

초음파 전파 및 산란 문제의 유한요소 해석

Finite Element Analysis of Ultrasonic Wave Propagation and Scattering

정현조*[†], 박문철**[‡], 박운원***

Hyunjo Jeong*[†], Moon-Cheol Park**[‡] and Yun-Won Park***

초 록 초음파의 전파와 결함에 의한 산란장의 정확한 해석은 초음파 비파괴평가에서 중요한 역할을 한다. 수치해석법은 매개변수에 대한 연구를 간단하고 값싸게 할 수 있으므로 결함 탐지 확률을 높이고 결과적으로 검사의 신뢰도를 개선시키는데 도움이 된다. 본 연구에서는 초음파 전파와 산란장의 계산을 위하여 유한요소법(finite element method)을 사용하였으며, 대표적인 몇 가지 문제에 대하여 시뮬레이션을 실시하여 해석의 타당성을 검증하였다. 상용 FEM 프로그램을 이용하여 안정적인 수치해를 얻기 위한 유한요소 격자 크기와 시간 근사 스텝을 먼저 결정하였다. 2-D 등방성 및 이방성 재료에서의 전파와 산란 문제를 다루었으며, 이론적 정해 또는 실험 결과가 알려진 문제를 선정하여 FEM 해석 결과와 비교, 분석하였다.

주요용어: 파동 전파, 산란, 유한요소법, 요소 크기, 시간 스텝, 미소 점원, 이방성 재료

Abstract The accurate analysis of ultrasonic wave propagation and scattering plays an important role in many aspects of nondestructive evaluation. A numerical analysis makes it possible to perform parametric studies, and in this way the probability of detection and reliability of test results can be improved. In this study, a finite element method was developed for the analysis of ultrasonic fields, and the accuracy of results was checked by solving several representative problems. The size of element and the integral time step, which are the critical components for the convergence of numerical results, were determined in a commercial finite element code. Several propagation and scattering problems in 2-D isotropic and anisotropic materials were solved and their results were compared with known analytical or experimental results.

Keywords: wave propagation, scattering, finite element method, element size, time step, point-like source, anisotropic material

1. 서 론

초음파 비파괴 검사(UT)법의 신뢰도를 향상시키기 위해서는 초음파 비파괴 검사 시스템을 구성하는 각각의 요소에 대한 신뢰도의 개선이 요구된다. UT 검사 시스템의

구성요소로는 탐촉자(트랜스듀서), 탐촉자의 방사 패턴, 시험체 표면에서의 빔의 반사와 내부에서의 빔 형상 및 전파 특성, 결함에 의한 산란 현상을 들 수 있다. 신뢰도 향상에서 꼭 해야 할 일은 적절한 모델링 기법을 사용하여 검사의 전 과정을 완전하게 묘사할 수 있어야 한다. 모델

(접수: 2002. 2. 14, 심사완료일: 2002. 3. 25) *[†] 교신저자: 원광대학교 기계·시스템디자인공학부(Division of Mechanical and System Design Engineering, Wonkwang University, Iksan, Jeonbuk 570-749) hjjeong@wonkwang.ac.kr, **원광대학교 대학원 기계공학과, ***한국원자력안전기술원

의 최종 목표는 재료/구조 내부의 특정 결함에 대하여 검사 시스템의 응답을 예측하는 것이다. 좋은 모델은 많은 이점을 가져다 주는데 탐상절차의 설계 및 최적화와 실험 결과의 해석에 도움을 준다. 또한 검사 결과에 영향을 미칠 수 있는 매개변수에 대한 연구를 간단하고 값싸게 할 수 있으므로 결함 탐지 확률을 높이고 신뢰도 향상을 꾀할 수 있다.

본 논문의 목적은 초음파 검사 시스템의 구성 요소 중에서 핵심 부분을 차지하는 전파 및 결함에 의한 산란장을 구하기 위한 수치적 모델링 기법을 개발하는데 있다. 이론적 해석의 난해함으로 인해 유한요소법(FEM)[1-7], 경계요소법(BEM)[8], 유한차분법(FDM)[9]과 같은 수치해석 기법이 광범위하게 적용되고 있다. 본 연구에서는 초음파의 전파와 산란장을 해석하기 위하여 유한요소 해석 모델링 기법을 개발하고, 대표적인 몇 가지 문제에 대하여 시뮬레이션을 실시하여 해석의 정확도를 검증하고자 한다.

잘 알려진 바와 같이 동탄성 지배방정식은 초기치-경계치 문제로 표현되며, 파동 진행방향으로 거동의 특성이 결정되는 hyperbolic 형태의 편미분 방정식이다. 따라서 정교하고 안정된 수치결과를 얻기 위해서는 매우 짧은 파장에 상응하는 유한요소 격자 크기와 시간 근사 step을 사용해야 한다.

본 연구에서는 높은 정밀도를 확보할 수 있는 안정적인 시공간 수치해석 파라미터를 사용하고, 상용 유한요소해석 코드인 ANSYS를 이용하여 2-D 등방성 및 이방성 재료에서의 전파와 산란 문제를 다루며, 이론적 정해 또는 실험 결과가 알려진 문제를 선정하여 FEM의 정확성을 분석한다.

