

## 초기재령 콘크리트의 수화도와 온도 및 습도분포 해석

차수원<sup>1)\*</sup> · 오병환<sup>1)</sup> · 이형준<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>서울대학교 토목공학과 <sup>2)</sup>한밭대학교 토목공학과  
(2001년 12월 5일 원고접수, 2002년 9월 13일 심사완료)

### Determination of Degree of Hydration, Temperature and Moisture Distributions in Early-age Concrete

Soo-Won Cha<sup>1)\*</sup>, Byung-Hwan Oh<sup>2)</sup>, and Hyung-Joon Lee<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Dept. of Civil Engineering, Seoul National University, Seoul, 151-742, Korea  
<sup>2)</sup> Dept. of Civil Engineering, Hanbat National University, Daejeon, 305-719, Korea  
(Received December 5, 2001, Accepted September 13, 2002)

#### ABSTRACT

The purpose of the present study is first to refine the mathematical material models for moisture and temperature distributions in early-age concrete and then to incorporate those models into finite element procedure. The three dimensional finite element program developed in the present study can determine the degree of hydration, temperature and moisture distribution in hardening concrete. It is assumed that temperature and humidity fields are fully uncoupled and only the degree of hydration is coupled with two state variables. Mathematical formulation of degree of hydration is based on the combination of three rate functions of reaction. The effect of moisture condition as well as temperature on the rate of reaction is considered in the degree of hydration model. In moisture transfer, diffusion coefficient is strongly dependent on the moisture content in pore system. Many existing models describe this phenomenon according to the composition of mixture, especially water to cement ratio, but do not consider the age dependency. Microstructure is changing with the hydration and thus transport coefficients at early ages are significantly higher because the pore structure in the cement matrix is more open. The moisture capacity and sink are derived from age-dependent desorption isotherm. Prediction of a moisture sink due to the hydration process, i.e. self-desiccation, is related to autogenous shrinkage, which may cause early-age cracking in high strength and high performance concrete. The realistic models and finite element program developed in this study provide fairly good results on the temperature and moisture distribution for early-age concrete and correlate very well with actual test data.

**Keywords :** degree of hydration, temperature and moisture distribution, finite element program, age dependency desorption isotherm, self-desiccation, early age cracking

## 1. 서 론

본 연구는 초기재령 콘크리트의 단면내 수화도와 온도 및 습도분포를 구하기 위하여, 이와 관련된 재료물성을 재령효과(age dependency)를 고려하여 모델링하고, 이를 3차원 유한요소법에 적용하고 해석결과와 실험결과를 비교 분석하여 해석 절차의 타당성을 검증하고자 한다.

재료물성이 급격히 변화하는 초기재령 콘크리트의 거동을 모사하는 과정에서 시멘트의 수화 반응과 미세구조의 형성과정은 수화도에 의해 표현되고, 콘크리트 수화도는 단면내 온도 및 습도분포와 그 이력에 의해 결정된다<sup>1)</sup>. 따라서, 역학적 물성(mechanical properties) 뿐만 아니라

온도 및 습도에 관련된 재료 물성(thermal and moisture properties)이 수화도에 따라 결정되는 것이 가장 근본적인 접근 방법이라고 할 수 있다. 따라서, 수화과정에서 급변하는 재료 물성의 수학적 모델을 구성하는 것이 초기재령 콘크리트의 균열 제어를 위한 해석에서 필수적이다.

수분거동은 재령 초기에서 수화과정에 영향을 미칠 뿐만 아니라 이온 또는 기체확산, 동해(frost damage) 및 수축균열(shrinkage cracking) 등의 물리, 화학적 과정(physical and chemical processes)에도 중요한 역할을 한다<sup>2)</sup>. CEB-FIP MC 90에 의하면, 수분거동은 역학적 성능저하(mechanical deterioration)를 제외하고 여러 가지 성능저하 기구에 가장 큰 영향을 미치는 인자라고 보고하고 있다<sup>3)</sup>. 또한 Bazant는 콘크리트 구조물에서 온도 및 수분 이동과 관련된 문제를 고려하지 않고 실제 응력(realistic stresses)을 구하고, 이를 통해 균열을 예측하기는 불가능

\* Corresponding author  
Tel : 011-790-4611 Fax : 02-873-2717  
E-mail : chasw0@chol.com

하다고 지적했다<sup>4)</sup>.

수분거동 연구는 경화한(mature) 콘크리트에 대해서는 여러 연구자에 의해 수행된 바 있지만<sup>5-9)</sup>, 초기재령 콘크리트의 전달계수(transport coefficient)와 수축등온선에 의한 수분용량(moisture capacity) 및 수분감소(moisture sink)에 관한 연구는 제대로 정립되지 않은 실정이다. 또한 일반적으로 보통콘크리트에서 무시되는 수분감소항은 고강도 및 고성능 콘크리트의 자기건조(self-desiccation)와 관련된 자기수축(autogenous shrinkage)을 유발하고, 이는 구조물의 장기 내구성 및 사용성 측면에서 중요한 관심사이다.

따라서 본 연구는 초기재령 콘크리트의 온도 및 수축에 의한 응력을 평가하는 전 단계 연구로서, 고강도 및 고성능 콘크리트를 포함한 초기재령 콘크리트의 수분거동을 적절히 표현하는 수학적 재료 모델을 제시하고, 콘크리트의 단면 내 수화도와 온도 및 습도분포를 결정하는 3차원 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다. 개발된 해석프로그램을 이용한 수치해석 결과는 실험결과와의 비교를 통하여 그 타당성을 검증하였고, 단면 내 수화도와 온·습도분포 해석결과는 초기재령 콘크리트의 온도 및 수축응력을 결정하는 입력으로 활용하고자 한다.(Fig. 1)

