

여러가지 형식의 동압 공기 윤활 스러스트 베어링의 성능에 대한 연구

강지훈[†] · 김경웅[‡]

한국과학기술원 기계공학과

A Study on the Performances of Hydrodynamic Air Lubricated Thrust Bearings of Several Types

Ji-Hoon Kang[†] and Kyung-Woong Kim[‡]

Department of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract – In this paper, numerical analyses were undertaken to calculate the static and dynamic performances of step-pocket, inward pumping spiral grooved, outward pumping spiral grooved and herringbone grooved bearings. For each bearing, optimal values for various design parameters were obtained to maximize the load capacity and the stiffness and bearing performances were calculated. The optimized performances of these bearings were compared to conclude that the performance of step-pocket bearing is better than the other bearings.

Key words – hydrodynamic air lubricated thrust bearings, bearing geometry, design parameter.

1. 서 론

산업의 발달에 따른 각종기기 장치들의 고속화, 소형화 및 정밀화로 인해 고속 안정성 및 고정밀을 요구하는 스픈들 시스템의 필요성이 점점 커지고 있다. 지금까지의 소형 회전기기들은 주로 볼베어링을 이용하여 스픈들을 지지해왔으나, 이 경우 스픈들이 고속화됨에 따라 마찰에 따른 동력 손실과 열발생의 문제가 심각해지고 있다. 또한 볼베어링의 결함에 따라 필수적으로 생기는 스픈들의 런아웃(run-out)은 운전정밀도를 나쁘게 하므로 고정밀을 요구하는 회전기기에 볼베어링을 사용하기에는 한계가 있다. 볼베어링에 대한 대안으로 제시되어 현재 일부 기기에서 사용되고 있는 기름을 이용한 유체베어링은 두 윤활면이 기름으로 된 윤활막에 의해 분리되어 있으므로 운전정밀도는 볼베어링에 비해 좋으나 기름의 누설과 마찰에 따른 열발생과 동력 손실의 단점을 갖는다.

이에 비해 공기를 윤활제로 이용한 동압 공기 베어링은 공기의 낮은 점성 마찰계수로 인하여 마찰에 의한 동력 손실과 열발생이 적어 고속회전에 유리하며, 공기의 압축성에 기인한 평균화 효과로 인해 고정밀의 회전이 가능하다. 또한 외부에서 가압된 공기를 급기하여 스픈들을 지지하는 정압 공기 베어링과는 달리 외부에서 공기를 공급하는 별도의 장치가 요구되지 않으므로 고속, 소형기기에 적합한 베어링이라 할 수 있다. 그러나 볼베어링과 유체베어링에 비해 상대적으로 낮은 부하지지능과 강성, 감쇠 때문에 윤활막의 두께가 매우 얕아야 하므로 베어링의 형상에 대한 정확한 설계와 가공이 요구된다. 또한 볼베어링과는 달리 축방향의 부하를 지지할 수 없기 때문에 축방향의 부하를 지지할 수 있는 적절한 스러스트 베어링이 별도로 필요하다.

축방향의 하중을 지지할 수 있는 스러스트 베어링은 스러스트 평판에 여러가지 형상의 그루브를 내어 동압을 발생시키게 된다. Ausmas[1]은 스텝형 스러스트 베어링에 대해 베어링의 성능을 해석하였으며, Malanoski 와 Pan[2]은 스파이럴 그루브 스러스트 베어링에 대해 무한개의 그루브가 나있어 원주방향으로의 압력분포는

[†]주저자 : kkaru@kaist.ac.kr

[‡]책임저자 : taeoh@kaist.ac.kr

일정하다는 가정 하에 베어링의 정특성과 동특성을 해석하였다. James와 Potter[3]은 유한개의 그루브를 갖는 스러스트 베어링에 대해 그루브 면을 따라 적용되는 점프방정식을 도입하여 스파이럴 그루브 스러스트 베어링의 성능을 해석하였다. Bonneau, Huitric과 Tournerie[4]는 유한개의 그루브를 갖는 스파이럴 그루브 스러스트 베어링의 정특성을 유한요소법을 이용하여 해석하였으며, 이를 James와 Potter[3]의 결과와 비교하였다. Zhu와 Ono[5]는 HDD 스펀들용 4가지 형식의 동압 오일 스러스트 베어링들에 대해 성능을 해석하고 테이퍼-포켓 베어링의 성능이 우수함을 보였다. 그러나 지금까지 여러가지 형식의 동압 공기 베어링의 성능은 개별적으로 제시되었을 뿐, 각 베어링간의 성능 비교는 이루어지지 않았다.