2. 동탄성 유한요소법

2.1. 해석의 정식화

동탄성 문제에서 탄성체의 총 포텐셜에너지 Π 는 변형 에너지, 운동에너지, 일 포텐셜의 합으로 정의된다. 체력을 무시하고, 물체의 표면에서 트랙션 \bar{T} 가 작용하는 경우를 고려하면 Π 는 다음과 같다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV + \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{u}^T \dot{u} - \int_S u^T \bar{T} dS \quad (1)$$

여기서 σ 는 응력 벡터, ε 은 변형률 벡터, u 와 \dot{u} 은 각각 변위와 속도 벡터, ρ 는 밀도이고, $()^T$ 는 전치행렬을 의미한다. 유한요소법에서 물체를 요소들로 분할하여 각 요소내의 변위 u 를 절점에서의 변위 q 와 형상함수 N 을 사용하여 근사화하므로 변위 u 와 속도 \dot{u} 은 다음과 같이 표현된다.

$$u = N(x, y, z) U, \quad \dot{u} = N(x, y, z) \dot{U} \quad (2)$$

변형률-변위 관계식 ($\varepsilon = Du = DNU = BU$, 여기서 D 는 변형률-변위 관계를 나타내는 미분연산자 행렬)과 응력-변형률 관계식 ($\sigma = C\varepsilon$)을 사용하고, 식 (1)에 최소 포텐셜에너지의 원리를 적용하면 다음의 요소방정식을 얻을 수 있다.

$$K^e U^e + M^e \ddot{U}^e = R^e \quad (3)$$

여기서 K^e 와 M^e 는 각각 요소의 강성행렬과 질량행렬, R^e 는 경계에서의 표면 트랙션으로 인한 요소의 하중 벡터를 나타내며, 다음 식으로 정의된다.

$$K^e = \int_V B^T C B dV \quad (4)$$

$$M^e = \int_V \rho N^T N dV \quad (5)$$

$$R^e = \int_S N^T \bar{T} dS \quad (6)$$

요소행렬과 하중벡터를 조합하면 다음의 전체 행렬식을 얻는다.

$$K U + M \ddot{U} = R \quad (7)$$

여기서 K 와 M 은 각각 전체 강성행렬과 질량행렬, R 은 하중벡터이다. 이 식은 부분적으로 분할된 형태이며, 시간축은 아직 분할되지 않았다. 변위 벡터에 대한 해를 직접 구하기 위하여 2계 시간도함수를 근사화시킬 필요가 있다. 이러한 목적으로 중앙차분법을 사용하면

$$\ddot{U}_i = \frac{1}{\Delta t^2} (U_{i+\Delta t} - 2U_i + U_{i-\Delta t}) \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하면

$$\frac{1}{\Delta t^2} M U_{t+\Delta t} = R_t - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) U_t - \frac{1}{\Delta t^2} M U_{t-\Delta t} \quad (9)$$

여기서 Δt 는 시간간격이다. $U_{t-\Delta t}$ 와 U_t 를 알면 이 식으로부터 $U_{t+\Delta t}$ 를 구할 수 있다.

2.2. 안정적인 수치해를 얻기 위한 조건 (요소크기 및 시간적분크기)

유한요소모델에서 시간 및 공간 분해능은 수치 결과의 수렴에 절대적으로 중요하다. 적분 시간간격 Δt 는 해의 정확도에 대단히 중요하다. 일반적으로 모델의 정확도는 더 작은 시간 간격을 사용할수록 그만큼 더 좋아진다. 반면에 너무 작은 간격을 사용하면 계산시간이 많이 소요된다. 따라서 절충이 필요하다. Newmark 시간적분법에서는 최고 주파수 1사이클당 20개의 Δt 를 사용한다[4]. 이 규칙은 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\Delta t = \frac{1}{20f_{max}} \quad (10)$$

여기서 f_{max} 은 관심있는 최고 주파수이다. 또 필요한 시간 간격은 가장 속도가 빠른 파가 연속한 절점 사이를 전파하는데 필요한 시간과 관련될 수 있다. 즉, 가장 빠른 파가 한 시간간격 동안 절점사이를 전파하지 않아야 한다는 것이다. 이를 식으로 나타내면 다음 식과 같다.

$$\Delta t < \frac{l_e}{V_{LM}} \quad (11)$$

여기서 l_e 는 절점 사이의 가장 작은 간격이며 V_{LM} 은 가장 큰 종파속도이다.

요소의 크기는 전파하는 파들이 공간적으로 분해되도록 선택한다. 참고문헌 [6]에서는 한 파장당 10개 이상의 절점 사용하였으며, 참고문헌 [4]에서는 이보다 훨씬 높은(한 파장당 20개의 절점) 숫자를 권하고 있다. 참고문헌 [5]의 권장사항을 식으로 표현하면

$$l_e = \frac{\lambda_{min}}{20} \quad (12)$$

여기서 l_e 는 요소의 길이이고 λ_{min} 은 가장 짧은 파장이다.

3. 전파 및 산란 문제의 정의

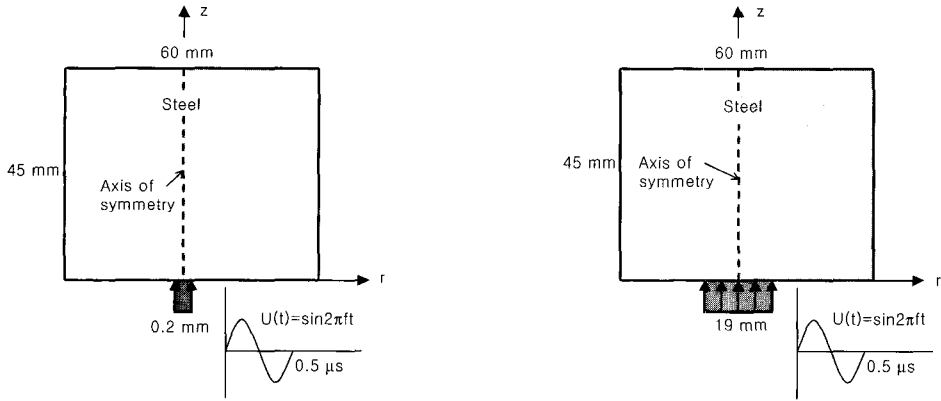
본 연구에서는 초음파의 전파와 산란과 관련되는 몇 가지 기초적인 문제를 유한요소법으로 해석하였다. 이들 해석 문제에 관한 내용은 아래 Fig. 1(a)-(e)에 나와 있다.

