

강도-응력 간섭모델을 적용한 철도차량용 차륜의 피로강도 및 신뢰성 평가법

An Evaluation Method of Fatigue Strength and Reliability in a Railway Wheel with an Application of Strength-Stress Interference Model

박병노¹ 김기환² 김호경³

Byoung-No Park, Ki-Hwan Kim, Ho-Kyung, Kim

Keywords : Railway Wheel(철도차량용 차륜), Strength-Stress Interface Model(강도-응력 간섭모델),
Fatigue Strength(피로강도), Failure Probability(파손확률)

Abstract

The failure probability of wheel beyond 10^7 cycles is achieved by the strengths-stress interference model for the evaluation of fatigue strength and reliability in the wheel, From plane bending fatigue test results, the fatigue life (N_f) for the smooth and $200\mu\text{m}$ holed specimens can be represented as $\sigma_a = 1326N_f^{-0.10}$ and $\sigma_a = 2894N_f^{-0.18}$. Respectively, fatigue strength of the wheel at beyond 10^7 cycles was about 332 MPa. And, the fatigue strength for the specimen with a micro hole ($d=200\mu\text{m}$) which simulated an inclusion on the wheel surface was about 235 MPa. Thus, a micro hole ($d=200\mu\text{m}$) caused about 30% reduction of fatigue strength of the specimen. The failure probabilities for the smooth and micro-holed specimens, derived from the strength-stress interference model, are 0.0148% and 13.05%, respectively. The current finding suggests that at least $200\mu\text{m}$ sized inclusion, which might be produced during manufacturing process, will cause a critical effect on integrity of the railway vehicle.

1. 서론

최근 철도 차량은 안전성, 정시성, 대량 수송성이 우수하여 수송수요가 증가하고 있으며, 열차운행 횟수의 증가와 차량의 고속화로 운행조건이 상당히 가혹해짐에 따라 이에 대한 절대적인 안전성과 높은 신뢰성이 요구되고 있다. 특히, 차륜은 철도 차량의 중량을 지지하고 레일과의 반복적인 구름접촉을 하며 이동하는 핵심 구조 부품으로서 열차의 주행 안전에 지대한 영향을 미친다. 차륜 손상의 원인은 다양하나

레일과의 미소 접촉부에서 발생하는 높은 수직 응력과 답면 제동시 제륜자가 접촉하여 발생하는 마찰열에 의한 열응력, 제조과정에서 필수적으로 발생하는 비금속 개재물(non-metallic inclusion) 등이 차륜 손상과 밀접한 관련이 있음이 보고되고 있다.[1~4] 그중, 차륜은 제조 공정상 발생하는 각종 개재물, 기공, 2상 입자 등의 결함을 갖게될 가능성이 크다. 특히, 비금속 개재물은 강의 응고 과정에서 생성되는 미세한 입자 이물질로 기지(matrix)와의 밀착도가 나쁘고 열팽창계수 및 물리적 성질의 차이로 인하여 응력이 집중되어 피로 파손의 원인을 제공한다. 따라서 미소 결함들에 의한 차륜의 건전성을 평가하기 위해 피로강도 특성을 평가하는 것이 매우 중요하다.

¹ 정회원, 서울산업대학교 철도기술대학원, 서울지하철공사

² 정회원, 한국철도기술연구원 책임연구원

³ 비회원, 서울산업대학교 자동차공학과 교수

차륜에 대한 기존의 연구는 대부분 유한 요소해석을 이용한 응력 상태를 연구하거나[5], 레일의 설치 기울기 변화에 따른 차륜의 응력변화 연구[6], 신차륜 형상 설계에 대한 연구[7]로, 차륜의 미소결함에 의한 피로강도 및 수명의 영향에 관한 연구는 대단히 미흡한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 철도차량용 차륜의 절대적인 안정성 확보를 위하여 차륜 제조시 발생 가능성이 있는 개재물 혼입과 같은 미소결함 가능성을 고려한 피로강도를 평가하였다. 이를 위하여 차륜에서 채취한 평활재 및 인공적 미소 결함이 내재한 피로 시험편을 이용하여 초기 제작시의 손상을 고려한 피로 강도 감소에 관하여 평가를 수행하였다. 특히, 차륜의 신뢰성 평가를 위해 작용하중 및 피로강도의 확률론적 특성을 동시에 고려하는 강도-응력 간섭모델을 도입하여 무한 수명 영역에 대한 파손확률 해석을 실시함으로써 차륜의 설계기준 및 검사기준의 기초자료를 제공하고자 한다.