## 2. 초기재령 콘크리트의 수분거동

### 2.1 수분확산 지배방정식

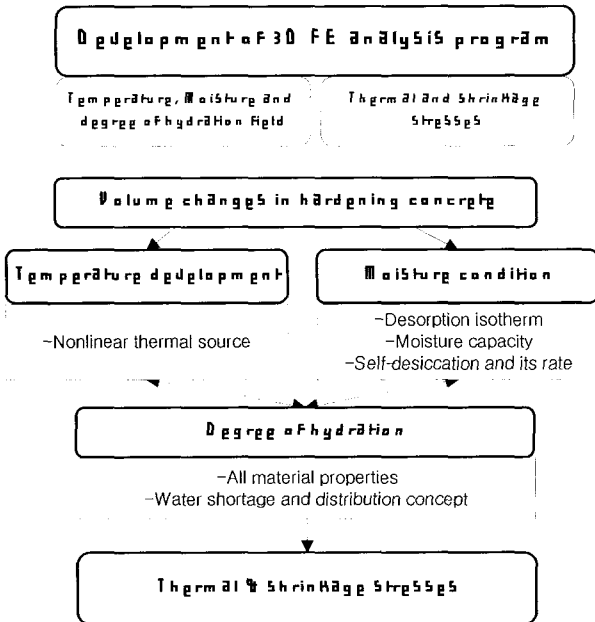


Fig. 1 Analysis of thermal and shrinkage stresses

수분분포를 결정하는 과정에서 수분은 기체와 액체상태(vapor and liquid phases)의 이동으로 나눌 수 있지만, 각 상태의 확산을 구분하여 수분전달계수(moisture transport coefficient)를 실험적으로 구하기 어렵기 때문에, 전체 수분 이동을 표현할 수 있는 하나의 전달계수로 방정식을 표현하는 것이 편리하다.

1차원 문제의 수분플럭스( $q_m$ )는 다음 식(1)과 같이 기체상태( $q_v$ )와 액체상태( $q_l$ ) 플럭스의 합으로 표현된다.

$$q_m = q_v + q_l = -\delta_v \frac{\partial p_v}{\partial x} - \lambda_m \frac{\partial P_l}{\partial x} \quad (1)$$

여기서,  $\delta_v$ 과  $\lambda_m$ 은 각각 수증기압과 공극수압에 대한 전도계수(conductivity :  $\text{kg/m}^3 \text{ Pa}$ )이다.

Claesson에 따르면, 공극을 갖고 있는 재료에서의 수분의 상태는 대기압이 일정하고, 온도가 결정되면 독립 변수는 수증기량  $v$ (vapor content :  $\text{kg/m}^3$ ), 수증기압  $p_v$ (vapor pressure : Pa), 상대습도  $\phi$ (relative humidity : -), 공극수압  $P_l$ (pore water pressure : Pa), 콘크리트 단위중량당 수분량  $u$ (moisture content mass by mass :  $\text{kg/kg}$ ), 콘크리트 단위부피당 수분량  $w$ (moisture content mass by volume:  $\text{kg/m}^3$ )중의 하나이므로, 식(1)의  $p_v$ 와  $P_l$ 와의 관계는 기체상태방정식과 Kelvin 법칙을 이용하여 구할 수 있다<sup>10)</sup>. 식(1)에 1개의 독립변수에 대한 플럭스로 액체와 기체의 전체 수분전달을 표현하는 전달계수( $D_{p_v}$ )를 도입할 수 있다.

$$\begin{aligned} q_m &= -\delta_v \frac{\partial p_v}{\partial x} - \lambda_m \frac{RT\rho_w}{M_w} \cdot \frac{1}{p_v} \cdot \frac{\partial p_v}{\partial x} \\ &= D_{p_v} \frac{\partial p_v}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $T$ 는 온도(K),  $R$ 은 기체상수(gas constant:  $8.314 \text{ J/mol K}$ )이고,  $M_w$ 는 물의 몰중량( $0.018 \text{ kg/mol}$ )이고,  $\rho_w$ 는 물의 밀도( $\text{kg/m}^3$ )이다.

또한 수분이동의 상태변수(state variable)는  $v$ ,  $p_v$ ,  $\phi$ ,  $P_l$ ,  $u$ ,  $w$ 중의 하나로 정할 수 있고, 그 중 임의의 포텐셜을  $\Phi$ 라고 하여, 3차원 수분평형상태를 표현하면 다음 식 (3)과 같다.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial W_e}{\partial t} + \frac{\partial W_n}{\partial t} = \nabla \cdot (D_\Phi \nabla \Phi) \quad (3)$$

여기서, 수분이동이 없는 상태에서 사용 배합수량  $W$ 는 증발가능한 수분(evaporable water)  $W_e$ 과, 증발하지 않는 화학적 결합수(nonevaporable water)  $W_n$ 의 합으로 표현된다.

수분의 상태변수로 공극내의 상대습도를 사용하는 것이 초기 및 경계조건을 부가하기 편리하고, 실제 실험에서 결정되는 물리량이므로 본 연구에서는 상대습도  $\varphi$ 를 상태변수로 사용하였다.

$$\frac{\partial W_e}{\partial t} + \frac{\partial W_n}{\partial t} = \nabla \cdot (D_\varphi \nabla \varphi) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = (c\rho)^{-1} \nabla \cdot (D_\varphi \nabla \varphi) + \frac{\partial \varphi_s}{\partial t} \quad (5)$$

여기서,  $(c\rho)^{-1} = \partial \varphi / \partial W_e$ 는 수축등온선( $W_e = W_e(\varphi)$ )의 기울기(수분용량)의 역수이며,  $\varphi_s$ 는 자기건조로 인한 습도감소를 의미한다. 본 연구는 식 (5)를 비선형 수분 전달 문제의 지배방정식으로 사용하였다.

## 22 수분 전달 계수

초기재령 콘크리트의 수분이동문제에서 전도항(conductivity)에 해당하는 수분전달계수를 설정하는데 있어 주된 어려움은 시멘트계 재료 내부의 수분의 확산은 기본적으로 재료의 미세구조에 의해 좌우되며 특히 공극 크기의 분포에 영향을 받는다는 데 있다. 미세구조는 공극 내 상대습도 뿐만 아니라 재령에 따라서도 변화한다. 그러므로 물·시멘트비, 시멘트 종류, 양생시간과 미세구조 형성에 영향을 주는 모든 변수들은 수분 확산에 중요한 영향을 미친다. 그러나 지금까지 일반적으로 적용되고 있는 모델은 이러한 변수들을 충분히 고려하고 있지 않다. Bazant와 Najjar의 연구는 확산계수가 상대습도의 함수로 비선형성이 매우 크다는 결과를 보고하였다<sup>5)</sup>.

$$D_w = D_{ref} \cdot \left( a_0 + \frac{1 - a_0}{1 + \left( \frac{1 - \varphi}{1 - \varphi_c} \right)^n} \right) \quad (6)$$

여기서,  $D_w$ 는 대응되는 포텐셜이 수분량  $W$ 일 때의 확산계수(수분용량의 역수×전도계수:  $m^2/s$ )이고,  $D_{ref}$ 는 포화시( $\varphi=1$ ) 기준 확산계수( $m^2/s$ )이고,  $a_0$ ,  $\varphi_c$ ,  $n$  재료조건에 따라 변하는 상수이다. 그러나 식 (6)은 수분용량을 상수로 정한 것으로, 수분용량이 급변하는 초기재령

콘크리트에 적용하기는 부적절하다.

