

논문

비압축성 열유동 해석을 위한 비엇갈림 격자법에 대한 연구

김종태^{*1}, 김상백^{*1}, 김희동^{*1}, 맹주성^{*2}

A Study of Non-staggered Grid Approach for Incompressible Heat and Fluid Flow Analysis

Jongtae Kim, Sang-Baik Kim, Hee-Dong Kim and Joo-sung Maeng

The non-staggered(collocated) grid approach in which all the solution variables are located at the centers of control volumes is very popular for incompressible flow analyses because of its numerical efficiency on the curvilinear or unstructured grids. Rhie and Chow's paper is the first in using non-staggered grid method for SIMPLE algorithm, where pressure weighted interpolation was used to prevent decoupling of pressure and velocity. But it has been known that this non-staggered grid method has stability problems when pressure fields are nonlinear like in natural convection flows. Also Rhie-Chow scheme generates large numerical diffusion near curved walls. The cause of these unwanted problems is too large pressure damping term compared to the magnitude of face velocity. In this study the magnitude of pressure damping term of Rhie-Chow's method is limited to 1~10% of face velocity to prevent physically unreasonable solutions. The wall pressure extrapolation which is necessary for cell-centered FVM is another source of numerical errors. Some methods are applied in a unstructured FV solver and analyzed in view of numerical accuracy. Here, two natural convection problems are solved to check the effect of the Rhie-Chow's method on numerical stability. And numerical diffusion from Rhie-Chow's method is studied by solving the inviscid flow around a circular cylinder.

Key Words : 비엇갈림(Non-staggered), 압력가중내삽법(Pressure Weighted Interpolation), 자연대류(Natural convection), 비정렬유한체적법(Unstructured FVM)

1. 서 론

Harlow, Welch 등[1]은 비압축성 유동장을 해석하기 위하여 MAC 기법을 개발하면서 엇갈림 격자를 사용하였다. 엇갈림 격자는 셀의 중심에 압력과 스칼라량을 저장하고 셀의 면에 새로운

검사체적을 구성하고 속도 성분을 저장하여 계산함으로써 압력장의 진동을 막았다. 이런 엇갈림 격자기법은 압력진동을 원천적으로 제거하면서 비압축성 유동장을 계산할 수 있으므로 직각격자계에서는 지금도 많이 사용되고 있다.

그러나 비직교 정렬격자에서는 많은 양의 격자 자료를 저장하여야 하기 때문에 복잡한 3차원 유동장 해석에서는 엇갈림 격자 기법을 사용하기가 매우 복잡하다. 압력과 속도성분을 같은 곳에 저장하는 비엇갈림 격자 기법은 동일한 검사체적을 사용하기 때문에 저장해야할 격자 자료를 많이

* 2001년 12월 10일 접수

*1 한국원자력연구소 열수력안전연구팀

*2 한양대학교 기계공학부

줄일 수 있어 매우 효율적이거나 압력장의 진동을 막기 위한 특별한 방법을 사용해야 한다. 비엇갈림 격자 기법에서 압력장의 진동을 막기 위해 Rhie, Chow 등[2]은 압력의 3차미분항을 셀면의 중앙차분 속도에 더하는 압력가중내삽법(PWIM)을 사용하였다. Peric등[3]은 셀 면에 이웃하는 두 셀의 운동량방정식을 내삽하면서 압력구배항을 셀 면에서 직접 구하는 운동량가중내삽법(MWIM)을 사용하였다. 이산화된 운동량방정식을 속도로 표현하여 정리하면 이 운동량가중내삽법은 압력가중내삽법과 일치한다. 이러한 PWIM이나 MWIM은 비압축성 및 압축성 유동 해석에 많이 활용되고 있다.

그러나 Majumdar[4]는 MWIM에서 하향이완계수가 작아지면 수치오차가 증가한다는 것을 발견하고 하향이완계수의 영향을 고려하여 셀 면에서의 속도를 구하였다. Johansson, Davidson 등[5]은 자연대류 유동에서 PWIM이 해의 수렴을 방해하는 것을 알고 PWIM의 3차 압력미분항에 계수를 곱하여 그 항의 크기를 줄임으로써 난류 자연대류 문제를 해석하였다. Gu[6]는 자연대류 유동해석에서 비엇갈림 격자법이 수렴에 문제가 있음을 파악하고 체력을 고려하여 MWIM 기법을 수정하였으나 자연대류 문제에서 벽면 근처의 속도가 물리적으로 타당하지 못한 결과를 초래하여 3차의 속도미분항을 첨가하였다. Miettinen[7]은 PWIM의 중앙차분 속도에 대한 압력감쇠항의 크기를 분석하고 벽면 근처에서는 압력감쇠항이 매우 큰 값을 갖는다는 것을 알았다. 김종태등[8]은 비엇갈림 격자법을 이용한 자연대류 유동해석에서 벽면의 압력외삽에 의한 오차가 벽면 근처에서 부적절한 속도를 만들어 수렴을 방해한다는 것을 알았다.

비엇갈림 격자법이 자연대류 유동해석에서 특히 해의 수렴에 문제가 있는 것은 이런 유동장에서 압력의 비선형성이 증가하여 PWIM의 압력감쇠항의 크기가 상대적으로 증가한 때문이다. 특히 벽면에서의 부정확한 압력외삽은 압력의 비선형성을 제대로 반영하지 못하여 해의 발산을 야기하기도 한다.

