

일래스토메릭 부싱의 축방향모드에 대한 리아니스 모델연구

이 성 범

인제대학교 기계자동차공학부

(2002년 2월 20일 접수, 2002년 3월 27일 수정, 2002년 4월 1일 채택)

A Study of Lianis Model for Elastomeric Bushing in Axial Mode

Seong Beom Lee

School of Mechanical & Automotive Engineering, Inje University

(Received February 20, 2002, Revised March 27, 2002, Accepted April 1, 2002)

요약: 본 연구에서 고려된 elastomeric bushing은 자동차 현가장치에 사용되는 기계요소로서, 바깥쪽의 실린더형 슬리브와 안쪽의 실린더형 축 사이에서 가운데가 완전히 비어있는 실린더의 형태를 가진다. 본 연구에서는 일래스토메릭 부싱에 적용되는 힘과 변형의 관계가 비선형이고 점탄성의 특성을 보이므로, Lianis에 의해 발전되어진 비선형 점탄성 비압축 재료에 대한 구조 방정식을 사용하여, 부싱의 축방향 응답에 대한 힘과 변위의 관계를 얻었다. 또한 변위에 의존하는 force relaxation function은 extrapolation method에 의한 ramp displacement control test로부터 완성되고, 이는 step displacement control test로부터 얻어진 결과와 비교하여, 두 결과가 매우 잘 일치됨을 확인하였다.

ABSTRACT : An elastomeric bushing which has been considered in this research is a device used in automotive suspension systems to reduce the force transmitted from the wheel to the frame of the vehicle. A bushing is modeled as a hollow cylinder which is bonded to a solid metal shaft at its inner surface and a metal sleeve at its outer surface. Lianis constitutive equation for a nonlinear viscoelastic incompressible material is used to model the elastomeric material of the bushing. It is used to derive a force-displacement relation for axial response of the bushing. The displacement dependent force relaxation function for the bushing is obtained from the ramp displacement control tests with an extrapolation method. This is compared with the exact result obtained from the step displacement control test and the results are in very good agreement.

Keywords : elastomeric bushing, Lianis equation, nonlinear viscoelastic incompressible material, displacement dependent force relaxation function

I. 서 론

일래스토메릭 부싱(elastomeric bushing)은 자동차의 현가장치(suspension system)에 사용되는 기계요소로서, 여러 가지 형상을 가지고 있으며, 본 연구

에서 고려된 부싱은 바깥쪽의 실린더형 슬리브(sleeve)와 안쪽의 실린더형 축 사이에 있는, 가운데가 완전히 비어있는 실린더의 형태를 가진다. 이 슬리브와 축은 자동차 현가장치의 부품들에 연결되어 있으며, 일래스토메릭 부싱을 통하여 힘이 전달되며, 부싱은 충격과 진동을 줄여주는 역할을 한다.

† 대표저자(e-mail : mechlsb@ijnc.inje.ac.kr)

자동차의 현가장치에서 부상을 통하여 전달되는 힘은 부품의 피로수명 예측, 차량의 승차감 및 동특성에 직접적인 영향을 미치는 매우 중요한 요소로 알려져 있다. 특히, 현가장치의 동역학적 현상을 정확히 예측하는 데 있어서, 간단하면서도 정확한 부상모델은 매우 중요하다고 할 수 있다. 또한 부상은 힘과 변위와의 관계로 모델링되는데, 이는 미국 미시간 대학교 기계공학과의 자동차 구조 내구성 센터(Center for Automotive Structural Durability Simulation)에서 수행한 일차원 반경방향 변위 제어실험(one-dimensional radial displacement control test)결과, 비선형 점탄성현상이 관찰되어 기존의 선형 점탄성 모델은 정확하지 못하다고 판명되었다.^{1,2}

따라서, 본 연구에서는 일래스토메릭 부상이 축과 슬리브에 적용되는 힘과 변위의 관계가 비선형이고 점탄성의 특성을 보이므로, 리아니스에 의해 발전되어진 비선형 점탄성 비압축 재료에 대한 구조방정식을 사용하여, 부상의 축방향 응답에 대한 힘과 변위의 관계를 얻었다. 또한 변위에 의존하는 force relaxation function은 extrapolation method에 의한 ramp displacement control test로부터 완성되고, 이는 step displacement control test로부터 얻어진 결과와 비교하여 볼 때, 그 결과는 매우 잘 일치된다.

