

# 횡방향 충격을 받는 적층복합판의 층간전단응력 해석

안국찬<sup>†</sup> · 박승범<sup>\*</sup> · 김봉환<sup>\*\*</sup>

진주산업대학교 기계설계공학과 · <sup>\*</sup>부산대학교 기계기술연구소 · <sup>\*\*</sup>양산대학 기계설비과  
(2002. 7. 2. 접수 / 2002. 10. 2. 채택)

## Interlaminar Shear Stresses of Laminated Composite Plates Subjected to Transversely Impact

Kook-Chan Ahn<sup>†</sup> · Seung-Bum Park<sup>\*</sup> · Bong-Hwan Kim<sup>\*\*</sup>

Department of Mechanical Design Engineering, Jinju National University

<sup>\*</sup>Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

<sup>\*\*</sup>Department of Air Conditioning, Refrigerating & Sanitary Systems, Yangsan College

(Received July 2, 2002 / Accepted October 2, 2002)

**Abstract :** This paper demonstrates the analyses of the interlaminar shear stress of laminated composite plates subjected to transversely impact. For this purpose, a plate finite element model based on the higher order shear deformation plate theory in conjunction with static contact laws is developed. Test materials were CFRP with cross-ply laminate  $[0_4/\theta_4]_s$ ,  $[90_4/\theta_4]_s$  stacking sequences and angle-ply laminate  $[\theta_4/-\theta_4]_s$ ,  $[\theta_4/\theta_4]_s$  stacking sequences with  $2' \times 40'' \times 100'$ (mm) dimension. As a result, stacking sequence and fiber orientation were found to have a significant effect on the interlaminar stresses in composite laminates.

**Key Words :** laminated composites, interlaminar shear stress, transversely impact, stacking sequence, fiber orientation

### 1. 서 론

오늘날의 기계들은 점점 고속화되면서 충격하중을 받는 기회가 증가하며 이에따라 충격점 부근에서 생기는 큰 층간전단응력은 충격후 심한 강도 저하를 일으킨다. 적층복합재는 사용자의 필요에 따른 배열 때문에, 재료 내부의 이방성으로 인하여 복잡한 거동을 하며, 따라서 충격으로 인한 내부의 응력 상태도 다양하게 변화한다<sup>1)</sup>.

충격을 받는 적층복합재의 응력에 대한 연구는 대부분 지금까지는 단층내에서의 인장과 압축응력, 그리고 단층내의 응력만을 고려하는 데 국한되었다. 하지만 적층복합재에서의 층간전단응력과 강도에도 결정적인 영향을 미친다<sup>2)</sup>.

따라서 본 논문에서는 단층내의 응력은 물론 모재균열과 층간분리의 직접적인 원인이 되는 층간전

단응력을 구하기 위하여 Reddy<sup>3)</sup>의 고차전단변형이론에 정적 접촉법칙을 수정한 적층복합판의 충격해석을 위한 동적유한요소법을 개발하였다. 그리고 Cross-Ply와 Angle-Ply의 경우를 각각 비교하여 층별, 층간에 작용하는 층간전단응력의 변화를 구하였고, 적층순서와 적층방향에 대한 응력 상태를 비교, 연구하였다.

### 2. 이론해석

다수의 얇은 직교이방성 단층들이 적층되어 있는 적층복합판이 외부 물체에 의하여 횡방향으로 충격을 받게되면 굽힘이 발생한다. 이 굽힘에 있어서 횡방향의 전단변형을 정확히 고려하기 위하여 Reddy<sup>3)</sup>의 고차전단변형이론(higher-order shear deformation theory)을 사용한다. Fig. 1과 같이 변위가 판의 두께에 대하여 3차곡선으로 변화하면, 변위성분은 다음과 같다.