본 연구의 목적은 지금까지 알려진 몇 가지 형식의 동압 공기 베어링을 선정하여 각각의 성능을 해석하고 비교하여 상대적으로 우수한 그루브 형상을 제시하는 데에 있다. 이를 위해 우선 몇 가지 형식의 베어링을 선정하고, 각각의 베어링들에 대하여 베어링의 성능을 가장 좋게 하는 설계 변수들의 값을 구하였으며, 구해진 설계 변수 값을 갖는 베어링들의 성능을 비교하였다.

2. 이 론

2.1. 동압 공기 유흘 스러스트 베어링

본 연구에서는 스러스트 베어링으로 사용될 수 있는 스텝-포켓 베어링(Step-pocket bearing : SPB), 혼링본 그루브 베어링(Herringbone grooved bearing : HGB), 스파이럴 그루브 베어링(Spiral grooved bearing : SGB)을 선정하였다. 스파이럴 그루브 베어링은 형상에 따라 Inward pumping spiral grooved bearing(ISGB)과 Outward pumping spiral grooved bearing(OSGB)으로 나누어지므로 선정된 베어링은 4가지가 된다. Fig. 1은 선정된 베어링의 기하학적 형상을 나타낸다. 모든 베어링은 8개의 동일한 패드로 구성되어 있다. Fig. 1은 선정된 베어링의 기하학적 형상을 나타낸다. 모든 베어링은 8개의 동일한 패드로 구성되어 있다.

스텝-포켓 베어링은 베어링 입구 및 출구에서 생기는 압력을 대기압과 같게 만들기 위해 pressure reservoir에 해당하는 깊은 흄을 베어링 패드마다 가지고 있다. 또한 side leakage를 막기 위해 그루브가 가공된 지역의 바깥쪽과 안쪽에 그루브가 나있지 않은 시일(seal)부를 갖는다. 스파이럴 그루브 베어링의 나선 형상은 아르키메디안 나선으로 반지름과 나선의 교점에

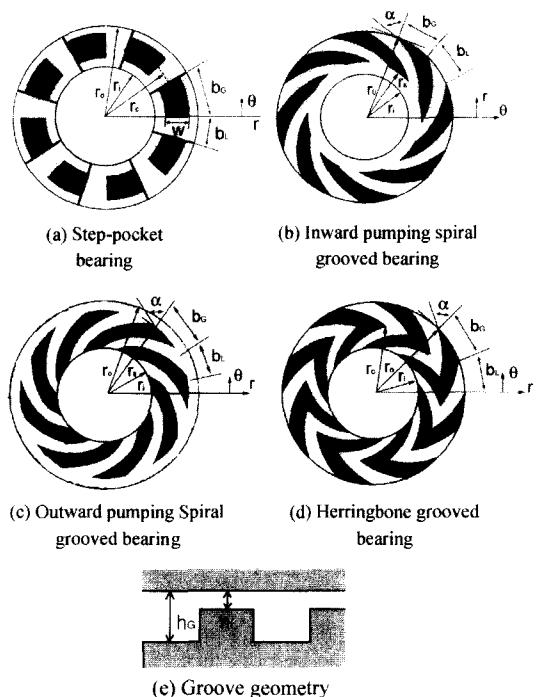


Fig. 1. Schematic diagrams of thrust bearings of several types.

서 나선의 접선과 반지름이 이루는 각이 항상 일정하다. 이 그루브를 따라 공기가 펌핑되어 동압을 발생시키게 되는데, Inward 타입과 Outward 타입에 따라 누설을 막아주는 시일부의 위치가 달라진다. 혼링본 그루브 베어링은 기체를 베어링 가운데 쪽으로 펌핑하여 압력을 발생시킨다.

