측면 홈을 가지는 STS316 CT시험편의 정적 성장균열에 대한 프랙탈 기하학의 응용

윤유성† · 권오헌
부경대학교 안전공학과
(2002. 7. 10. 접수 / 2002. 10. 28. 채택)

Application of Fractal Geometry on the Static Growing Crack of STS316 CT Specimen with a Side Groove

Yu-Seong Yun† · Oh-Heon Kwon
Department of Safety Engineering, Pukyong National University
(Received July 10, 2002 / Accepted October 28, 2002)

Abstract : The application of fractal concept provides an useful method in the study for the quantitative analysis of irregular variations like the fracture surfaces and crack profiles. Fractal curves have characteristics that represents a self-similarity based on the fractal dimension. The fractal dimensions were obtained by the box counting method. In this report, we obtained the nearly stable fractal dimensions of fracture crack profiles for STS316 with CT specimen as the crack advances and the relationships between crack length and fractal dimension. Moreover fractal fracture parameter that corresponds to J-R curve is shown by the relationships between fractal dimension and crack extension. From the results, we concluded that the crack extension of high toughness material also shows the fractal characteristics, which can be used in order to evaluate the crack life precisely.
Key Words : self-similarity, fractal dimension, box counting method, J-R curve, crack life

1. 서 론

파괴는 인명이나 물적 재산에 막대한 손실을 가져다주는 현상으로 기계설비를 취급하는 제조업에서도 광범위하게 발생되고 있다. 이러한 현상에 대한 원인을 분석하고 안전대책을 수립하기 위하여 파괴현상에 밀접하게 관여되는 균열발생 및 성장에 대한 제어기구가 활발히 연구되어지고 있다. 한편 프랙탈 기하학에 대한 연구는 Mandelbrot[1]에 의하여 제안되어 20년 정도의 짧은 기간임에도 불구하고 여러 분야의 자연현상에 다양하게 발표가 되고 있다[2]. 프랙탈 특성은 자연현상의 불규칙한 변화를 정량적으로 나타내는 프랙탈차원으로[3-5], 파면 및 균열의 불규칙성을 정량화 함으로써 균열수명을 보다 더 정확히 예측하는데 적용될 수 있다.

Takashi 등[6]이 Mg계 알루미늄합금 A2505 및 기계구조용 탄소강 S25C에 대해 피로파괴에서 프랙탈과 파괴기구 해석을 고찰하였고, Dauskardt 등[7]은 입계 및 입내파괴를 일으키는 균열의 성장 합체를 정량적으로 평가하기 위하여 프랙탈 개념을 사용하였다. 또한 Underwood 등[8]은 AISI4340강을 이용하여 파단면에 대한 수직단면의 프랙탈 특성을 실험적으로 연구하였다. 이와 같이 재료의 각종 파면성상의 해석에 있어서, 파면이나 입자형태의 불규칙성에 대한 정량적 평가수법으로서 기존의 프랙토그래피적 수법과는 다른 프랙탈 개념을 응용한 해석법이 보고되어지고 있으나, 파괴기준이 되는 파라미터에 대한 균열성장거동의 프랙탈차원 적용은 거의 이루어지고 있지 않다. 따라서 본 연구에서는 전보[9]에서의 연구결과에 준하여 STS316에 대하여 균열성장 실험을 행한 후 프랙탈차원을 구하여 성장균열의 프랙탈 특성을 평가함과 동시에 프랙탈균열성장

†To whom correspondence should be addressed.
you-sung@hanmail.net

에 따른 J저항곡선과의 관계를 구하였다.

2. 프랙탈 기하학의 기본적 사항

2.1. 프랙탈 특성

Mandelbrot가 제안한 프랙탈은 그 속성이 자기상사성(Self-Similarity)과 순환성의 특징을 가지는 것으로 일정구간을 축소 또는 확대를 계속하여 무한히 반복할 때 얻어지는 기하학적 도형이다.