본 연구에서는 Rhi-Chow의 PWIM으로 구한 셀 면에서의 속도에서 3차의 압력 미분항의 크기를 중앙차분으로 구한 속도 크기의 1~10%로 제한하는 방법을 사용하여 2차원 자연대류 유동과 실린더 주위의 비점성 유동을 해석하고 그 결과를 분석하였다.

2. 지배 방정식과 수치해법

2.1 지배방정식

질량, 운동량 그리고 에너지의 보존방정식을 적분형 일반 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho C \phi r d\Omega + \oint \rho C \phi \vec{V} \cdot r d\vec{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla \phi \cdot r d\vec{A} + \int_{\Omega} S_{\phi} r d\Omega \quad (1)$$

$$S_{\phi} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial x} + (\rho - \rho_{ref})g_x \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho - \rho_{ref})g_y \\ Q_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ A_x u \\ A_y v \\ \frac{\partial \rho \Delta H}{\partial t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial x}) \\ \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

변수 ϕ 는 $[1, u, v, T]$ 이며, C 는 변수가 온도 T 인 경우만 비열 C_p 를 나타내고 그 외에는 1의 값을 갖는다. S_{ϕ} 는 원천항을 나타내는 것으로 첫 번째 항은 압력구배와 부력 그리고 열원 등을 포함한다. 두 번째 항은 용융물의 고화와 같이 상이 변화할 때 발생하는 잠열과 고화된 부분에서 운동량에 대한 저항을 의미한다[9]. 그리고 세 번째 항은 점도의 변화에 따라 발생하는 점성 플럭스로서 온도에 따른 점성계수 변화, 난류유동의 와 점성계수 등에 의해 발생한다. 2차원 유동에서는 r 이 1이며, 축대칭 유동인 경우 r 은 그 대칭 축 (x 혹은 y)을 나타내며 각각에 대한 축대칭 원천

항이 발생한다. x-축에 대칭인 경우 $-2\mu v/y^2$ 값이 S_v 에 더해지며, y-축에 대칭인 경우 $-2\mu u/x^2$ 값이 S_u 에 더해진다. 체력항의 크기를 줄이기 위해 $\rho_{ref}g$ 를 압력구배에 첨가함으로써 p는 압력에 정수압을 포함한 수정압력이 된다. 비압축성 유체에서 밀도는 온도만의 함수이며 온도차가 매우 크지 않으면 Boussinesq 가정을 이용하여 부력항의 밀도를 제외한 다른 항들에서 밀도변화를 무시할 수 있다. 그리고 부력항을 체적팽창계수(β)를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$(\rho - \rho_{ref})g = -\beta\rho_{ref}(T - T_{ref})g \quad (3)$$

2.2 수치 알고리즘 및 이산화 기법

수치계산 영역은 임의 모양의 셀로 구성되며 각각의 셀이 바로 검사체적이 되고 압력과 속도 성분을 모두 셀의 중심에 저장하는 셀중심 유한 체적법을 사용하였다. 각 셀은 여러 개의 면으로 이루어져 있고 각 면의 중심에서 플럭스를 계산하여 적분한다.

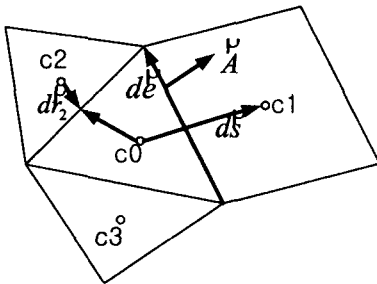


Fig. 1 Control volume and geometric vectors for discretisation.

대류항은 2차의 상류차분법을 사용하였으며 확산은 주확산항과 엇확산항으로 분리하여 주확산항은 셀 면에서 직접 이산화하고 엇확산항은 이웃하는 두 셀의 중심에서 구한 해의 구배를 이용하여 계산한다. 그리고 비정상항은 2차의 후방차분법으로 이산화하였다. 비정렬격자에서 이산화된 u-운동량 방정식은 다음과 같은 이산화방정식의 형태가 된다.

$$Ap_0^u u_0 + \sum A_{nb} u_{nb} = S_0^u - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \Omega\right)_0 \quad (4)$$

식 (4)는 셀의 개수만큼 연립방정식을 구성하며 이것은 Bi-CGSTAB을 이용하여 해를 구하게 된다. 비엇갈림 격자법에서 속도는 압력과 함께 셀의 중심에 저장되며 셀 면에서의 속도는 다음과 같은 방법으로 구한다.

셀 면에서의 속도

Rhie등[2]의 압력가중내삽법을 비정렬격자와 같이 임의의 셀 면에 적용하면 다음과 같다.