II. 구조 방정식

비압축성 등방성 점탄성 물질의 등온반응에 대한 3차원 구조이론은 콜만(Coleman)과 놀(Noll)에 의하여 발전되었으며, 근사적 구조방정식을 완성하기 위하여 fading memory가 이용되었다.³

리아니스와 그의 동료들은 스티렌-부타디엔 고무(styrene-butadiene rubber)에 관한 실험을 통해 여러 방향에서의 데이터로 많은 시행착오를 통한 후 적분방정식을 완성하여, 비압축성 비선형 점탄성 물질에 관한 다음의 식을 완성하였다.^{4~8}

$$\begin{aligned} \alpha(t) = & -\hat{\chi}(t) \mathbf{I} - (c + d(I_2 - 3))B^2 \\ & + \left[a + \frac{b}{(I_1 - 2)^2} + I_1(c + d(I_2 - 3)) \right] B \\ & + 2 \int_{-\infty}^t [P_0(t-s) + (I_2 - 3)Q_0(t-s)] \dot{C}_t(s) ds \\ & + \int_{-\infty}^t \left[P_1(t-s) + \frac{Q_1(t-s)}{(I_1 - 2)^2} \right] [BC_t(s) + \dot{C}_t(s)B] ds \end{aligned} \quad (1)$$

$\alpha(t)$: 수직응력(normal stress)과 전단응력(shear stress)이 포함된 3×3 행렬

\hat{p} : 비압축성의 제한으로부터 온 스칼라량

t : 현재시간

s : 과거에서 현재까지의 시간 ($-\infty < s \leq t$)

$P_0(t), Q_0(t), P_1(t), Q_1(t)$: material property for styrene-butadiene rubber

a, b, c, d : material property for styrene-butadiene rubber

B : left Cauchy-Green tensor

$I_1 = B_{ii}$ (summation convention, tensor notation)

$I_2 = \frac{1}{2} \{ B_{ii}B_{jj} - B_{ij}B_{ji} \}$ (summation convention, tensor notation)

$C_t(s)$: right relative Cauchy-Green tensor

$$\dot{C}_t(s) = \frac{dC_t(s)}{ds}$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

고정 좌표계에서의 질점의 위치를 X , 시간 s 에서의 질점의 위치를 $x(s)$ 라 하면, 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$x(s) = \chi(X, s), \quad -\infty < s \leq t \quad (2)$$

시간 t 에서의 질점의 변형 그레이디언트(deformation gradient)를 $\mathbf{F}(t)$ 라 표기하면,

$B(t) = \mathbf{F}(t) [\mathbf{F}(t)]^T$ 는 왼쪽 코시-그린 변형률 텐서(left Cauchy-Green strain tensor), I_1 과 I_2 는 $B(t)$ 의 변형률불변량(strain invariants)이며, $C_t(s)$ 와 $\dot{C}_t(s)$ 는 오른쪽 상대 코시-그린 변형률 텐서