Fig. 1은 프랙탈의 특성을 가지는 코흐곡선의 형성과정을 나타내고 있다. Fig. 1 (a)와 같이 길이 1의 선분 하나를 생각한 후, 3등분하여 단위길이가 1/3인 3선분으로 나누어 Fig. 1 (b)와 같이 확대하고, 이것을 다시 3등분하여 1/3인 부분을 확대하면 Fig. 1 (c)와 같이 형성된다. Fig. 1 (c)에 대하여 다시 1/3등분씩 하여 동일한 작업을 되풀이한다. 이와 같이 동일한 작업을 무한히 반복하여 극한에서 정의된 곡선이 Fig. 1 (e)의 코흐곡선이다. 즉 일정구간을 확대해 보면 전체의 구간과 같은 모양을 가지며 어느 배율에서도 같은 곡선의 형태가 주어져 스케일 변환에 대하여 자기상사성의 불변량을 지니는 프랙탈 특성을 가진다. 이러한 성질로부터 새로운 정량적 수치를 계산하여 균열과 같은 불규칙한 곡선거동에 대한 정량적 수치를 계산할 수 있다. 유클리드 기하학의 개념에서는 선은 1차원, 면은 2차원, 공간은 3차원이라는 정수차원으로 나타나지만, 프랙탈차원은 정수가 아닌 소수로 얻어진다. 균열의 불규칙 곡선은 비정수차원의 특성을 나타내며 다음 식 (1)에 의하여 평가할 수 있다[4].

$$L(\eta) = L_0 \cdot \eta^{-(D-1)} \tag{1}$$

여기서, L은 균열윤곽선의 길이, L_0는 길이차원의 상수이며 각각 측정되는 불규칙한 실측길이와 측정되어지는 전체의 직선길이에 해당한다. 또한 η는 측정단위척도이며 무차원길이 값을 가진다. 이때 D가 프랙탈차원을 나타낸다. 식 (1)을 양변에 대수를 취하면 선형방정식으로 나타나므로 직선의 기울기가 Mandelbrot 정의에 의한 프랙탈차원을 의미하게 된다. 이러한 자기상사성을 나타내는 프랙탈차원은 프랙탈을 해석하는데 매우 중요하며, 자기상사성이 큰 프랙탈일수록 높은 프랙탈차원을 가지며 보다 거칠고 불규칙하게 보인다.

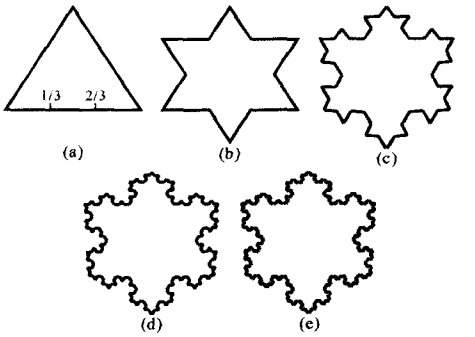

Fig. 1. Self-Similarity of irregular curve(Koch curve)

2.2. 프랙탈차원의 평가수법

균열곡선에 대한 프랙탈차원의 측정방법은 격자계수법(box counting method)을 이용하였다. 기준의 곡선길이에 대하여 측정단위 측도 η를 기준단위 측정길이 r로 변환하여 정방형 격자로 구성한다. 구성된 정방형 격자 중 균열곡선이 포함되는 개수 N을 측정하여 대수비에 대한 직선의 기울기를 구하면 식 (2)와 같은 프랙탈차원 D가 얻어진다. 여기서 얻어진 D차원은 Minkowski-Bouligand 차원과 동일하다.

$$D = \lim_{r \to 0} \frac{\ln N(L, r)}{\ln r} \tag{2}$$

여기서 D차원은 1<D<2의 비정수값을 가지게 되며 이러한 비정수값을 가지는 선은 프랙탈거동 특성을 나타낸다.

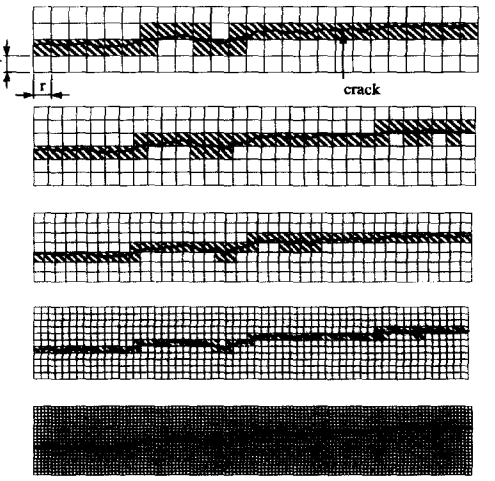

Fig. 2. Box counting for fractal dimension(×50). The crack curve lies in the unit square which has been subdivided into small boxes with side r measuring unit scale

