

# 측정 변위를 이용한 변형률 해석

Strain Analysis by Measured Displacement Data

김 태 남\*

Kim, Tae Nam

## Abstract

To find the safety and serviceability of bridges, it must consider the behaviour of structural member and evaluation of the exact resistance of the member subjected to external loads. To evaluate the behaviour and the resistance of the structural member, it must measure the strains and displacements of the structures. Usually we use the strain gauge to measure the strains. When, the bridge is long span and high pier, the setting of strain gauge is very difficult and not economic. It is not recommendable for the use of strain gauge, when the structural member has many cracks and moisture. Thus, to make up for this demerits, the algorithm of strain analysis by measured displacements data is proposed.

## 요 지

교량의 안전성과 사용성을 검토하기 위해서는 외적 하중에 대한 구조 부재의 거동 특성과 정확한 저항 능력 평가가 반드시 고려 되어야 한다. 구조 부재의 거동 특성과 저항능력을 평가하기 위해서는 구조물의 변형률과 변위가 반드시 측정 되어야 한다. 변형률 측정을 위해서 전기 저항식 변형률 게이지를 사용하는 것이 보통이다. 그러나 교량의 교각이 높고, 장시간을 갖는 경우 변형률 게이지 부착은 매우 어렵고 경제적이지 못하다. 또한 구조 부재에 균열이 많이 발생되어 있거나 습윤 상태라면 전기 저항식 변형률 게이지에 의한 변형률 계측은 추천할만한 방법이 못된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 단점을 보완 할수 있도록 측정 변위를 이용한 변형률 해석 알고리즘을 제안 하였다.

**keywords** : Displacement, Strain, Strain gauge, Crack, Bridge

\* 정회원, 상지대학교 토목공학과 부교수

E-mail : tnkim@mail.sangji.ac.kr, 033-730-0471

• 본 논문에 대한 토의를 2002년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 2003년 4월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

현재 공용중에 있는 교량의 대부분은 여러가지 기상 재해에 노출되어 있고, 사용 환경의 영향으로 시간 경과에 따라 구조적 손상을 받게 되어 안전성이 저하되거나, 보수·보강이 시급히 요구되고 있는 것이 현실이다. 성수대교 붕괴 사고 이후 구조물 유지관리에 대한 법령이 정비되면서 안전진단 분야에서 비약적인 발전이 이루어져 왔다. 교량의 안전성 및 사용성 검토를 위해 고려하는 중요한 요인으로는 작용하중에 대한 구조부재의 거동 특성과 저항 능력의 평가에 있다고 볼 수 있다. 이러한 거동 특성과 저항 능력의 정확한 평가를 위해서는 무엇보다도 변위 및 변형률이 측정되어야 하며, 이를 위하여 다양한 방법들이 사용되고 있다.<sup>(2)</sup>

변형을 측정을 위해서는 전기 저항식 변형률 게이지를 사용하는 것이 보통이나, 높은 교각의 장지간 교량에서는 게이지 부착에 위험이 따르며 많은 시간과 숙련된 기술이 필요하고 따라서 인건비가 많이 들게 된다. 이러한 단점 외에 균열이 많이 발생된 부위에서는 사용이 제한 될 수 있고, 습도에 취약한점 등의 또 다른 단점이 지적 될 수 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결 하기 위하여 구조물 탄성거동에 있어서 변위-변형률 관계식을 사용하여 측정된 변위값을 이용하여 변형률을 계산 할 수 있는 알고리즘을 제시하고 그 결과를 실내·외 실험을 수행하여 검토하고자 한다.