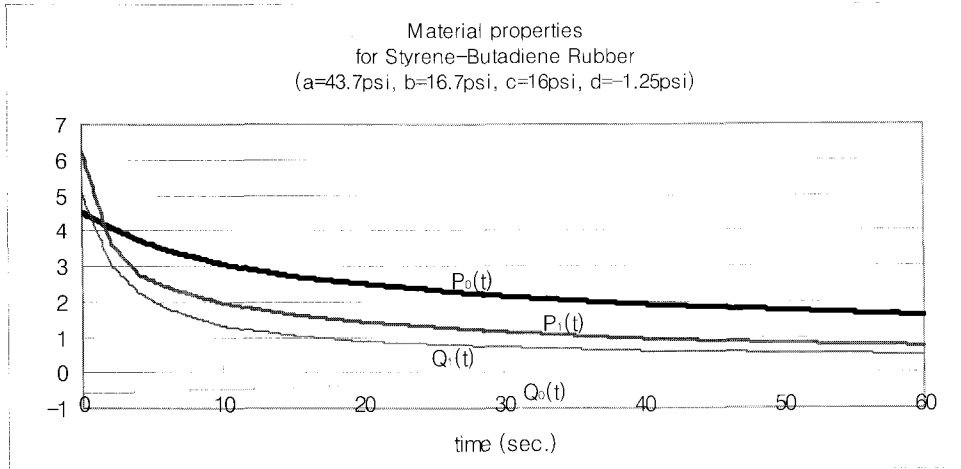


Figure 1. Material properties for styrene-butadiene rubber (y축: $P_0(t)$, $Q_0(t)$, $P_1(t)$, $Q_1(t)$, 단위:psi)

(right relative Cauchy-Green strain tensor)와 그것의 s 에 대한 편미분을 나타낸다.

$P_0(t)$, $Q_0(t)$, $P_1(t)$, $Q_1(t)$, a , b , c , d 는 psi 단위를 가지는 물질의 특성이며, 리아니스와 그의 동료들에 의하여 실험을 통하여 얻어진 데이터를 $0 \leq t \leq 60$ sec 에 대하여, 보간법(interpolation)과 외삽법(extrapolation)을 이용하여 Figure 1에 나타내었다.⁸⁹

III. 리아니스 모델링

부싱은 가운데가 비어있는 실린더로 가정되어 축방향 대칭이며, 관성은 무시되었으며, 이 연구에서는 축방향의 변형만이 고려되었다. 변형전의 원통좌표계는 R, θ, Z 이며, 변형후의 원통좌표계는 r, θ, z 로 한다. 부싱은 $t < 0$ 에서는 변형이 없으며, $t \geq 0$ 에서는 가운데 축이 축방향의 힘을 받음

$$\begin{aligned}
 \widehat{\sigma}_{rz}(\widehat{R}, t) &= G \frac{\widehat{F}(t)}{\widehat{R}} \\
 &= \left[a + \frac{b}{\{1 + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)\}^2} + \{3 + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)\} \{c + d\widehat{k}^2(\widehat{R}, t)\} \right] \widehat{k}(\widehat{R}, t) \\
 &\quad - [c + d\widehat{k}^2(\widehat{R}, t)] [2 + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)] \widehat{k}(\widehat{R}, t) + 2\widehat{k}(\widehat{R}, 0^+) [P_0(t) + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)Q_0(t)] \\
 &\quad + 2 \int_{0^+}^t \left[P_0(t-s) \frac{\partial \widehat{k}(\widehat{R}, s)}{\partial s} \right] ds + 2\widehat{k}^2(\widehat{R}, t) \int_{0^+}^t \left[Q_0(t-s) \frac{\partial \widehat{k}(\widehat{R}, s)}{\partial s} \right] ds \\
 &\quad + \widehat{k}(\widehat{R}, 0^+) \left[P_1(t) + \frac{Q_1(t)}{\{1 + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)\}^2} \right] [2 + \widehat{k}(\widehat{R}, 0^+) \widehat{k}(\widehat{R}, t) - \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)] \\
 &\quad + 2\widehat{k}(\widehat{R}, t) \int_{0^+}^t \left[P_1(t-s) \widehat{k}(\widehat{R}, s) \frac{\partial \widehat{k}(\widehat{R}, s)}{\partial s} \right] ds \\
 &\quad + [2 - \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)] \int_{0^+}^t \left[P_1(t-s) \frac{\partial \widehat{k}(\widehat{R}, s)}{\partial s} \right] ds \\
 &\quad + \frac{2\widehat{k}(\widehat{R}, t)}{[1 + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)]^2} \int_{0^+}^t \left[Q_1(t-s) \widehat{k}(\widehat{R}, s) \frac{\partial \widehat{k}(\widehat{R}, s)}{\partial s} \right] ds \\
 &\quad + \frac{2 - \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)}{[1 + \widehat{k}^2(\widehat{R}, t)]^2} \int_{0^+}^t \left[Q_1(t-s) \frac{\partial \widehat{k}(\widehat{R}, s)}{\partial s} \right] ds
 \end{aligned} \tag{3}$$

에 따라 부싱은 바깥쪽 슬리브에 대하여 축방향으로 변위 $w(R, t)$ 를 갖는다. 변형후의 모양은 Figure 2에 나타나 있으며, 바깥쪽 슬리브는 고정되어 있으므로, $w(R_o, t) = 0$ 이며, 가장 큰 변위를 가지는 부싱의 안쪽에서의 변위 $w(R_i, t)$ 와 축방향 힘과의 관계를 알아보고자 한다.