2. 실험방법

2.1 재료 및 시험편

본 연구에 사용된 차륜은 객화차에 주로 사용되는 SSW1형 차륜으로 재료의 화학 성분 및 기계적 성질은 Table 1, Table 2와 같다. 참고로 실험 결과 비교를 위해 화학 성분이 유사한 일본의 차륜재(SSW-B)[8]를 함께 나타내었다. 인장 및 피로시험편의 채취 위치 및 방향은 Fig. 1과 같이 hub fillet과 rim fillet 부위에서 차륜의 원주 방향이다. 본 연구에 사용된 피로 시험편은 Fig. 2와 같이 두께 4mm의 표준 굽힘 피로 평활재 시험편과, 미소원공 결함이 표면에 내재한 시험편이다. Photo. 1과 같이 차륜에 존재하는 개재물을 금속 야금학적인 방법으로 제작하기 어려운 관계로 본 연구에서는 Fig. 3과 같이 시험편의 표면에 마이크로 드릴을 사용하여 지름의 길이와 동일한 깊이로 직경 200 μ m의 인공 원공을 시험편 중심에 가공하여 피로특성을 평가하였다. 이때 깊이방향 미소 원공 선단의 각도는 120 $^{\circ}$ 이다.

2.2 피로시험

피로 시험은 상온의 대기 중에서 굽힘·비틀림 피

로 시험기(TB-10B형, Shimadzu)를 사용하여 $R=-1$ 의 응력비로 33Hz의 일정 진폭 하중으로 평면 굽힘 피로 시험(plane bending fatigue test)을 하였고 피로 한도에 해당되는 무한 수명 (N_f)은 10^7 사이클수로 정의하였다. 시험 하중은 200 μ m 인공홀이 삽입된 시험편과 평활재 시험편 모두 시험에서 무한 수명으로 나타난 피로 강도인 326MPa에 해당하는 동일 하중으로 시험하였다.

2.3. 하중파형 사이클

하중이 복잡하게 변동하는 철도 차량용 차륜의 신뢰성을 정확하게 평가하기 위해서는 차륜의 하중이력에 관한 확률론적 특성을 명확하게 파악하여야 한다. 차륜의 하중 측정방법에는 간헐법과 연속법의 2종류의 측정방법이 있다.[9] 간헐법은 차륜 1회전에 2회의 출력을 얻는 방법이고, 연속법은 연속적으로 출력이 얻어지는 방법이다. 본 연구에서는 간헐법으로 자중 20톤, 적재하중 40톤의 컨테이너화차를 이용하여 경부선 하행선 서울기점 404km ~ 405km의 직선 선로구간에서 열차의 속도 110km/h 으로 측정된 하중이력 테이터를 이용하였다.[10] 철도차량용 차륜과 같이 하중이 복잡하게 변동하는 하중하에서의 피로수명을 평가하는 경우 및 실제 변동하중을 간단한 프로그램하중으로 대체하여 피로평가를 수행하는 경우 등에 있어서 문제가 되는 것은, 하중파형의 어떤 인자를 대상으로 하여 수명을 평가하며, 하중 상태를 어떻게 일치시키느냐 하는 것이다. 이를 해결하기 위해서 제안되고 있는 것이 하중파형 사이클 계산법(cycle counting method)으로, 현재 표준적인 수행방법이 ASTM E1049-85[11]에 규정되고 있다. 차륜에 작용하는 응력의 확률론적인 특성을 평가하기 위하여 측정된 하중이력을 응력 파형으로 변환시키고, 응력 파형에서 피로강도를 지배하는 특성인자를 추출하고자 응력-변형을 응답을 알아내는 가장 일반적인 방법 중 하나로 ASTM E1049-85에 규정되어 있는 레인플로우법(rainflow cycle counting method)을 이용했다.