변위 측정을 위하여 사용되는 접촉식 변위계는 정밀도가 우수하지만 고 교각의 장지간 교량에서는 변위계의 설치에 어려움이 따르는 것이 현실이다. 이러한 장소에서 사용될 수 있는 계측 장비로는 레이저를 이용한 비접촉식 변위계가 추천될수 있으며, 실제 유용하게 사용되고 있는 실정이다. 현재 국내 안전진단 분야는 일부 비전문성과 영세성을 벗어나지 못하고 있는 것으로 보고 되고 있으며, 따라서 고급 진단 기술을 개발하여 보급함으로써 안전진단의 기술 선진화 및 지금까지의 노동 집약적 진단 기술에서 탈피하여 기술 집약적 진단 기술로 체계화 시킬 필요성이 요구되고 있다.<sup>(3)</sup>

본 연구에서는 이러한 이유로 지금까지 사용되어 온 전기 저항식 변형률 게이지를 사용한 변형률 측정 방법의 경직되고 획일화된 방법을 벗어나 창의적이고 유연성 있는 변형률 측정 개발에 그 목표를 두고자 한다.

그동안 국내의 대표적인 연구 동향으로는, 우선 보다 합리적인 구조물의 내하력 평가 개발에 대한 연구가 진행되었고, 광섬유 센서를 이용하되 측정 변형률을 이용하여 구조물의 변위 응답 특성에 대한 연구 등이 이루어져 왔다.<sup>(1),(4)</sup> 이러한 연구는 다양한 진단 기법 개발과 평가 기준 개발에 크게 기여한 것으로 생각 된다.

## 2. 측정 변위를 이용한 변형률 해석

변위를 측정하여 이 값으로부터 변형률을 해석하는 기본 이론은 보의 처짐과 곡률 관계식으로부터 유도할 수 있다.<sup>(5),(6),(7)</sup> 보에 하중이 작용하면 전단력이나 휨모멘트의 형식으로 부재 내력이 발생되고 이에 의하여 내부 응력이 발생되며 변형이 일어난다. 일반적으로 휨변형률은 곡률( $\kappa$ ) 또는 곡률 반경( $\rho$ )에 의해서 계산 가능하다. 재료가 선형거동 한다면 응력은 변형률에 비례하게 되며, 이때 비례상수는 재료의 탄성계수가 된다.

본 연구에서 제한 사항으로 고려하는 것은 한쪽이 힌지 지점이고, 다른 쪽은 로울러로 지지되는 단순 지지의 경우를 대상으로 하며 구조물의 거동은 탄성 범위이내에 있는 것으로 생각한다. 여기서 중요한 것은 변위와 변형률 사이의 관계식을 유도하는 것이 되며, 이제 그 과정은 아래와 같이 정리 될 수 있다.

Fig. 1과 미소변형 이론으로부터 보의 중앙점 처짐은 아래와 같이 계산 할 수 있다.

$$\delta = \rho - \rho_0 \quad (1)$$

여기서  $\theta$ 는 미소각이므로 아래의 근사식을 사용할 수 있다.

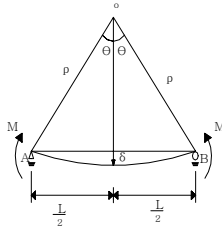


Fig. 1 보의 처짐

$$\text{우선 } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad (2)$$

$$\sin \theta \cong \theta \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{식(2)에서 } \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \\ &= 1 - \theta^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\cong 1 - \theta^2 + \frac{\theta^4}{4} \\ &= \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{따라서 } \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad (6)$$

이제  $\sin \theta \cong \theta$  에서

$$\theta = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)}{\rho} = \frac{L}{2\rho} \quad (7)$$

한편 Fig. 1에서 중앙점 처짐  $\delta$ 는 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta &= \rho - \rho \cos \theta \\ &= \rho(1 - \cos \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &= \rho \left[1 - \left(1.0 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] \\ &= \rho \left[\frac{\theta^2}{2}\right] \\ &= \rho \left[\frac{\left(\frac{L}{2\rho}\right)^2}{2}\right] \\ &= \frac{L^2}{8\rho} \end{aligned} \quad (9)$$

실제 위의 식(9)에서 처짐 값을 예측하여 알 수 있고, 부재 길이 L은 기지 값이므로 곡률 반경을 계산할 수 있다. 곡률 반경을 알면 변형을 계산이 가능하며, 이제 그 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 곡률은 곡률 반경에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \quad (10)$$