Fig. 1 (a)는 2차원 등방성 재료의 표면에 점원력(point-like source)이 시간의 함수로 작용할 때 이로부터 발생하는 파의 전파 현상을 다루었다. Fig. 1(b)에서는 등방성 매질의 표면에 유한한 크기의 원형 변위가 균일하게 분포되어 작용하는 경우에 발생하는 파동현상을 고찰하였다. Fig. 1(c)에서는 유한 크기의 원형 변위의 작용에 의해 발생한 파가 점원 산란자(flat bottom hole, 평저공)로부터 산란된(반사된) 파동 현상을 고찰하기 위함이며, Fig. 1(d)는 한 고체매질로부터 경사진 종파가 입사할 때 다른 매질과의 경계면에서 굴절에 의하여 경사진 횡파가 발생하는가를 알아보기 위함이다. Fig. 1(e)에서는 등방성과 이방성 재료로 구성된 매질에서 종파가 전파할 때 발생하는 재료 내부의 변위를 근사 해석 결과(Gauss-Hermite 빔 모델)와 비교하였다. 이들은 모두 2차원 문제(축대칭 또는 평면변형률)이며, Fig. 1 (a)-(d)는 모두 등방성 재료이나, (e)는 이방성 매질을 포함한다.

위에 언급한 문제에서 등방성 재료의 경우 강(steel), 알루미늄(Al), 플렉시 글래스(plexi glass)가 사용되었으며 이들 재료의 종파속도(C_L), 횡파속도(C_T), 표면파 속도(C_R) 및 주파수 $f = 2$ MHz에서 각 파의 파장을 Table 1에 나타내었다.

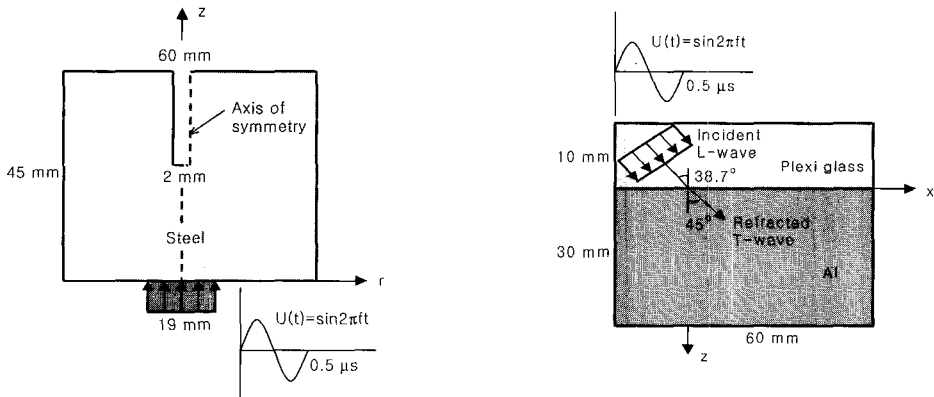
Table 1 Acoustic properties of materials used in the analyses

Material	Wave velocities (m/s)			Wavelength (mm)		
	C_L	C_T	C_R	L-wave	T-wave	R-wave
Steel	5920	3250	3000	2.96	1.63	1.5
Al	6300	3100	2895	3.15	1.55	1.45
Plexi glass	2730	1430	1327	1.37	0.72	0.66



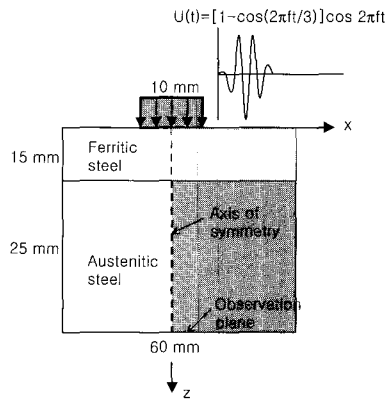
(a) point-like source excitation

(b) circular source excitation



(c) circular source excitation and scattering from a point-like scatterer

(d) line source excitation and refraction at two solids interface



(e) line source excitation and propagation in an anisotropic material

Fig. 1 Geometric configuration of wave propagation and scattering problems considered in this study

4. 해석 결과 및 고찰

4.1. 미소 점변위가 작용하는 경우 - case (a)

Fig. 1(a)와 같이 매질은 강, 축대칭 문제로 모델링 하였으며 영역의 크기는 30mm × 45mm 이다. 축방향으로 작용하는 미소 점변위는 종파로서 크기는 지름이 0.2mm 이며 1 사이클의 sine 함수로 이루어져 있다. 즉,

$$u = \begin{cases} \sin 2\pi ft & \text{for } 0 \leq t \leq 0.5 \mu s \\ 0 & t > 0.5 \mu s \end{cases}$$

여기서 f는 중심주파수로서 2 MHz를 사용하였다. 사용된 유한요소수는 4-절점의 등매개변수 요소 (element No. 42)이고, 요소 크기(l_e)는 0.2mm × 0.2mm, 시간간격 (time step) $\Delta T = 0.025 \mu s$ 이다.

반무한 고체의 표면에 수직한 방향으로 점원이 작용할 때 발생하는 파동현상은 Lamb's problem으로 명명되며 그 현상이 잘 알려져 있다[10-12]. 이 경우에 발생하는 파동 현상을 도식적으로 Fig. 2에 표시하였다. 파면은 종파, 횡파, Rayleigh 표면파, 그리고 head wave로 구성된다.

Miller와 Pursey[13]는 수직 점원력이 작용할 때 종파, 횡파, 표면파 사이의 에너지 비율을 구하였는데, 종파와 횡파가 각각 총 에너지의 7%와 26%를 차지하는데 비하여, 표면파는 67%로서 대부분의 에너지를 차지하며 따라서 이에 상당하는 변위도 큰 진폭을 갖게 된다. Fig. 3은 $t = 3 \mu s$ 에서 변위($u_{sum} = \sqrt{u_r^2 + u_z^2}$)의 분포를 보여주고 있다. 종파, 횡파, 표면파의 전파와 상대적 크기를 비교적 잘 나타내고 있으나, head wave는 미약하여 보이지 않는다.