Rhie-Chow의 PWIM :

$$\begin{aligned} u_f &= u_{CD} - \left(\frac{a\Omega}{A_p}\right) [(p_1 - p_0) - \widetilde{\nabla} p \cdot \vec{ds}] \frac{n_x}{dn} \\ &= u_{CD} - D_p \\ u_{CD} &= w_f u_0 + (w_f - 1) u_1 \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 압력항은 압력의 3차 미분항으로 이산화된 연속방정식에서는 4차의 압력 미분항으로 작용한다. 이 Rhie-Chow의 PWIM은 중앙차분에 의한 면 속도에 수치적 압력감쇠항을 더한 것으로 표현할 수 있다. Miettinen[7]은 비엇갈림 격자에서 셀 면의 속도에 더해지는 압력감쇠항의 크기를 분석하고 벽면 근처의 셀에서는 이 압력감쇠항의 크기가 이웃하는 두 셀에서 내삽한 속도보다 더 커지는 것을 발견하였다. 압력감쇠항 D_p 가 u_{CD} 보다 커지는 것을 막기 위하여 압력감쇠항의 크기를 제한하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_f &= u_{CD} - \min(C_{limit}, \left| \frac{D_p}{U_{CD}} \right|) \\ &\quad \times |U_{CD}| \text{sign}(D_p) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 U_{CD} 는 중앙차분으로 구한 면 속도의 크기를 나타낸다. C_{limit} 은 0부터 ∞ 의 값을 가지며 $C_{limit} = \infty$ 은 Rhie-Chow법이 된다. 일반적으로 u_{CD} 는 면에서 이웃하는 두 셀의 중심거리를 가중하여 구할 수 있으나 격자의 비직교성이 큰 경우를 고려하여 다음과 같이 셀에서의 속도 구배를 이용하여 구할 수 있다.

$$u_{CD} = \frac{1}{2} [(u + \nabla u \vec{dr})_0 + (u + \nabla u \vec{dr})_1] \quad (7)$$

압력수정 방정식

식 (4)의 운동량방정식과 전단계 압력을 이용한 운동량방정식의 차로부터 보정속도 u' 에 관한 식을 얻는다. 그리고 $u'_0 = u'_{nb}$ 라는 SIMPLEC의 가정을 도입하여 정리하면 다음과 같은 속도수정 방정식을 얻을 수 있다.

$$u'_0 = \frac{-\Omega_0}{A p'_0 + \sum A_{nb}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_0 = -d''_0 \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_0 \quad (8)$$

식 (8)은 셀 c0에 관한 속도 수정식이며, 셀 면에서의 수정속도는 이웃하는 두 셀의 값을 평균해서 얻을 수 있다. 연속방정식을 셀 면에서의 수정 질량유량으로 표현하면 식 (9)가 된다.

$$\sum J_f = \sum J'_f + \sum J''_f = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J'_f &= \rho_f (u'_f A_x + v'_f A_y) \\ &= -\rho_f \left[d''_f \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_f A_x + d''_f \left(\frac{\partial p'}{\partial y} \right)_f A_y \right] \end{aligned} \quad (10)$$

식(10)은 셀 면에서 $\nabla p'$ 을 필요로 하나 압력수정 방정식을 풀기 전에는 p' 을 알 수 없기 때문에 반복 계산(multi-correction)을 하지 않으면 $\nabla p'$ 을 얻을 수 없다. SIMPLEC와 같은 계산법에서는 p' 은 아주 작은 값이며 최종적으로 소거되는 값이므로 식(11)을 사용하여 $\nabla p'$ 을 구한다.

$$\nabla p'_f \approx (p'_1 - p'_0) \frac{\hat{n}}{ds \cdot \hat{n}} \quad (11)$$

$$J'_f = -\rho_f \left[d''_f \frac{n_x}{ds \cdot \hat{n}} A_x + d''_f \frac{n_y}{ds \cdot \hat{n}} A_y \right] \times (p'_1 - p'_0) \quad (12)$$

식 (9)에 식 (12)를 대입하면 p' 에 대한 이산화방정식을 얻을 수 있다.

벽면에서의 압력

비엇갈림 격자에서는 운동량방정식의 압력 구배

항을 구하기 위하여 모든 경계에서 압력을 알아야 한다. 경계에는 유동 입구와 출구, 벽면 그리고 대칭면 등이 있다. 입구와 출구에서 압력 경계조건을 사용하는 경우 경계 압력은 정의된 값으로 고정되지만 속도 경계조건에서는 벽면이나 대칭면과 마찬가지로 내부로부터 외삽하여 사용한다. 경계에서 압력을 구하는 방법으로는 경계에 접하는 셀의 압력 값을 그대로 사용하는 방법과 선형 및 포물형으로 외삽하는 방법이 있다.

Zero-gradient extrapolation: $p_b = p_0$ (13)

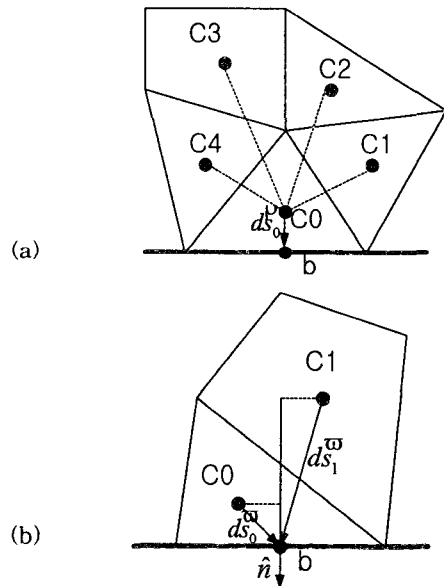


Fig. 2 Boundary pressure extrapolation, (a) linear extrapolation with variable gradient at c0, (b) locally one-dimensional linear extrapolation.