Fig. 2에서

$$\rho d\theta = dx \quad (11)$$

$$\text{따라서 } \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} \quad (12)$$

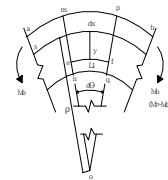


Fig. 2 보의 변형

일반적으로 곡률은 보의 축에 따라 변하므로  $\kappa$ 는  $x$ 의 함수가 된다. Fig. 2에서 변형률을 계산하기 위하여 중립축에서  $y$ 만큼 떨어진 중단면의 길이를 생각해 보면

$$\begin{aligned} \text{이 길이 } L_1 &= (\rho - y)d\theta \\ &= \rho d\theta - yd\theta \\ &= dx - \frac{y}{\rho} dx \text{가 된다.} \end{aligned} \quad (13)$$

원래 길이는  $dx$ 이므로 늘어난 길이는  $L_1 - dx$  또는  $-\frac{y}{\rho} dx$ 가 된다. 변형률의 정의로부터 아래의 식이 정리 될 수 있다.

$$\epsilon = \frac{(-\frac{y}{\rho} dx)}{dx} = -\frac{y}{\rho} \quad (14)$$

앞의 식 (9)로부터 곡률 반경 계산이 가능하고, 이 값을 식 (14)에 대입하면 이론적 변형률 계산이 가능하다.

### 3. 실내실험

앞의 2장에서 유도된 이론적 변형률 해석을 위하여 실내 실험을 수행하였다. 본 실내 실험에서는 알루미늄과 강재로 된 단순보 21개를 제작하여 실험을 실시하였으며, 알루미늄 재료 보에서는 직사각형(80×30)과 정사각형(45×45) 단면이 사용되었고, 각각의 보에 있어서 길이는 200cm, 250cm 및 300cm 3종류가 되며, 강재보에서는 직사각형(50×30) 단면이 선택되었다. 강재보의 길이는 400cm 로 선택되었으며 보의 중앙점에 집중하중 3kg, 5kg 및 7kg의 3종류의 하중을 재하하여 중앙점에서 변위와 변형률을 측정 하였으며, 측정된 변형률과 변위로부터 계산되는 변형률을 비교 검토 하도록 하였다. 하중 재하시 충격의 영향을 최소화 하기 위하여 감속 도르레를 사용한 재하 장치를 제작하여 아주 서서히 재하 하도록 하였다. 정적 변형률 측정기로 측정 된 변위 및 게이지 변형률 값은 일정시간 간격으로 10개의 자료를 측정하여 평균값을 계산하여 사용 하였으며, 여러 가지 단순보에 대한 실험 결과는 Table 1과 같이 정리 할 수 있었다. Fig. 3은 게이지 측정 변형률과 변위로부터 계산된 변형률을 비교하여 그래프로 나타낸 것이다.