Table 1 Chemical composition of the railway wheel
(wt. %)

Material	C	Mn	Si	P	S	Cu	Ni
SSW1 (test material)	0.65	0.71	0.21	0.015	0.025	0.005	0.005
SSW-B ⁽³⁾	0.67	0.69	0.20	0.025	0.01	0.01	0.02

Table 2 Mechanical properties of the railway wheel

Material	Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)	Hardness (Hv)
SSW1 (test material)	404	796	23	248
SSW-B ⁽³⁾	480	892	17	271

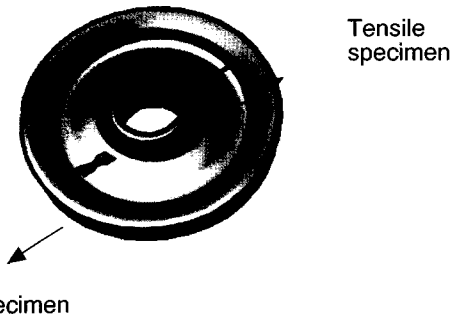


Fig. 1 Position and orientation of specimens extracted from a wheel

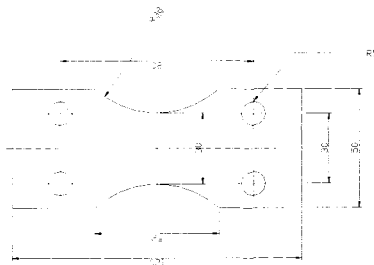


Fig. 2 Specimen configuration for bending fatigue test

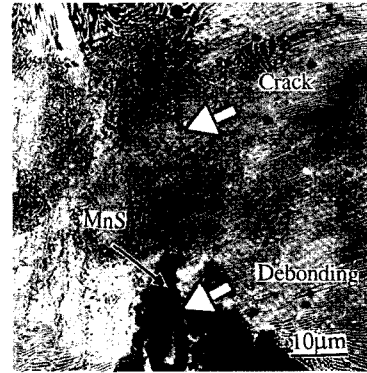


Photo.1 Typical example of non-metallic inclusion

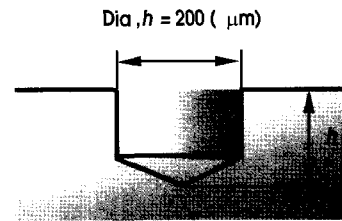


Fig. 3 Inclusion artificial hole

3. 실험결과 및 고찰

3.1 피로강도 평가

실제 하중하의 피로강도를 평가하기 위해서는 일정진폭하의 피로강도에 관한 자료는 매우 중요하다. Fig. 4는 응력비 $R = -1$ 의 일정진폭 하중하에서 응력진폭과 반복수의 관계를 나타낸 것이며, 피로한도에 대한 무한 수명은 $N_f \geq 10^7$ 사이클수로 정의하였다. 이 그림에서 ▲와 ▼는 화학적 조성 및 형상이 유사한 평활재 시험편에 대한 Tadayoushi의 시험결과[8]이며, ○는 SSW1 차륜재의 평활재시험편에 대한 시험결과이다. 본 시험을 통해 얻어진 평활재시험편의 응력진폭(σ_a)과 파단 수명(N_f)과의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_a = 1326N_f^{-0.10}$$

한편 차륜 제작시에 생길 수 있는 미소결함 존재를 고려한 피로강도를 위해서 평활재 시험편에 미소원공을 삽입한 시험편에 대한 피로시험 결과는 Fig. 5

와 같으며 직경 2000 μm 의 미소 원공 결합재 시험편의 응력 진폭(σ_a)과 파단 수명(N_f)과의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_a = 2894N_f^{-0.18}$$

3.2 무한수명 영역에서 피로강도의 확률론적 특성

무한수명($N_f \geq 10^7$ 사이클)에서의 차륜재의 피로강도의 평균값은 평활재 시험편과 미소원공 결합재 시험편에 대하여 JSME S002의 계단식 시험[12]을 적용하여 결정하였으며, 평균 피로한도값, \widehat{S}_m 를 평가하기 위하여 다음과 같은 식을 적용하였다;

$$\widehat{S}_m = S_o + d \times \left[-\frac{A}{\sum n_i} \pm \frac{1}{2} \right] \quad (1)$$

여기서 $A = \sum i \times n_i$, d 는 응력레벨이고 S_o 는 가장 낮은 응력단계로, 식 (1)에서 파손되지 않은 개수가 파손된 개수보다 많으면 '+', 적으면 '-'를 사용한다. 식 (1)로 부터 평활재 시험편 및 미소원공 결합재 시험편의 피로한도는 각각 332MPa, 235MPa로 평가되었다. 따라서, 실험 결과로부터 미소원공이 삽입된 시험편의 피로한도는 평활재에 대하여 약 30%의 감소하는 것으로 나타났다.