비정렬 격자에서 경계압력을 선형적으로 외삽하기 위하여 다음과 같은 두 가지 방법을 사용하였다. Fig. 2(a)는 셀 c0의 압력구배를 이용하는 방법으로 다음과 같이 표현된다.

$$p_b = p_0 + \nabla p_0 \vec{ds}_0 \quad (14)$$

셀 c0에서 해의 구배를 구하는 일반적인 방법은

경계 b의 값을 포함한 c0의 이웃한 셀 c1, c4의 값을 이용하여 구한다. 그러나 압력 외삽과 같이 경계 b의 값을 모르는 경우에는 fig. 2(a)와 같이 상류의 셀만을 가지고 최소자승법으로 c0에서 해의 구배를 구한다. 벽면에서 격자의 직교성이 높은 경우에는 fig. 2(b)와 같이 1차원적으로 선형 외삽할 수 있다.

$$p_b = \frac{p_0 x_1 - p_1 x_0}{x_1 - x_0} \quad (15)$$

여기서, $x_0 = |\vec{ds}_0 \cdot \hat{n}|$, $x_1 = |\vec{ds}_1 \cdot \hat{n}|$ 이다.

셀 c1은 c0의 꼭지점을 공유하는 모든 셀 중에서 벽면 수직 벡터 \hat{n} 에 대해 방향코사인 ($\cos(\theta) = \vec{ds}_1 \cdot \hat{n} / |\vec{ds}_1|$)이 가장 큰 셀을 취한다. 일반적인 유동 문제에서 벽면의 압력은 0차 혹은 1차의 외삽으로 충분하나 자연대류에서는 압력이 중력 방향에 대하여 포물형 이상으로 변한다. 위쪽 벽은 온도(T_1)가 1이고 아래쪽 벽은 $T_0=0$ 이며 수직 벽은 단열인 정사각형 공동 내에서는 부력과 압력 구배가 평형을 이루고 유동은 존재하지 않으며 온도는 선형 분포를 이룬다.

$$T = (T_1 - T_0)y/L + T_0$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y} - \rho_0 g \beta (T - T_0) \quad (16)$$

식 (16)을 적분하고 $y=0$ 에서 압력을 0으로 두면 다음과 같은 포물형의 압력 분포를 얻는다.

$$p = \frac{1}{2} \rho_0 g \beta \frac{T_1 - T_0}{L} y^2 \quad (17)$$

즉 자연대류 유동해석을 위해서는 경계에서 포물형 이상의 압력 외삽이 필요하다. 그러나 벽면에 격자를 밀집시킴으로써 영차 혹은 선형의 외삽을 사용할 수 있다. 한편 김종태등[8]은 벽면에서 압력구배를 부력과 같다고 가정하여 고온 용융물의 자연대류 유동을 해석하였다. 즉 벽면에 인접한 셀에서 속도의 크기를 무시하고 압력구배를 부력과 같다고 가정하였다.

$$\nabla p_o = -\beta \rho_{ref} (T_o - T_{ref}) \mathbf{g} \quad (18)$$

벽면에서의 압력은 셀에서의 압력구배를 변위벡터 \vec{ds}_0 와 내적으로 구할 수 있다.

$$p_b = p_0 + \nabla p_o \cdot \vec{ds}_0$$

$$= p_0 - \beta \rho_{ref} (T_o - T_{ref}) \mathbf{g} \cdot \vec{ds}_0 \quad (19)$$

Fig. 3은 식 (19)를 사용하여 벽면에서 압력을 외삽한 경우 계산 결과를 식 (17)의 정확해와 비교한 것이다.

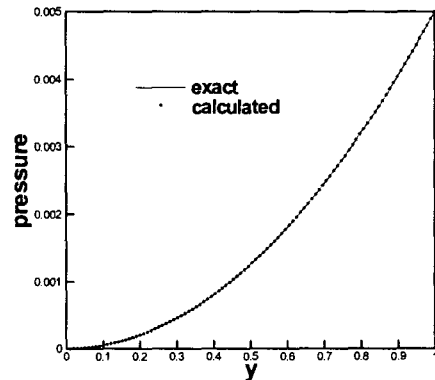


Fig. 3 Pressure distribution along the vertical line at mid of cavity, where bottom wall is cold and top is hot.

3. 결과 고찰

3.1 2차원 정사각형 공동 내의 자연대류

일반적으로 두 수직 벽면에 온도차가 있는 경우 고온 벽을 따라 유체는 상승하였다가 저온 벽을 따라 냉각되면서 하강하는 자연대류 유동을 형성하며, 바닥 면이 고온이고 상부 벽이 저온인 경우에는 버나드 대류 셀을 형성한다. 그러나 상부 벽이 고온인 경우에는 부력과 압력 구배가 평형을 이루어 자연 대류가 발생하지 않는다. 여기서는 셀면에서의 속도를 구할 때 압력 감쇠항과 압력 경계조건이 해에 미치는 영향을 평가하기 위하여 다음과 같은 문제를 사용하였다. 상부벽이 하부벽보다 온도가 높고 수직벽은 y 에 따라 온도가 변하며 좌우 1%의 온도차를 가지며 모든 벽면이 등온이다. 그리고 41×41 의 균일 격자를 사용하여 계산하였다(Fig. 4).