부싱 안쪽 반지름 R_i 를 이용하여 반지름 R , 힘 $F(t)$, 변위 $w(R, t)$ 를 $\hat{R} = R/R_i$, $\hat{w}(\hat{R}, t) = w(R, t)/R_i$, $\hat{F}(t) = F(t)/(2\pi R_i LG)$ 로 무차원 한 후, 여러 단계의 계산을 통하여 얻어진, 힘, 응력, 변형률, 변위와의 관계는 다음과 같다.(수식 3)

$$\hat{k}(\hat{R}, t) = \frac{\partial \hat{w}(\hat{R}, t)}{\partial \hat{R}} \quad (4)$$

힘 $F(t)$ 를 무차원화 하기 위하여 이용된 G 는 다음과 같이 정의되었다.

$$G = \lim_{\hat{R} \rightarrow 0^+} \frac{\hat{\sigma}_{rz}(\hat{R}, 0^+)}{\hat{k}(\hat{R}, 0^+)} = 107.95 (psi) \quad (5)$$

식 (3)과 (4)는 부싱의 축방향모드에 대한 리아니스 모델로 불리우며, 힘 $\hat{F}(t)$ 가 주어지면, 볼테라 적분방정식(Volterra integral equation)인 식 (3)과 변위와 변형률의 관계를 나타내는 식 (4)로부터 부싱의 안쪽 반지름에서의 변위 $\hat{w}(1, t)$ 가 구해진다.

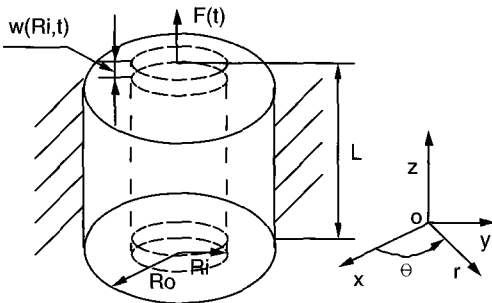


Figure 2. Deformed configuration

IV. Force extrapolation method

램프변위제어 실험(ramp displacement control test)의 결과는 스텝변위제어 실험(step displacement control test)의 결과와 같은 force output을 얻기 위해 force extrapolation method를 수행하며, 변위에 의존하는 힘완화함수 $H(\Delta, t)$ 는 다음과 같이 수행된다.

Figure 3은 ramp displacement control tests를 보여 주고 있으며, $\Delta(t)$ 는 주어진 ramp displacement history를 나타내고, 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta(t) &= \frac{\Delta_j}{T_j^*} t, \quad 0 \leq t \leq T_j^* \\ &= \Delta_j, \quad T_j^* \leq t \quad (\text{여기서 } T_j^* : \text{rise time}) \end{aligned} \quad (6)$$

Figure 3의 displacement input의 slope는 $t = T_j^*$ 에서 양(+) \rightarrow 0으로 바뀌며, 램프변위제어 실험들(ramp displacement control tests)의 결과인 힘은 Figure 3의 force output에 나타나 있다. Figure 3의 input은 j 가 증가함에 따라 T_j^* 가 0에 접근하는 것을 보여주며, 세종류의 displacement input을 나타낸다. 따라서 Figure 3의 output은 변위들 각각에 대한 램프변위제어 실험(ramp displacement control test)의 결과로 나온 힘의 응답이다.