선정된 베어링들은 베어링의 형상을 결정하는 설계

Table 1. Design parameters of bearings of several types

	SPB	ISGB	OSGB	HGB
그루브높이비 (H_R)	$\frac{h_G}{h_L}$	$\frac{h_G}{h_L}$	$\frac{h_G}{h_L}$	$\frac{h_G}{h_L}$
그루브길이비 (L_R)	$\frac{b_G}{b_L+b_G}$	$\frac{b_G}{b_L+b_G}$	$\frac{b_G}{b_L+b_G}$	$\frac{b_G}{b_L+b_G}$
그루브각(α)		α	α	α
그루브폭비 (W_R)	$\frac{w}{r_o-r_i}$	—	—	—
시일비 (S_R)	—	$\frac{r_i-r_i}{r_o-r_i}$	$\frac{r_i-r_i}{r_o-r_i}$	—
중심반지름비 (C_R)	$\frac{r_c-r_i}{r_o-r_i}$	—	—	$\frac{r_c-r_i}{r_o-r_i}$

변수 값들의 변화에 따라 그 성능이 달라지게 된다. Table 1은 선정된 베어링들의 설계 변수들을 정의한 것이다. 이 중 그루브높이비를 제외한 다른 변수들은 그루브가 나있는 위치와 그루브의 크기를 결정해주는 설계 변수들이라 할 수 있다.

2.2. 모델링 및 수식 유도

정상상태의 압축성 유체에 대해 단위 길이를 통과하는 질량유량은 좌표계에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_r = \frac{\rho h^3 \partial p}{12\mu \partial r} \quad (1)$$

$$M_\theta = \frac{\rho h^3 \partial p}{12\mu \partial \theta} + \frac{\rho \omega r h}{2} \quad (2)$$

스파이럴 그루브 스러스트 베어링은 그루브와 랜드 지역이 스파이럴 형태로 경계지어져 있기 때문에 그루브 경계를 따라가는 일반 좌표계(ζ, η)를 Fig. 2와 같이 설정하여 좌표계의 변화를 이용하여 해석하였다.

(r, θ) 와 (ζ, η) 좌표계 사이의 변환식은 스파이럴의 형태가 아르키메디안 나선이므로 다음과 같다.

$$\zeta = r \quad (3)$$

$$\eta = \theta - f(r) = \theta - \tan \alpha \ln \frac{r}{r_i} \quad (4)$$

Fig. 3에 나타난 좌표 변환된 검사체적에 대해 ζ 방향과 η 방향으로 단위 길이를 통과하는 질량유량을 각 M_ζ, M_η 라 하면 M_ζ 와 M_η 는 다음과 같이 구해진다.

$$M_\zeta = M_r \quad (5)$$

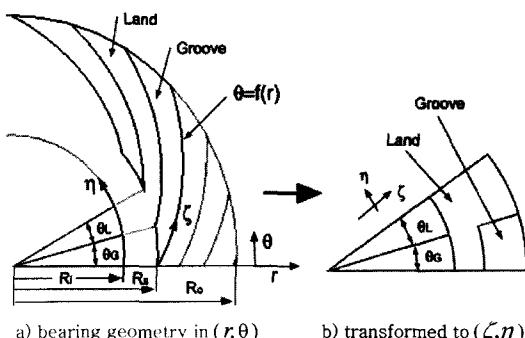


Fig. 2. Coordinate transformation.

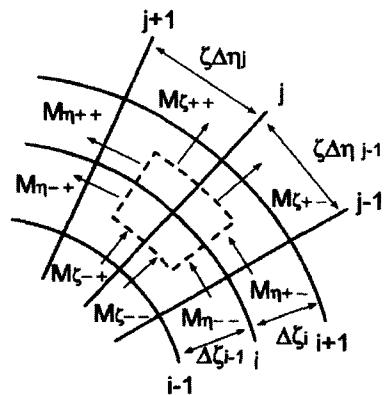


Fig. 3. Control volume and mass flux.

$$M_\eta = (M_\theta - \tan \alpha M_r) / \sqrt{B} \quad (6)$$

여기서

$$B = 1 + \tan^2 \alpha \quad (7)$$

식(5)와 (6)의 M_r, M_θ 는 식(3)과 (4)로부터 다음과 같이 ζ 와 η 에 관해 나타낼 수 있다.

$$M_r = \frac{\rho h^3 \partial p}{12\mu \partial \zeta} + \tan \alpha \frac{\rho h^3 \partial p}{12\mu \zeta \partial \eta} \quad (8)$$

$$M_\theta = \frac{\rho h^3 \partial p}{12\mu \zeta \partial \eta} + \frac{\rho \omega r h}{2} \quad (9)$$