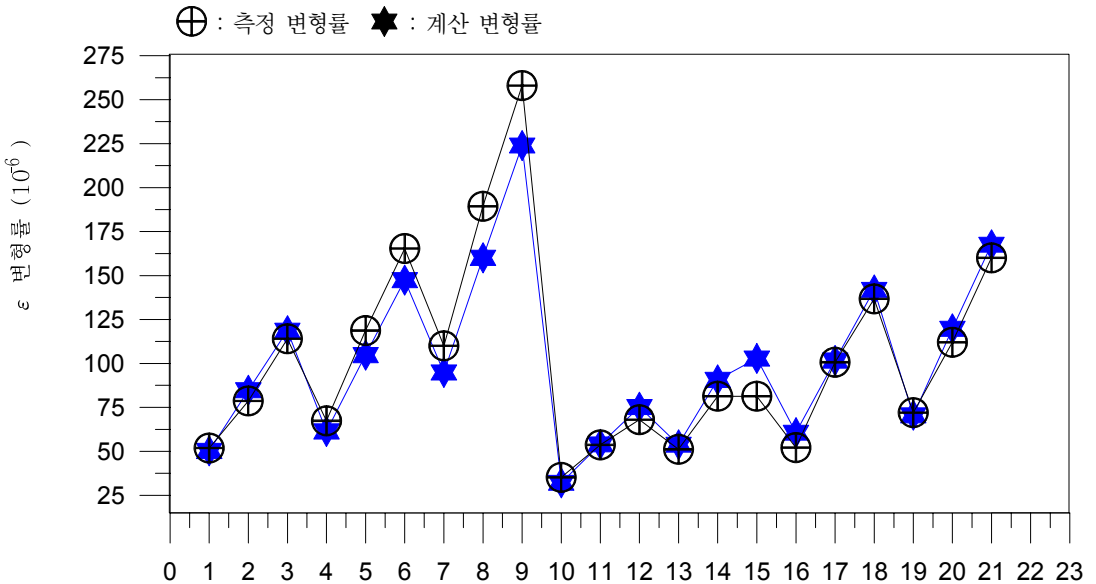


Fig. 3 게이지 측정 변형률 및 계산 변형률 비교 (실내실험)

Table 1 실내 실험 결과

번호	단면크기(mm) (폭×높이×두께)	길이(cm)	재하하중(kgf)	중앙점 변위(mm)	변위를 이용한 변형률 (10 <sup>-6</sup> )	게이지 측정변형률 (10 <sup>-6</sup> )	오차 (%)
1	80×30×1.1	200	3.0	1.675	50.25	51.86	-3.1
2	80×30×1.1	200	5.0	2.825	84.75	78.66	7.7
3	80×30×1.1	200	7.0	3.955	118.65	114.00	4.1
4	80×30×1.1	250	3.0	3.195	61.34	67.33	-8.9
5	80×30×1.1	250	5.0	5.455	104.74	118.67	-11.7
6	80×30×1.1	250	7.0	7.675	147.36	165.33	-10.9
7	80×30×1.1	300	3.0	7.115	94.86	110.00	-13.8
8	80×30×1.1	300	5.0	12.005	160.06	189.33	-15.5
9	80×30×1.1	300	7.0	16.795	223.93	258.00	-13.2
10	50×30×2.3	400	3.0	4.285	32.13	35.19	-8.7
11	50×30×2.3	400	5.0	7.195	53.96	53.68	0.5
12	50×30×2.3	400	7.0	10.025	75.18	68.00	10.6
13	45×45×1.1	200	3.0	1.195	53.77	51.15	5.1
14	45×45×1.1	200	5.0	2.015	90.67	81.33	11.5
15	45×45×1.1	200	7.0	2.285	102.82	81.33	26.4
16	45×45×1.1	250	3.0	2.105	60.62	52.11	16.3
17	45×45×1.1	250	5.0	3.530	101.66	100.67	1.0
18	45×45×1.1	250	7.0	4.925	141.84	136.67	3.8
19	45×45×1.1	300	3.0	3.525	70.50	72.00	-2.1
20	45×45×1.1	300	5.0	5.985	119.70	112.00	6.9
21	45×45×1.1	300	7.0	8.375	167.50	160.00	4.7

Table 2 현장 실험 결과

	LVDT 측정변위(mm)	게이지 측정변형률(10 <sup>-6</sup> )	변위를 이용한 변형률(10 <sup>-6</sup> )	비 고
정적실험 1	1.095	20-30	19.14	
정적실험 2	1.105	22-28	19.32	
정적실험 3	1.050	18-22	18.36	
정적실험 4	1.130	20-30	19.76	
동적실험 1(5 km/h)	1.360	25-30	23.77	
동적실험 2(10 km/h)	1.380	20-25	24.13	
동적실험 3(20 km/h)	1.180	-	-	
동적실험 4(30 km/h)	0.590	-	-	
동적실험 5(40 km/h)	0.675	20-25	11.80	
동적실험 6(50 km/h)	0.635	15-20	11.10	
동적실험 7(60 km/h)	1.260	25-30	22.03	

