

적분방정식을 이용한 도선 산란체 및 안테나의 과도응답 해석

論文
51C-11-9

Analysis of Transient Response from Conducting Wire Scatterer and Antenna Using Integral Equation

鄭白鎬* · 徐正勳** · 尹熙相***
(Baek Ho Jung · Jung Hoon Seo · Hee Sang Youn)

Abstract - In this paper, we present an accurate and stable method for the solution of the transient electromagnetic response from the conducting wire structures using the time domain integral equation. By using an implicit scheme with the central finite difference approximation for the time domain electric field integral equation, we obtain the transient response from a wire scatterer illuminated by a plane wave and a conducting wire antenna with an impressed voltage source. Also, we consider a wire above a 3-dimensional conducting object. Numerical results are presented, which show the validity of the presented methodology, and compared with a conventional method using backward finite difference approximation.

Key Words : transient, wire, scatterer, antenna, integral equation

1. 서 론

임의 형태의 3차원 도체 구조물에 대한 전자파 지연 산란을 해석하기 위하여, 삼각형 표면 조각 모델링을 이용한 시간 영역 전장 적분방정식에 관한 연구가 제안되었다[1]. 이 적분방정식에는 자기 벡터 전위의 미분항이 있으며, 이를 처리하기 위하여 적분식 전체를 시간으로 미분한 다음, 시간에 대한 미분항을 2차 중앙차분으로 근사하여 해를 구하였다. 이 경우 $c\Delta t$ 는 (c 는 전자파의 전파속도, Δt 는 시간 간격) 삼각형 조각 중심간의 최소거리 R_{\min} 보다 작게 선택하는 방법을 (explicit scheme) 적용하였으며, 그 결과는 계산 시간이 진행함에 따라 진동을 하여 해가 불안정하였다. 이를 극복하기 위하여 진동하는 전류의 평균을 취함으로써 그 불안정성을 제거하였다[2]. 적분식을 미분하지 않고 자기 벡터 전위의 미분항을 후방차분을 이용하여 근사하는 또 다른 방법이 제안되었다[3]. 그리고 최근에 해의 불안정 문제를 제거하기 위하여 참고문헌 [3]에 근거하여 시간 간격 $c\Delta t$ 를 R_{\min} 보다 크게 선택하는 방법이 (implicit scheme) 제안되었으며 후기진동을 (late-time oscillation) 제거할 수 있었다[4]. 또한 이 방법은 선도체의 산란 해석에도 적용되었다[5]. 그러나 [5]의 수치 결과를 살펴보면 시간 간격 $c\Delta t$ 의 선택에 따라 해가 변하였다. 즉 시간 간격을 달리하면 해의 정확성이 일관되지 않았다. 이 현상은 참고문헌 [6]의 제 2장에서 선도체의 과도응답 특성에서도 볼 수 있다. 이외에도 최근까지 전장 적분

식을 이용하여 안테나 복사 문제를 취급하는 일부의 문헌들이 소개되었다[7-9]. 여기서 보여지는 결과들이 정확하고, 다른 수치 결과들과 비교되었다라든 $c\Delta t$ 가 변화하면 응답 결과들의 정확성과 해의 안정성이 일관되게 동일한지를 볼 수 없다.

본 논문에서는 전장 적분방정식을 이용하여 도선 구조의 산란체나 안테나를 해석할 때 시간 간격이 달리 설정되더라도 안정되고 정확한 과도응답의 해를 제시한다. 이 과정은 전장 적분식에 중앙유한차분 근사의 개념을 적용한 참고문헌 [10]의 해법에 근거하였다. 참고문헌 [10]에서는 전장적분식과 중앙유한차분 근사를 이용하여 안정된 해를 얻을 수 있는 이점을 기술하였다. 본 논문에서는 이 기법에 근거한 방법으로 선형 도체를 해석하며, 도선을 얇고 폭이 좁은 판형 도체로 간주하여 유기전류의 근사에 적합한 RWG (Rao-Wilton-Glisson) 전개함수를 이용하였다[11]. 또한 선도체가 3차원 구조물에 근접한 경우도 해석하였다. 본 논문의 목표는 선형 도체 구조물의 산란 및 복사 문제에서 시간 간격 Δt 를 달리 하더라도 정확하고 안정된 해를 얻을 수 있음을 보이는 것이다. 제안된 방법으로 계산된 결과는 후방 유한차분근사에 의한 계산치 및 동일한 RWG 함수를 사용한 주파수 영역의 해를 푸리에 역변환(Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT)한 결과와도 비교된다.

2. 시간영역 적분방정식

본 장에서는 도체의 산란 및 복사 문제를 풀기 위한 시간영역 전장 적분방정식을 다루고자 한다. 해석의 대상이 되는 구조는 선형 도체의 산란체 또는 안테나가 도체 평판 위에 올려진 그림 1이다. 이 도선은 매우 가늘어서 평판 피로 가 정할 수 있으며, 따라서 유기되는 전류를 표현하기 위하여

* 正會員 : 湖西大 電氣情報通信工學部 助教授 · 工博

** 準會員 : 湖西大 大學院 情報通信工學科 碩士課程

*** 正會員 : 湖西大 電氣情報通信工學部 教授 · 工博

接受日字 : 2002年 5月 27日

最終完了 : 2002年 8月 20日

RWG 함수를 사용할 수 있다. 도체 표면을 S 라 두고, 이 표면은 평면과 같은 전자파원에 조사되거나 안테나 문제의 경우 전압원으로 여기된다고 가정한다. 모든 시간에 대해서 도체 표면의 전체 접선 성분에 대한 경계조건을 부여하면

$$[\underline{E}^i(\underline{x}, t) + \underline{E}^s(\underline{x}, t)]_{\tan} = 0, \quad \underline{x} \in S \quad (1)$$

을 얻을 수 있다. 여기서 \underline{E}^i 는 입사(incident) 또는 인가(impressed) 전장이며 \underline{E}^s 는 유전전류 \underline{I} 에 의한 산란 전장이다. 이 산란장은

$$\underline{E}^s(\underline{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \underline{A}(\underline{x}, t) - \nabla \phi(\underline{x}, t) \quad (2)$$

이며, \underline{A} 와 ϕ 는 각각 자기 벡터 및 전기 스칼라 전위로서 다음과 같다.