베어링 내부의 공기가 이상기체이며 등온이라는 가정을 하면 Fig. 3의 검사체적에 대한 질량 보존식은 다음과 같다.

$$(M_\zeta)_{i+1,j+1} + (M_\zeta)_{i+1,j-1} - (M_\zeta)_{i,j+1} - (M_\zeta)_{i,j-1} + (M_\eta)_{i+1,j+1} + (M_\eta)_{i+1,j-1} - (M_\eta)_{i,j+1} - (M_\eta)_{i,j-1} + \frac{\partial}{\partial t} ((CV)_{i+1,j+1} + (CV)_{i+1,j-1} + (CV)_{i,j+1} + (CV)_{i,j-1}) = 0 \quad (10)$$

여기서,

$$CV = \rho h \frac{\Delta \zeta \Delta \eta}{2} = \rho h \zeta \frac{\Delta \zeta \Delta \eta}{4} \quad (11)$$

식 (10)에 이상기체의 상태 방정식 $p=\rho RT$ 를 대입하고 무차원화하여 질량 보존식을 완성할 수 있다.

$$(M_R)_{i+1,j+1} + (M_R)_{i+1,j-1} - (M_R)_{i,j+1} - (M_R)_{i,j-1} + (M_\phi)_{i+1,j+1} + (M_\phi)_{i+1,j-1} - (M_\phi)_{i,j+1} - (M_\phi)_{i,j-1} + j \frac{\partial}{\partial \tau} ((V)_{i+1,j+1} + (V)_{i+1,j-1} + (V)_{i,j+1} + (V)_{i,j-1}) = 0 \quad (12)$$

$$(M_R) = \left(-PH^3 \frac{\partial P}{\partial R} + \tan \alpha PH^3 \frac{\partial P}{R \partial \phi} \right) \frac{R \Delta \phi}{2} \quad (13)$$

$$(M_\phi) = \left(-(1 + \tan^2 \alpha) PH^3 \frac{\partial P}{R \partial \phi} + \tan \alpha PH^3 \frac{\partial P}{\partial R} + \Lambda PHR \right) \frac{\Delta R}{2} \quad (14)$$

$$(V) = \sigma PH \frac{\Delta RR \Delta \phi}{2} = \sigma PHR \frac{\Delta R \Delta \phi}{4} \quad (15)$$

공기막의 강성을 구하기 위해서 P, H 에 대하여 다음과 같이 가정하는 섭동법을 이용한다.

$$H = H_0 + (\varepsilon) e^\tau \quad (16)$$

$$P = P_0 + P_z(\varepsilon) e^\tau \quad (17)$$

이 식을 식(13), (14), (15)에 대입하여 P_z 에 관한 방정식을 얻을 수 있다. P_z 는 복소수로서 실수부와 허수부는 각각 다음과 같이 강성과 감쇠에 관계된 항이다.

$$K_z = \frac{k_z h_{L_0}}{P_0 r_o^2} = \int \int_{R, \phi} Re\{P_z\} R dR d\phi \quad (18)$$

$$C_z = \frac{c_{ij} h_{L_0} v}{P_0 r_o^2} = \int \int_{R, \phi} Im\{P_z\} R dR d\phi \quad (19)$$

2-3. 경계 조건 및 해석 방법

그루브와 랜드 지역이 하나씩 붙어 있는 해석 영역에 대하여 반경 방향 및 원주 방향으로 20×20 개의 검사체적을 구성하였다. 식(10)에 이상기체의 방정식 $p = \rho RT$ 를 대입하면 격자점의 압력에 관한 2차 방정식이 나오므로 $q = p^2/2$ 로 치환하였다. 사용된 압력의 경계 조건은 다음과 같다.

$$P(r = r_o \text{ or } r = r_i, \phi) = 1 \quad (20)$$

$$P_z(r = r_o \text{ or } r = r_i, \phi) = 0 \quad (21)$$

$$P(r, \phi) = P(r, \phi + 2\pi) \quad (22)$$

$$P_z(r, \phi) = P_z(r, \phi + 2\pi) \quad (23)$$

압력의 수렴조건은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_n} |P_{ij}^n - P_{ij}^{n-1}| \leq 10^{-6} \quad (24)$$

3. 해석 결과

3-1. 스텝-포켓 베어링의 성능 변화

동압 공기 베어링은 공기의 낮은 점성계수 때문에 부하용량이 비슷한 크기의 볼베어링이나 동압 유체 베어링에 비해 매우 작다. 따라서 부하용량이 베어링의 성능을 판단하는 매우 중요한 인자가 된다. 또한 외란의 영향을 줄이고 운전정밀도를 높이기 위해서는 높은 강성이 필수적이다. 선정된 베어링의 부하용량과 강성은 베어링의 형상을 결정하는 설계 변수에 따라 달라지게 된다. 따라서 주어진 크기와 운전조건을 가지는 베어링에 대해 부하용량과 강성이 최대가 되는 설계 변수들의 값을 구하는 것이 중요하다.