Xi와 Bazant는 수분전달계수를 역시 상대습도의 함수로 표현하는 실험식을 제안하였다<sup>9)</sup>.

$$D_\varphi = \alpha + \beta \cdot (1 - 2^{-10 \cdot \gamma \varphi^{-1}}) \quad (7)$$

여기서,  $\alpha, \beta, \gamma$ 는 실험결과로부터 얻어진 계수이고, 각 계수는 물-시멘트비에 큰 영향을 받는다. 따라서 식 (7)은 양생시간의 영향이 고려되지 않고, 또한 연구자의 실험조건인  $W/C \geq 0.5$  경우에만 적용되는 한계를 가지고 있다.

초기재령 콘크리트의 수분 거동은 공극 내 상대습도 뿐만 아니라 배합과 재령에 따른 공극구조에 의해서도 많은 영향을 받으므로, 이러한 특성을 고려할 수 있는 모델이 필요하다. 따라서 본 연구는 상대습도 뿐만 아니라 시멘트 수화도와 배합특성이 고려된 다음 식(8)과 같은 수분전달계수<sup>10)</sup>를 적용하였다.

$$D_\varphi = D_{\varphi=0.6} + (D_{\varphi=1.0} - D_{\varphi=0.6}) \left( \frac{\varphi - 0.6}{0.4} \right)^k \quad (8)$$

$$D_{\varphi=0.6} = a + b \cdot P_{cap} \quad (9)$$

$$D_{\varphi=0.6} = c + d \cdot P_{cap}^2 \quad (10)$$

여기서,  $D_{\varphi=0.6}$ 과  $D_{\varphi=1.0}$ 은 각각 습도가 0.6, 1.0일 때의 수분전달계수이고,  $k$ 는 물-시멘트비에 따라 증가하는 계수이다. 또한  $a, b, c, d$ 는 모세공극률  $P_{cap}$ (capillary porosity)의 함수이고, 모세공극률은 물-시멘트비( $W/C$ )와 수화도( $\alpha_c$ )에 따라 다음 식(11)을 이용할 수 있다<sup>11)</sup>.

$$P_{cap} = \frac{W/C - 0.39\alpha_c}{W/C + 0.32} \quad (11)$$

## 23 탈착 등온선의 수학적 모델

가장 잘 알려진 흡착등온선(adsorption isotherm) 모델은 BET 모델로 흡착의 열역학 측면을 통계적인 기법을 사용하여 유도되었다. 그러나 시멘트와 콘크리트에 대해 BET 모델은 일반적으로 낮은 상대습도( $\varphi=0.05 \sim 0.50$ )에서만 유효하므로, 다층영역에서 실험적인 데이터와 일치하는 등온선을 얻기 위해 BET 모델을 수정하는 많은 시도가 이루어졌다<sup>8,12~15)</sup>. 그러나 BET 수정모델은 흡착현상

(adsorption)을 표현하고 있고, 본 연구는 수분 포화상태에서 건조되는 탈착(desorption)현상을 대상으로 한다.

따라서 본 연구는 탈착 실험자료를 근거로 경험식을 표현되는 탈착 등온선을 적용하였고<sup>16)</sup>, 이는 Fig. 2와 같다. 탈착 등온선은 시멘트 재료 내에서 증발가능한 수분과 증발 불가능한 수분을 구분함으로써 모델링된다. 물리적인 상태의 물은 겔과 모세공극에 존재한다. 수치적인 모델에서 등온선은 겔 등온선과 모세관 등온선을 표현하는 2개의 곡선으로 구성되고, 다음 식 (12)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{W_e(\varphi, \alpha_c)}{C} &= \frac{W_{gel}(\varphi, \alpha_c)}{C} + \frac{W_{cap}(\varphi, \alpha_c)}{C} \quad (12) \\ &= \gamma_{gel} \frac{W_{gel}}{C} + \gamma_{cap} \frac{W_{cap}}{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \gamma_{gel} &= 1 - \frac{1}{\exp(b - 10\alpha_c) \cdot \varphi} \\ \gamma_{cap} &= \exp(b - 10\alpha_c) \cdot \varphi - 1 \end{aligned}$$

$\gamma_{gel}$  과  $\gamma_{cap}$  은 각각 겔공극과 모세공극의 충전 계수 (filling factor) 이고 ( $0 \leq \gamma_{gel}, \gamma_{cap} \leq 1$ ),  $W_{gel}$ ,  $W_{cap}$  는  $\gamma_{gel} = \gamma_{cap} = 1$ 일때의 겔수와 모세관수이다. 등온선의 형상을 결정하는 계수  $b$ 는 물-시멘트비와 시멘트종류에 따라 변화한다<sup>1)</sup>.

#### 24 수분용량의 수학적 모델

수분용량은 수축등온선의 상대습도  $\varphi$  에 대한 미분항으로, 식(5)의  $c\varphi$ 에 해당하는 항이고, 2.3절의 탈착등온선으로부터 다음 식 (13)과 같다.

$$\frac{\partial W_e}{\partial \varphi} = \frac{\partial \gamma_{gel}}{\partial \varphi} \cdot W_{gel} + \frac{\partial \gamma_{cap}}{\partial \varphi} \cdot W_{cap} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \frac{\partial \gamma_{gel}}{\partial \varphi} &= \frac{b - 10\alpha_c}{\exp(b - 10\alpha_c) \cdot \varphi} \\ \frac{\partial \gamma_{cap}}{\partial \varphi} &= (b - 10\alpha_c) \cdot \exp(b - 10\alpha_c) \cdot \varphi \end{aligned}$$

Fig. 3과 Fig. 4는 수화도가 탈착 등온선과 수분용량에 미치는 영향을 나타내고 있고, 전체 습도범위에서 등온선의 기울기가 급격하게 변화하므로 초기재령 콘크리트의 수분이동을 모델링할 때 이와 같은 수분용량의 비선형성을 고려해야 한다.

#### 25 자기건조의 예측모델

식(5)의 수분감소(moisture sink)항은 수화과정에 의한

습도감소(humidity drop)현상으로 낮은 물-시멘트비를 가지는 고강도 및 고성능콘크리트에서 배합수량의 대부분이 시멘트와 화학결합을 함으로써 발생한다<sup>17)</sup>.