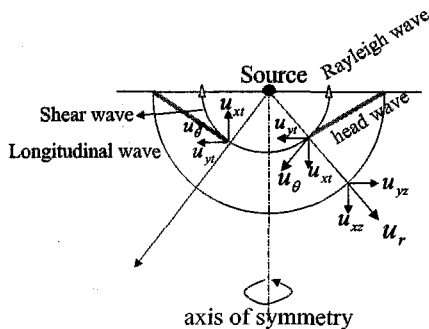


Fig. 2 Schematic representation of wave fronts when a point source acts on the surface of a half-space

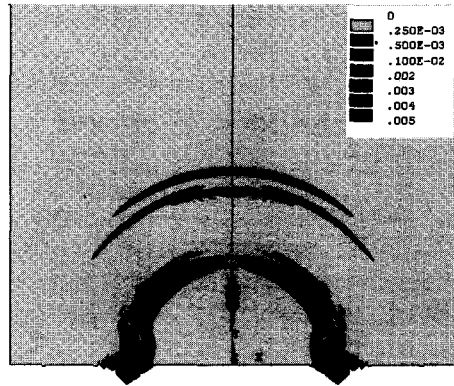


Fig. 3 Distribution of displacement for a point-like displacement excitation on a half-space at $t = 3 \mu s$

유한요소 해석 결과의 정확성을 보다 정량적으로 검토 하기 위하여 원거리 음장영역에서 미소 점원에 의해 방사된 종파와 횡파의 진폭의 크기를 방향각 θ 의 함수로 구하고 (지향패턴) 그 결과를 근사해와 비교하였다. 이 결과를 Fig. 4에 기호를 사용하여 polar plot으로 보였으며, 이 경우에 최대 진폭 값으로 나누어 줌으로써 정규화시켰다. 비교를 위하여 연속 정현파에 대한 Miller와 Pursey[13]의 점 근해를 실선으로 함께 도시하였다. 점근해에 의한 종파와 횡파의 거리 R에서의 변위는 각각 다음 식으로 주어진다.

$$u_R = \frac{a \exp\left\{i\left(\frac{3\pi}{4} - R\right)\right\}}{\mu} \left(\frac{2}{\pi R}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\cos \theta (k^2 - 2 \sin^2 \theta)}{F_0(\sin \theta)} \quad (13)$$

$$u_\theta = \frac{a \exp\left\{i\left(\frac{5\pi}{4} - kR\right)\right\}}{\mu} \left(\frac{2}{\pi R}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sin 2\theta (k^2 \sin^2 \theta - 1)^{\frac{1}{2}}}{F_0(k \sin \theta)} \quad (14)$$

여기서 a는 점원의 반지름, μ 는 재료의 전단탄성계수, $F_0(\xi) = (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\xi^2(\xi^2 - 1)^{\frac{1}{2}}(\xi^2 - k^2)^{\frac{1}{2}}$, $k = C_L/C_T$, 변수 θ 는 표면에 수직한 축으로부터 측정 한 방향의 각도를 나타낸다.

Fig. 4를 통해서 알 수 있듯이, 유한요소법으로 구한 한 사이클의 sine 파에 의해 발생한 종파와 횡파의 지향 패턴

은 연속파를 사용하여 계산한 접근해의 지향 패턴과 비교적 잘 일치한다. 지향 패턴은 위치, 파동의 수, 파형 등에 따라 달라진다는 것은 잘 알려진 사실이다. 따라서 이러한 파라미터를 서로 일치시킨다면 더 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

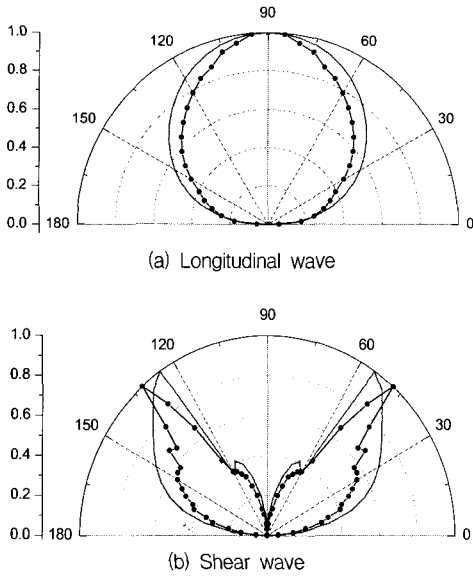


Fig. 4 Farfield directivity patterns for a point-like source on a half-space

4.2. 유한한 크기의 원형 변위가 작용하는 경우 - case(b)

Fig. 1(b)에서와 같이 매질은 steel, 축대칭으로 모델링하였고 크기는 30mm × 45mm 이다. z축 방향으로 작용하는 균일한 변위는 종파로서 폭이 19mm이며, 다음 식으로 주어지는 한 사이클의 sine 파이다. 즉,

$$u = \begin{cases} \sin 2\pi ft & \text{for } 0 \leq t \leq 0.5 \mu s \\ 0 & t > 0.5 \mu s \end{cases}$$

여기서 f는 중심주파수로서 2 MHz를 사용하였다. 사용된 유한요소소는 4-node isoparametric element (element No. 42)이고, 요소 크기는 0.25 mm × 0.25 mm, 시간간격 $\Delta T = 0.025 \mu s$ 이다.

반무한 고체의 표면에 수직한 방향으로 유한한 크기의 원형 변위가 작용할 때 발생하는 파동현상은 앞에서 설명

한 점원이 작용할 때를 참고로 하여 Fig. 5와 같이 도식적으로 나타낼 수 있다. 원형 변위의 가장자리에서는 회절현상에 의하여 점원에서와 같이 종파, 횡파, 표면파, head wave가 발생하며 내부에서는 종파의 평면파가 발생한다. 이 경우에 가장자리에서 발생하는 파의 크기는 내부의 평면파에 비하여 미약하다. Fig. 6은 $t = 1.5 \mu s$ 와 $t = 3 \mu s$ 에서 변위($u_{sum} = \sqrt{u_r^2 + u_z^2}$)의 분포를 보여주고 있는데, Fig. 5에서 설명한 내용의 파들을 잘 관찰할 수 있다.