선정된 베어링들의 운전 조건을 나타내는 베어링수는 HDD 스피드들 등의 소형 기기에서 보통 2.0~5.0 정도의 값을 가지게 된다. 따라서 본 연구에서는 베어링 수가 5.0인 경우에 대해서 최적 설계 변수들의 값을 구했다.

Fig. 4는 스텝-포켓 베어링의 설계 변수 값들의 변화에 따른 무차원 부하용량과 무차원 강성의 변화를 나

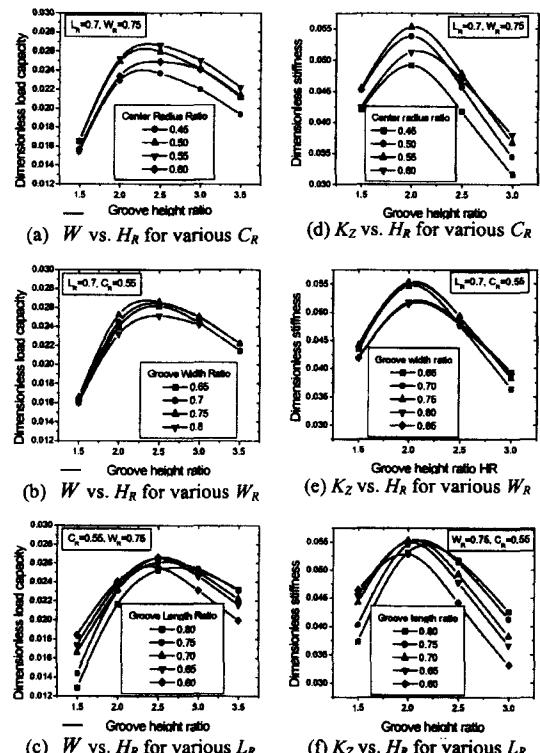


Fig. 4. Optimal design graph for a step-pocket bearing.

타낸다. Fig. 4(a)는 스텝-포켓 베어링의 설계 변수인 중심반지름비가 0.55, 그루브 길이비가 0.70, 그루브 폭비가 0.75, 그루브 높이비가 2.5일 때 무차원 부하용량이 최대가 됨을 나타내고 있으며, Fig. 4(b)는 중심반지름비가 0.55, 그루브 길이비가 0.70, 그루브 폭비

Table 2. Optimal values of design parameters and bearing performances

Bearing number = 5.0				
	SPB	ISGB	OSGB	HGB
Optimal values of design parameters for maximum dimensionless load capacity				
Center radius ratio (C_R)	0.55	–	–	0.45
Seal ratio (S_R)	–	0.25	0.75	–
Groove angle (α)	–	74	70	72
Groove length ratio (L_R)	0.7	0.5	0.65	0.4
Groove width ratio (W_R)	0.75	–	–	–
Groove height ratio (H_R)	2.5	4.0	4.0	3.0
Bearing performances under maximum dimensionless load capacity condition				
Dimensionless load	0.02733	0.02864	0.02167	0.02440
Dimensionless axial stiffness	0.05025	0.05721	0.04624	0.05097
Optimal values of design parameters for maximum dimensionless stiffness				
Center radius ratio (C_R)	0.55	–	–	0.5
Seal ratio (S_R)	–	0.25	0.75	–
Groove angle (α)	–	72	68	74
Groove length ratio (L_R)	0.7	0.65	0.65	0.45
Groove width ratio (W_R)	0.75	–	–	–
Groove height ratio (H_R)	2.0	3.5	3.0	2.5
Bearing performances under maximum dimensionless stiffness condition				
Dimensionless load	0.02477	0.02563	0.01917	0.02174
Dimensionless axial stiffness	0.05670	0.06466	0.04960	0.05521

가 0.75, 그루브 높이비가 2.0일 때 무차원 강성이 최대값을 가짐을 나타낸다.