무한수명 영역에서의 차륜의 안정성 확보를 위하여 피로 한도의 변동성과 작용응력의 변동성을 고려한 피로한도에 해당하는 강도와 부하응력의 확률밀도 함수로부터 차륜의 신뢰성 평가가 필요하다. Fig. 6은 피로강도와 부하응력의 확률밀도함수를 함께 개념적으로 나타낸 것으로 그림에서 보는 바와 같이 작용응력이 요소의 강도분포 즉 피로한도보다 커지는 경우 작용 응력분포와 요소의 강도분포가 서로 중첩되는 간섭지역(interference region)이 존재한다. 중첩되는 부분이 발생하면 파손의 가능성이 존재한다는 것을 의미하며, 이 부분이 클수록 신뢰도는 감소하고 파손 확률은 증가한다. 이와 같이 차륜이라는 기계요소의 무한수명에서의 피로강도와 작용응력 분포가 서로 중첩되는 부분을 확률론적 특성을 이용하여 신뢰성 또는 파손확률을 평가하는 모델이 강도-응력 간섭모델

(strength-stress interference model)[13]이다. 파손확률 (F_p)은 작용응력이 기계요소의 무한수명에 해당하는 피로강도를 초과하여 파손이 발생하는 확률로, 식 (2)와 같다.[14]

$$\begin{aligned} F_p &= P(r \leq s) \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_s(s) \cdot \left[\int_s^{\infty} f_r(r) dr \right] ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_s(s) \cdot \left[\int_{-\infty}^s f_r(r) dr \right] ds \quad (2) \end{aligned}$$

여기서 r 은 피로강도, s 는 부하응력, $f_r(r)$ 및 $f_s(s)$ 는 각각 요소 즉 차륜의 무한수명에서의 피로강도와 작용응력 확률밀도함수이다.

작용응력과 피로강도에 대한 확률분포 특성이 각각 정규분포(normal distribution) 및 2모수 와이블 분포(2 parameter Weibull distribution)에 따른다고 가정하면 식 (2)의 파손확률(F_p)은 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.[14]

$$\begin{aligned} F_p &= \int_{-\infty}^{\infty} F_r(s) f_s(s) ds \\ &= 1 - \Phi \left(\frac{\sigma_r - \mu_s}{\sigma_s} \right) - \frac{t_r}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \\ &\times \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{w t_r}{\sigma_s} + \frac{\sigma_r - \mu_s}{\sigma_s} \right)^2 + w^{\beta_r} \right] \right\} dw \quad (3) \end{aligned}$$

여기서, β_r 및 t_r 은 각각 피로강도에 대한 2모수 와이블 분포의 형상계수(shape parameter) 및 척도계수(scale parameter)이며, $w = \frac{s}{t_r}$, $dw = \frac{ds}{t_r}$ 이다. μ_s 와 σ_s 는 작용응력에 대한 정규분포의 평균(mean of stress)과 분산(standard deviation of stress)을 의미한다. 그러므로, 작용응력 및 강도의 확률분포의 계수를 평가하고, 수치적분을 통하여 파손확률 또는 신뢰도를 평가할 수 있다.

무한수명 영역에서 피로강도의 확률론적 특성을

평가하기 위하여 Fig. 6은 R = -1에서 미파단 데이터 (suspended item)을 포함하는 피로강도 데이터에 관하여 누적확률분포를 와이블 확률지(Weibull probability paper)에 나타낸 것으로 평활재의 경우, 형상계수 β_r 및 척도계수 t_r 은 각각 85.53, 340.21이며, 미소 결합재의 경우 형상계수 β_r 및 척도계수 t_r 은 각각 41.21, 236.58로 결정하였다. 따라서 무한수명 영역에서 평활재와 미소결합재의 2모수 와이블 확률밀도 함수 $f_r(r)$ 은 식 (4) 및 식 (평활재 5)와 같다.

평활재 ;

$$f_r(r) = \frac{340.21r^{85.31-1}}{340.21^{85.53}} \exp \left[-\left(\frac{r}{340.21}\right)^{85.31} \right] \quad (4)$$

미소결합재 ;

$$f_r(r) = \frac{236.58r^{41.21-1}}{236.58^{41.21}} \exp \left[-\left(\frac{r}{236.58}\right)^{41.21} \right] \quad (5)$$

3.3 실제 작용응력 이력의 확률론적 특성

신뢰성평가를 위해서는 차륜의 무한수명에서의 피로 강도의 확률론적 특성과 함께 실제 차륜에 작용하는 응력의 확률론적인 특성을 평가하기 위하여 실제 주행하는 전체 노선에서의 차륜의 응력이력을 집계하여 처리하는 것이 바람직하나 본 연구에서는 관련된 차량의 차륜에 대하여 제한된 구역에서의 데이터가 있는 관계로 측정된 차륜의 응력이력[10]으로부터 레인폴로우 사이클 카운팅법을 이용하여 피로 누적 손상에 실질적인 영향을 미치는 사이클 수를 집계하였다.