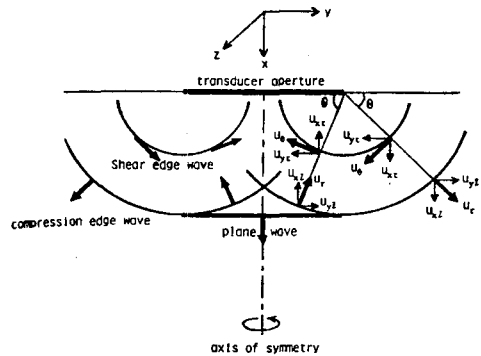


Fig. 5 Wavefront patterns and relative polarizations of the plane and edge waves radiated from a circular source coupled to a solid

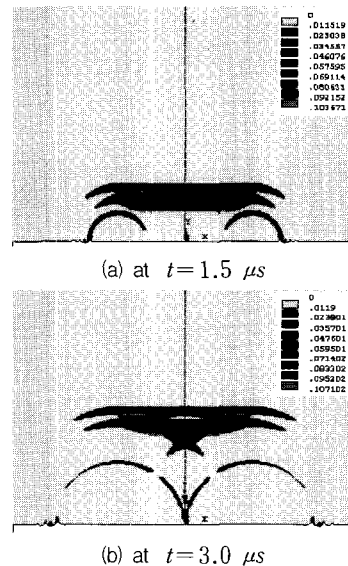


Fig. 6 Distribution of displacement for a circular displacement excitation on a half-space

유한요소해석 결과를 실험결과와 비교하기 위하여 z축 상에서 수직변위(종파)의 크기 변화를 관찰하였다. Fig. 7에 z축 상의 거리가 각각 5mm, 10mm, 15mm 위치에서 계산한 시간영역의 신호와 실험[14]으로 측정된 결과를 비교하였다. 세 위치 모두에서 FEM 결과는 실험에서 관찰한 파들을 잘 나타내고 있다.

이론적인 해와 보다 정량적인 비교를 위하여 z축상에서 수직변위(종파)의 변화를 관찰하고 (on-axis displacement variation) 그 결과를 근사해와 비교하였다. 음장의 분포는 탐촉자(음원)의 크기 및 모양, 사용 주파수에 따라 달라진다. 근거리 및 원거리 음장의 경우에 모두 적용할 수 있는 음압의 분포에 대한 이론식은 다음과 같고[15], 이 식은 특정한 주파수를 갖는 연속 정현파에 대한 것이다.

$$P(r, 0) = U_0 \left| \sin \left[\frac{1}{2} kr \sqrt{1 + (a/r)^2} - 1 \right] \right| \quad (15)$$

여기서 U_0 는 초기음압, k 는 파수, a 는 음원의 반경, 변수 r 은 z축상에서의 거리이다. 이것과 유한요소법으로 구한 결과를 Fig. 8에 서로 비교하였으며, 최대 진폭값으로 정규화하였다. 펄스를 사용한 FEM 결과는 음압이 복잡하게 변하는 근거리 음장영역에서는 여러 주파수 성분들이 서로 간섭을 일으켜 완만한 모양을 보이며 연속 정현파에 대하여 유효한 식 (15)의 결과와는 많은 차이를 보이나, 근거리 음장의 일부와 원거리 음장에서는 서로 잘 일치하고 있다.

4.3. 유한한 크기의 원형 변위의 작용과 점원으로부터의 산란 - case (c)

이 문제는 모델링 방법이 4.2절과 동일하나, 영역내에 지름 2 mm의 미소한 flat-bottom hole(평저공)을 포함하는 것이 다르다. 여기서는 지름 19 mm인 원의 면적에서 작용한 수직변위에 의해 발생한 파들이 평저공의 표면에서 산란되어 되돌아오는 파형을 FEM으로 모델링하여 구하고 그 결과를 실험결과와 비교하고자 한다. 이 문제는 펄스-에코 모드의 초음파 시험을 모델링하는 것으로서 실질적인 의미를 부여할 수 있다. 유한한 크기의 원형 변위에 의해 발생한 파가 평저공의 표면과의 상호작용에 의해 발생하는 물리적 현상은 참고문헌 [16]에 잘 설명되어 있다.

Fig. 9는 평저공의 위치가 음원으로부터 25 mm 떨어져 있을 때, 산란된 신호를 보여주고 있다. 여기서 맨 처음 수신되는 큰 진폭의 파는 종파로 평저공에 입사하여 종파로 산란되는 파(C/C)이며 주로 다음의 3가지 파의 합성에 의하여 이루어진 것이다. 즉, (1) circular source의 평면 종파가 평저공의 표면으로부터 반사된 종파, (2) circular source의 평면파가 평저공의 가장자리로부터 회절된 종파, (3) circular source의 가장자리에서 발생된 종파가 평저공

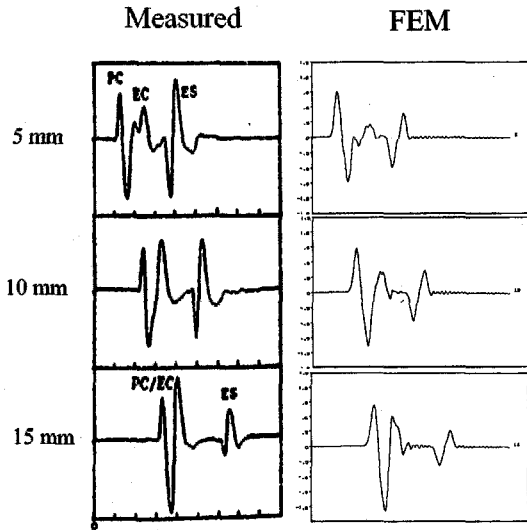


Fig. 7 Calculated (FEM) and measured time domain waveforms (vertical components at three different points on the axis of a circular source of radius 9.5mm (PC: Plane compressional, EC: Edge compressional, ES: Edge shear)