$$\underline{A}(\underline{x}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{\underline{I}(\underline{r}', t')}{R} dS' \quad (3)$$

$$\phi(\underline{x}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \int_0^t \frac{\nabla' \cdot \underline{I}(\underline{r}', t')}{R} dt' dS' \quad (4)$$

여기서 μ 와 ϵ 는 각각 도체 구조물이 놓인 공간의 투자율과 유전율이며, $R = |\underline{x} - \underline{r}'|$ 은 장점 \underline{x} 과 전원점 \underline{r}' 간의 거리이다. 그리고 $\tau = t - R/c$ 은 지연시간이며, c 는 그 공간에서 전자파의 전파속도이다. 식 (1)과 (2)를 결합하면

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \underline{A}(\underline{x}, t) + \nabla \phi(\underline{x}, t) \right]_{\tan} = [\underline{E}^i(\underline{x}, t)]_{\tan}, \quad \underline{x} \in S \quad (5)$$

을 얻는다. 식 (5)는 식 (3)과 (4)와 더불어 미지의 전류 $\underline{I}(\underline{x}, t)$ 를 구하기 위한 시간 영역의 전장 적분방정식이다.

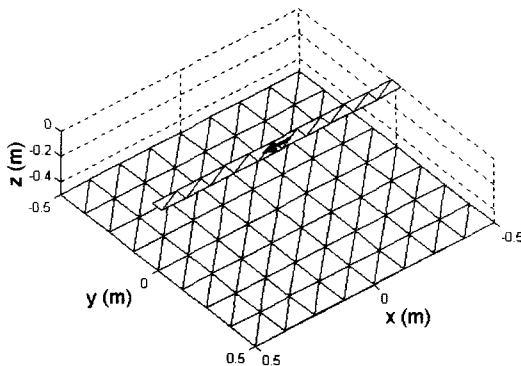


그림 1 선도체와 평판의 삼각형 분할.
Fig. 1 Triangular patching of a conducting wire and a plate.

시간영역의 전장 적분방정식의 수치 해를 구하기 위하여, 시간을 간격 Δt 로 등분하고 시간 단계(time step)를 $t_i = i\Delta t$ 로 정의한다. 여기서 $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ 이다. 전류계수 I_n 은 $t < 0$ 에서 모두 영이라고 가정하고, 시간 t_i 에서 I_n 을 계산할 때 t_i 이전의 전류계수는 이미 알고 있는 양이라고 가정한다. 식 (5)를 시간 $t = t_i$ 에서 고려하고, 시간에 대한 미분항을 후방 차분으로 근사하면 다음과 같다[4].

$$\left[\frac{\underline{A}(\underline{x}, t_i) - \underline{A}(\underline{x}, t_{i-1})}{\Delta t} + \nabla \phi(\underline{x}, t_i) \right]_{\tan} = [\underline{E}^i(\underline{x}, t_i)]_{\tan} \quad (6)$$

그리고 식 (5)를 시간 $t = t_{i-1/2}$ 에서 고려하여 자기 벡터 전위에 대해서 중앙 차분으로 근사하고 전기 스칼라 전위에 대해서는 시간에 대한 평균을 취하면

$$\left[\frac{\underline{A}(\underline{x}, t_i) - \underline{A}(\underline{x}, t_{i-1})}{\Delta t} + \frac{\nabla \phi(\underline{x}, t_i) + \nabla \phi(\underline{x}, t_{i-1})}{2} \right]_{\tan} = [\underline{E}^i(\underline{x}, t_{i-1/2})]_{\tan} \quad (7)$$

와 같다[10].

3. 모멘트법의 적용

3차원 도체 표면을 삼각형으로 근사시키고, 이 표면에 유가 되는 전류를 근사하기 위하여 사용되는 전개함수는 그림 2와 같이 접하는 두 개의 삼각형에서 정의되는 RWG 함수로서 다음과 같다[11].

$$\underline{f}_n(\underline{x}) = \underline{f}_n^+(\underline{x}) + \underline{f}_n^-(\underline{x}) \quad (8-1)$$

$$\underline{f}_n^{\pm}(\underline{x}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^{\pm}} \underline{\rho}_n^{\pm}, & \underline{x} \in T_n^{\pm} \\ 0, & \underline{x} \notin T_n^{\pm} \end{cases} \quad (8-2)$$

여기서 l_n 은 두 삼각형이 접하는 공유변의 길이이며 A_n^{\pm} 는 삼각형 T_n^{\pm} 의 면적이다. $\underline{\rho}_n^{\pm}$ 는 공유변에 접하지 않은 꼭지점으로부터 정의되는 위치 벡터이며, $\underline{\rho}_n^+$ 와 $\underline{\rho}_n^-$ 의 방향은 그림 2에 나타나 있다. RWG 함수의 발산은

$$\nabla \cdot \underline{f}_n(\underline{x}) = \nabla \cdot \underline{f}_n^+(\underline{x}) + \nabla \cdot \underline{f}_n^-(\underline{x}) \quad (9-1)$$

$$\nabla \cdot \underline{f}_n^{\pm}(\underline{x}) = \begin{cases} \pm \frac{l_n}{A_n^{\pm}}, & \underline{x} \in T_n^{\pm} \\ 0, & \underline{x} \notin T_n^{\pm} \end{cases} \quad (9-2)$$

와 같으며, T_n^{\pm} 에서 표면 발산은 $(\pm 1/\rho_n^{\pm}) \partial(\rho_n^{\pm} f_n^{\pm})/\partial \rho_n^{\pm}$ 으로 주어진다. 산란체의 표면 전류밀도 \underline{I} 는 식 (8)의 RWG 함수를 이용하여 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\underline{I}(\underline{x}, t) = \sum_{n=1}^N I_n(t) \underline{f}_n(\underline{x}) \quad (10)$$

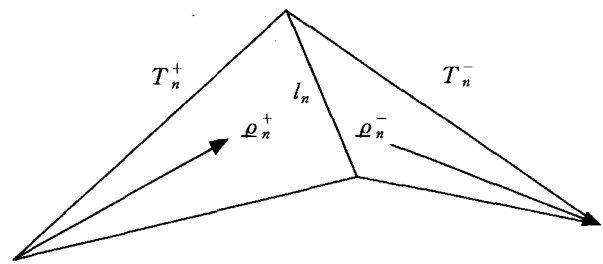


그림 2 RWG 함수 표현을 위한 공유변과 두 삼각형.
Fig. 2 A common edge and two triangular patches representing RWG function.