Fig. 7은 1시간 동안의 측정에서 얻은 작용응력이 다. 작용응력의 범위는 최대 65.7 MPa, 최소 20.1 MPa로 나타났으며, 작용응력의 평균값은 42.9 MPa로 나타났다. Fig. 8은 작용응력을 정규 확률지에 나타낸 것으로, 여기서 작용응력은 측정된 차륜의 응력이력에 하중계수(load scale factor)를 곱하였다. 그 이유는, 본 연구에 사용된 하중 이력은 측정시 최대 von-Mises 응력이 작용하는 부위에 최대 응력이 작용하는 방향으로 스트레인 게이지를 취부하여 측정하여 측정된 것이 아니라 차륜의 임의의 위치에 반경방향으로 스트레인 게이지를 취부하여 변형률을 측정하여 반경방향의 응력만을 산출하여 분포도를 나타낸 것이다. 따라서, 본 연구에 필요한 von-Mises응력이 최대가 되는 지점에서의 응력분포

를 산출하기 위하여 본 차륜의 응력분포에 관한 기존 연구결과[15]로부터 스트레인 게이지를 취부하여 측정된 부위에서의 von-Mises 응력과 최대 von-Mises 응력이 작용하는 부위의 크기의 비가 4.6인 관계로 본 연구에서는 von-Mises 응력이 선형으로 비례한다고 가정하여 하중계수(load scale factor)로써 4.6을 곱하여 결합이 존재시 가장 위험한 최대 von-Mises 응력이 작용하는 부위에서의 응력 분포를 산출하였다. 이로부터 작용응력의 평균응력 (μ_s)은 202.2 MPa이고 표준편차 (σ_s)는 26.9이다. 따라서, 작용응력 s의 확률밀도함수 $f_s(s)$ 는 다음과 같다.

$$f_s(s) = \frac{1}{26.9\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{s-202.2}{26.9} \right)^2 \right] \quad (6)$$

3.4 신뢰성 해석

철도차량용 차륜의 파손확률에 미치는 미소결합의 효과를 정량화하기 위하여 작용응력에 대한 미소결합을 갖는 시험편 및 평활재의 피로강도의 신뢰성 해석이 필요하다. 따라서 각 시험편의 피로강도와 작용응력의 확률분포 특성으로부터 얻어진 결과를 토대로 강도-응력 간섭모델[13]을 이용하여 파손확률을 평가하였다. Fig. 9는 200 μ m 직경의 원공 미소결합을 갖는 시험편 및 평활재의 피로강도와 작용응력 이력에 대한 확률밀도함수를 함께 나타낸 것이다. 식(3)에 의하여 차륜의 파손확률을 평가하면, 평활재의 경우 0.0148%로서 안전하다. 그러나 200 μ m 직경의 미소결합을 고려한 경우에는 13.05%의 파손 가능성이 존재한다. 따라서 제조 공정시에 만일 200 μ m이상의 미소결합이 존재한다면 차륜의 신뢰성에 대단히 유해한 영향을 미친다고 할 수 있다.

본 연구에서는 비록 매우 제한된 주행 데이터를 적용하여 고정된 하나의 치수를 가진 차륜결합에 대하여 작용하중 및 피로강도의 확률론적 특성을 동시에 고려하는 강도-응력 간섭모델을 적용하여 무한 수명 영역에 대한 파손확률 해석을 시도하는 기법을 도입하였다. 따라서, 한국형 고속전철 시스템이 개발되고 철도 차륜의 고속화로 차륜에 대한 신뢰성 확보가 시급한 시점에서 추후 차륜 제조시의 품질 검사에 적용되는 비파괴 검사의 해상도를 고려한 각 미소결합 크기에 대한 신뢰성 평가에 관한 연구가 필요하다.