<sup>†</sup>To whom correspondence should be addressed.  
kcahn@jinju.ac.kr

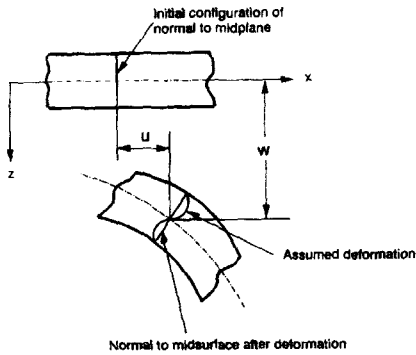


Fig. 1. Geometry of deformation in the x-z plane

$$\begin{aligned} u_1 &= u + z \left[ \psi_x - \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \left( \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ u_2 &= v + z \left[ \psi_y - \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \left( \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ u_3 &= w \end{aligned} \quad (1)$$

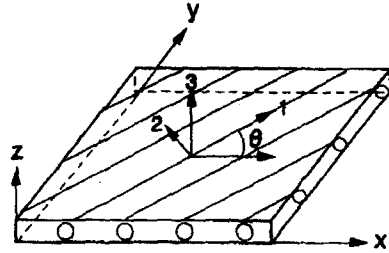
여기서,  $u, v$ 와  $w$ 는 판의 중립면에서의 변위 성분들이고,  $\psi_x$ 와  $\psi_y$ 는 각각  $x$ 면과  $y$ 면의 회전성분들이다.

그리고, 변형률-변위 관계식으로부터 변형률 성분들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_1^0 + z(x_1^0 + z^2 x_1^2) \\ \epsilon_y &= \epsilon_2^0 + z(x_2^0 + z^2 x_2^2) \\ \epsilon_z &= 0 \\ \gamma_{yz} &= \epsilon_4^0 + z^2 x_4^2 \\ \gamma_{xz} &= \epsilon_5^0 + z^2 x_5^2 \\ \gamma_{xy} &= \epsilon_6^0 + z(x_6^0 + z^2 x_6^2) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$\begin{aligned} \epsilon_1^0 &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_2^0 = \frac{\partial v}{\partial y} \\ x_1^0 &= \frac{\partial \psi_x}{\partial x}, \quad x_2^0 = \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ x_1^2 &= -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ x_2^2 &= -\frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \epsilon_4^0 &= \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \epsilon_5^0 = \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$



(1, 2, 3) Lamina(material) reference axes

(x, y, z) Laminate(plate) reference axes

Fig. 2. Reference coordinate for lamina and laminates

$$\begin{aligned} \epsilon_6^0 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad x_6^0 = \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \\ x_4^2 &= -\frac{4}{h^2} \left( \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad x_5^2 = -\frac{4}{h^2} \left( \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ x_6^2 &= -\frac{4}{3h^2} \left[ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \end{aligned}$$

이다.

적층복합판의 임의의  $k$ 번째 단층에 대해서 Fig. 2와 같은 판기준좌표계에 대한 응력-변형률 관계는 다음과 같다<sup>4)</sup>.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.a)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (4.b)$$

여기서  $\bar{Q}_{ij}$ 는 변환된 감소 강성 계수이다.

그리고 적층복합판에 작용하는 응력의 합력 성분들은 각 단층의 응력 성분을 각 단층의 두께에 대하여 적분하여 더하면 다음과 같이 된다<sup>4)</sup>.

$$\begin{aligned} (N_i, M_i, P_i) &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_i^{(k)}(1, z, z^2) dz \quad (i=1, 2, 6) \\ (Q_2, R_2) &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_4^{(k)}(1, z^2) dz \\ (Q_1, R_1) &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_5^{(k)}(1, z^2) dz \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $N$ 은 적층복합판의 단층 수이고,  $z$ 는 중립면에 대한 각 단층의 두께 좌표이다.

식(1)의 변위성분과 식(4)의 구성방정식에 적합한 운동방정식을 유도하기 위하여 Hamilton의 원리<sup>5)</sup>를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$0 = \delta \int_0^t [K - (V + U)] dt$$

$$= - \int_0^t \left\{ \int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) dA dz - \int_{\Omega} q \delta u_3 dA \right\} dt$$

$$+ \frac{\delta}{2} \int_0^t \int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} \rho (\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2) dA dz dt \quad (6)$$

여기서  $K$ ,  $V$ 와  $U$ 는 각각 운동에너지, 위치에너지와 변형률에너지이며,  $q$ 는 판에 횡방향으로 작용하는 하중이고  $\rho$ 는 판의 밀도이다.