여기서 I_n 은 전류 계수이며, N 은 도체 표면을 삼각형으로 모델링하였을 때 삼각형이 이루는 공유변의 개수이다.

식 (6)과 (7)을 풀기 위하여 모멘트법을 적용하며, 이때 시험함수를 전개함수와 동일하게 선택하는 갤러킨 방법을 사용한다. 그리고 두 벡터간의 내적을

$$\langle f, g \rangle = \int_S f \cdot g dS$$

로 정의하여 이를 식 (6)에 적용하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \langle f_m, A(x, t_i) \rangle + \langle f_m, \nabla \phi(x, t_i) \rangle \\ &= \langle f_m, E^i(x, t_i) \rangle + \frac{1}{\Delta t} \langle f_m, A(x, t_{i-1}) \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

그리고 식 (7)에도 시험 내적을 취하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \langle f_m, A(x, t_i) \rangle + \frac{1}{2} \langle f_m, \nabla \phi(x, t_i) \rangle \\ &= \langle f_m, E^i(x, t_{i-1/2}) \rangle + \frac{1}{\Delta t} \langle f_m, A(x, t_{i-1}) \rangle \\ & \quad - \frac{1}{2} \langle f_m, \nabla \phi(x, t_{i-1}) \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

을 얻는다. 식 (11)과 (12)에서 좌변의 각 항은 $t = t_i$ 에서 양이며, 그리고 우변의 각 항은 $t = t_{i-1}$ 의 양 및 계산이 가능한 전원 전장으로 구성된다. 식 (12)의 양변에 모두 스칼라 전위항이 있으며 식 (11)과 달리 입사(인가)되는 전장은 시간 간격의 중앙인 $t = t_{i-1/2}$ 에서 계산됨을 주목할 필요가 있다.

다음은 식 (11)과 (12)의 시험 내적을 계산하는 과정을 보이고자 한다. 식 (10)을 이용하여 벡터 전위의 시험 적분을 수행하면 다음과 같다

$$\begin{aligned} \langle f_m, A(x, t_i) \rangle &= \int_S f_m(x) \cdot A(x, t_i) dS \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \int_S f_m(x) \cdot \int_S \frac{-I(x', \tau)}{R} dS' dS \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{\mu}{4\pi} \int_S f_m(x) \cdot \int_S I_n(\tau) \frac{-f_n(x')}{R} dS' dS \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서 RWG 함수 f_m 과 f_n 은 식 (8-1)과 같이 주어지므로, 식 (13)은

$$\langle f_m, A(x, t_i) \rangle = \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \frac{\mu}{4\pi} \int_S f_m^p(x) \cdot \int_S I_n(\tau) \frac{-f_n^q(x')}{R} dS' dS \quad (14)$$

와 같이 네 개의 항을 합하는 기호로 표현되며, 여기서 p 와 q 는 + 또는 -를 나타낸다. 식 (14)에서 전원 삼각형 T_n^+ 내에서 전류의 변화가 작다고 가정하면 지연시간을

$$\tau = t_i - \frac{R}{c} \rightarrow \tau_{mn}^{pq} = t_i - \frac{R_{mn}^{pq}}{c} \quad (15)$$

와 같이 근사시킬 수 있다. 여기서 $R_{mn}^{pq} = |x_m^p - x_n^q|$ 이며, x_m^p 와 x_n^q 는 각각 삼각형 T_m^p 와 T_n^q 의 중점을 나타내는 위치 벡터이다. 그러므로 식 (14)를

$$\langle f_m, A(x, t_i) \rangle = \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \mu a_{mn}^{pq} I_n(\tau_{mn}^{pq}) = A_m(t_i) \quad (16)$$

와 같이 쓸 수 있으며, 여기서

$$a_{mn}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m^p(x) \cdot \int_S \frac{f_n^q(x')}{R} dS' dS \quad (17)$$

$$I_n(\tau_{mn}^{pq}) = I_n\left(t_i - \frac{R_{mn}^{pq}}{c}\right) \quad (18)$$

이다.

다음은 스칼라 전위의 시험 내적을 고려한다. 벡터 항등식 $\nabla \cdot \phi A = A \nabla \phi + \phi \nabla \cdot A$ 와 식 (10)을 이용하면

$$\begin{aligned} \langle f_m, \nabla \phi(x, t_i) \rangle &= - \int_S \nabla \cdot f_m \phi(x, t_i) dS \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \nabla \cdot f_m(x) \int_S \int_0^t \frac{\nabla' \cdot I(x', t')}{R} dt' dS' dS \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \nabla \cdot f_m(x) \int_S \int_0^t I_n(t') \frac{\nabla' \cdot f_n(x')}{R} dS' dS dt' \end{aligned} \quad (19)$$

이 되며, 식 (15)의 가정을 이용하면 (19)를

$$\langle f_m, \nabla \phi(x, t_i) \rangle = \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \frac{b_{mn}^{pq}}{\epsilon} Q_n(\tau_{mn}^{pq}) = B_m(t_i) \quad (20)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서

$$b_{mn}^{pq} = \frac{1}{4\pi} \int_S \nabla \cdot f_m^p(x) \int_S \frac{\nabla' \cdot f_n^q(x')}{R} dS' dS \quad (21)$$

$$Q_n(\tau_{mn}^{pq}) = \int_0^{\tau_{mn}^{pq}} I_n(t') dt' \quad (22)$$

이다. 마지막으로 전원항의 시험내적은 다음과 같다.

$$\langle f_m, E^i(x, t_i) \rangle = \int_S f_m(x) \cdot E^i(x, t_i) dS = V_m(t_i) \quad (23)$$

식 (16)과 (20), 그리고 식 (23)을 식 (12)에 대입하면

$$\frac{A_m(t_i)}{\Delta t} + \frac{B_m(t_i)}{2} = V_m(t_{i-1/2}) + \frac{A_m(t_{i-1})}{\Delta t} - \frac{B_m(t_{i-1})}{2} \quad (24)$$

와 같다. 식 (11)에 의한 결과는 이와 유사하므로 여기서 따로 보이지 않는다.