변형률 값이 상당히 작은 값을 갖는다는 점을 고려해 볼때, 변위로 부터 계산되는 이론적 변형률 값을 게이지로 부터 측정된 변형률 값과 대체적으로 일치하고 있음을 알 수 있었다. 일부 다소 오차가 크게 계산되는 경우도 있었으나(15%이상의 경우 3개) 이 경

우는 실험 수행에 따른 작업오차가 작용한 것으로 판단되며, 따라서 본 연구에서 제시한 이론적 변형률 해석이 공학적으로 타당함을 알 수 있었다. 오차 값은 게이지 측정 변형률 값을 정확한 값으로 생각하고 이 값에 대한 계산된 변형률 값의 상대오차를 계산한 것이 된다.

#### 4. 현장 실험 및 검토

실내 실험으로부터 본 연구의 타당성을 확인 할 수 있었으나, 현장 적용성을 검토하기 위해서 실 교량을 대상으로 현장 실험을 수행 하도록 하였다. 현장 실험 대상으로 선정된 교량은 PSC I형교로서 연장 150.0m의 5경간 교량이 되며, 일반 현황은 Table 3 과 같다. 상부 슬래브는 차량의 주행성을 위해 2경간 연속 슬래브와 3경간 연속 슬래브화 되어 있으며, 대상 교량의 횡단면도 및 종단면도는 Fig. 4, Fig. 5에 각각 나타내었다.

정·동적 실험에 사용된 트럭의 총중량은 25.43(t) 되며, 트럭 하중의 재하 위치는 외측차선에서 1.0m 떨어진 곳에 차량의 왼쪽바퀴가 위치 하도록 선정 하였다. 계측 위치는 균열이 발달되지 않은 보를 선택 하도록 하였으며, 작업의 편리성과 하중 작용 효과 등을 고려 하여 제 1경간 두 번째 거더(G2), 3/8L지점에서 계측 하도록 하였다.

Table 3 현장 실험 교량 일반현황

구조물명	화 천 교	화천군 화천읍 아리, 지방도 461호
형 식	PSC-I beam	폭원 : 11.0 M 연장 : 2@30+3@30=150.0 m
설계하중	DB-24	
공사기간	89. 6. 21 - 91. 3. 22	

제1경간의 지지조건은 한쪽은 이동단이고 다른쪽은 고정단이 되며, 재하 위치 및 계측 지점 위치도는 Fig. 6에 나타내었다. 정적 실험은 4회에 걸쳐 수행 하였으며, 이때 트럭 하중을 서서히 진행 시켜서, 측정 위치에 도달하면 시동을 끄고 15초 가량 정지 시킨 후 다시 앞으로 진행시켜 나가도록 하였다.

동적 실험은 7회에 걸쳐 수행 하였으며 정·동적 실험 내용, 즉 LVDT를 사용한 측정변위 및 전기 저항식 변형률 게이지를 이용한 측정 변형률 값은 Table 2에 정리 하였다.

동적 실험 4, 5, 6에서 처짐 변위 값이 비교적 작게 계측 되었는데 그 이유로는 주행 트럭이 표시된 위치를 벗어난 것으로 판단된다. 실제 주행 속도가 커짐에 따라 표시된 위치를 정확하게 맞추지 못하고 주행하는 것을 확인 할 수 있었다. 또 동적 실험 3, 4에서 전기 저항식 변형률 게이지의 계측 자료는 노이즈가 심해서 자료 취득이 어려워 제외 시키도록 하였다. 계측된 변위값을 사용하여 본문의 계산식(9) 및 (14)를 이용한 계산 변형률 값은 Table 2의 마지막 항에 수록 하였다.

변형률 계산을 위해서는 보의 중립축 위치가 우선 결정 되어야 하는데 본 연구에서는 슬래브와 보의 합성작용을 고려 하고 탄성계수비 및 강선 배치를 고려 하였을 때 보 하단에서 1.411m로 계산 되었다.