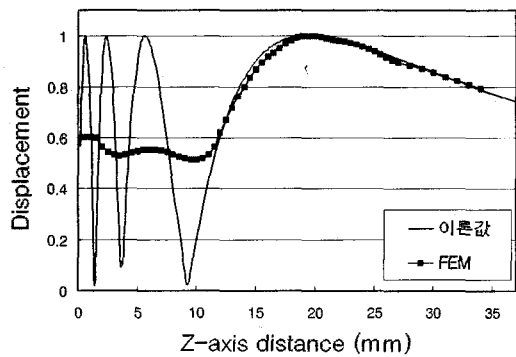


Fig. 8 Comparison of on-axis variations of longitudinal displacements

의 가장자리로부터 회절된 종파이다. 두 번째로 수신되는 아주 미약한 파는 종파가 평저공에 입사하여 모드변환에 의하여 산란된 횡파 성분을 가지며 (C/S) 다음과 같은 2 가지 파의 합성에 의해 생성된다. 즉, (1) circular source의 평면파가 평저공의 가장자리로부터 회절된 횡파, (2) circular source의 가장자리에서 발생한 종파가 평저공의 가장자리로부터 회절된 횡파 이다. 마지막으로 발생하는 파는 횡파가 평저공에 입사하여 횡파로 산란되어 돌아오는 미약한 파이며 (S/S), FEM 결과에서는 잘 구별되지 않는다. 이 그림에서 보듯이 source로부터 25mm 떨어진 위치에서 FEM 결과는 실험결과와 비교적 잘 일치한다. 그러나, 다른 거리에서와 위치 (예, source의 축과 평저공 축의 off-axis)에서 FEM 결과를 구하여 실험결과와 비교해 볼 필요가 있다.

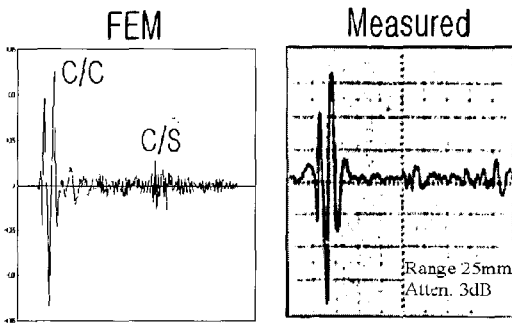


Fig. 9 Comparison of measured and computed echo responses for axial 2 mm flat-bottom hole in steel using a 19 mm diameter circular source

4.4. 선원의 작용과 고체 경계면에서의 굴절 - case (d)

한 매질에서 종파가 경사지게 입사할 때, 매질의 경계에서 제 1 임계각 이상으로 굴절된 횡파만을 발생시키기 위하여 앞에서 소개한 Fig. 1(d)와 같이 상부 재료는 plexi glass, 하부 재료는 Al을 사용하였다. 종파의 입사각도가 38.7° 일 때, Snell 법칙에 의하여 45°의 굴절각을 갖는 횡파가 발생된다. 이러한 내용을 확인하기 위하여 제 1 매질에서 입사하는 균일한 변위의 종파는 1 사이클의 sine 함수로 이루어져 있다. 즉,

$$u = \begin{cases} \sin 2\pi ft & \text{for } 0 \leq t \leq 0.5 \mu s \\ 0 & t > 0.5 \mu s \end{cases}$$

여기서 f는 중심주파수로서 2 MHz를 사용하였다. 사용된 유한요소소는 평면변형률, 4-node isoparametric element (element No. 42)이고, 요소 크기는 0.2 mm × 0.2 mm, time step $\Delta T = 0.025 \mu s$ 이다.

Fig. 10은 (x, z) = (5, 5) 위치에서 변위의 수평 및 수직 성분 u_x, u_z 를 시간의 함수로 표시한 것인데, 45° 방향으로 전파하므로 두 변위 성분이 같은 값을 갖는다. 이 위치에서 횡파의 처음 도달시간은 약 $t = 6.2 \mu s$ 인데 이 값은 유한요소법에 의한 결과와 잘 일치한다.

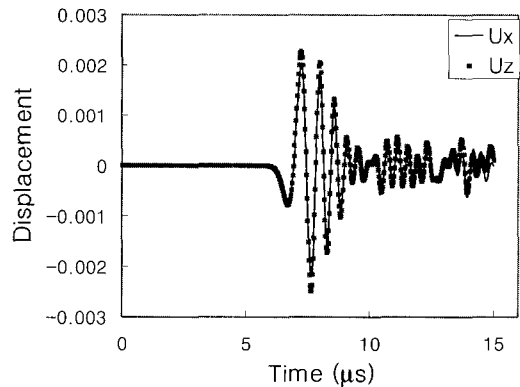


Fig. 10 Displacement fields of refracted shear wave u_x, u_z at (x, z) = (5, 5) for the obliquely-incident displacement excitation on a plexi glass/Al plate

4.5. 선원의 작용과 이방성 매질에서의 전파 - case (e)

Fig. 1(e)와 같이 등방성/이방성 매질로 구성되어 있으며, 크기는 60 mm × 40 mm 이다. 수직(z) 방향의 균일한 변위는 폭이 10 mm이며, 다음 식으로 주어지는 펄스이다. 즉,

$$u = \begin{cases} [1 - \cos(-\frac{2\pi f}{3} t)] \cos(2\pi ft), & 0 \leq t \leq \frac{3.0}{f} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서 f는 중심주파수로서 2 MHz를 사용하였으며, 시간 및 주파수 영역에서의 신호가 Fig. 11에 나와 있다. 유한요소 모델링은 대칭성을 이용하여 오른쪽 1/2을 사용하였으며, 사용된 요소는 평면변형률, 4-node isoparametric element (element No. 42), 요소 크기는 0.125 mm × 0.125 mm, time step $\Delta T = 0.0125 \mu s$ 이다.