전류계수 I_n 을 시간의 일차함수로 근사할 수 있다고 가정한다. $t_j \leq t_{i-1}$ 이고, $R_{mn}^{pq} \geq c\Delta t$ 또는 지연시간이 $t_{j-1} < \tau_{mn}^{pq} \leq t_j$ 이라면, 식 (18)과 (22)는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$I_n(\tau_{mn}^{pq}) = (1 - \delta)I_n(t_{j-1}) + \delta I_n(t_j) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} Q_n(\tau_{mn}^{pq}) &= \Delta t \hat{I}_n(t_{j-2}) + \frac{\Delta t}{2} (1 + 2\delta - \delta^2) I_n(t_{j-1}) \\ & \quad + \frac{\Delta t}{2} \delta^2 I_n(t_j) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서

$$\hat{I}(t_{j-2}) = \sum_{k=0}^{j-2} I_n(t_k), \quad \delta = \frac{\tau_{mn}^{pq} - t_{j-1}}{\Delta t}$$

이다. 시간 $t = t_i$ 에서 식 (25)와 (26)을 이용하면, 식 (24)에서 $R_{mn}^{pq} < c \Delta t$ 를 제외한 모든 항을 계산할 수 있다. 지연시간이 $t_{i-1} < t_{mn}^{pq} < t_i$ 또는 $R_{mn}^{pq} < c \Delta t$ 인 항에 대해서 식 (18)과 (22)는 각각 다음과 같다.

$$I_n(t_{mn}^{pq}) = s_{mn}^{pq} I_n(t_{i-1}) + (1 - s_{mn}^{pq}) I_n(t_i) \quad (27)$$

$$Q_n(t_{mn}^{pq}) = \Delta t \hat{I}_n(t_{i-2}) + \frac{\Delta t}{2} \{2 - (s_{mn}^{pq})^2\} I_n(t_{i-1}) + \frac{\Delta t}{2} (1 - s_{mn}^{pq})^2 I_n(t_i) \quad (28)$$

여기서 $s_{mn}^{pq} = \frac{R_{mn}^{pq}}{c \Delta t}$

이다. 식 (16)과 (20)에서 계산 가능한 항과 미지의 항을 분리하여 나타내면

$$A_m(t_i) = \hat{A}_m(t_i) + \tilde{A}_m(t_i) \quad (29)$$

$$B_m(t_i) = \hat{B}_m(t_i) + \tilde{B}_m(t_i) \quad (30)$$

와 같다. 여기서 기호 \cdot 은 $R_{mn}^{pq} < c \Delta t$ 에, 기호 \sim 은 $R_{mn}^{pq} \geq c \Delta t$ 에 각각 해당되는 요소를 나타낸다. 식 (29)와 (30)을 식 (24)에 대입하고 \hat{A}_m 과 \hat{B}_m 을 우변으로 옮기면, 좌변의 항들은

$$\frac{\hat{A}_m(t_i)}{\Delta t} + \frac{\hat{B}_m(t_i)}{2} = \sum_{n=1}^N a_{mn} I_n(t_i) + a_m(t_{i-1}) + b_m(t_{i-2}) \quad (31)$$

와 같으며, 여기서

$$a_{mn} = \sum_{p,q} \left[-\frac{\mu}{\Delta t} (1 - s_{mn}^{pq}) a_{mn}^{pq} + \frac{\Delta t}{4\epsilon} (1 - s_{mn}^{pq})^2 b_{mn}^{pq} \right] \quad (32)$$

$$a_m(t_{i-1}) = \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \left[-\frac{\mu}{\Delta t} s_{mn}^{pq} a_{mn}^{pq} + \frac{\Delta t}{4\epsilon} (2 - s_{mn}^{pq})^2 b_{mn}^{pq} \right] I_n(t_{i-1}) \quad (33)$$

$$b_m(t_{i-2}) = \sum_{n=1}^N \sum_{p,q} \frac{\Delta t}{2\epsilon} b_{mn}^{pq} \hat{I}_n(t_{i-2}) \quad (34)$$

이다. 합 연산자 위의 기호 \cdot 은 $R_{mn}^{pq} < c \Delta t$ 에 해당되는 요소를 의미한다. 식 (29)와 (30), 그리고 식 (31)을 식 (24)에 대입하면

$$\sum_{n=1}^N a_{mn} I_n(t_i) = V_m(t_{i-1/2}) + \frac{A_m(t_{i-1})}{\Delta t} - \frac{B_m(t_{i-1})}{2} - \frac{\tilde{A}_m(t_i)}{\Delta t} - \frac{\tilde{B}_m(t_i)}{2} - a_m(t_{i-1}) - b_m(t_{i-2}) \quad (35)$$

이 되며, 이를 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[\alpha_{mn}][I_n(t_i)] = [\beta_m(t_i)] \quad (36)$$

여기서 α_{mn} 은 식 (32)에 주어졌으며,

$$\beta_m(t_i) = V_m(t_{i-1/2}) + \frac{A_m(t_{i-1})}{\Delta t} - \frac{B_m(t_{i-1})}{2} - \frac{\tilde{A}_m(t_i)}{\Delta t} - \frac{\tilde{B}_m(t_i)}{2} - a_m(t_{i-1}) - b_m(t_{i-2}) \quad (37)$$

이다. 행렬 $[\alpha_{mn}]$ 은 시간의 함수가 아니며 계산 초기에 한번의 역행렬 연산만 하면 된다. 각 시간 t_i 에서 식 (36)의 연산

을 반복 수행함으로써 도체 표면의 시간영역 전류 계수를 얻을 수 있다.