3-2. 각 베어링의 설계 변수 연구

스텝-포켓 베어링뿐만 아니라 다른 세가지 형식의 베어링에 대해서도 최적 설계 그래프를 그려서 무차원 부하용량과 무차원 강성이 최대가 되는 최적 설계 변수 값을 구하고 그 때의 베어링 성능을 계산해서 Table 2에 나타내었다. 네가지 형식의 베어링 중에 Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링이 강성과 부하용량 면에서 다른 베어링 보다 우수함을 확인할 수 있다. 그 다음으로는 스텝-포켓 베어링의 성능이 우수하고 outward pumping 스파이럴 그루브 베어링의 성능이 가장 낮음을 알 수 있다. 특히 강성이 다른 베어링에 비해 15%정도 크다. 또한 무차원 부하용량이 최대가 되는 베어링의 설계 변수 값과 무차원 강성이 최대가 되는 베어링의 설계 변수 값이 약간 다름을 알 수 있다. 특히 모든 형식의 베어링에 대해 무차원 강성이 최대가 되는 그루브높이비가 무차원 부하용량이 최대가 되는 그루브높이비보다 작음을 알 수 있다.

4. 베어링의 성능 비교

선정된 베어링의 성능 비교를 위해 Table 3에 나타낸 베어링 크기와 운전 조건을 갖는 스리스트 베어링에 대해 각각의 베어링 형식을 적용하여 베어링의 간극변화에 따른 부하용량과 강성의 변화를 살펴 보았다.

최대 부하용량 조건으로 베어링의 설계 변수 값을 결정하였으며 베어링의 그루브깊이를 결정하기 위해 베어링의 랜드부 간극은 5 μm를 기준으로 두었다. 이 상의 조건에서 베어링 수는 대략 5.5 정도가 되어 Table 2에 나타나 있는 설계 변수 값들을 이용하여 베어링의 부하 용량 및 강성 값을 구할 수 있다. 이 때, 베어링의 랜드부 간극변화에 따른 부하용량과 강성의 변화를 각각 Fig. 5에 나타내었다. 베어링 랜드부 간극이 작은 경우(3 μm이하) 부하용량이나 축방향 강성 모두 스텝-포켓 베어링이 우수함을 알 수 있다. 그러나

Table 3. Specifications of the bearing and parameter values

Outer radius	10 [mm]
Inner radius	5 [mm]
Rotational speed	15,000 [rpm]

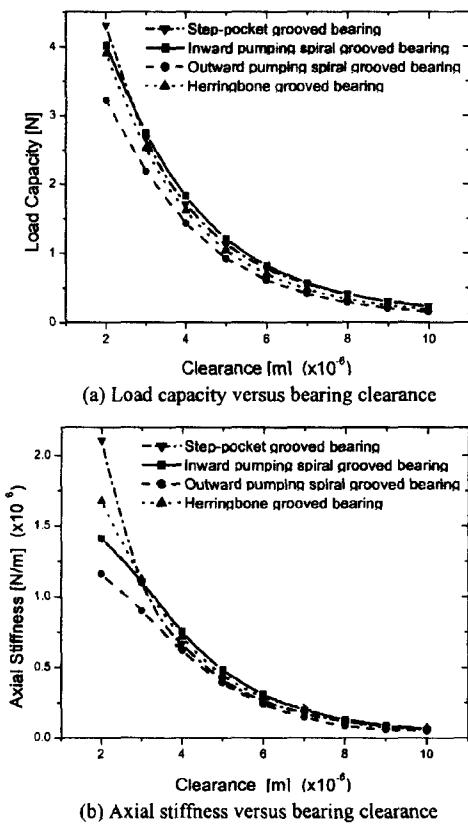


Fig. 5. Performance of bearings of several types.

랜드부 간극이 $3 \mu\text{m}$ 이상일 때는 Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링의 부하용량과 축방향 강성 값이 가장 큼을 알 수 있다. Outward pumping 스파이럴 그루브 베어링의 부하용량과 축방향 강성 값이 가장 작았으며 그 다음으로는 헤링본 그루브 베어링이었다. 계산 결과, Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링과 스텝-포켓 베어링의 성능 차이는 5% 정도였다. 그러므로 가공이 비교적 어려운 복잡한 그루브 형상을 갖는 Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링 대신 그루브의 형상이 비교적 단순한 스텝-포켓 베어링을 사용하여도 베어링 성능에는 큰 차이가 없을 것이다.