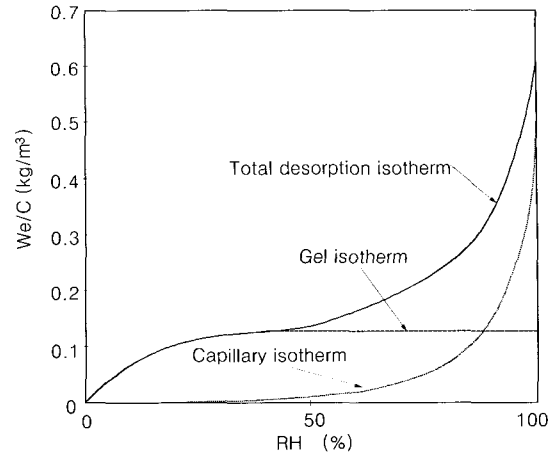


Fig. 2 Schematic gel and capillary isotherm

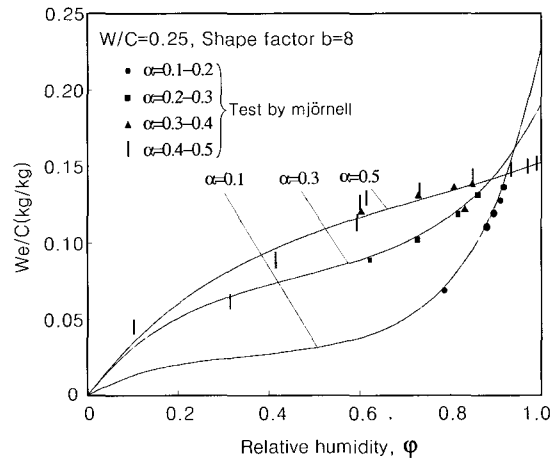


Fig. 3 Effect of degree of hydration on desorption isotherm in hardening concrete

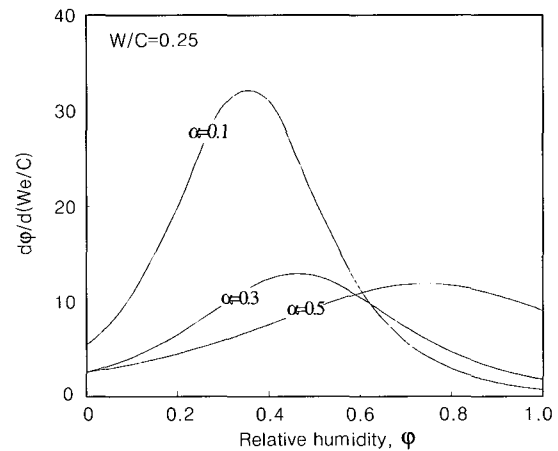


Fig. 4 Effect of degree of hydration on moisture capacity in hardening concrete

수화과정에서 화학적으로 결합되어 있는 물은 비체적 (specific volume)이 감소하게 되어 시멘트 페이스트는 부피 변화를 하게 될 것이다. 만약 추가적인 수분의 공급이 없다면 직경이 큰 공극부터 점차로 공극은 비워지게 (empty) 된다. 따라서 공극 내 수증기압은 감소하고, 상대습도도 감소하게 되고, 이러한 현상을 자기건조(self-desiccation)라고 한다.

콘크리트의 자기건조는 물-시멘트비, 시멘트 종류, 혼화 재료, 양생온도와 같은 다양한 인자들의 영향을 받는다. 자기건조를 예측하는 수학적 모델은 탈착 등온선의 축변환을 통해 구할 수 있고, 다음 식 (14)와 같다.

$$\varphi = \varphi(W_e) = \frac{1}{B} \left( \sqrt{W^2 + 2WK - G} + G^2 + 2GK + K^2 \right) + W - G + K - \frac{1}{2K} \quad (14)$$

여기서,  $B = b - 10a_c$ ,  $W = W_e/C$ ,  
 $G = W_{gel}/C$ ,  $K = W_{cap}/C$  이다.

### 3. 비선형 확산 문제의 유한요소 해석 절차

#### 3.1 개발된 유한요소 프로그램의 개요

본 연구에서 온도 및 습도장과 같은 비선형 확산문제를 수치적으로 해석하는 방법으로 유한요소법을 적용하였다.

수화과정에서 성숙도의 증가(maturity development)는 온도 및 수분상태에 따라 결정되므로, Fig. 5와 같이 각 시간단계별로 콘크리트 단면 내의 온도, 습도분포로부터 수화도 분포를 구할 수 있다. 각 단계별 온도 및 습도분포로부터 수화도는 다음의 식 (15)로 결정된다<sup>1)</sup>.

$$a_c = \exp \left( -\lambda_1 \ln \left( 1 + \frac{t_{eq}}{t_1} \right)^{-x_1} \right) \quad (15)$$

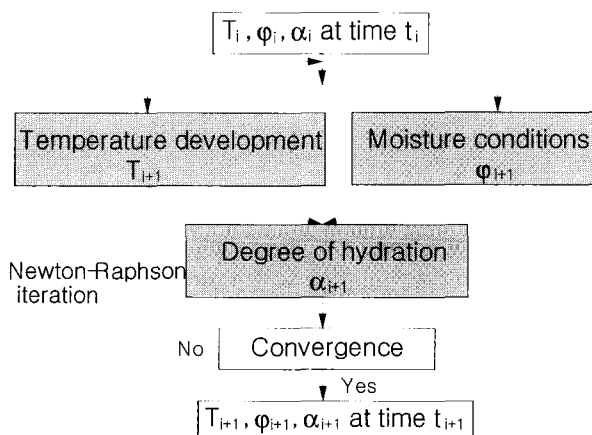


Fig. 5 Determination of temperature, moisture and degree of hydration fields

여기서,  $\lambda_1$ ,  $t_1$ ,  $K_1$ 는 사용 시멘트의 화학조성에 따라 결정되는 재료상수이다.

식 (15)에서  $t_{eq}$  는 등가재령을 나타내고 있으며, 이는 양생온도와 내부수분상태가 상이한 경우 동일한 수화도를 얻는데 소요되는 시간을 의미한다. 따라서, 등가재령은 다음 식 (16)으로 표현할 수 있고, 이를 통하여 온도 및 습도분포와 coupled system을 이루고, 각 단계별 상태변수인 온도, 습도 및 수화도가 수립시까지 반복계산을 수행한다<sup>1)</sup>.

$$t_{eq} = \int_0^t \beta_T(T, a_c) \beta_{WC}(W/C, a_c) \beta_w(\varphi, a_c) dt \quad (16)$$

따라서 온도와 습도는 수화도와 coupled system을 이루고 있고, 온도와 습도는 서로 완전 uncoupled system으로 가정하여 확산문제의 수치적 해를 구하였다<sup>1)</sup>.