식(6)으로부터 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\delta u : \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_6}{\partial y} = I_1 \ddot{u} + \bar{I}_2 \ddot{\psi}_x - \frac{4}{3h^2} I_4 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x}$$

$$\delta v : \frac{\partial N_6}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = I_1 \ddot{v} + \bar{I}_2 \ddot{\psi}_y - \frac{4}{3h^2} I_4 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y}$$

$$\delta w : \frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + q - \frac{4}{h^2} \left( \frac{\partial R_1}{\partial x} + \frac{\partial R_2}{\partial y} \right) + \frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 P_6}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 P_2}{\partial y^2} \right)$$

$$= I_1 \ddot{w} - \left( \frac{4}{3h^2} \right)^2 I_7 \left( \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \right) + \frac{4}{3h^2} I_4 \left( \frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y} \right) + \frac{4}{3h^2} \bar{I}_5 \left( \frac{\partial \ddot{\psi}_x}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{\psi}_y}{\partial y} \right) \quad (7)$$

$$\delta \psi_x : \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial M_6}{\partial y} - Q_1 + \frac{4}{h^2} R_1 - \frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial P_1}{\partial x} + \frac{\partial P_6}{\partial y} \right) = \bar{I}_2 \ddot{u} + \bar{I}_3 \ddot{\psi}_x - \frac{4}{3h^2} \bar{I}_5 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x}$$

$$\delta \psi_y : \frac{\partial M_6}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial y} - Q_2 + \frac{4}{h^2} R_2 - \frac{4}{3h^2} \left( \frac{\partial P_6}{\partial x} + \frac{\partial P_2}{\partial y} \right) = \bar{I}_2 \ddot{v} + \bar{I}_3 \ddot{\psi}_y - \frac{4}{3h^2} \bar{I}_5 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y}$$

여기서  $I_i$ 는 관성항이다<sup>5)</sup>.

### 3. 수치해석

적층복합판의 횡방향 전단변형을 고려하기 위하여 식(1)과 같이 변위 구성식에 신장, 굽힘항 외에도 전단변형항을 포함시켜야 한다. 이를 위하여 각 절

점당  $u, v, w, \psi_x, \psi_y$ 의 5개의 자유도(degree of freedom)를 갖는 2차 사각형 요소를 유한요소모델로 사용하였다.

각 자유도를 동일한 형상함수를 사용하여 변위 성분들을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \psi_{x_i} \\ \psi_{y_i} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서  $r$ 은 요소당 절점수이고,  $u_i, v_i, w_i, \psi_{x_i}, \psi_{y_i}$ 는 각각 절점값이다.

Hamilton의 원리를 이용하여 유한 요소 운동방정식을 구하여 전체 영역에 대하여 조립하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{F\} \quad (9)$$

여기서  $[M]$ ,  $[K]$ ,  $\{F\}$ 는 각각 전체 영역에 대한 질량 행렬, 강성 행렬과 하중 벡터이다.

그리고 강성행렬의 구성시 전단잠금(shear locking)현상을 완화시키기 위하여 선택적 감소적분법을 사용하였다. 신장과 굽힘 변형에 대한 강성행렬에서는 완전 적분을 하고, 횡방향 전단 변형에 대해서는 감소 적분을 하여 강성행렬을 계산하였다.

횡방향 전단변형을 고려한 적층복합판의 해석에는 식(9)와 같이 시간과 관련된 동적 문제의 해석을 위하여, 가속도  $\{\ddot{\Delta}\}$ 의 변화가 시간 간격  $\Delta t$ 에 대해 선형적이라고 가정하는 Wilson과 Crook의 유한차분법<sup>6)</sup>을 이용하여 시간 적분을 행하여 해를 구하였다.