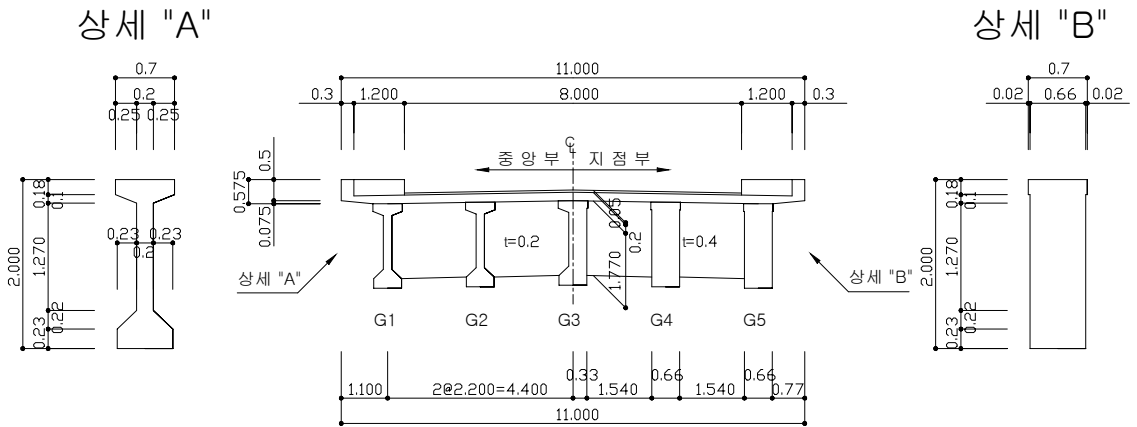


Fig. 4 교량 횡단면도

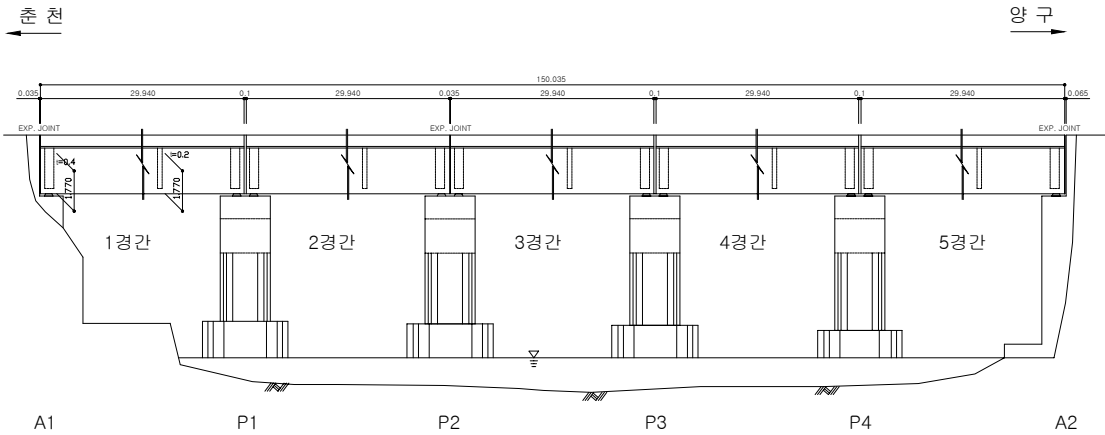


Fig. 5 교량 종단면도

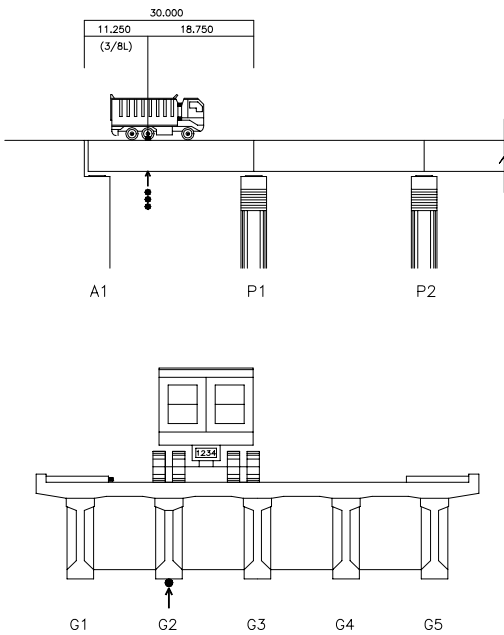


Fig. 6 재하 및 계측 위치

또한 처짐이 발생 되는 변곡점 사이의 길이(L)가 기지값으로 알고 있어야 되는데 설계 도면 내용에 따르면 보의 순수 길이가 29.94m가 되며 보의 시·중

점부에 위치하는 교좌 장치의 영향을 고려 할 때 0.39(m)+0.39(m)값이 공제되어야 하고, 또한 상부 슬래브가 연속화 되어 있어 이 영향을 고려하여 1/8 × 30m (1경간 길이의 1/8)값을 빼 주면 L값은 25.41(m)가 되며 이값을 계산식에 사용 하도록 하였다. Fig. 7은 현장 실험 결과를 이용하여 게이지 측정 변형률과 변위로부터 계산된 변형률을 그래프로 나타 낸 것이다. 