산란 문제의 경우 가우시안 평면파가 입사한다고 가정하면 입사 전장을 다음과 같이 가정한다.

$$E^i(x, t) = E_0 \sqrt{\frac{4}{\pi T}} e^{-\gamma r} \quad (38)$$

여기서

$$\gamma = \frac{4}{T} (ct - ct_0 - r \cdot \hat{k}) \quad (39)$$

이며, \hat{k} 은 전파 방향을 나타내는 단위 벡터, T 는 가우시안 펄스의 폭, 그리고 t_0 는 펄스의 최대치의 시간을 나타낸다. 안테나 문제의 경우 전원을 인가하는 공유변에 델타 함수 전원을 사용한다. 식 (23)으로 주어지는 전장의 시험내적은 전원이 인가되는 공유변의 요소를 제외하면 모두 영이며, 전원 인가 요소에 대한 내적은 다음과 같다[12].

$$\langle I_m, E^i(x, t_i) \rangle = I_m V(t_i) \quad (40)$$

여기서 I_m 은 여기되는 공유변 m 의 길이이며 도선을 평판 띠로 가정한 그림 1의 경우 띠의 폭이 된다. 전원을 가우시안 전압으로 가정하면 다음과 같다.

$$V(t) = V_0 \sqrt{\frac{4}{\pi T}} e^{-\gamma r} \quad (41)$$

여기서

$$\gamma = \frac{4}{T} (ct - ct_0) \quad (42)$$

이며, 여기에 사용된 모든 기호들은 식 (39)에서 사용된 의미와 동일하다.

전류가 계산되면 원거리 전장은 다음과 같이 주어진다.

$$E(x, t) \approx -\frac{\partial}{\partial t} A(x, t) \quad (43)$$

여기서 자기 벡터 전위는 식 (3)으로부터 주어지며, 전류계수와 전개함수를 이용하면

$$A(x, t) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \int_S I_n \left(t - \frac{R}{c} \right) \frac{f_n(x')}{R} dS' \quad (44)$$

와 같이 쓸 수 있다. 식 (8)에 정의된 RWG 함수를 이용하면 식 (44)를

$$A(x, t) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_q \int_S I_n \left(t - \frac{R}{c} \right) \frac{f_n^q(x')}{R} dS' = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_q \int_{\Gamma_n^q} I_n \left(t - \frac{R}{c} \right) \frac{l_n}{2A_n^q} \frac{\rho_n^q(x')}{R} dS' \quad (45)$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 q 는 $+$ 또는 $-$ 이다. 원거리장을 고려할 때 식 (45)의 적분 안에 있는 $1/R$ 에서 $R \approx r$ 로 가정하고, 지연시간을 나타내는 $t - R/c$ 에서 $R \approx r - \hat{r} \cdot x'$ 으로

근사시킨다. 여기서 $\hat{r} = \mathbf{r}/r$ 이며, 장이 복사되는 방향의 단위 벡터이다. 식 (45)의 적분에서 선원 삼각형 T_n^q 의 중심값으로 근사하여 $\rho_n^q \approx \rho_n^{cq}$ 와 $\mathbf{r}' \approx \mathbf{r}_n^{cq}$ 으로 두면, 그 결과는

$$A(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu}{8\pi r} \sum_{n=1}^N I_n \sum_q \rho_n^{cq} I_n \left(t - \frac{r - \hat{r} \cdot \mathbf{r}_n^{cq}}{c} \right) \quad (46)$$

와 같다. 식 (46)을 (43)에 대입하면 원거리장은

$$E(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu}{8\pi r} \sum_{n=1}^N I_n \sum_q \rho_n^{cq} \frac{\partial}{\partial t} I_n \left(t - \frac{r}{c} + \frac{\hat{r} \cdot \mathbf{r}_n^{cq}}{c} \right) \quad (47)$$

이 된다. 식 (47)에서 전류계수의 미분항을 $t = t_i + r/c$ 에서 유한 차분으로 근사시키면 원거리장은

$$E(\mathbf{r}, t_i + \frac{r}{c}) = -\frac{\mu}{8\pi r \Delta t} \sum_{n=1}^N I_n \sum_q \rho_n^{cq} \times \left\{ I_n \left(t_{i+1/2} + \frac{\hat{r} \cdot \mathbf{r}_n^{cq}}{c} \right) - I_n \left(t_{i-1/2} + \frac{\hat{r} \cdot \mathbf{r}_n^{cq}}{c} \right) \right\} \quad (48)$$

이 된다.

4. 수치 결과

본 장에서는 그림 1에 주어진 구조에 대한 수치 결과를 보이고자 한다. 도선은 x 축을 따라 좌표계의 $z=0$ 에 있으며 그 길이가 1 m 이고, 폭이 1 cm 인 얇은 띠로 가정된다. 그리고 $z=-0.5$ m의 xy 평면에 평판 도체가 있다. 그림 1에서 보여진 도선의 폭은 삼각형 분할을 보이기 위하여 실제 크기보다 임의적으로 확대되어 있다. 도선은 20 개의 삼각형으로 나누어졌으며, 공유변은 19 개이다. 도선 아래에 놓인 평판 도체는 x 및 y 방향으로 8 등분하여 128 개의 삼각형과 176 개의 공유변으로 구성된다. 그림 1의 구조에서 $R_{min} = 3.35$ cm이며, 이는 도선의 삼각형 크기가 평판의 삼각형 크기보다 작기 때문에 도선만을 고려하더라도 최소거리는 동일하다. 또한 그림 1에 전류가 관찰되는 위치가 도선의 중앙에 화살표로 표시되어 있다. 식 (6)에 의한 후방차분 근사와 식 (7)의 중앙차분 근사에 의하여 계산된 전류와 원거리 전장 결과가 제시된다. 그리고 주파수 영역의 전장 적분 방정식을 이용하여 0-500 MHz에서 계산한 결과를 푸리에 역변환한 결과와도 비교한다.

4.1 평면파의 산란

산란 문제에서 전장은 식 (38)과 (39)로 주어지며, 가우시안 평면파의 입사 방향은 $\hat{k} = -\hat{z}$ 으로, 전장의 방향은 $\mathbf{E}_0 = \hat{x}$ 으로 각각 두었다. 그리고 펄스의 폭은 $T=4$ lm (light meter, 전자파가 자유공간에서 1 초 동안 진행하는 거리), $ct_0=6$ lm로 하였다. 산란 문제의 첫 예로서 그림 1에서 평판을 제외하고 도선만을 고려한다. 그림 3은 도선의 중앙에서 유기된 x 방향의 전류 응답을 보이고 있다. 그림 3(a)와 3(b)는 각각 $c\Delta t = 2R_{min}$ 과 $4R_{min}$ 일 때의 전류를 중앙차분과 후방차분 근사에 의한 결과를 주파수 영역에서 얻은

IDFT와 비교하고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 중앙차분 근사에 의한 결과는 IDFT와 매우 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 그러나 후방차분에 의한 결과는 정확하지 못하며, $c\Delta t$ 의 설정에 따라 해가 달라짐을 볼 수 있다.