사용된 등방성 재료(ferritic steel)의 탄성계수는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 275 & 113.2 & 113.2 \\ 113.2 & 275 & 113.2 \\ 113.2 & 113.2 & 275 \end{pmatrix} \text{GPa}$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = 80.9 \text{ GPa}$$

$$\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$$

또 횡방향 등방성 재료(austenitic steel)의 탄성계수는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 262.7 & 98.2 & 145 \\ 98.2 & 262.7 & 145 \\ 145 & 145 & 216 \end{pmatrix} \text{GPa}$$

$$C_{44} = C_{55} = 129 \text{ GPa}, C_{66} = 129 \text{ GPa}$$

$$\rho = 8120 \text{ kg/m}^3$$

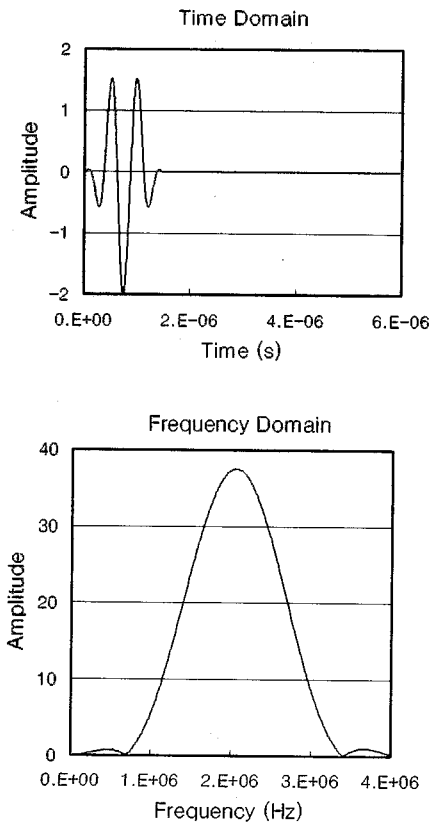


Fig. 11 Input displacement in time and frequency domains

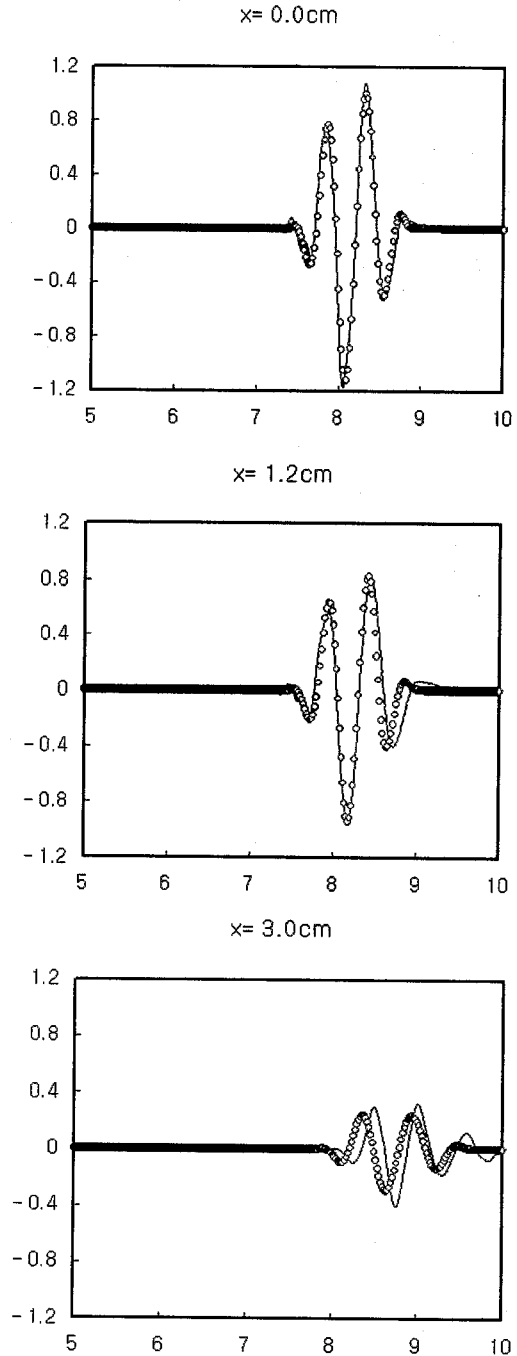


Fig. 12 Comparisons of finite element and Gauss-Hermite beam models. Waveforms received at three different positions for a line displacement excitation (solid line: FEM, symbols: G-H)

Fig. 12는 수직 변위 u_z 의 크기를 $z=60$ mm인 관찰표면의 몇 개 지점에서 서로 비교하여 나타낸 결과이다. 또한 유한요소 해석 결과를 근사해석 방법인 Gauss-Hermite 빔 모델의 결과[6]와 비교하였다. x-z 평면에서 x 또는 z축상으로 전파하는 경우에는 재료 성질의 대칭축 방향과 파동의 전파 방향이 일치하므로 파동의 에너지 속도와 위상속도는 같다. 그러나 이 두 방향 이외의 방향으로서는 에너지 속도로 전파하게 된다. Fig. 12에서 거리에 따라 파가 도달하는 시간을 이론적으로 계산할 수 있다. 즉, $x=0$ mm 인 지점에 평면 종파의 도달 시간을 계산하기 위하여 먼저 각 매질에서의 종파 속도를 구하면 등방성 재료에서는 $\sqrt{C_{33}/\rho} = 5900$ m/s, 이방성 매질에서는 $\sqrt{C_{33}/\rho} = 5157.6$ m/s 이다. 따라서 파의 도달시간은 $0.015/5900 + 0.025/5157.6 = 7.4 \mu\text{s}$ 이다. 또 $x=30$ mm 지점에서 가장 먼저 도달하는 파의 성분은 선원의 가장자리에서 발생하는 회절 종파이며, 이 경우에 파의 도달시간을 계산하기 위해서는 이방성 재료에서의 에너지 속도값을 사용해야 한다. 참고문헌 [17,18]을 이용하여 선원의 가장자리로부터 $x=30$ mm 방향의 에너지 속도값을 계산하면 5809 m/s 이다. 등방성 재료와 이방성 재료에서의 전파거리는 각각 17.7 mm, 29.5 mm 이므로 도달시간은 $17.7/5900 + 29.5/5809 = 8.08 \mu\text{s}$ 이다. 이 결과들은 FEM에 의한 계산 결과와 잘 일치한다.