5. 결 론

본 연구에서는 스텝-포켓 베어링, Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링, Outward pumping 스파이럴 그루브 베어링, 헤링본 그루브 베어링을 선정하여, 그 루브의 형상을 결정하는 설계 변수로 중심반지름비, 그

루브 길이비, 그루브폭비, 그루브높이비, 그루브각, 시일비의 변화에 따른 베어링의 성능 변화를 수치 해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 각 베어링의 설계 변수 값들의 변화에 따라 베어링의 부하용량과 강성은 달라지며, 주어진 운전조건(베어링수=5.0) 하에서 베어링의 부하용량이나 강성을 최대로 하는 설계 변수 값을 제시하였다.

(2) 부하용량과 축방향 강성을 고려할 때, 베어링수가 5.0인 운전조건에서는 Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링의 성능이 다른 형식의 베어링보다 우수하며 스텝-포켓 베어링의 성능도 이에 견줄 만큼 우수하였다.

(3) 비교적 복잡한 형상을 갖는 Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링과 단순한 그루브 형상을 갖는 스텝-포켓 베어링의 성능 차이는 5% 정도였다. 그러므로 가공이 어려운 그루브 형상을 갖는 Inward pumping 스파이럴 그루브 베어링 대신 그루브의 형상이 비교적 단순한 스텝-포켓 베어링을 사용하여도 베어링 성능에는 큰 차이가 없을 것이다.

후 기

본 연구는 산업자원부 산업기반기술개발사업(A03-A07-2207-01)의 위탁과제로서 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

기호설명

b_L	land arc length
b_G	groove arc length
C_z	dimensionless damping coefficients
C_R	center radius ratio
c_z	axial damping coefficient
h_G	groove height
h_L	land height
h	film thickness
H_R	groove depth ratio, h_G/h_L
k_z	axial stiffness coefficient
K_z	dimensionless axial stiffness coefficient
L_R	groove length ratio, $b_G/(b_G+b_L)$
M_r	mass flux in r direction
M_θ	mass flux in θ direction
M_ζ	mass flux in ζ direction

M_η	mass flux in η direction
p_a	atmosphere pressure
p	pressure in fluid film
r, θ	coordinates of cylindrical coordinate system
r_o	outer radius of thrust bearing
r_s	seal radius of thrust bearing
r_i	inner radius of thrust bearing
S_R	seal ratio, $(r_o - r_s)/(r_o - r_i)$
v_r	velocity of r direction
v_θ	velocity of θ direction
w	groove width
W_R	groove width ratio
W	load capacity
\bar{W}	dimensionless load capacity, $W/\pi p_a r_o^2$
α	groove angle
Λ	bearing number, $6\mu\omega/p_a (R_o/h_L)^2$
σ	squeeze number, $12\mu\omega/p_a (R_o/h_L)^2$
μ	viscosity of air
ρ	density of air
ω	rotating speed
σ	perturbation frequency
ζ, η	coordinates of transformed coordinate system
r, θ	coordinates of cylindrical coordinate system

참고문헌

1. Ausman J. S., "An Approximate Analytical Solution of Self-Acting Gas Lubrication of Stepped Sector Thrust Bearings," *ASLE Transaction*, Vol. 4, 1961, pp. 304-314.
2. Malanoski, S. B., and Pan, C. H. T., "The Static and Dynamic Characteristics of the Spiral-Grooved Thrust Bearing," *ASME Journal of Basic Engineering*, Vol. 87, 1965, pp. 541-558.
3. James, D. D., and Potter, A. F., "Numerical Analysis of Gas Lubricated Spiral Groove Thrust Bearing Compressor," *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 89, 1967, pp. 439-444.
4. Bonneau, D., Huitric, J., and Tournerie, B., "Finite Element Analysis of Grooved Gas Thrust Bearings and Grooved Gas Face Seals," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 115, 1993, pp. 348-354.
5. Jiaosheng Zhu, Kyosuke Ono, "A Comparison study on the Performance of Four Types of Oil Lubricated Hydrodynamic Thrust Bearings for Hard Disk Spindles," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 121, 1999, pp. 114-120.