가속도가 시간 간격  $\Delta t$ 에 대해 선형적으로 변하는 경우, 속도  $\{\dot{\Delta}\}$ 와 변위  $\{\Delta\}$ 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\{\dot{\Delta}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{\Delta}\}_t + \frac{\Delta t}{2} \{\ddot{\Delta}\}_t + \frac{\Delta t}{2} \{\ddot{\Delta}\}_{t+\Delta t} \quad (10)$$

$$\{\Delta\}_{t+\Delta t} = \{\Delta\}_t + \Delta t \{\dot{\Delta}\}_t + \frac{\Delta t^2}{3} \{\ddot{\Delta}\}_t + \frac{\Delta t^2}{6} \{\ddot{\Delta}\}_{t+\Delta t}$$

여기서 하첨자  $t$ 와  $t+\Delta t$ 는 현재 시간 단계와 다음 시간 단계를 각각 나타낸다. 식(10)를 식(9)에 대입하여 운동방정식을 수정하면 다음과 같이 된다.

$$[\hat{M}]\{\ddot{\Delta}\}_{t+\Delta t} = \{\hat{F}\} \quad (11)$$

여기서  $[\hat{M}]$ 과  $[\hat{F}]$ 는 다음과 같다.

$$[\hat{M}] = [M] + \frac{\Delta t^2}{6} [K] \quad (12)$$

$$[\hat{F}] = (F)_{t+\Delta t} - [K]((\Delta)_t + \Delta t(\dot{\Delta})_t + \frac{\Delta t^2}{3}(\ddot{\Delta})_t)$$

그리고 강구에 대한 운동방정식은 시간  $t+\Delta t$ 에서 다음과 같다.

$$F_{t+\Delta t} = -m_s \ddot{w}_{t+\Delta t} \quad (13)$$

여기서  $F_{t+\Delta t}$ 는 현재의 시간 단계에서 강구와 판의 접촉력이다.

본 논문의 수치해석에서는 CFRP 적층복합재의 재료상수를 사용하였으며, Table 1에 나타내었다. 적층판의 크기는  $40 \times 100$ (mm)이며, 양단 고정-양단 자유의 경계조건을 가지며 사용된 유한요소모델은 Fig. 3과 같다.

적층방향에 따른 응력의 변화를 관찰하기 위하여,  $[0_4/\theta_4]_s$ 와  $[90_4/\theta_4]_s$ 의 Cross-Ply( $0^\circ$ 와  $90^\circ$ 의 적층방향으로 이루어짐) 적층형태와  $[\theta_4/-\theta_4]_s$ 의 Angle-Ply ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 의 범위에서 최소 하나의 층이  $0^\circ$  또는  $90^\circ$ 의 적층방향으로 이루어짐) 적층형태에 대하여  $\theta$ 의 각도를  $15^\circ$ 씩 변화시키면서 층간전단응력의 변화를 살펴보았다. 그리고 적층순서에 대한 층간전단응력의 변화를 관찰하기 위하여,  $[0_4/90_4]_s$ 와  $[90_4/0_4]_s$ 의 Cross-Ply 적층형태와  $[45_4/-45_4]_s$ 와  $[-45_4/45_4]_s$ 의 Angle-Ply 적층형태에 대하여 비교하였다.

Table 1. Mechanical properties of CFRP and steel ball

CFRP Properties		
$E_1 = 122.7$ GPa	$E_2 = 8.1$ GPa	
$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 3.6$ GPa		
$\nu_{12} = 0.331$	$\rho = 1,563$ kg/m <sup>3</sup>	
Steel Ball Properties		
$E_s = 207$ GPa	$R_s = 7.14$ mm	$\nu_s = 0.3$
$\rho_s = 7,860$ kg/m <sup>3</sup>	$m_b = 1.5$ g	