Fig. 12에서 실선은 유한요소 해석결과를, 기호로 표시된 것은 Gauss-Hermite 빔 모델의 결과이다. 빔의 중앙부근 ($x=0$) 부근에서는 두 개의 값이 잘 일치함을 알 수 있으며, 빔의 중앙에서 멀어질수록 차이가 커진다. 이것은 Gauss-Hermite 모델에서 Fresnel 근사에 의한 것으로 생각된다.

5. 결 론

상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 2차원 등방성 및 이방성 재료에서 탄성파의 전파 및 산란 거동을 고찰하였다. 먼저 탄성파의 전파, 산란 문제의 유한요소 해석에서 해의 수렴과 관련하여 가장 중요한 두 가지 파라미터인 요소의 크기와 시간 적분에 필요한 시간 간격을 여러 가지 방법으로 조합하여 해석의 정확도를 점검하였다. 요소의 크기는 일반적으로 알려진 바와 같이 주어진 조건에서 가장 짧은 파의 한 파장당 10개 이하의 절점을 사용하고 ($l_e \leq \lambda_{\text{min}}/10$), 이 때 필요한 시간 간격은 가장

빠른 파가 한 시간 간격 동안 절점 사이를 전파하지 않아야 한다는 조건을 만족하도록 ($\Delta t < l_e/V_{LM}$) 요소의 크기와 시간 간격을 설정하였다. 전파 및 산란과 관련된 다섯 가지 경우의 문제를 고려하였으며, 앞의 설정한 조건을 사용하였을 때 FEM 수치 해석 결과는 이론 해석 및 실험 결과와 비교하여 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

후 기

본 논문은 한국원자력안전기술원의 연구비지원과 한국과학재단의 목적기초연구(과제번호: 2000-2-30400-013-3) 지원으로 수행되었음.

참고문헌

- [1] W. Lord, R. Ludwig and Z. You, "Developments in ultrasonic modeling with finite element analysis", Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 9, pp. 129-143, (1990)
- [2] Z. You, M. Lusk, R. Ludwig and W. Lord, "Numerical simulation of ultrasonic wave propagation in anisotropic and attenuative solid materials", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 38, No. 5, pp. 436-445, (1991)
- [3] A. Minachi, Z. You, R. B. Thompson, and W. Lord, "Predictions of Gauss-Hermite Beam Model and Finite Element Method for Ultrasonic Propagation Through Anisotropic Stainless Steel", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 40, No. 4, pp. 338-346, (1993)
- [4] F. Moser, L. J. Jacobs and J. Qu, "Modeling elastic wave propagation in waveguides with the finite element method", NDT&E International, Vol. 32, pp. 225-234, (1999)
- [5] W. H. Prosser, M. A. Hamstad, J. Gary and A. O'Gallagher, "Finite element and plate theory modeling of acoustic emission waveforms", Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 18, No. 3, pp. 83-90, (1999)

- [6] 조석재, 정현조, "동탄성 FEM과 초음파 빔 모델에 의한 이방성 재료의 탄성과 전파 해석", 한국비파괴 검사학회 1999 추계학술발표회 논문집, pp. 51-60, (1999)
- [7] N. N. Kishore, I. Sridhar and N. G. R. Iyengar, "Finite element modeling of the scattering of ultrasonic waves by isolated flaws", *NDT&E International*, Vol. 33, pp. 297-305, (2000)
- [8] 김진호, 정현조, "초음파 빔 모델과 경계요소법을 이용한 결함 평가", 한국비파괴검사 학회 1999 추계학술발표회 논문집, 1999. 11. 26, 서울, pp. 40-50
- [9] H. Yim and Y. Sohn, "Numerical Simulation and Visualization of Elastic Waves Using Mass-Spring Lattice Model", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 47, No. 3, pp. 549-558, (2000)
- [10] H. Lamb, *Philosophical Transactions of the Royal Society (London)* A203, p. 289, (1904)
- [11] J. D. Achenbach, *Wave Propagation in Elastic Solids*, North-Holland Publishing Co., Oxford, UK, (1975)
- [12] K. F. Graff, *Wave Motion in Elastic Solids*, Dover Publications, New York, 1973
- [13] G. F. Miller and H. Pursey, "On the Partition of Energy Between Elastic Waves in a Semi-Infinite Solid, *Proc. R. Soc. A233*, 55-69 (1956)
- [14] J. P. Weight, "A Model for the propagation of ultrasonic pulses in a solid medium, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 81, pp. 815-827 (1987)
- [15] R. T. Bayer and S. V. Letcher, *Physical Ultrasonics*, Academic Press, New York, (1969)
- [16] J. P. Wright, "A model to predict the ultrasonic echo responses of small targets in solids, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 94, pp. 514-526, (1993)
- [17] B. A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Second Ed., Robert E. Krieger Publishing Co., Malabar, FL, (1990)
- [18] 정현조, 박문철, "유한요소법을 이용한 이방성 재료에서의 초음파 전파 거동 해석", *대한기계학회논문집 A 권*, Vol. 26, No. 10, (2002)