먼저 Rhie-Chow의 방법을 사용한 경우 0차의 압력외삽은 속도장을 완전히 오염시켰으며 식

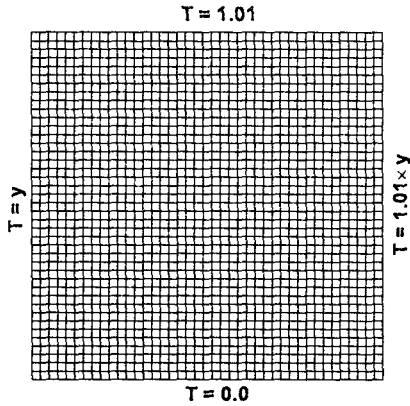


Fig. 4 Computational mesh and boundary conditions for natural convection in a cavity.

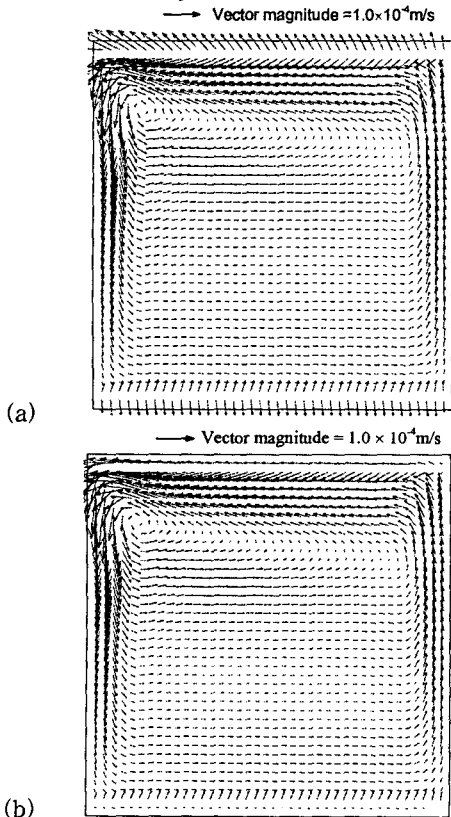


Fig. 5 Velocity vectors using Rhie-Chow's pressure weighted interpolation method, (a) wall pressure is extrapolated by eq.(15), (b) by eq.(19).

(15)의 선형외삽은 fig. 5(a)처럼 벽면에서 첫 번째와 두 번째 셀에서 속도가 매우 크고 벽면에 수직한 성분을 갖고 있다. 식 (19)를 사용하여 벽면에 압력을 외삽한 경우에는(fig. 5b) 벽면에 인접한 첫 번째 셀에서는 속도의 크기가 매우 작고 벽면에 평행하지만 벽면에서 두 번째 셀에서는 역시 속도의 크기와 방향이 물리적으로 타당한 값을 갖지 않았다.

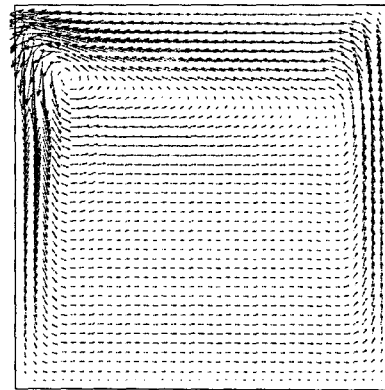


Fig. 6 Velocity vectors using limited pressure damping.

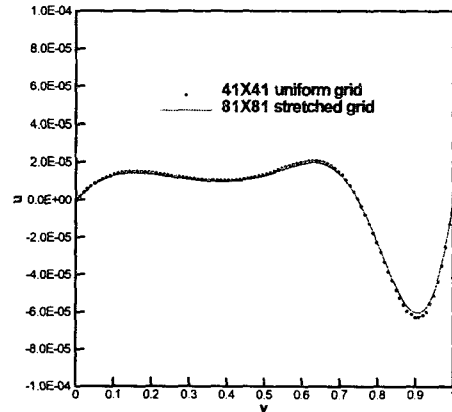


Fig. 7 Comparison of u-velocity at center line $x=0.5$

셀면에서의 속도를 구할 때 압력 감쇠항을 제한하는 방법을 사용한 경우에는 선형 및 식 (19)의 압력 외삽 모두 같은 결과를 보여주었으며 벽면에서의 속도도 물리적으로 매우 타당한 값을 보였다(Fig. 6). 압력 감쇠항의 제한 값 C_{limit} 은 0.1

로 주었다. Fig. 7은 $x=0.5$ 인 수직선을 따라 u 속도 성분을 81×81 의 벽면에 밀집시킨 격자에서 얻은 값과 비교한 것으로 41×41 의 균일 격자에서도 압력 감쇠항을 제한함으로써 매우 정확한 해를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

비엇갈림 격자법에서 압력장의 진동 혹은 odd-even decoupling을 막기 위하여 셀면에서의 속도를 구할 때 인공적으로 압력감쇠항을 첨가하는 방법은 압력이 비선형적으로 변하는 유동장에서는 사용한 격자의 스케일에 민감하다. 격자의 밀집도에 따른 해의 특성을 파악하기 위하여 성긴 격자(fig. 8)와 조밀한 격자를 이용하였다. Fig. 9는 압력 감쇠항을 제한하는 식 (6)으로 계산한 결과로 조밀한 격자와 성긴 격자에서 구한 결과가 거의 비슷하지만 PWIM을 사용한 경우 fig. 10과 같이 물리적으로 타당하지 않은 속도장을 보이고 있다. 이 경우 $y=0.5$ 에서 유량이 손실되는 것은 격자의 길이 스케일이 압력감쇠항의 크기에 영향을 미치는 것으로 보여진다.