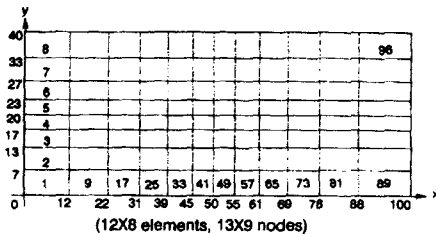


Fig. 3. Finite element model of laminated plates

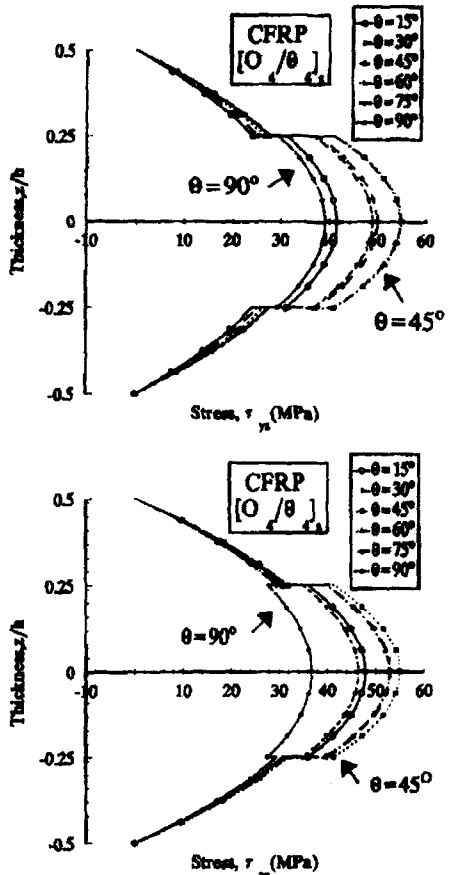


Fig. 4. Stress distributions for  $[0_4/\theta_4]_s$  CFRP laminates at thickness direction

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1. 적층방향에 따른 응력분포

양단이 고정된 적층복합판의 중앙에 강구에 의하여  $40\text{m/s}$ 의 충격속도를 받는 경우에 대하여 강구의 충격 후 최대 접촉력이 발생하는 시간  $10 \mu\text{sec}$ 에서 충격 지점 부근에서의 각 단층의 내부에 발생하는 응력을 구하였다.  $[0_4/\theta_4]_s$ ,  $[90_4/\theta_4]_s$ 와  $[\theta_4/-\theta_4]_s$  적층복합판에서 적층각  $\theta$ 의 변화에 대한 층간전단응력의 분포를 Fig. 4~Fig. 6에 각각 나타내었다. 층간전단응력  $\tau_{yz}$ 와  $\tau_{xz}$ 는 적층각  $\theta$ 의 변화에 대하여 판의 표면에서는 변화가 적고, 판의 중간면에서는 큰 변화를 나타낸다.

Fig. 4의  $[0_4/\theta_4]_s$  적층복합판에서  $\tau_{yz}$ 와  $\tau_{xz}$ 는 적층각  $\theta$ 가  $15^\circ$ 에서  $45^\circ$ 까지는 응력값이 계속 증가하

여 45°를 지나면서 감소하여 90° 적층각에서 최소값을 가진다. 이는 0°와 90°의 전단강성의 차이가 제일 작고, 0°와 45°와는 제일 큰 강성의 차이를 보임을 알 수 있다.

Fig. 5의 [90<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub> 적층복합판에서는 적층각 θ가 증가함에 따라 τ<sub>yz</sub>와 τ<sub>xz</sub>는 증가하여 45° 적층각에서 최대가 된 후 다시 감소한다. 이는 0°와 90°의 전단강성의 차이가 제일 작고, 0°와 45°와는 제일 큰 강성의 차이를 보임을 알 수 있다. 따라서 [90<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub>의 경우에 θ=0°일때 최소응력을 가짐을 알 수 있다.

Fig. 6의 [θ<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub> 적층복합판에서는 표면과 중간면에 위치한 단층사이의 층간전단응력 τ<sub>yz</sub>와 τ<sub>xz</sub>의 변화가 매우 크게 나타난다. θ 단층인 중앙부분의 경우는 θ 값이 증가하면서 응력값이 점점 감소하는 분포를 나타내는데, 45°를 지나면서 음의 값을 가진다. 여기서 θ와 θ 사이의 각도의 증가에 따라 층간전단응력의 불연속값은 증가함을 알 수 있다. 이는 길이방향을 기준으로 두 적층방향의 각의 차이가 작을수록 작은 불연속을 나타낸다.