또한 온도와 습도 지배방정식의 열적, 수분 물성은 비선형성을 가지므로 Newton-Raphson 반복법을 사용하였다.

#### 3.2 확산방정식의 지배방정식 및 경계조건

다음의 확산문제의 지배 방정식의 상태변수는 온도(  $T$  ) 또는 습도(  $\varphi$  )이고, 식 (5)의 습도 지배 방정식의 용량항, 전도항 및 수분 감소항(온도의 경우 발열항)의 계수가 비선형성을 가질 수 있고, 동일한 형태의 확산 방정식이므로, 유한요소 정식화는 온도 확산 방정식을 전개하도록 한다. (Table 1)

식(5)와 동등한 형태의 비정상 Fourier 방정식은 다음 식 (17)과 같다<sup>18)</sup>.

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + q \quad (17)$$

여기서,  $k = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  인 등방성을

가지는 구성행렬(constitutive matrix)이고,  $\rho$ 는 밀도,  $c$ 는 비열,  $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ 이고,  $q$ 는 시멘트 수화반응에 의한 내부 에너지 발생률이다.

Table 1 Governing equations and nonlinearities for two diffusion problems in this study

Governing equation	Eq. (5)	Eq. (17)
Conductivity	$D_\varphi = D_\varphi(\varphi)$	$k = \text{constant}$
Capacity	$c\rho = c\rho(\varphi) = \frac{\partial W_c(\varphi)}{\partial \varphi}$	$c\rho = \text{constant}$
Source or sink	$\frac{\partial \varphi_s}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_s}{\partial t}(T, \varphi, a_c)$	$q = q(T, \varphi, a_c)$

경계조건은 세 가지 방법으로 표현될 수 있다. 즉, 필수 경계조건, 자연 경계조건 그리고 대류 경계조건이 그것이다.

$$T = T_p \text{ on } A_p, \quad q^c = h_c(T - T_c) \text{ on } A_c, \\ q^f = \mathbf{q}^T \mathbf{n} = f \text{ on } A_f \quad (18 \text{ a, b, c})$$

여기서,  $T_p$ 는 경계  $A_p$ 에 정의된 온도,  $q^c$ 는 경계  $A_c$ 에 수직인 열 대류량,  $h_c$ 는 대류계수로 환경조건과 구조물의 표면특성에 따라 달라진다.  $T_c$ 는 외부환경의 온도, 경계  $A_f$ 에 정의된 열 플럭스  $\mathbf{q}$ 는 열 플럭스 벡터,  $\mathbf{n}$ 은 구조물 물체(body)에서 바깥방향으로 작용하는 단위벡터이다.

### 3.3 공간영역에서의 요소 분할

유한요소 방정식은 평형방정식에 Galerkin 가중치법을 적용하여 정식화하였다. 온도영역과 온도구배에 대한 공간적 근사는 다음과 같다.

$$T = \mathbf{N}T, \quad \nabla T = \mathbf{B}T \quad (19)$$

여기서,  $\mathbf{N}$ 은 온도 보간함수,  $T$ 는 절점온도벡터이고,  $\mathbf{B}$ 는  $\mathbf{N}$ 을 미분하여 구한 온도구배의 보간함수이다.

또한, 온도변화율도  $\dot{T}$ 를 사용하여 보간한다. 즉,

$$\dot{T} = \mathbf{N}\dot{T} \quad (20)$$

본 연구는 3차원 8절점 고체요소를 적용하였고, 공간 차분화를 거친 후에 최종 유한요소방정식은 아래와 같이 주어진다.

$$\mathbf{K}T + \mathbf{C}\dot{T} = \mathbf{R}$$

$$\mathbf{K} = \int_{V_c} \mathbf{B}^T \mathbf{k} \mathbf{B} dV + \int_{A_c} h_c \mathbf{N}^T \mathbf{N} dA$$

$$\mathbf{C} = \int_V \mathbf{N}^T c_p \mathbf{N} dV$$

$$\mathbf{R} = -\int_{A_f} \mathbf{N}^T f dA + \int_{A_c} \mathbf{N}^T h_c T_c dA + \int_V \mathbf{N}^T q dV \quad (21 \sim 24)$$

여기서,  $\mathbf{K}$ 는 전도행렬,  $\mathbf{C}$ 는 용량행렬이고,  $\mathbf{R}$ 은 하중벡터이다. 이 평형방정식은 다음의 시간 차분화 과정을 통하여 최종적인 온도 및 습도분포를 결정한다.

### 3.4 시간 적분법

시간에 따른 응답을 얻기 위해서 식 (21)의 미분방정식을 시간에 대해 적분한다. 수분 확산, Arrhenius 형태의 발열현상, 복사 경계조건, 그리고 비등 열전달계수 등이 관련된 매우 복잡한 비선형의 확산 문제는 반복계산기법과 Newton 방법을 사용해야 한다. 즉, 여기서는 2차 반복계산기법 등이 적용될 수 있다. 본 연구는 시간의 함수로 주어지는 온도영역의 해를 구하는데 일반화된 Crank-Nicholson 방법을<sup>18)</sup> 사용하였다. 이 방법은 다음과 같은 근사과정을 거치게 된다.

$$\dot{T}^a = (\mathbf{T}_{n+1} - \mathbf{T}_n) / \Delta t \\ T^a = \theta \mathbf{T}_{n+1} + (1 - \theta) \mathbf{T}_n, \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad (25)$$

식 (24)가 각  $T^a$ 에 대해 구해지면, 위의 정의가 적용될 수 있다. 결과적으로 다음과 같은 알고리즘을 얻게 된다.

$$[\mathbf{C}(T^a) + \theta \Delta t \mathbf{K}(T^a)] \mathbf{T}_{n+1} \\ = \Delta t [\theta \mathbf{R}_{n+1} + (1 - \theta) \mathbf{R}_n] + [\mathbf{C}(T^a) - (1 - \theta) \mathbf{K}(T^a)] \mathbf{T}_n \quad (26)$$

여기서,  $\Delta t$ 는 시간간격,  $\theta$ 는  $t_n$ 에서  $t_{n+1}=t_n+\Delta t$ 까지의 시간단계에서 어느 지점을 차분화할 것인가를 결정하는 매개변수로,  $\theta=0$ 일 때 식(26)은 Euler기법이 되고,  $\theta=0.5$ 이면 사다리꼴기법,  $\theta=1$ 이면, 후방차분기법이 된다.  $\theta \geq 0.5$ 이면 차분화 기법은 안정적이며,  $\theta < 0.5$ 이면 시간간격이 특정 제한조건을 만족하는 경우에만 안정적이 된다.