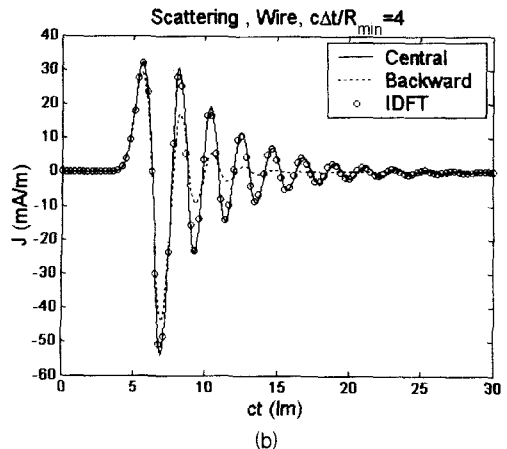
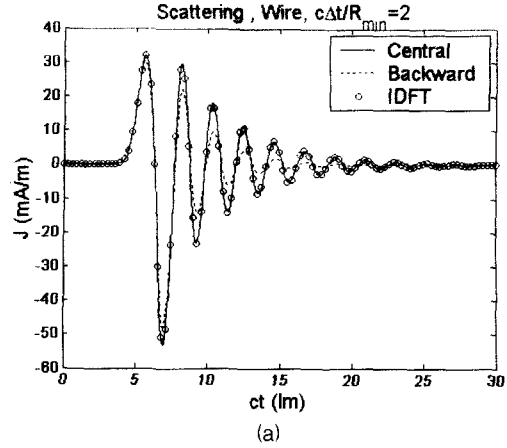


그림 3 도선 산란체 중앙의 과도 전류 응답. (a) $c\Delta t = 2R_{min}$. (b) $c\Delta t = 4R_{min}$.

Fig. 3 Transient current response at the center of a wire scatterer. (a) $c\Delta t = 2R_{min}$. (b) $c\Delta t = 4R_{min}$.

그림 4는 도선이 평판 위에 놓인 그림 1의 구조에 대한 결과이다. 수치 계산시 $c\Delta t/R_{min} = 3, 4, 5$ 로 하였다. 그림 4(a)와 4(b)는 각각 후방차분과 중앙차분 근사에 의한 결과이다. 그림에서 볼 수 있듯이 후방차분에 의하여 계산된 그림 4(a)는 해의 진동이 조기에 발생하고 IDFT의 결과와도 잘 일치하지 못하고 있다. 또한 $c\Delta t$ 를 달리하면 해가 각각 다를 수 있다. 그러나 중앙차분 근사인 그림 4(b)의 경우 시간 영역의 모든 해는 IDFT와 매우 잘 일치하며 후기진동도 없음을 볼 수 있다.

4.2 안테나 문제

안테나 구조는 그림 1과 동일하며 도선의 중앙에서 식 (41)과 (42)의 가우시안 펄스가 전압원으로 급전된다. 이 때 $V_0 = 1$ V로 하였으며, $T=4$ lm, $ct_0=6$ lm로 두었다. 안테

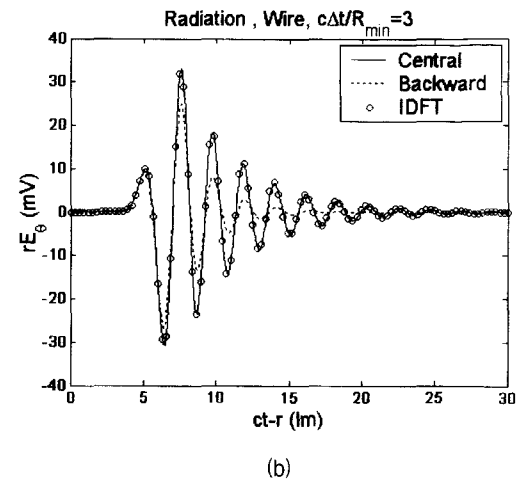
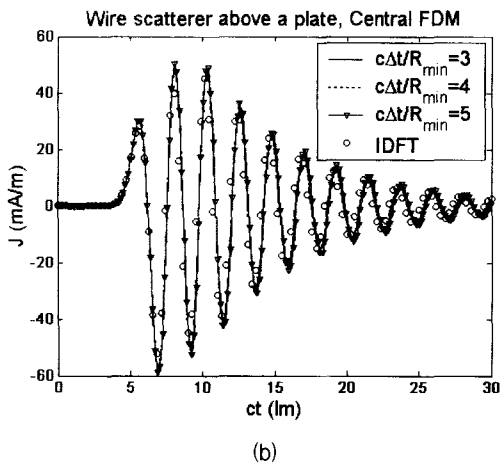
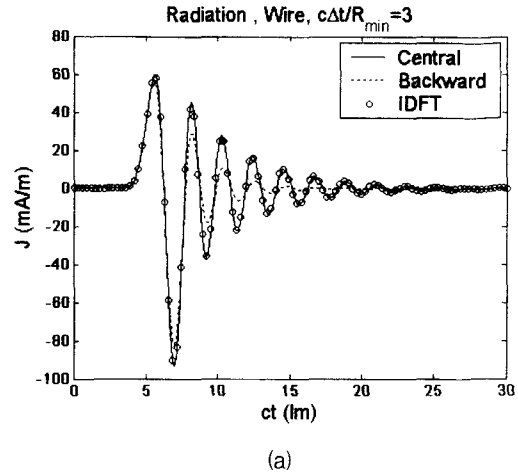
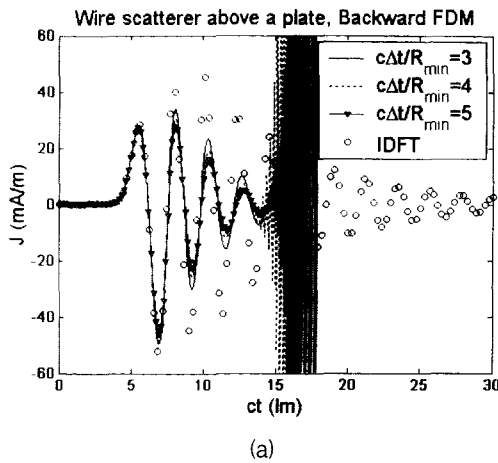


그림 4 평판 산란체 위에 놓인 선도체 중앙의 과도 전류 응답. (a) 후방유한차분 근사. (b) 중앙유한차분 근사.