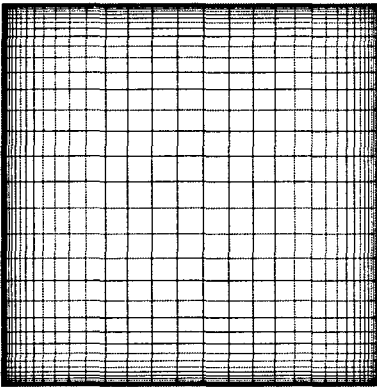
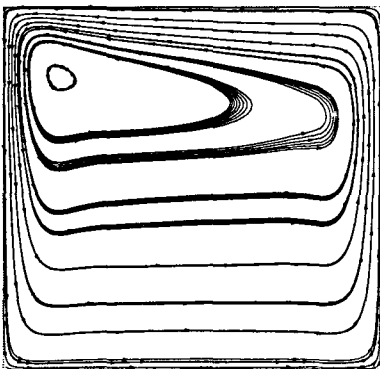
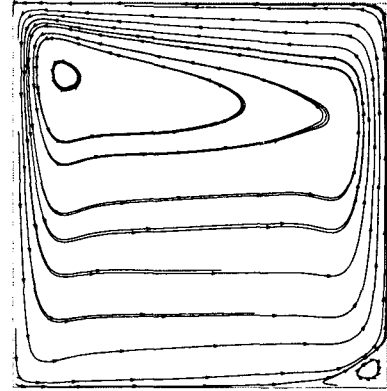


Fig. 8 Computational mesh, 41×41 quad cells, $(\Delta x)_{\min} = 0.001, (\Delta x)_{\max} = 0.07$



(a)



(b)

Fig. 9 Streamlines with limited pressure damping method, (a) 41×41 stretched quad cells, (b) 81×81 stretched quad cells, $(\Delta x)_{\min} = 0.001, (\Delta x)_{\max} = 0.03$

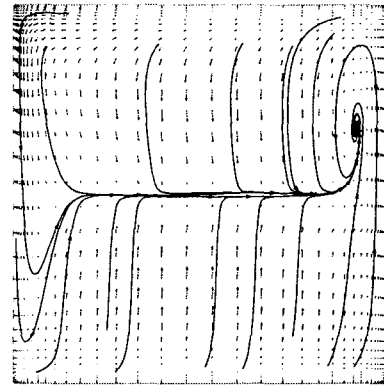


Fig. 10 Streamlines and velocity vectors on 41×41 stretched quad cells, PWIM is used.

3.2 2차원 원통 주위의 비점성 유동

2차원 원통 주위의 비점성 유동은 앞뒤에 각각 정체점을 갖는 포텐셜 유동장을 형성한다. 유동 속도를 변수로 하는 수치기법은 오차에서 발생하는 수치확산에 의해 뒤쪽 정체점 부근에서 유동 박리 현상이 나타나기도 한다. 원통 벽면의 압력 계수를 정확해와 비교함으로써 수치해의 정확도를 평가할 수 있다. 원통 표면에는 사각형의 셀을 사용하였으며 최대의 중횡비는 5.6 정도이다. 벽면에서 압력은 식 (15)의 선형외삽법을 사용하였다. 먼저 Rhie-Chow의 방법을 사용한 경우 압력

방정식의 잔차는 10^{-4} 까 지 내려간 뒤 계속 진동 하였으며, 뒤쪽 정체점 부근에서 매우 작은 와동이 형성되어 있는 것을 fig. 12에서 알 수 있다. 운동량 방정식의 점성항을 제외하면 Euler 방정식이 되어 이론적으로 완전한 포텐셜 유동을 형성하여야 하지만 실린더 뒤에서 와동이 형성된 것은 수치적으로 생성된 오차가 점성효과를 나타 내기 때문이다.

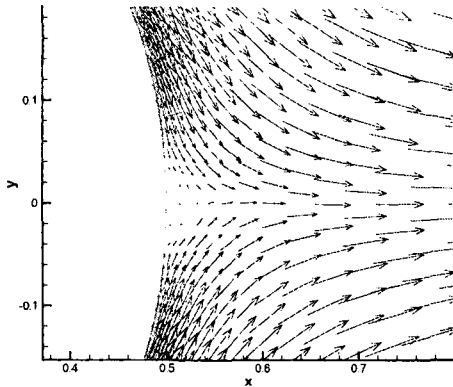


Fig. 11 Calculated velocity vectors near the rear stagnation point of circular cylinder using Rhie-Chow's method.

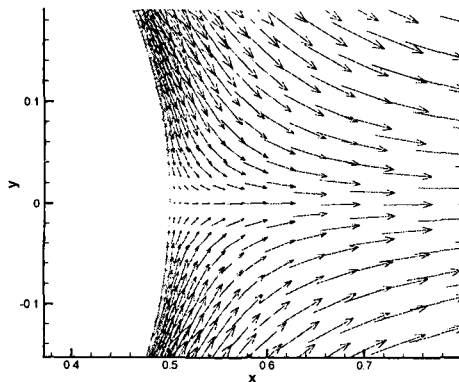


Fig. 12 Calculated velocity field around rear stagnation point using limited pressure damping method.