### 3.5 유한요소법에서 내부발열량과 수분감소량의 모델링

#### 3.5.1 내부발열률(rate of heat evolution)

내부발열률은 비선형성을 고려하기 위하여 수화도가 동일한 등온의 등가 과정(maturity-equivalent isothermal process)을 거쳐 다음 식 (27)과 같이 표현된다.

$$q(t) = \max Q \frac{\partial \alpha_c}{\partial t} = \max Q \frac{\partial \alpha_c}{\partial t_{eq}} \frac{\partial t_{eq}}{\partial t} \quad (27)$$

$$\text{여기서, } \frac{\partial \alpha_c}{\partial t_{eq}} = \alpha_c \frac{\lambda_1 x_1}{t_1 + t_{eq}} \left( \ln \left( 1 + \frac{t_{eq}}{t_1} \right) \right)^{-x_1 - 1}$$

$$\frac{\partial t_{eq}}{\partial t} = \beta_T \beta_{WC} \beta_w$$

식 (27)에서  $\max Q$ 는 단위체적당 발열량(cal/m<sup>3</sup>)이고,  $t_{eq}$ 는 등가재령(hr)이고,  $\beta_T$ ,  $\beta_{WC}$ ,  $\beta_w$ 는 수화반응속도

에 영향을 미치는 인자이고,  $\lambda_1, t_1, x_1$  은 시멘트조성에 따른 재료상수이다<sup>1)</sup>.

식(27)에서 내부발열률  $q$ 는 콘크리트 구조물의 공간, 시간좌표 및 온도와 수화도의 함수로 나타난다.

### 3.5.2 자기건조 발생률(rate of self-desiccation)

본 연구에서 수분 확산 지배방정식 (5)를 유한요소법에 적용하기 위하여 자기건조 발생률의 해석적 정식화(analytic formulation) 과정이 필요하다.

2.5절의 식 (14)의 자기건조량을 양생시간에 따라 Fig. 6에 보였다. 물-시멘트비가 50%이상일 경우 습도감소 (humidity drop)는 5%내외이나, 물-시멘트비가 30%이하일 경우 습도감소는 25%내외로 기존 실험결과<sup>19~22)</sup>와 유사한 예측값을 보인다. Fig. 7은 Fig. 6의 예측값을 수화도에 따라 보여준 것으로 물-시멘트비가 낮을수록 자기건조의 발생률이 증가함을 알 수 있다.

수화도의 정의로부터 내부발열률은 수화반응속도에 비례하여 발생하지만 자기건조발생률은 동일한 비례관계를 적용할 수 없다.(Fig. 6, 7) 따라서, 본 연구는 유한요소 정식화 과정에서 자기건조와 그 발생률에 대한 모델링 기법을 식 (28)~(30)과 같이 제시하였다. 식 (28)~(30)은 자기건조와 수화도를 정규화(normalization)하여 정식화하였다.(Fig. 8)

$$\varphi_s = (\varphi_{s, \max} - 1) \cdot \left( \frac{\alpha_c}{\alpha_{\max}} \right)^s + 1 \quad (28)$$

$$\text{즉, } \frac{\varphi_s - 1}{\varphi_{s, \max} - 1} = \left( \frac{\alpha_c}{\alpha_{\max}} \right)^s \quad (29)$$

여기서,  $\varphi_{s, \max}$ 는 최종 수화도  $\alpha_{\max}$ 에 도달할 때 수분이동이 없는 상태에서 자기건조에 의한 습도이다.

따라서, 자기건조 발생률은 식 (28)을 시간에 따른 미분으로 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \varphi_s}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_s}{\partial \alpha_c} \cdot \frac{\partial \alpha_c}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_s}{\partial \alpha_c} \cdot \frac{\partial \alpha_c}{\partial t_{eq}} \cdot \frac{\partial t_{eq}}{\partial t} \quad (30)$$

$$\text{여기서, } \frac{\partial \varphi_s}{\partial \alpha_c} = (\varphi_{s, \max} - 1) \cdot \frac{s}{\alpha_{\max}} \cdot \left( \frac{\alpha_c}{\alpha_{\max}} \right)^{s-1}$$

재료상수  $s$ 는 물-시멘트비에 따라 변화하고, 3.0~6.0의 값을 가진다.

## 4. 실험과 수치해석 결과를 통한 검증

### 4.1 개요

본 연구에서 개발된 모델 및 프로그램의 적정성은 크게 온도 및 습도문제로 나누어 검증하였다. 온도문제에서 기존 연구와의 차이점인 발열항에 대한 형태 및 비선형성에 대하여 단열온도상승시험결과를 통하여 비교, 검증하였

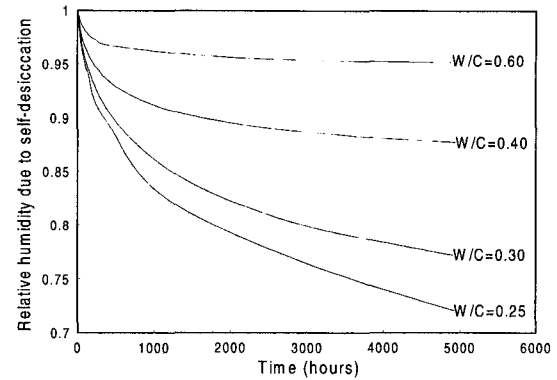


Fig. 6 Predicted relative humidity versus curing time in sealed condition

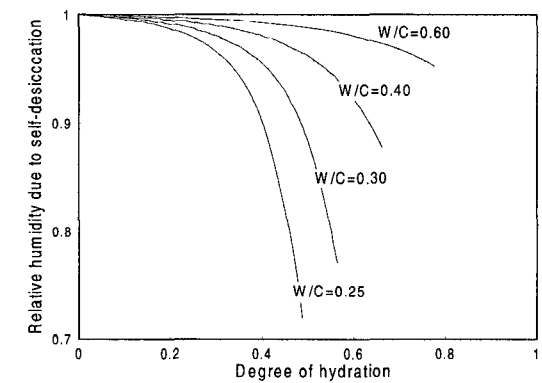


Fig. 7 Predicted relative humidity versus degree of hydration in sealed condition

