 동적 특성을 선형모형된 Kelvin 모델로 모형화 하는 방법의 타당성을 검증하기 위하여, 감쇠기의 비 선형 거동을 고려한 해석결과와 선형 해석 결과와 비교하였다. 가력 진동수, 온도 등의 제반 조건을 고려한 비선형 모델에서 선형 모델의 상수들을 구하 고, 이것을 바탕으로 선형 해석을 수행한 결과 비선 형 해석 결과와 매우 유사한 결과를 얻었다. 따라서 선형모형 상수들을 결정할 때, 하중의 진동수, 온도 등이 잘 반영된다면 간단한 선형 모델로도 점단성 감쇠기의 거동을 정확하게 표현할 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학기술원 특장기초연구 과제 (과제번호:1999-1-310-001-31)의 지원으로 수행되었으며 이 에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. ATC, "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings", ATC 90, Applied Technology Council, Redwood City, California, 1996.
2. Federal Emergency Management Agency, "NEHRP Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C., 1997.
3. Hanson, R.D. and Soong, T.T., "Seismic design with supplemental energy dissipation devices", Monograph of Earthquake Engineering and Research Institute, 2001.
4. Soong, T. T. and Dargush, G. F., Passive, "Energy Dissipation Systems in Structural Engineering", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997.
5. Tsai, C. S., "Temperature Effect of Viscoelastic Dampers During Earthquakes", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 120, 1994, pp. 391-409.
6. Veletsos, A. S., Ventura, C. E., "Modal Analysis of Non-classically Damped Linear Systems", Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 14, 1986, pp. 217-243.

(접수일자 : 2001년 8월 8일)