Fig. 4 Transient current response at the center of a conducting wire above a plate scatterer. (a) Backward finite difference approximation. (b) Central finite difference approximation.

그림 5 선도체 안테나의 과도 응답, $c\Delta t = 3R_{min}$. (a) 입력 전류. (b) 정규화 원거리장.

Fig. 5 Transient response from a conducting wire antenna, $c\Delta t = 3R_{min}$. (a) Input current. (b) Normalized far-field.

나 문제의 첫 예로서 그림 1에서 평판을 제외하고 도선 안테나만을 고려한다. 그림 5는 $c\Delta t = 3R_{min}$ 일 때 도선 안테나의 과도응답을 보이고 있다. 그림 5(a)는 급전되는 공유변의 전류를, 그림 5(b)는 정규화된 원거리 복사장을 IDFT의 결과와 비교하고 있다. 산란 문제의 결과와 유사하게 중앙차분 근사에 의한 과도응답은 IDFT와 정확히 잘 일치하고 있으며, 후방차분에 의한 해는 정확성이 떨어짐을 볼 수 있다.

안테나 문제의 둘째 예는 도선 안테나와 평판을 다 고려한 구조이다. 그림 6은 $c\Delta t/R_{min} = 3, 4, 5$ 일 때 평판 위에 있는 다이폴 안테나의 중앙에서 급전 전류의 과도응답이며 IDFT의 결과와 비교되고 있다. 산란 문제와 마찬가지로 그림 6(a)의 후방차분에 의한 결과는 불안정할 뿐만 아니라 $c\Delta t$ 의 변

화에 대하여 서로 다른 결과를 보이고 또한 IDFT 결과와도 차이가 많이 있음을 볼 수 있다. 그러나 중앙차분을 사용한 그림 6(b)의 경우 해가 안정되어 있으며 IDFT의 결과와도 매우 잘 일치하고 있다. 그림 7은 계산된 모든 전류 분포로부터 산출된 원거리 복사장이다. 그림 6과 마찬가지로 후방차분 근사인 그림 7(a)는 후기 진동에 의하여 불안정할 뿐만 아니라 IDFT와도 크게 벗어나 있다. 그러나 중앙차분 근사를 적용한 그림 7(b)는 $c\Delta t$ 가 다르더라도 모두 IDFT와 잘 일치하고 있다. 따라서 중앙차분으로 전장 적분방정식을 근사하는 식 (7)을 이용하면 정확하고 안정된 해를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

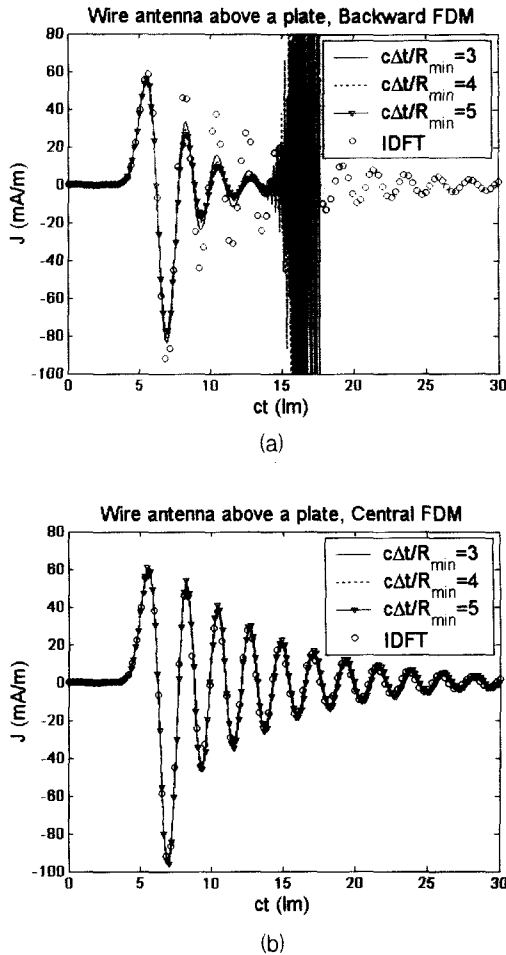


그림 6 평판 위에 놓인 선도체 안테나의 입력 전류. (a) 후방 유한차분 근사. (b) 중앙유한차분 근사.
 Fig. 6 Input current of a conducting wire antenna above a plate. (a) Backward finite difference approximation. (b) Central finite difference approximation.

5. 결 론

본 논문에서는 선형 산란도체와 안테나의 과도응답을 해석하기 위하여 시간영역 전장 적분방정식에 중앙차분 근사 방법을 적용하였으며, 매우 정확하고 안정된 해를 제시하였다. 선형도체를 산란체 또는 안테나로 간주하여 근접 도체의 유무에 따른 영향도 살펴보았다. 그 결과 다음과 같은 결론에 도달할 수 있다.

첫째, 시간 간격($c\Delta t$)을 삼각형의 중심간 최소거리(R_{min}) 보다 크게 선택하는 방법(implicit scheme)을 사용할 때 시간 간격이 크기 때문에 중앙차분이 후방차분보다 전장 적분방정식을 잘 근사시키며 더욱 정확한 해를 주고 있다. 둘째, 참고 문헌 [2]와 같이 후기진동을 없애기 위하여 전류의 평균치를 취하는 방법을 도입하더라도, 후방차분 근사에 의한 계산 결과를 볼 때 정확성을 개선시키지는 못한다. 그러나 중앙차분의 적용시 스칼라 전위를 시간에 대한 평균으로 근사하는 것은 정확성뿐만 아니라 후기 진동을 제거하여 해의 안정도를

개선시킨다. 셋째, 평판을 고려하지 않고 도선만을 고려한 결과로부터 알 수 있듯이 단순한 구조에 대해서 적절한 시간간격을 설정하면 후방차분 근사로부터도 타당한 결과를 얻을 수도 있다. 그러나 구조물이 복잡해지면, 즉 본 논문에서처럼 평판도체를 도입하였을 때, 해는 심한 후기 진동을 겪게 된다. 따라서 벡터 전위 항을 중앙차분으로, 스칼라 전위를 시간평균으로, 그리고 전위항을 시간간격의 중앙에서 계산하는 본 논문의 방법에 의하여 단순한 구조물뿐만 아니라 다른 산란체가 부가되더라도 정확하고 안정된 해석이 가능함을 알 수 있다.