또한, 힘과 변위와의 직접 관계식인 Pipkin-Rogers model에 $H(\Delta(0), t) = H(0, t) = 0$, $d\Delta(s) / ds = 0, s \geq T_j^*$ 을 대입하면, 임의의 시간 $t \geq T_j^*$ 에 대하여, 다음과 같은 식을 얻는다.⁹

$$F(t) = \int_0^{T_j^*} \frac{\partial H(\Delta(s), t-s)}{\partial \Delta(s)} \frac{d\Delta(s)}{ds} ds \quad (7)$$

따라서, 식(7)로부터 $H^*(\Delta_j, t, T_j^*)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$H^*(\Delta_j, t, T_j^*) = \int_0^{T_j^*} \frac{\partial H(\Delta(s), t-s)}{\partial \Delta(s)} \frac{d\Delta(s)}{ds} ds \quad (8)$$

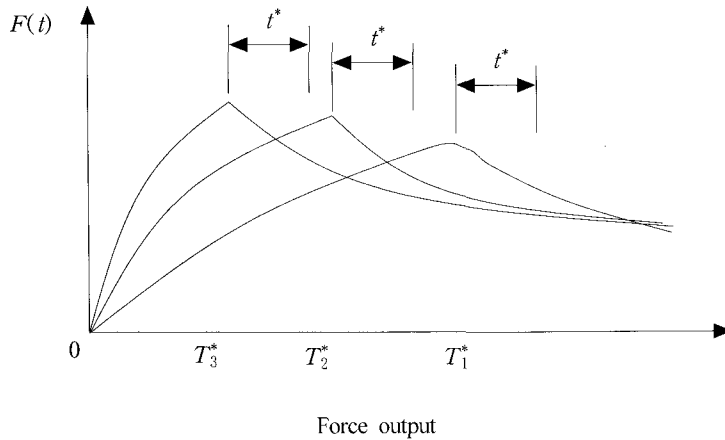
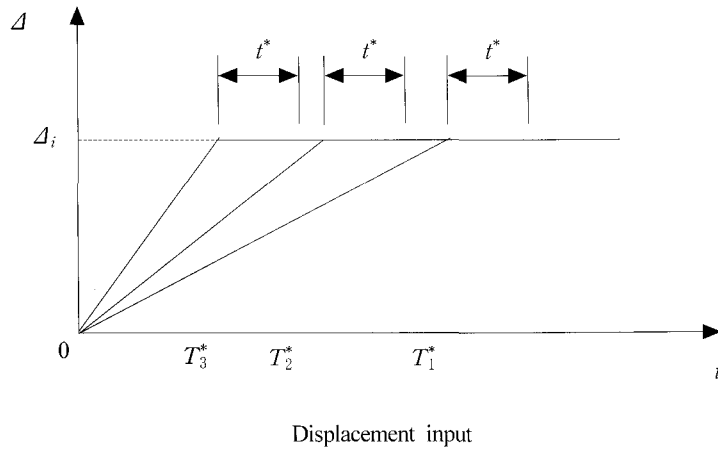


Figure 3. Ramp displacement control tests

이 식에서, 적분변수를 s 에서 $\Delta = \frac{\Delta_i \cdot s}{T_j^*}$ 로 치환하고, $t = T_j^* + t^*$ 일 때, 다음과 같이 변환된다.

$$H^*(\Delta_i, t^*, T_j^*) = \int_0^{\Delta_i} \frac{\partial H(\Delta, t^* + T_j^*(1 - \frac{\Delta}{\Delta_i}))}{\partial \Delta} d\Delta \quad (9)$$

여기서 T_j^* 가 0에 접근하면, 다음과 같다.

$$\lim_{T_j^* \rightarrow 0} H^*(\Delta_i, t^*, T_j^*) = \int_0^{\Delta_i} \frac{\partial H(\Delta, t^*)}{\partial \Delta} d\Delta = H(\Delta_i, t^*) \quad (10)$$

Figure 3에서, $i = 1, 2, 3, \dots, n_d$ 와 $j = 1, 2, 3, \dots, n_T$ 에 대하여 변위 Δ_i 와 rise time T_j^* 가 정의되고, Δ_i 와 T_j^* 에 대한 displacement history는

$$\Delta(t) = \frac{\Delta_i}{T_j^*} t \quad (0 \leq t \leq T_j^*), \quad \Delta(t) = \Delta_i \quad (T_j^* \leq t)$$

이다.

변위 Δ_i 의 값은 고정된 상수이고, $T_{(j+1)}^* < T_j^*$, $T_j^* > 0$ 임으로, j 가 증가함에 따라 T_j^* 가 감소한다.