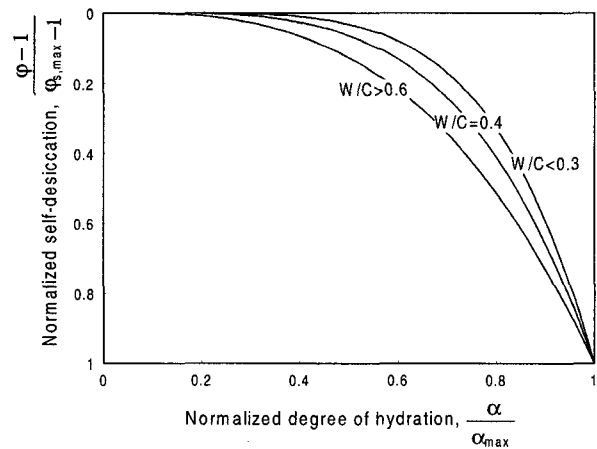


Fig. 8 Prediction model of self-desiccation rate

다. 습도문제에서는 물-시멘트비에 따른 자기건조의 영향을 여러 연구자의 실험결과와 비교하였고, 자기건조가 무시되는 보통강도 콘크리트에 대하여 건조실험결과와 비교하여 그 타당성을 검증하였다.

검증에 사용된 재료상수는 주로 물-시멘트비와 시멘트 종류에 따라 크게 변화하는 값으로, 재료상수에 대한 배합 및 조성의 영향은 기존실험결과와 비교하여 참고문헌 1에 자세히 수록하였다.

#### 4.2 단열온도상승

Fig. 9는 Table 2의 화학조성을 가지는 1종 및 4종 시멘트를 대상으로 단열온도상승시험을 수행한 결과를 보여주고 있고<sup>1)</sup>, 본 연구에서 제시한 수화도 모델과 비선형 발열속도를 이용한 예측곡선을 비교한 것이다. Fig. 9를 통하여 본 연구에서 제시한 모델이 실제 콘크리트의 발열 상태를 보다 정확히 모사할 수 있음을 알 수 있다.

#### 4.3 자기건조 실험결과와의 비교, 검증

Fig. 10은 각 연구자의 자기건조 실험결과<sup>19~22)</sup>와 본 연구에서 정립한 자기건조 예측 모델의 수화가 종료한 시점에서 자기건조에 의한 내부 습도를 물-시멘트비에 따라 보여주고 있다.

#### 4.4 건조 실험결과와의 비교, 검증

Hedenblad에 의한 실험<sup>7)</sup>은 0.2×0.2×0.063 m 단면을 가지는 완전 포화된 시료(W/C=0.6)를 습도 60%에서 건조시키는 실험이며, 완전 포화된 경화된 콘크리트(fully saturated mature concrete)를 건조시키면 수행하였다. 따라서, 수화에 의한 습도감소량은 해석에서 고려되지 않았다.

경화된 콘크리트의 습도분포를 수치적으로 구하기 위한 재료상수는 Nilsson의 자료<sup>6)</sup>를 이용하였다. 경화된 콘크리트의 모세 공극률은 상수이므로, 전도계수는 단지 습도만의 함수이다.  $\phi=1$ 일 때의 전도계수는  $3.348 \times 10^{-7} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ 이고, 초기 및 경계습도는 각각 98%와 60%이며, 대류계수는 2.1 m/s이다.

Fig. 11은 건조 실험결과와 해석결과를 비교한 것으로, 그 결과가 매우 유사하므로 본 연구의 수분거동 모델링과 수치해석 방법이 적정함을 알 수 있다.

따라서 자기건조가 지배적인 배합과 외부환경에 의한 건조가 지배적인 배합 모두 본 연구의 수분거동 해석의 방법이 적용될 수 있다.

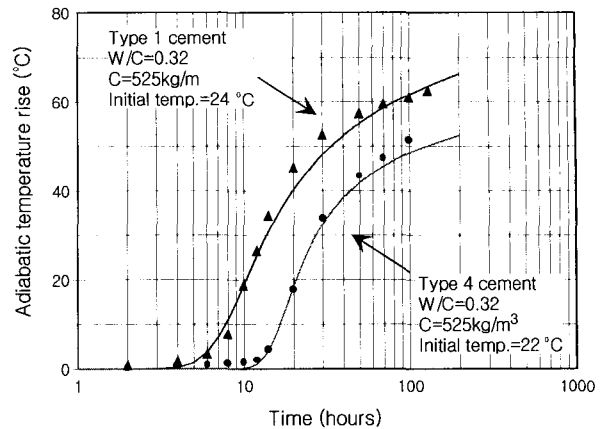


Fig. 9 Calculated and measured adiabatic hydration curves

Table 2 Composition of portland cement

Types of cement	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF
Type I	49	23	10	9
Type IV	23	58	4	10

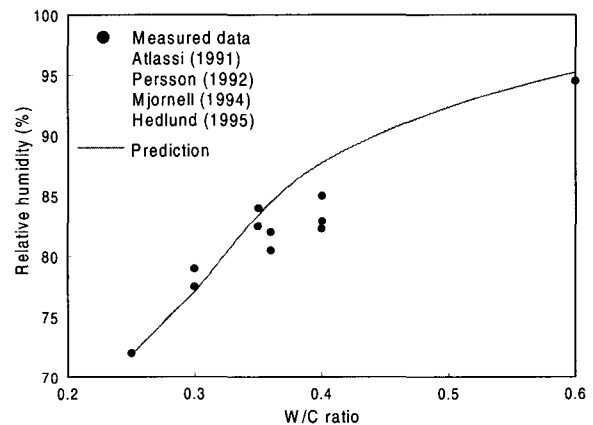


Fig. 10 Predicted and measured self-desiccation

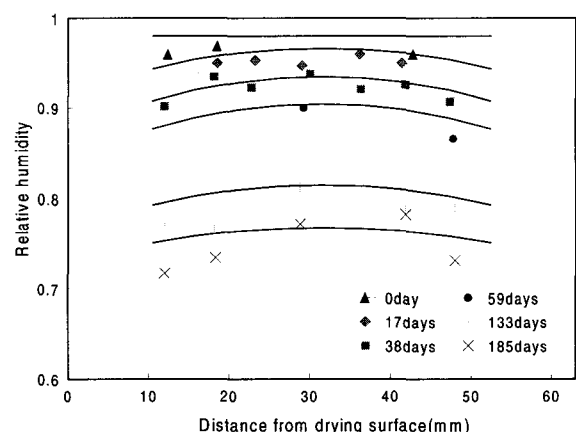


Fig. 11 Calculated and measured relative humidity profile



## 5. 결 론

본 연구는 초기재령 콘크리트의 온도 및 수축에 의한 응력을 평가하는 전 단계 연구로서, 고강도 및 고성능 콘크리트의 자기건조현상을 포함한 초기재령 콘크리트의 수분거동을 표현하는 수학적 재료 모델을 수화도에 근거하여 제시하였으며, 이를 토대로 콘크리트의 단면 내 수화도와 온도 및 습도분포를 동시에 결정하는 3차원 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다.