Fig. 2에서 50배로 촬영된 균열면에 격자계수법의 격자를 형성하여 적용한 예를 나타내고 있다. 식 (2)을 이용한 격자계수법을 적용하기 위해서는 CCD를 부착한 광학현미경에 의해 균열곡선면의 평면을 먼저 획득하여 PC에 저장한 후 균열을 포함하는 평면위에 한 변 길이가 r인 정방형 격자를 Fig. 2와 같이 이산화 한다. 균열을 포함하는 평면상에서 균열곡선이 포함되어 있는 정방형의 격자 개수 N을 상용 영상처리 소프트웨어에 의해 측정한다. 한 변 길이가 r인 정방형 격자를 감소시켜 앞의 작업을 반복한다.

기준단위 측정길이인 r은 상사비의 의미를 가지며 프랙탈곡선 형성반복단계에서의 단위구간으로서 격자간격에 대응한다. 측정하고자 하는 균열곡선에 있어서 정방형의 격자를 형성하여 얻어지는 수 N을 r에 대하여 양대수좌표로 나타내어 얻어지는 직선의 기울기를 구하면 된다. 균열을 따라 해칭되어진 부분의 격자수가 N(L, r)이다.

3. 시험편 및 실험방법

3.1. 시험편

본 실험에 사용된 실험재료는 STS316으로서 화학적 성분과 기계적 성질을 Table 1 및 2에 나타내었다. 시험편의 측면은 두께에 대해 25%의 홈을 가진 CT시험편으로 ASTM-E647-93 추장법에 따라 피로예균열을 삽입하여 a_0/W=0.6, 0.64와 0.67이 되게 하였다. 여기서 a_0는 초기균열길이이며 W는 시험편 폭을 나타낸다. 시험편의 형상 및 치수는 Fig. 3에 나타낸다.

3.2. 실험 및 측정방법

피로균열은 S(H)사 EHF Servopulser 피로시험기를 사용하여 응력비 0.1, 반복수 25Hz인 정현파의 하중제어로 실온·대기 중에서 행하였다. 프랙탈

Table 1. Chemical compositions(Wt. %)

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo	Fe
0.072	0.09	1.582	0.043	0.028	9.381	17.46	1.620	Bal

Table 2. Mechanical properties

Tensile strength	Elastic modulus	Yielding stress	Elong. (%)	Reduction (%)
588MPa	193.06GPa	240.1MPa	56	66

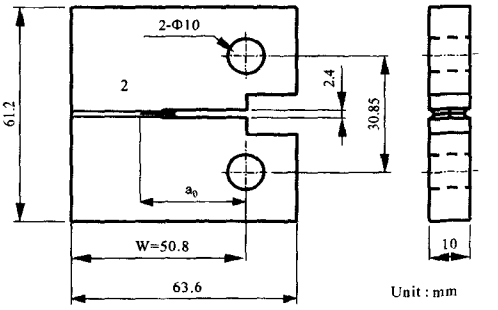

Fig. 3. STS316 specimen configuration

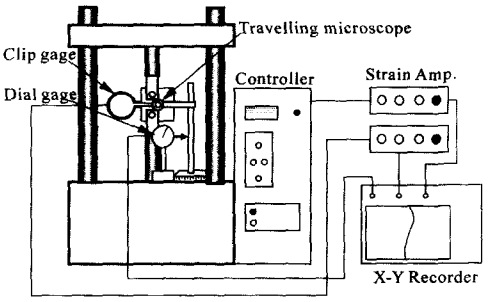

Fig. 4. Apparatus of experiments

균열의 파괴실험은 최저인장속도 0.1mm/min으로 행하여 직경 57mm 클립 게이지(RA20SAH)의 변위와 하중 및 균열길이를 동시에 측정하였다. 균열길이는 전기저항식 다이얼 게이지가 부착된 이동식 현미경을 이용하여 측정하였으며 X-Y기록계에 하중-변위 곡선과 동시에 기록하였다.