측정 변형률의 하한값과 상한값 사이에 계산 변형률 값이 위치하면 만족 하다고 생각 할 수 있다. Fig. 7의 전기 저항식 변형률 게이지를 이용하여 실측한 변형률 값과 변위를 이용하여 계산한 변형률 값을 비교한 결과 대체적으로 일치 하고 있음을 알 수 있었다. 일부 약간의 차이를 나타내는 경우(동적실험 5, 6)도 있으나, 실험 수행에 따르는 오차 등의 영향으로 생각 할 수 있다.

실내·외 실험을 수행한 결과 본 연구에서 제시한 내용에 따라 변위값을 이용하여 변형률 해석은 타당 함을 알 수 있었다. 그러나 오래된 교량의 경우 설계도면이 보존되어 있지 않은 경우에는 실측에 의해서 단면과 사용철근이 추정되어야 하므로 중립축 결정에 어려움이 있는 경우에는 계산식에 의한 변형률 해석이 제한적으로 사용될수 있다는 점을 지적할 수 있다.

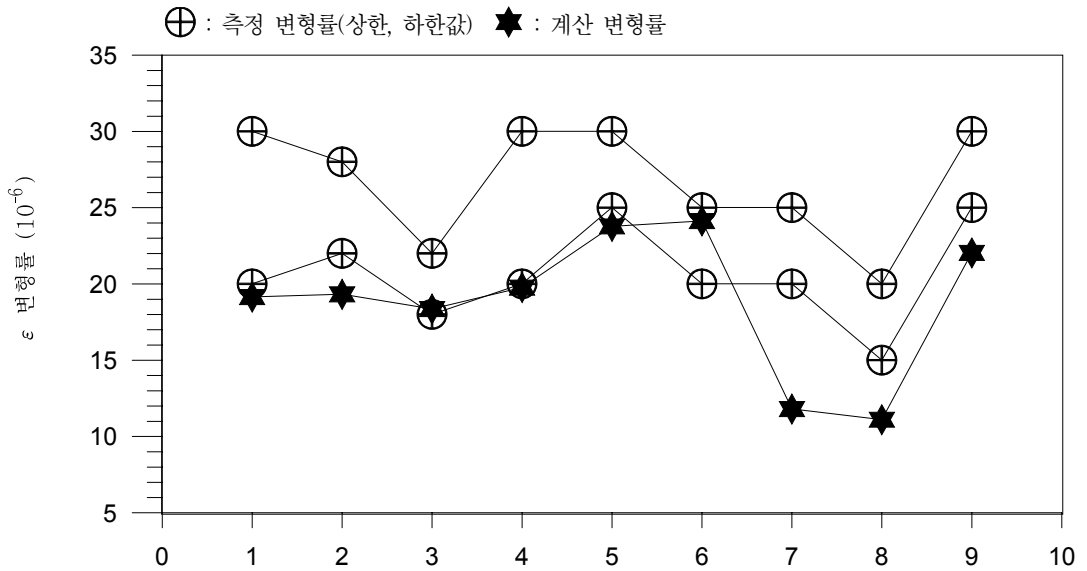


Fig. 7 게이지 측정 변형률 및 계산 변형률 비교 (현장실험)