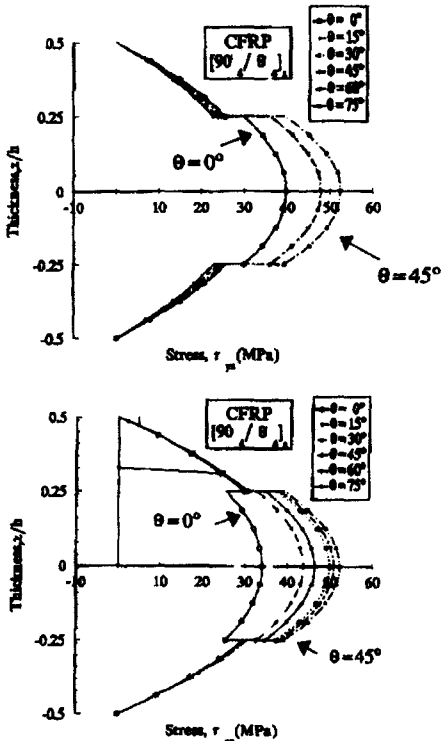


Fig. 5. Stress distributions for [90<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub> CFRP laminates at thickness direction

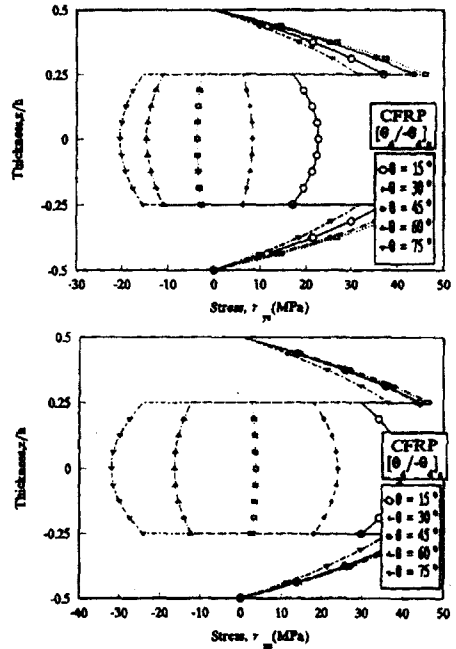


Fig. 6. Stress distributions for [θ<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub> CFRP laminates at thickness direction

적층방향에 따른 층간전단응력 분포는 [0<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub>와 [90<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub>의 적층복합판은 중간면에 위치한 단층에서 최대값을 가지고, 층간전단응력의 최대값은 적층각 θ가 45°일 때 발생한다. 이는 강성의 차이가 45°에서 최대가 됨을 알 수 있다. 따라서 최소 층간전단응력은 Cross-Ply인 [90<sub>n</sub>/0<sub>n</sub>]<sub>s</sub>와 [0<sub>n</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>에서 발생한다. Angle-Ply인 [θ<sub>n</sub>/θ<sub>n</sub>]<sub>s</sub> 적층복합판에서는 경계면에 인접한 단층사이의 층간전단응력 불연속이 θ의 적층각이 증가함에 따라 증가한다.

#### 4.2. 적층순서에 따른 응력분포

Cross-Ply인 [0<sub>n</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>와 [90<sub>n</sub>/0<sub>n</sub>]<sub>s</sub>, Angle-Ply인 [45<sub>n</sub>/45<sub>n</sub>]<sub>s</sub>와 [-45<sub>n</sub>/45<sub>n</sub>]<sub>s</sub>의 적층복합판에 대하여 층간전단응력인 τ<sub>yz</sub>와 τ<sub>xz</sub>의 차이를 Fig. 7~Fig. 8에 나타내었다.

Cross-Ply의 τ<sub>yz</sub>는 두 경우 모두 응력분포는 유사하다. 최대응력은 중앙부분에서 발생하고, [0<sub>n</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>일 때, 표면에서 응력값은 0이고, 0°단층과 90°단층에서 불연속적인 증가가 있다. 네번째 단층까지는 [0<sub>n</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>에서의 응력값이 더 크고, 다섯번째 단층부터는 [90<sub>n</sub>/0<sub>n</sub>]<sub>s</sub>에서의 응력값이 더 크다. [90<sub>n</sub>/0<sub>n</sub>]<sub>s</sub>의 경우에 90°와 0°의 경계에서 [0<sub>n</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>의 경우보다