프랙탈차원은 광학현미경에 연결된 CCD로부터 50배로 촬영하고, 촬영된 균열형상은 영상처리 보드가 장착된 PC시스템을 통해 전체 균열길이에 대한 균열면을 저장하였다. 전체 균열형상은 전체 프랙탈 균열성장길이를 취득하기 위해 각각 촬영된 이미지를 파노라마로 연결하였다. 연결된 파노라마 이미지는 각 균열성장길이의 프랙탈차원을 격자계수법으로 적용하기 위하여 사용되었으며 균열성장길이 구간을 50배에서 단위길이 50mm로 등분하였다. 각 구간에 대하여 r은 측정척도로서 1mm~5mm의 눈금 격자로 50배에서 실제길이는 20.0 μm~100 μm로 취하여 격자를 형성하였다. 각 측정척도에서 격자에 포함된 균열곡선의 수를 이미지측정 소프트웨어로 측정하였다. Fig. 4는 피로시험 및 프랙탈균열의 파괴실험장치의 개략도를 나타내고 Fig. 5는 광학현미경에 CCD가 연결되어 영상처리 보드가 내장된 PC 시스템 장치의 개략도를 나타낸다.

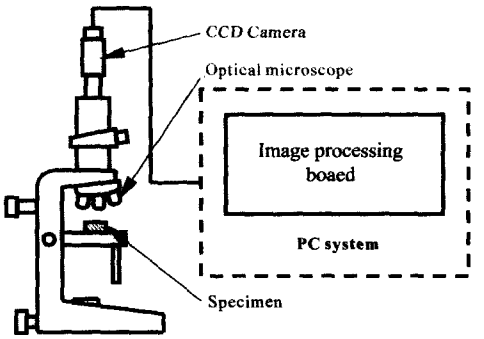

Fig. 5. Schematic view of test setup with image processing system for counting number of box

4. 결과 및 고찰

4.1. 하중, 변위 및 성장균열길이 곡선

Fig. 6은 a0/W가 0.6, 0.64 및 0.67에 대한 X-Y 레코드를 통한 하중과 하중선 변위 및 균열성장길이와의 관계를 나타낸다. 최대하중 이후까지 균열은 성장을 나타내지 못하고 있음을 알 수 있었다. 이것은 균열단에서 둔화작용이 대단히 크게 일어나 대규모 소성역이 발생되고 있음을 나타낸다. 또한 측정된 균열성장길이는 시편의 한 방향에서 측정된 결과를 나타낸 것으로 반대 면에서의 측정결과와 거의 일치하여 좌우 균일하게 성장하는 것으로 가정하였다. 여기서의 균열성장길이는 통상의 겉보기 직선 측정길이이며 프랙탈곡선에 의한 균열길이는 차이가 발생한다. 프랙탈균열길이는 식 (2)을 응용하여 식 (3)과 같이 주어진다. 여기서 $r = \frac{\eta}{L_0}$ 이다. 프랙탈차원이 구하여지면 식 (3)에 의하여 프랙탈균열성장길이를 구할 수 있다.

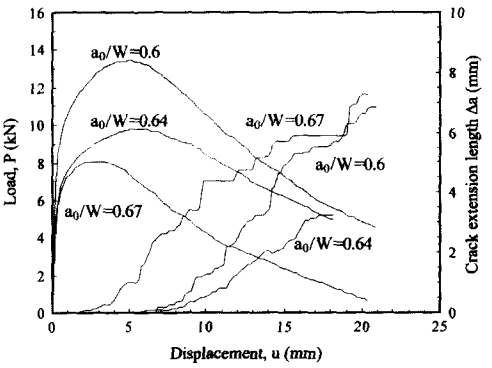

Fig. 6. The relationships of the load-displacement and crack extension length

$$a_f = a^D r^{(1-D)} \tag{3}$$

4.2. 성장균열곡선 형상의 프랙탈차원

a_0/W=0.6, 0.64 및 0.67 각각의 경우에 대하여 인장파괴실험 후 광학현미경에 연결된 CCD로부터 일정구간을 50배로 확대하여 촬영된 이미지를 파노라마로 연결하여 전체 균열성장길이를 취득하고 균열성장길이에 대해 50mm 구간에 격자를 형성하였다. 각 구간에 대하여 r을 20 μm~100 μm로 변화시켜 균열이 격자를 통과하는 N값을 구하였다.