또한 본 연구는 하중 재하에 의해서 발생하는 처짐을 이용하여 변형률을 계산 하는 것으로 구조물 사하중에 의한 처짐은 고려하지 못하고 있으며, 본 연구에서의 실내. 외 실험은 상부 구조형식 및 지점 조건이 단순보 형태로서 비교적 간단한 경우가 되며, 그의 다양한 구조 형식에 대한 적용성은 좀더 많은 실험과 연구가 필요할 것으로 생각된다.

## 5. 결론

교량 안전 진단에 있어서 고 교각의 장시간 교량에서는 게이지 부착에 위험이 따르며, 많은 시간과 숙련된 기술이 필요하고 또한 균열이 많이 발생된 부위에서는 전기 저항식 변형률 게이지에 의한 변형률 계측이 무의미한 경우도 있을 수 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 본 연구에서는 탄성거동에 있어서 변위-변형률 관계식을 사용하여 측정된 변위값을 사용하여 변형률을 해석 할 수 있는 알고리즘을 제시 하고 실내. 외 실험을 수행 하였으며, 그 결과 다음과 같은 결론을 정리 할 수 있었다.

- 1) 본 연구에서 제시한 변형률 해석 알고리즘을 사용하면 탄성거동에 대한 변형률 해석이 가능함을 확인할 수 있었다.
- 2) 변형률 해석 알고리즘에 의한 경우 보의 중립축 계산이 우선 요구되고 있는바, 오래된 교량에 있어서 설계도면이 없는 경우에는 정확한 중립축 결정에 어려움이 있을 수 있으므로 그 사용에 제한이 있을 수 있다.
- 3) 본 연구에서의 실·내외 실험은 비교적 양호한 조건하에서 검토가 이루어 졌으며, 다양한 구조형식과 지점조건을 갖는 교량에서의 적용성은 좀더 깊이 있는 연구와 실험이 필요할 것으로 판단된다.

## 감사의 글

본 논문은 2001년도 상지대학교 교내 연구비 지원에 의하여 수행 되었으며, 현장 실험에 도움을 주신 강원도 도로관리사업소장님 이하 관계자 여러분께 감사 드립니다.



---

### 참고문헌

1. 오병환, 김기수, 신호상, 이웅중, “교량 구조물의 개선된 내하력 평가방법”, 구조물 진단 학회지 Vol.1, No.1, 1997. 6, pp. 53-73.
2. 이승재, “동적 특성 안전진단 장비 및 평가 요령”, 구조물 진단 학회지 Vol.2, No.2, 1998. 4, pp. 24-37.
3. 이상민, 이기성, 이호영, “교량 및 터널의 진단 기술 개선 및 발전 전망”, 구조물 진단 학회지 Vol.2, No.4, 1998. 11, pp.15-23.
4. 박홍석, 박기태, 이규완, “측정 변형율을 이용한 RC 구조물의 변위 응답 특성 분석에 관한 실험적 연구”, 구조물 진단 학회지, 제 5권, 제3호, 2001. 7, pp.173-180.
5. Gere & Timoshenko, Mechanics of Materials(3rd edition), PWS Publishing Company. 1990, pp. 250-262.
6. A.C.Ugural, S.K.Fenster, Advanced Strength and Applied Elasticity, Elsevier science Publishing Co.Inc 1987, pp. 35-179.
7. I.H.Shames, C.L.Dym, Energy and Finite Element Methods in Structural Mechanics, Hemisphere Publishing Co. 1985, pp. 1-59.

(접수일자 : 2002년 5월 29일)