압력 감쇠항을 제한하는 방법을 사용한 경우 ($C_{limit}=0.01$)에는 압력 방정식은 수렴에 도달 (10^{-6})하였으며 fig. 12에서 보는 것처럼 뒤쪽 정체점에서 어떤 박리도 발견할 수 없었다. Fig. 13의 등압력선도에서 알 수 있듯이 셀 면에서 속도

크기의 1%의 압력감쇠만으로 진동 없는 해를 얻을 수 있다.

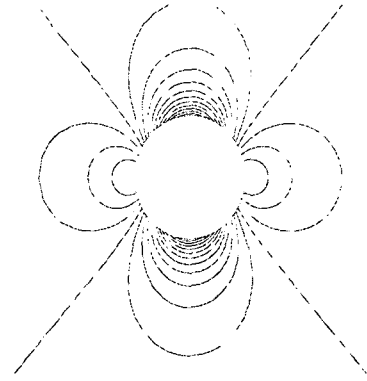


Fig. 13 Calculated pressure field using limited pressure damping method.

원통 표면에서 압력계수를 정확해와 비교하였다 (Fig. 14). 각도 θ 는 앞쪽 정체점을 기준으로 뒤쪽 정체점은 180° 가 된다.

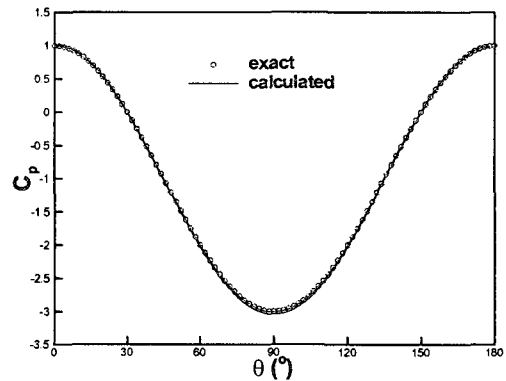


Fig. 14 Comparison of pressure coefficients on the surface of a circular cylinder.

3.3 고온 용융물의 냉각

원자로 노심 용융물로부터 압력용기의 건정성을 평가하기 위하여 고온의 용융 산화알루미늄을 이용한 실험을 수행함과 동시에 해석적인 방법으로 실험을 검증하는 연구를 수행하였다.[8] 산화알루미늄 용융물이 반구형 용기 내에 채워지면 용융물의 상부 표면과 용기의 벽면을 통해 열 전달이 되며 용융물 내의 온도차에 의해 자연대

류가 일어난다. 용융물과 용기의 물성치는 table. 1과 같다. 용융물의 열팽창계수는 3.31×10^{-4} [1/K]이고 초기온도는 용융물이 2400K, 반구형 용기는 300K이다. 용융물 상부 표면과 용기의 외벽은 대류와 복사에 의해 대기로 열이 방출된다.

Table. 1 Properties of melt and vessel.

	Alumina melt	Steel vessel
density(kg)	3000	7000
conductivity (W/mK)	6~22	33~44
specific heat (J/kgK)	1397~1452	435~685
viscosity (kg/ms)	0.042~0.017	

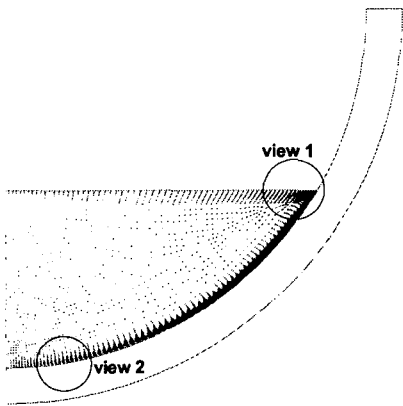


Fig. 15 Velocity vectors of melt pool at time=1s.

계산에서 벽면의 압력은 식 (19)를 사용하여 외삽하였다. Fig. 15는 1초 후에 용융물의 속도장을 보여주는 그림으로 벽면을 따라 경계층이 발달되어 가는 것을 볼 수 있다. Fig. 16, 17은 fig. 15의 1과 2영역을 확대한 그림으로 fig. 16은 Rhie-Chow의 방법을 사용하였고 fig. 17은 압력 감쇠항을 제한하는 방법으로 계산한 것이다. Fig. 16을 보면 벽면에 이웃하는 셀에서 속도가 벽면에 수직인 속도 성분을 갖고 있다. 이것은 Rhie-Chow법이 벽면 근처의 속도를 약간 흐트러 놓은 것으로 생각된다. 압력 감쇠항을 제한한 경

우에는 C_{limit} 를 0.1로 하였으며 벽면 근처의 확대된 그림(fig. 17)에서 경계층이 벽면을 따라 흐르는 것을 볼 수 있다.