Fig. 7은 a_0/W=0.6 일 때 얻어진 전체 균열성장길이에서 가장 선형적인 구간에 해당하는 피로균열을 기준으로 수평선을 취득하여 피로균열을 제외한 균열성장길이를 따라 50mm 구간의 지점에서 수평선과 만나는 수직인 지점을 50배율로 환산·계산하여 얻은 직선 균열길이에서의 각 성장균열길이에 따른 log r과 log N과의 관계를 나타내고 있다. 어느 경우에 있어도 r이 커짐에 따라 N의 값이 거의 직선적으로 감소하고 있어 균열이 성장함에 따라 식 (2)가 성립함을 알 수 있다. 마찬가지로 a_0/W=0.64 및 0.67의 경우도 직선변화를 하였다. 따라서 각 균열성장형상은 프랙탈 특성을 지님을 나타낸다. 또한 프랙탈차원 D는 최소자승법으로 직선의 기울기를 구하여 얻어진다. 얻어진 프랙탈차원 D는 a_0/W=0.6일 때 성장균열길이 3.3, 4.2, 5.2, 6.16, 7.18, 8.15, 9.15, 10.15, 11.12, 12.09, 13.08 및 14.09mm에서 각각 1.0579, 1.0319, 1.0334, 1.0221, 1.076, 1.0134, 1.0182, 1.0442, 1.0177, 1.037, 1.0342 및 1.0432가 얻어졌다. 또한 a0/W=0.6일 때와 유사하게 a_0/W=0.64일 때의

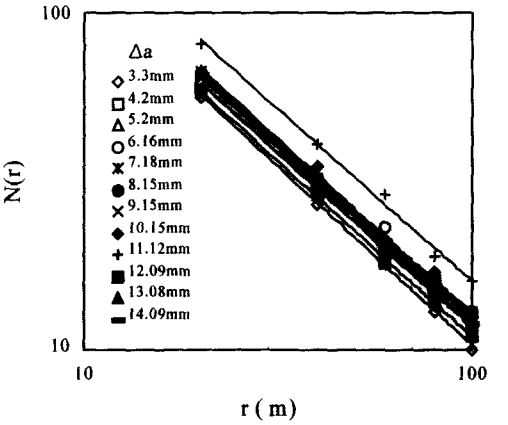

Fig. 7. Logarithmic fractal dimension through least square method a_0/W=0.60

성장균열길이 4.54, 5.44, 6.38, 7.39, 8.392, 9.38 및 10.38mm에 대하여 프랙탈차원 D는 각각 1.0212, 1.0366, 1.0467, 1.0009, 1.0372, 1.0547 및 1.0388이 얻어졌고, a_0/W=0.67일 때는 각 성장균열길이 4.73, 5.7, 6.64, 7.638, 8.7, 9.62, 10.7, 11.604, 12.6, 13.6 및 14.58mm에 대하여 각각 1.0419, 1.0812, 1.0578, 1.0395, 1.0289, 1.006, 1.0676, 1.0393, 1.0357, 1.035 및 1.0789가 얻어졌다.

4.3. 프랙탈차원과 균열진전거동과의 관계

Fig. 8은 50mm 구간의 프랙탈균열성장 위치에서 프랙탈차원의 변화를 나타내고 있다. a_0/W의 변화에 관계없이 프랙탈차원은 균열발생 개시부터 대균열이 되기까지 약 1.0009에서 1.0812사이에서 변화하여 균열성장길이에 따라 거의 일정한 값을 나타내고 있으며, 이것은 균열면의 형상변화가 비교적 일정한 형태를 유지하고 있음을 나타낸다.

Fig. 9는 a_0/W=0.6일 때 각 r구간에서의 프랙탈균열길이와 직선균열길이와의 관계를 나타내고 있다. 현재 50배의 경우 거의 직선 변화하여 균열성장에 따라 거의 일정한 프랙탈 기하학적 특성을 나타낸다.

Fig. 10은 각 직선균열성장길이에서의 기준단위 측정길이 r의 변화에 따른 프랙탈균열성장길이와 직선균열성장길이 비를 나타낸다. r의 증가에 따라서 프랙탈균열성장길이와 직선균열성장길이 비가 점차적으로 감소하는 경향을 나타내어 프랙탈 특성을 잘 보여주고 있으며 최대 25%의 균열성장길이비 내에 있음을 알 수 있다.