개발된 해석프로그램을 이용한 수치해석 결과는 단열온도상승실험, 외부환경에 의한 건조실험 및 자기건조 실험 결과와의 비교를 통하여 재료물성 모델링과 해석프로그램의 타당성을 검증하였다.

본 해석 프로그램을 이용한 단면 내 수화도와 온·습도 분포 해석결과는 초기재령 콘크리트의 온도 및 수축응력을 결정하는데 적용될 수 있고, 나아가 초기재령 콘크리트의 균열 위험성을 평가하는데 유용하게 이용될 수 있을 것으로 사료된다.

## 참고문헌

1. Cha, S. W., "Modeling of Hydration Process and Analysis of Thermal and Hygral Stresses in Hardening Concrete," Ph.D Dissertation, Seoul National University, Seoul, Korea, 1999.
2. Nilsson, L. O., "Moisture in Marine Concrete Structures," Studies in the BMB-project 1992-1996, Contribution to *Durability of Concrete in Saline Environment*, 1996.
3. CEB-FIP Model Code 1990, CEB Bulletin d' Information No. 213/214, 1993.
4. Bazant, Z. P., "Current Status and Advances in the Theory of Creep and Interaction with Fracture," 5th International RILEM Symposium on *Creep and Shrinkage of Concrete*, Edited by Bazant, Z. P. and Carol, I., Barcelona, Chapman and Hall, pp.291~308, 1993.
5. Bazant, Z. P. and Najjar, L. J., "Nonlinear Water Diffusion in Nonsaturated Concrete," *Materials and Structures*, Vol. 5, No. 25, pp.3~20, 1972.
6. Nilsson, L. O., "Hygroscopic Moisture in Concrete - Drying, Measurements and Related Material Properties," PhD dissertation, Report TVBM 1003, Lund Institute of Technology, Sweden, 1980.
7. Hedenblad, G., "Moisture Permeability of Mature Concrete, Cement Mortar and Cement Paste," Ph.D dissertation, Report TVBM-1014, Lund Institute of Technology, Sweden, 1993.

8. Xi, Y., Bazant, Z. P. and Jennings, H. M., "Moisture Diffusion in Cementitious Materials - Adsorption Isotherms," *Advanced Cement Based Materials*, No. 1, pp.248~257, 1994.
9. Xi, Y., Bazant, Z. P., Molina, L., and Jennings, H. M., "Moisture Diffusion in Cementitious Materials - Moisture Capacity and Diffusivity," *Advanced Cement Based Materials*, No. 1, pp. 258~266, 1994.
10. Claesson, J., "Few Remarks on Moisture Flow Potentials," Report TVBH-7163, Division of Building Physics, Lund Institute of Technology, Sweden, 1993.
11. Hedenblad, G., "The Use of Mercury Intrusion Porosity or Helium Porosity to Predict the Moisture Transport Properties of Hardened Cement Paste," *Advanced Cement Based Materials*, No. 6, pp.123~129, 1997.
12. Brunauer, S., Emmett, P. H., and Teller, E., "Adsorption of Gases in Multimolecular Layers," *Journal of American Chemical Society*, Vol. 60, pp.309~319, 1938.
13. Brunauer, S., Deming, L. S., Deming, W. E., and Teller, E., *Journal of American Chemical Society*, Vol. 62, pp.1723~1732, 1940.
14. Brunauer, S., Skanlmy, J., and Border, E. E., *Journal of Colloid Interface Science*, Vol. 30, pp.546~552, 1969.
15. Hillerborg, A., "A Modified Absorption Theory," *Cement and Concrete Research*, Vol. 15, pp.809~816, 1985.
16. Norling Mjörnell, K., "Moisture Conditions in High Performance Concrete," Ph.D Dissertation, Chalmers University of Technology, Sweden, 1997.
17. Neville, A. M., "Properties of Concrete," 4th ed., Addison Wesley Longman Ltd, 1995.
18. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., "The Finite Element Method," McGraw Hill, New York, 1989.
19. Atlassi, E., "Influence of Cement Type on the Desorption Isotherm of Mortar," *Nordic Concrete Research*, No. 10, pp.25~36, 1991.
20. Hedlund, H., "Stresses in High Performance Concrete Due to Temperature and Moisture Variations at Early Ages," Licentiate thesis, Division of Structural Engineering, Lulea University of Technology, Sweden, 1996.
21. Norling Mjörnell, K., "Self-desiccation in Concrete," Licentiate thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 1994.

---

## 요 약

본 연구에서 초기재령 콘크리트의 단면 내 수화도와 온도 및 습도분포를 구하는 3차원 유한요소 해석 프로그램을 개발하기 위한 수화도에 따른 재료 모델을 제시하고, 수치해석 절차에 관하여 정립하였다.

재료물성이 급격히 변화하는 초기재령 콘크리트의 거동을 모사하는 과정에서 온도 및 습도에 관련된 재료 물성이 수화도에 따라 결정하였다. 또한 수분거동 연구는 경화한(mature) 콘크리트에 대해서는 여러 연구자에 의해 수행되었지만, 초기재령 콘크리트의 전달계수, 수분용량에 관한 연구는 제대로 정립되지 않은 실정이다. 또한 일반적으로 보통콘크리트에서 무시되는 수분감소항은 고강도 및 고성능 콘크리트의 자기건조(self-desiccation)와 관련된 자기수축(autogenous shrinkage)을 유발하고, 이는 구조물의 장기 내구성 및 사용성 측면에서 중요한 관심사이다.

따라서 본 연구는 초기재령 콘크리트의 온도 및 수축에 의한 응력을 평가하기 위하여, 고강도 및 고성능 콘크리트를 포함한 초기재령 콘크리트의 온도 및 수분거동을 적절히 표현하는 수학적 재료 모델을 제시하고, 콘크리트의 단면 내 수화도와 온도 및 습도분포를 결정하는 3차원 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다. 개발된 해석프로그램을 이용한 수치해석 결과는 실험결과와의 비교를 통하여 그 타당성을 검증하였다.

**핵심용어** : 초기재령 콘크리트, 수화도, 온도 및 습도분포, 3차원 유한요소해석 프로그램, 재료 모델, 고강도 및 고성능 콘크리트

---