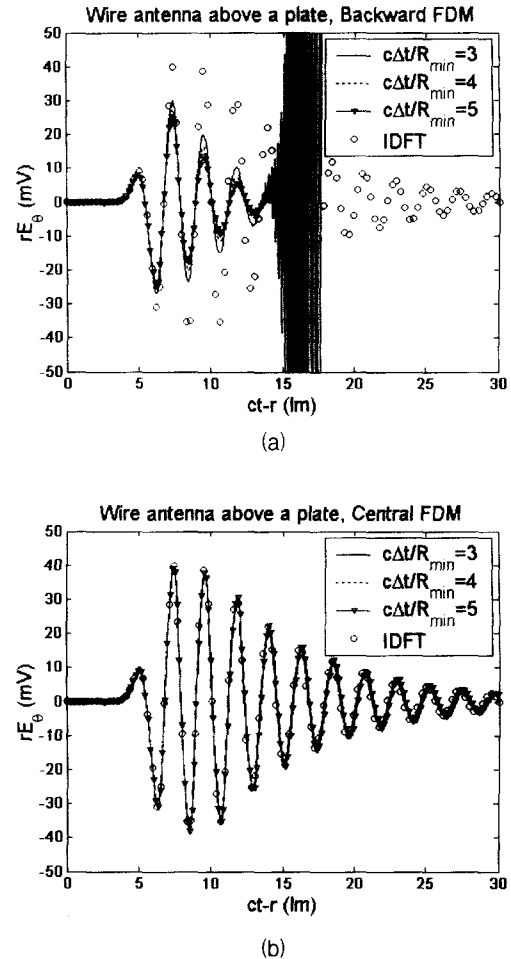


그림 7 평판 위에 놓인 선도체 안테나의 정규화 원거리장. (a) 후방유한차분 근사. (b) 중앙유한차분 근사.
 Fig. 7 Normalized far-field from a conducting wire antenna above a plate. (a) Backward finite difference approximation. (b) Central finite difference approximation.

참 고 문 헌

[1] S. M. Rao and D. R. Wilton, "Transient scattering by conducting surfaces of arbitrary Shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, no. 1, pp. 56-61, Jan. 1991.
 [2] D. A. Vechinski and S. M. Rao, "A stable procedure to

calculate the transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, no. 6, pp. 661-665, June 1992.

[3] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "An alternative version of the time-domain electric field integral equation for arbitrarily shaped conductors," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 6, pp. 831-834, June 1993.

[4] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "An efficient method to evaluate the time domain scattering from arbitrarily shaped conducting bodies," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 17, no. 5, pp. 321-325, April 1998.

[5] S. M. Rao and T. K. Sarkar, "Transient analysis of electromagnetic scattering from wire structures utilizing an implicit time-domain integral-equation technique," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 17, no. 1, pp. 66-69, Jan. 1998.

[6] S. M. Rao, *Time Domain Electromagnetics*. Academic Press, 1999.

[7] S. M. Booker, "Calculation of surface impedance effects on transient antenna radiation," *Radio Science*, vol. 31, no. 6, pp. 1663-1669, Nov.-Dec. 1996.

[8] J. F. Callejon, A. R. Bretones, and R. G. Martin, "On the application of parametric models to the transient analysis of resonant and multiband antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, no. 3, pp. 312-317, March 1998.

[9] K. Aygun, S. E. Fisher, A. A. Ergin, B. Shanker, and E. Michielssen, "Transient analysis of multielement wire antennas mounted on arbitrarily shaped perfectly conducting bodies," *Radio Science*, vol. 34, no. 4, pp. 781-796, July-Aug. 1999.

[10] B. H. Jung and T. K. Sarkar, "Time-domain electric-field integral equation with central finite difference," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 31, no. 6, pp. 429-435, Dec. 2001. B. H. Jung and T. K. Sarkar, "Corrections to 'Time-domain electric-field integral equation with central finite difference'," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 33, no. 2, p. 148, April 2002.

[11] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 30, no. 5, pp. 409-418, May 1982.

[12] S. Makarov, "MoM antenna simulations with Matlab: RWG basis functions," *IEEE Antennas Propagation Magazine*, vol. 43, no. 5, pp. 100-107, Oct. 2001.

저 자 소 개



정 백 호 (鄭 白 鎬)

1985년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사). 1989년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사). 1997년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사). 1989년 2월~1994년 3월: 국방과학연구소 연구원. 1997년 9월~현재: 호서대학교 전기정보통신공학부 및 벤처전문대학원 조교수. 2001년 1월~2002년 2월: 미국 Syracuse 대학교 연구교수. 주관심분야: 전자파 수치해석, 이동통신 전파환경, 비선형 광학.
Tel : 041-540-5690, Fax : 041-540-5693
E-mail : bhjung@office.hoseo.ac.kr



서 정 훈 (徐 正 勳)

2002년 2월: 호서대학교 전파공학과(공학사). 2002년 3월~현재: 호서대학교 대학원 정보통신공학과 석사과정. 주관심분야: 전자파 수치해석.
Tel : 041-540-5690, Fax : 041-540-5693
E-mail : ewme95@hotmail.com



윤 희 상 (尹 熙 相)

1975년 2월: 한국항공대학교 항공통신공학과(공학사). 1979년 2월: 동국대학교 전자공학과 (공학석사). 1989년 8월: 동국대학교 전자공학과 (공학박사). 1975년 3월~1977년 2월: 한국어업기술훈련소 통신교관. 1977년 3월~1979년 2월: 부산성지공업대학 조교수. 1979년 3월~현재: 호서대학교 교수. 1987년 8월~1988년 8월: 문타나 주립대학교 객원교수. 2001년 2월~2002년 2월: 콜로라도 주립대학교 객원교수. 주관심분야: 고주파 인버터, 초음파응용, 통신시스템.
Tel : 041-540-5681, Fax : 041-540-5693
E-mail : hsyun@office.hoseo.ac.kr