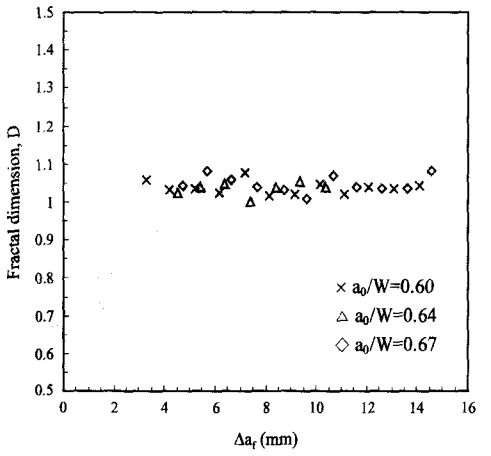

Fig. 8. Variations of fractal dimension D as a function of extension crack length

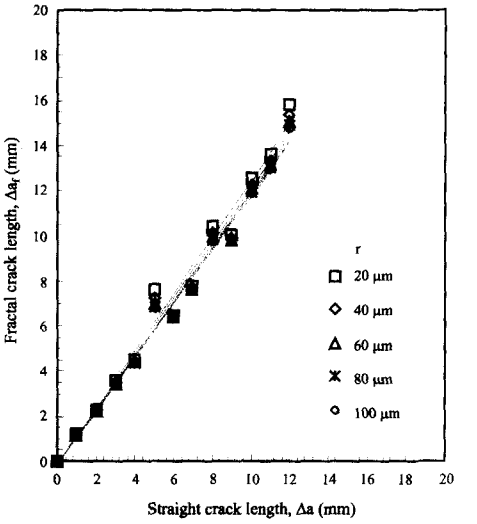

Fig. 9. Relation of the fractal crack length and straight crack length (a_0/W=0.60)

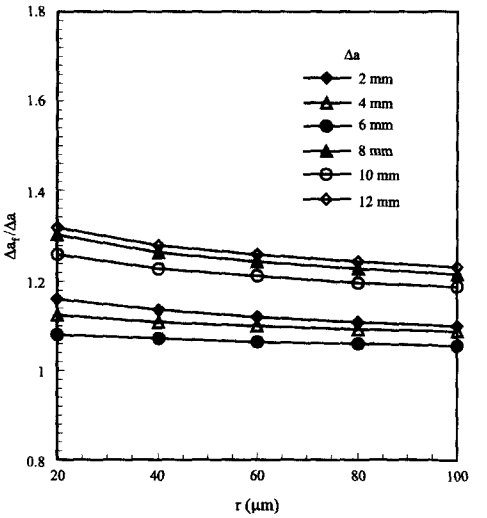

Fig. 10. Relations between the ratio of the fractal and straight crack length according to unit length r (a_0/W=0.60)

Fig. 11은 a_0/W=0.6일 때 단위측정길이 r이 20μm에서 식 (4)에 프랙탈균열성장길이 Δa_f를 적용한 J 곡선을 나타내고 있다.

$$J_{n+1} = \left[J_n + \frac{f(a_n/W)}{b_n}\frac{A_n, A_{n+1}}{B}\right] \times \left[1 - \frac{\gamma_n}{b_n}(a_{n+1} - a_n)\right] \quad (4)$$

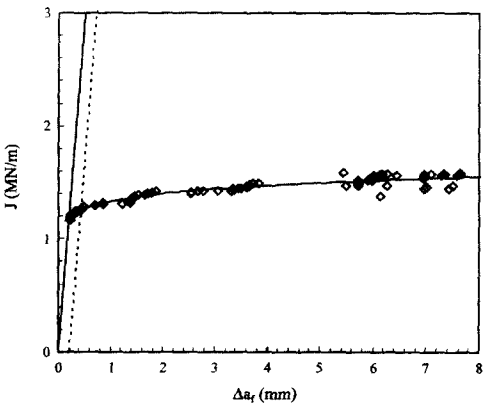

Fig. 11. J-R curve by fractal crack extension length (a_0/W=0.6, r=20 μm)

여기서 $f\left(\frac{a_n}{W}\right)$, α와 r_n 는 다음과 같다.

$$f\left(\frac{a_n}{W}\right) = 2(1+\alpha)/(1+\alpha^2) \quad (5)$$

$$\alpha = \sqrt{\left(2\frac{a_n}{b_n}\right)^2 + 2\left(2\cdot\frac{a_n}{b_n}\right) + 2} - \left(2\cdot\frac{a_n}{b_n}+1\right) \quad (6)$$

$$\gamma_n = 1 + 0.76\frac{b_n}{W} \quad (7)$$

또한 a_n은 각 구간에서의 균열성장길이 Δa_f이며, b_n은 이때의 잔여 폭을 나타낸다.