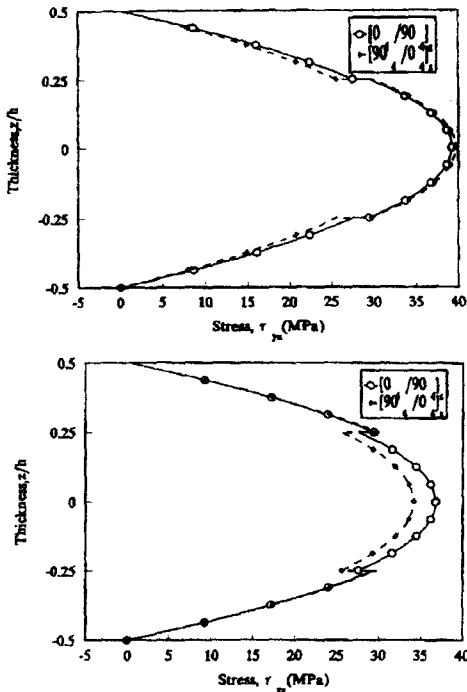


Fig. 7. Stress distributions for Cross-Ply CFRP laminates at thickness direction

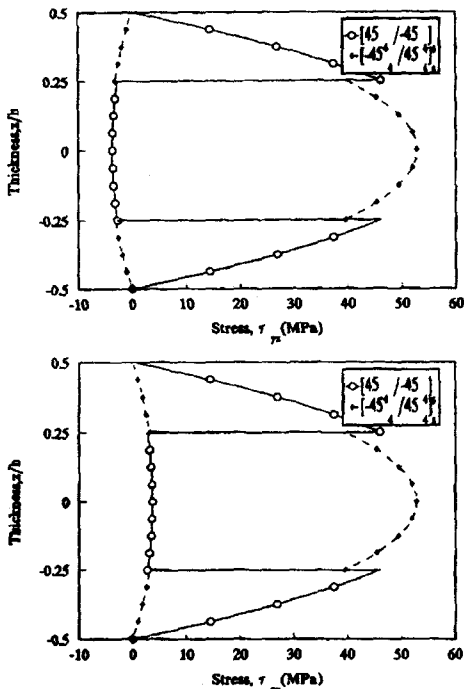


Fig. 8. Stress distributions for Angle-Ply CFRP laminates at thickness direction

더 큰 불연속이 있다.  $\tau_{yz}$ 의 경우에 배열 방향에 따른 차이로  $90^\circ$  단층보다는  $0^\circ$  단층에서 더 큰 응력값의 증가를 보이고 있음을 알 수 있다.

또한 이와는 반대로 Cross-Ply의  $\tau_{xz}$ 는 네번째 단층까지는  $[90/0]_s$ 에서의 응력값이 크고, 다섯번째 단층부터는  $[0/90]_s$ 의 값이 크다.  $[0/90]_s$ 의 경우에  $0^\circ$  단층에서는 증가하여, 다섯번째 층에서 조금 감소 후 중앙에서 최대응력을 가진다.  $[90/0]_s$ 의 경우에는  $90^\circ$  단층에서 조금씩 증가하여 다섯번째 단층에서 감소 후 중앙에서 최대응력을 가진다.  $\tau_{xz}$ 의 경우는 배열 방향의 차이로  $0^\circ$ 보다는  $90^\circ$ 방향에서 더 큰 응력이 작용하고 있음을 알 수 있다.

Angle-Ply의  $\tau_{yz}$ 는  $[45/45]_s$ 와  $[-45/45]_s$  모두  $45^\circ$  단층과  $-45^\circ$ 단층에서의 급격한 불연속이 존재한다.  $[45/45]_s$ 의 경우  $45^\circ$ 단층에서 급격히 증가하다  $-45^\circ$  단층에서 음의 값을 가지면서 작은 감소를 하며 응력의 최대값은 네번째 단층에서 발생한다.  $[-45/45]_s$ 의 경우는 중앙에서 응력의 최대값을 가지며,  $-45^\circ$ 단층에서 미소한 감소를 보이나  $45^\circ$ 단층과의 접촉부에서는 급격한 증가를 보인다. 이는 적층순서 변화로 단층의 강성이 급변하기 때문이며 이는 복합재의 전단(층간분리)을 유발하는 원인이 된다.