$H_{n\text{exp}}^*(\Delta_i, T_j^*, t)$ 는 $t \geq T_j^*$ 일 때 force history response로 표현되며 ramp displacement history인 $\Delta(\Delta_i, T_j^*, t)$ 의 slope은 rise time T_j^* 일 때, 양에서 0으로 변화하면, 시간에 따른 force response의 slope은 $t = T_j^*$ 일 때, 양에서 음으로 바뀐다.

t^* 는 시간 T_j^* 에서의 slope에서 파단점으로부터의 시간 간격이다. 즉, $t = t^* + T_j^*$ 이다. 이때, 고정된 변위 Δ_i 와 시간 간격 t^* 에서의 $H_{n\text{exp}}^*(\Delta_i, T_j^*, t)$ 는 $H_{n\text{exp}}^*(\Delta_i, T_j^*, T_j^* + t^*)$ 가 되며, $H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*)$ 는 다음과 같이 T^* 의 함수로 표시된다.

$$H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T_j^*) = H_{n\text{exp}}^*(\Delta_i, T_j^*, T_j^* + t^*), \quad (11)$$

$$T_j^*, j = 1, 2, 3, \dots, n_T$$

또한, $H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*)$ 는 $T^* = 0$ 에서 $j = 1, 2, 3, \dots, n_T$ 인 T_j^* 의 데이터로 측정된다.

따라서,

$$\lim_{T^* \rightarrow 0} H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*) = H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, 0)$$

$$\approx \lim_{T^* \rightarrow 0} H_{n\text{exp}}^*(\Delta_i, T_j^*, T_j^* + t^*) \quad (12)$$

$$= H(\Delta_i, t^*)$$

$H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*)$ 의 계산은 extrapolation process를 이용하여 결정되며, 고정된 시간 간격 t^* 에서, $H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*)$ 는 다음의 관계로서 정의된다.

$$H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*) = C_1 + C_2 \left[\frac{1 - e^{-\left(\frac{T^*}{\tau}\right)}}{\left(\frac{T^*}{\tau}\right)} \right] \quad (13)$$

따라서,

$$\lim_{T^* \rightarrow 0} H_{fit}^*(\Delta_i, t^*, T^*) = C_1 + C_2 \quad (14)$$

$$= H(\Delta_i, t^*)$$

또한, C_1, C_2, τ 는 다음의 식 (15)를 최소화함으로써 정의된다.

$$\sum_{j=0}^n \left(\left(C_1 + C_2 \left[\frac{1 - e^{-\left(\frac{T_j^*}{\tau}\right)}}{\left(\frac{T_j^*}{\tau}\right)} \right] \right) - H_{n\text{exp}}^*(\Delta_i, T_j^*, T_j^* + t^*) \right)^2 \quad (15)$$

V. 컴퓨터를 이용한 변위제어모의실험

축방향 step displacement history는 $t \geq 0$ 일 때 $\hat{w}(1, t) = \hat{w}_0$ 이며, ramp displacement history는 $0 \leq t \leq T^*$ 일 때는 $\hat{w}(1, t) = \frac{\hat{w}_0}{T^*} t$ 이고, $t \geq T^*$ 에 서는 $\hat{w}(1, t) = \hat{w}_0$ 이다.

Figure 4는 $\hat{w}_0 = 1$ 일 때 step displacement history에 대한 결과이다.

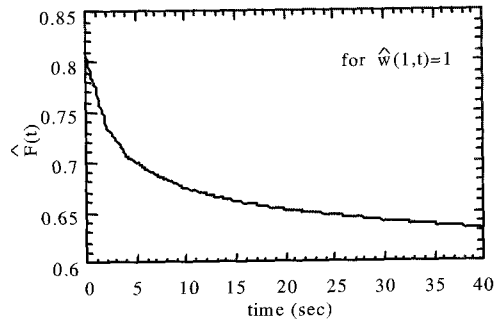


Figure 4. Force relaxation function for $\hat{w}_0 = 1$ from step displacement control test