J곡선에서 프랙탈균열성장길이 일 때 0.2mm 옵셋트선을 사용하여 J_C=1.24MN/m을 얻었다. 주어진 J를 이용하여 파괴의 특성거동을 정확히 표현할 수 있는 하나의 파괴 파라미터로서 기계설비구조물의 안전성평가에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

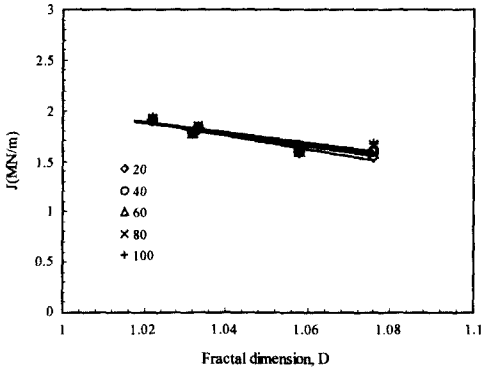

Fig. 12. Relation of the JC and fractal dimension (a_0/W=0.6)

Fig. 12는 a_0/W=0.6일 때 Fig. 11에서와 동일하게 구한 J와 각 측정단위구간 r에서 얻어진 프랙탈차원과의 관계를 나타낸다. J는 프랙탈차원 D의 증가에 따라 약간 감소하는 경향을 나타내고 있다. 여기서 단위측정길이 r이 20 μm에서 J-D의 관계식을 구하면 식 (8)과 같다. 따라서 성장균열길이에 대한 프랙탈차원 D를 구함으로써 J파라미터를 간이적으로 평가할 수 있다.

$$J = -6.7875D + 8.8123 \quad (8)$$

5. 결 론

본 연구는 25% 측면 홈을 가진 STS316 CT시험편의 안정성장 파괴에 따라 발생한 성장균열의 형상 및 거동에 대하여 프랙탈 개념을 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 격자계수법으로 STS316강의 안정성장균열형상의 프랙탈차원을 구하여 균열성장에 따라 프랙탈 특성을 나타냄을 알았다.

(2) 균열이 성장함에 따라 프랙탈차원은 1.02~1.0812로 평균 1.0506이 얻어졌으며 비교적 안정적으로 일정한 변화를 하였다.

(3) 프랙탈성장균열과 직선성장균열과의 관계는 거의 직선적으로 변화하였다. 또 프랙탈균열성장길이를 적용한 J적분저항곡선을 구하여 J_c=1.24MN/m을 구하였다.

(4) J와 D의 간이적 관계식인 J=-6.7875D+8.8123을 얻었다.

(5) 프랙탈차원의 정량적 평가에 의하여 파단 및 균열면 형상변화에 기초한 보다 정확한 균열성장거동을 예측하는데 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1) Benoit. B., Mandelbrot, "The Fractal Geometry of Nature," W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
2) 류주환, "프랙탈과 고분자과학," 고분자과학기술, Vol. 5, No. 5, pp. 479~491, 1994.
3) Jiang, X. G., Cui, J. H. and Ma, L. X., "A Fractal Model for Cavity Damage and Fracture of Materials during Superplastic Deformation," Acta metall.

mater., Vol. 40, No. 6, pp. 1267~1270, 1992.
4) K. K Ray, and G., Mandal, "Study of Correlation between Fractal Dimension and Impact Energy in a High Strength Low Alloy Steel," Acta metall. mater., Vol. 40, No. 3, pp. 463~469, 1992.
5) Z. H, Huang, J. F. Tian, and Z. G., Wang, "A Study of the Slit Island Analysis as a Method for Measuring Fractal Dimension of Fractured Surface," Scripta Metallurgica, Vol. 24, pp. 967~972, 1990.
6) Takashi S., Tatsuo A., and Akira U., "フラクタル特性に基づく金屬疲勞破面性狀の破壞力學的考察," 日本機械學會論文集, 66卷, 652号, pp. 2183~2190, 2000.
7) R. H., Dauskardt, F. Haubensak, and R. O., Richie, "On the Interpretation of the Fractal Character of Fracture Surfaces," Acta metall. mater., Vol. 38, No. 2, pp. 143~159, 1990.
8) Ervin E. Underwood, and Kingshuk Banerji, "Fractals in Fractography," Materials Science and Engineering, Vol. 80, pp. 1~14, 1986.
9) 권오헌, "성장균열 형상에 대한 기초적 프랙탈 특성연구," 한국박용기관학회지, Vol. 22, No. 4, 1998.