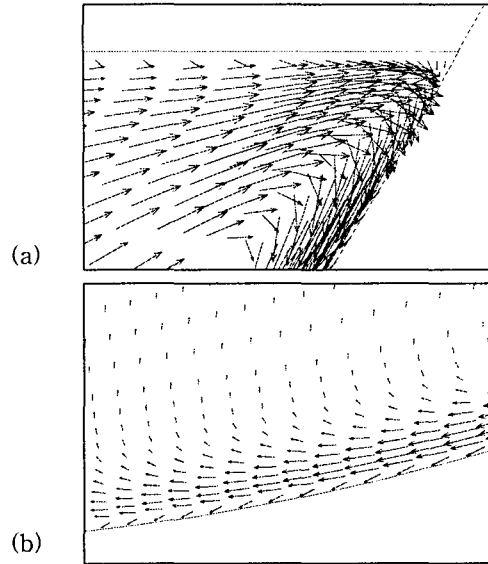


Fig. 16 Enlarged vector field. Rhie-Chow's method was used. (a) view1, (b) view2

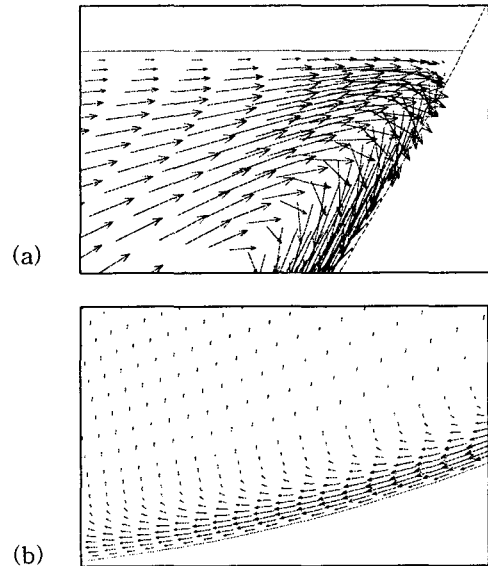


Fig. 17 Enlarged vector field. Limited pressure damping method was used. (a) view1, (b) view2

4. 결 론

SIMPLE 계열의 알고리즘에서 비엇갈림 격자를 사용하는 경우에 압력과 속도장의 분리 현상 혹은 압력장의 진동을 막기 위하여 Rhie-Chow가 제안한 방법으로 셀 면에서 속도에 압력 감쇠항을 첨가하여 계산할 수 있다. 그러나 비엇갈림 격자법이 자연대류 유동과 같이 압력의 비선형성이 큰 경우에는 해의 수렴을 방해하거나 해가 발산하는 문제를 야기한다. 그리고 벽면에서의 부정확한 압력외삽은 압력의 비선형성을 제대로 반영하지 못하여 해의 발산을 야기하기도 한다. 본 연구의 결과를 정리하면 다음과 같다.

1. 2차원 캐비티 내의 자연대류 문제에서 Rhie-Chow의 압력가중내삽법은 해를 얻을 수 없었으며 벽면에서의 압력 외삽을 개선하여 수렴된 해를 얻었으나 벽면 근처의 속도는 여전히 물리적으로 타당하지 못한 값을 만들어냈다. 그러나 Rhi-Chow의 PWIM으로 구한 셀 면에서의 속도에서 3차의 압력 미분항의 크기를 중앙차분으로 구한 속도 크기의 1~10%로 제한함으로써 해를 구할 수 있었다.
2. 실린더 주위의 비점성 유동을 해석한 결과 Rhie-Chow 법은 수치확산에 의하여 실린더 뒤쪽에서 와도를 형성하여 해가 수렴하지 못하고 계속 진동한 반면 PWIM으로 구한 압력감쇠항의 크기를 줄임으로써 포텐셜 유동의 해를 얻을 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 2001년도 원자력 연구개발 중장기 계획 사업에서 재정적 지원을 받았습니다.

참고문헌

- [1] Harlow, F. and Welch, J., "Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow with free Surface," *Physics of Fluids*, Vol.8, pp.2182-189, 1983
- [2] Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical

- Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation," *AIAA J.* Vol.21, No.11, pp.1525-1532, 1983
- [3] Peric, M., Kessler, R. and Scheuerer, G., "Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Collocated Grids," *Computers & Fluids*, Vol.16, No.4, pp.389-403, 1988
 - [4] Majumdar, S., "Role of Underrelaxation in Momentum Interpolation for Calculation of Flow with Nonstaggered Grids," *Numerical Heat Transfer*, Vol.13, pp.125-132, 1988
 - [5] Johansson, P. and Davidson, L., "Modified Collocated SIMPLEC Algorithm Applied to Buoyancy-Affected Turbulent Flow Using a Multigrid Procedure," *Numerical Heat Transfer Part B*, Vol.28, pp.39-57, 1995
 - [6] Gu, C., "Computation of Flows with Large Body Force," in *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow: Vol.7*, pp.1568-1578, 1991
 - [7] Miettinen, A., "A Study of the Pressure Correction Approach in the Collocated Grid Arrangement," Ph.D. thesis, Helsinki Univ. of Tech., 1997
 - [8] 김종태, 강경호, 김상백, 김희동, "2층으로 성층화된 풀 내에서 자연대류 열전달과 고화 현상에 대한 연구," *한국전산유체공학회지*, 6권, 1호, pp.1-13
 - [9] Brent, A.D., Voller, V.R., and Reid, K.J., "Enthalpy-Porosity Technique for Modeling Convection-Diffusion Phase Change: Application to the Melting of a Pure Metal," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 13, pp.297-318, 1988