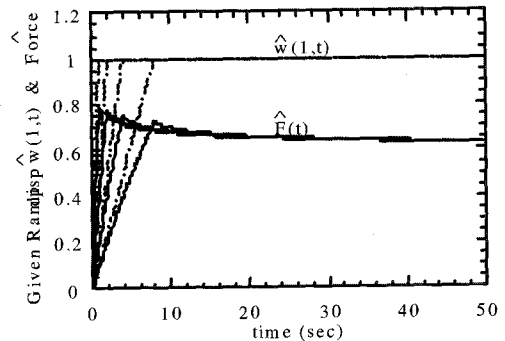


Figure 5. Ramp displacement control tests

Figure 5는 $\hat{w}_0 = 1$, $T^* = 1, 2, 4, 8$ sec 일 때의 ramp displacement history에 대한 결과이며, T^* 의 극한값이 0으로 접근함에 따라 $\hat{F}(T^*)$ 가 증가함을 알 수 있다. 또한 $t \geq 30$ sec 일 때 $\hat{F}(t)$ 는 T^* 에 독립적임을 보여주는데, 이것은 fading memory의 성질을 나타내고 있다.

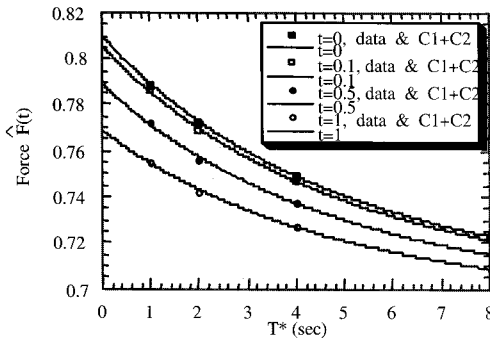


Figure 6. Force extrapolation procedure

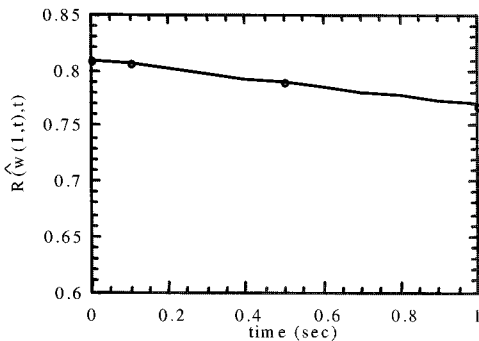


Figure 7. Force relaxation function for $0 \leq t \leq 1$ sec.

Figure 6 과 Figure 7은 $0 \leq t \leq 1$ sec 에서 extrapolation을 보여 주며, Figure 6의 각 symbol들은 $T^* = 1, 2, 4, 8$ sec 일 때 주어진 곡선이고, \blacksquare symbol은 Figure 5에서 각각의 시간동안 일어나는 \hat{F} 의 최고값을 나타내고있다. 결과적으로, $T^* = 0$ 에서의 $\blacksquare, \square, \bullet, \circ$ symbol들은 $\hat{t} = 0, 0.1, 0.5, 1$ sec 에서 $R(\hat{w}_0, \hat{t})$ 값들이 되며, 이는 시간간격 $0 \leq t \leq 1$ sec 에서 $\hat{w}_0 = 1$ 에 대한

force relaxation function이 되고, 이는 Figure 7에 나타난다.

이 과정은 $0 \leq t \leq 40$ sec 에서 수행하여 Figure 8에 나타냈으며, Figure 4와 아주 잘 일치됨을 볼 수 있다.

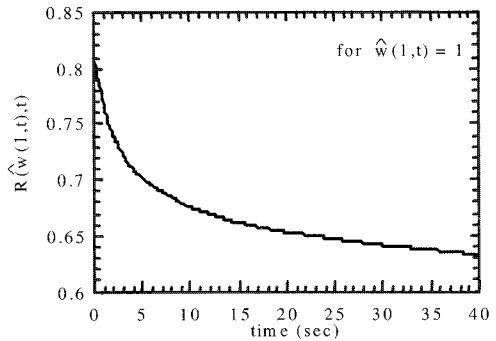


Figure 8. Force relaxation function for $0 \leq t \leq 40$ sec.