Angle-Ply의  $\tau_{xz}$ 는  $[45/45]_s$ 의 경우에는 네번째 단층에서 최대이고, 중앙의  $-45^\circ$ 에서 작은 양의 값을 가진다.  $[-45/45]_s$ 의 경우는  $-45^\circ$ 단층에서 미소한 증가를 보인 후  $45^\circ$ 단층에서는 심한 불연속으로 증가한다.  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{xz}$  모두  $45^\circ$ 단층에서 응력의 증가가 선형적으로 크게 일어나고,  $-45^\circ$ 단층에서는 미소한 응력의 변화를 나타낸다.

따라서 적층순서에 따른 전단응력의 분포는 Cross-Ply의 경우에  $\tau_{yz}$ 의 경우는  $[90/0]_s$ 가  $\tau_{xz}$ 의 경우는  $[0/90]_s$ 경우가 더 큰 응력을 가진다. Angle-Ply의 경우는  $[-\theta/\theta]_s$ 가  $[\theta/\theta]_s$ 의 경우보다 더 큰 응력값을 가진다.

### 5. 결론

충격하중을 받는 Cross-Ply와 Angle-Ply 적층복합판에 대하여 고차전단변형이론에 의한 층간전단응력을 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1)  $[0/\theta]_s$ 와  $[90/\theta]_s$ 의 경우에  $\theta$ 의 증가에 따른 전단응력의 변화는  $\theta=45^\circ$ 에서 최대가 되고,  $\theta=90^\circ$ 와  $\theta=0^\circ$ 에서 각각 최소값이 된다. 따라서  $0^\circ$ 와  $90^\circ$ 에서

는 강성의 차이가 작고,  $45^\circ$ 에서 제일 큰 강성의 차이를 보이고 있음을 알았다.

2) Cross-Ply 적층판인  $[0_4/90_4]_S$ 와  $[90_4/0_4]_S$ 의 경우에 전단응력의 변화는  $\tau_{xz}$ 는  $90^\circ$ 단층에서  $\tau_{yz}$ 는  $0^\circ$  단층에서 각각 더 큰 응력값의 증가를 나타내고 있다. 이는 적층방향이 전단응력에 밀접한 영향을 보임을 나타낸다.

3) Angle-Ply 적층판인  $[\theta_4/-\theta_4]_S$ 의 경우에  $\theta$ 의 증가에 따라 응력값의 변화는  $\theta$ 단층부에서는  $45^\circ$ 에서 응력값이 최대가 되고,  $-\theta$  단층부에서는  $\theta$ 의 증가에 따라 응력값이 감소하며,  $45^\circ$ 를 지나면서부터 응력값은 음의 증가를 보이고, 두께를 따라서 최대응력은 4번째 단층에서 생긴다.

4) Angle-Ply 적층판의 경우에  $[\theta_4/-\theta_4]_S$ 와  $[-\theta_4/\theta_4]_S$ 의 경우  $\theta$ 의 값에 관계없이 후자의 전단응력값이 더 크다.

**감사의 글 :** 본 연구는 한국과학재단 지정 진주 산업대학교 동물생명산업지역협력연구센터의 연구

비 지원에 의한 것입니다.(과제번호 : R12-2002-053-02003-0)

## 참고문헌

- 1) D. Hull, *An Introduction to Composite Materials*, Cambridge University Press, 1981.
- 2) G. Isakson, and A. Levy, "Finite Element Analysis of Interlaminar Shear in Fibrous Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, p. 273, 1971.
- 3) J. N. Reddy, "A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates," *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME, p. 745, 1984.
- 4) R. M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill, 1975.
- 5) J. N. Reddy, *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill, 1985.
- 6) 안국찬, 박형렬, "유한요소법에 의한 등방성과 이방성 재료의 저속 충격 해석," *산업안전학회지*, Vol. 16, No. 1, pp. 9~17, 2001.