Step displacement control test의 결과인 Figure 4와 ramp displacement control test의 결과로부터 force extrapolation method를 사용하여 얻은 결과인 Figure 8을 비교하기 위하여 상대오차를 norm(2-norm)의 개념을 이용하여 다음과 같이 정의하였다.

$$E = \frac{\| \text{Ramp displacement result} - \text{Step displacement result} \|}{\| \text{Step displacement result} \|} \quad (16)$$

이 결과, Figure 8은 Figure 4에 대하여 1%상대오차 내에서 일치함을 보였다. Figure 8의 결과로부터, force relaxation 현상을 볼 수 있으며, 본 결과로부터, 비선형 점탄성 비압축 물질에 대하여 force extrapolation method를 이용하여, 리아니스 모델을 사용할 수 있음을 확인 할수 있다.

VI. 결 론

일래스토크 부싱의 축방향모드 응답에 대한 힘-변위 관계는 리아니스가 제안한 식을 이용하여 대변형의 개념을 이용하여 부싱을 모델링 하였으며, 이를 부싱의 축방향모드에 대한 리아니스 모델로 명명하였다. 본 리아니스 모델을 이용한 displa-

cement control test의 결과를 보면, 점탄성의 특징인 force relaxation 현상이 나타나고 있음을 알 수 있다.

또한, 리아니스 모델에 대한 ramp displacement control test의 결과에 대하여 force extrapolation method를 사용하여 결과를 얻었으며, 이는 step displacement control test 결과와 비교하여 1% 오차로 두 결과가 아주 잘 일치함을 보였다. 따라서, 본 연구에서 사용한 force extrapolation method를 이용한 ramp displacement control test는 step function을 얻을 수 없는 실제 실험에 직접 이용될 수 있음이 증명되었다.

본 연구는 비선형 점탄성모델에 관한 기초연구로서, 1960년대에 리아니스로부터 제시된 비선형 점탄성 모델을 부싱의 축방향모드에 적용한 결과이다. 본 연구결과를 이용하여 실제 제품에 적용한 사례가 없는 것은 자동차의 부싱을 모델링할 경우, 실제제품으로부터의 실험데이터를 이용해야 하기 때문이다. 즉, 본 연구결과는 부싱의 점탄성 모델링에 있어서, 그 기초연구로서 의미를 가지며, 실제 제품을 위한 모델링을 수행하여야 할 때에는 그 재질에 대한 실험이 필수적으로 요구된다. 이 때, 실험데이터 처리를 위한 force extrapolation method의 유용성에 대해서는 이미 본 논문에서 검증하였으므로, 실험에서 이용할 수 있는 이론적 기반이 된다.

감사의 글

본 논문은 1999년도 인제대학교 학술연구조성비 보조에 의하여 연구되었으며, 이에 감사 드립니다.

참고 문헌

1. Ford Durability Center at The University of Michigan Project Review, (1995).
2. A. S. Wineman, T. VanDyke, and S. Shi, "A Nonlinear Viscoelastic Model for One Dimensional Response of Elastomeric Bushings," *International Journal of Mechanical Sciences*, (1998).
3. B. D. Coleman and W. Noll, "Foundations of Linear Viscoelasticity," *Reviews of Modern Physics*, **33**, 239, (1961).
4. G. Lianis, "Constitutive Equations for Viscoelastic Solids Under Finite Deformation," Purdue University Report AA&ES 63-11, (1963).
5. W. Goldberg, B. Bernstein and G. Lianis, "The Exponential Extension Ratio History, Comparison of Theory with Experiment," Purdue University Report AA&ES 67-1, (1967).
6. C. W. McGuirt and G. Lianis, "The Constant Stretch Rate History, Comparison of Theory with Experiment," Purdue University Report AA&ES 67-2, (1967).
7. W. Goldberg and G. Lianis, "Behavior of Viscoelastic Media Under Small Sinusoidal Oscillations Superposed on Finite Strain," Purdue University Report AA&ES 67-3, (1967).
8. C. W. McGuirt and G. Lianis, "Constitutive Equations for Viscoelastic Solids under Finite Uniaxial and Biaxial Deformations," *Transactions of the Society of Rheology* **14:2**, 117, (1970).
9. Seong Beom Lee, "A Study of a nonlinear viscoelastic model of Elastomeric Bushing Response," Ph. D. Thesis, The University of Michigan, Ann Arbor (1997).