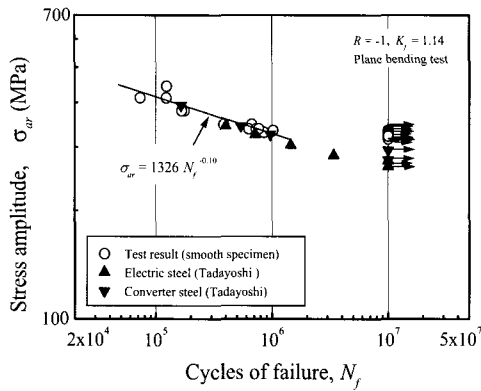


Fig. 4 Plane bending fatigue S-N curves of the three railway wheel steels

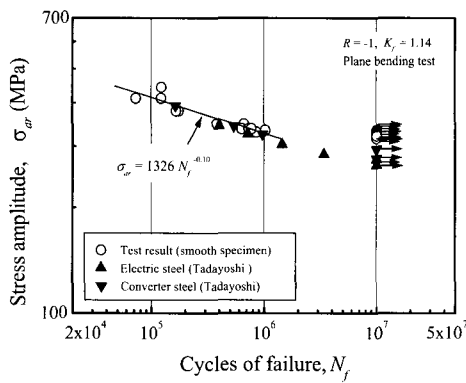


Fig. 5 S-N curves of smooth and 200 μm holed specimens

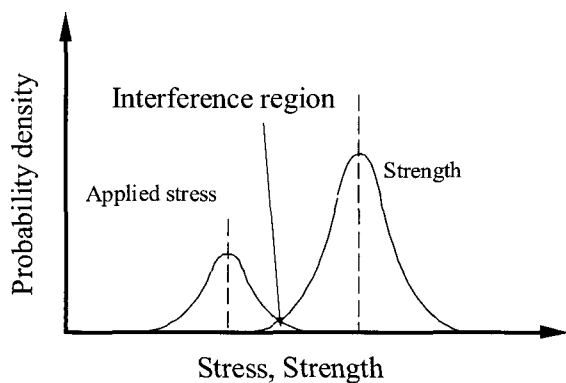


Fig. 6 Interference between strength and applied stress

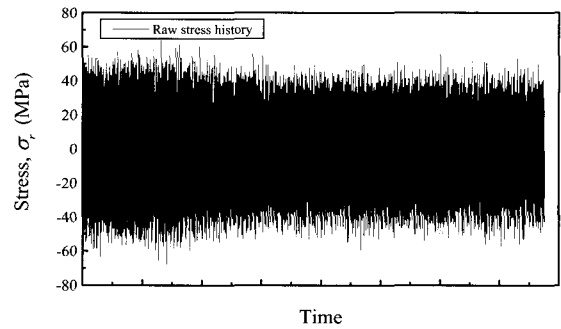


Fig. 7 Actual load history in a railway wheel

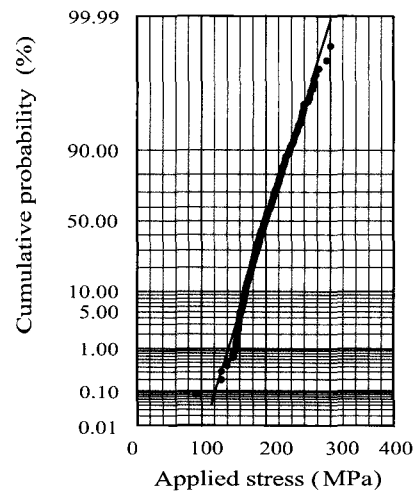


Fig. 8 Cumulative probability of the applied stress

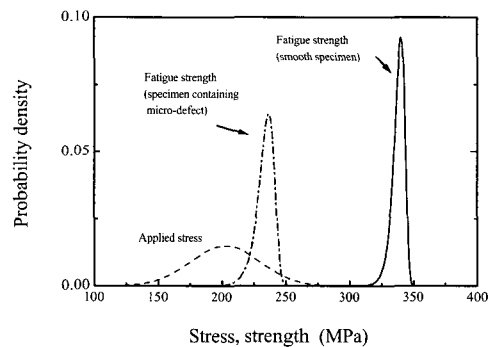


Fig. 9 Comparison of probability density function of fatigue strengths and applied stress

4. 결론

참고문헌

본 연구에서는 철도 차량용 차륜에서 채취한 시험편을 이용하여 평면 굽힘 시험 결과를 통하여, 초기 제작시의 손상을 고려한 피로 강도 감소에 대해 평가하였으며, 작용하중 및 피로강도의 확률론적 특성을 동시에 고려하는 강도-응력 간섭모델을 도입하여 무한 수명 영역에 대한 파손확률 해석을 실시한 결과는 다음과 같다.

1. 응력비, $R = -1$ 에서의 평면 굽힘 피로 시험을 한 결과 응력 진폭(σ_a)과 피로 수명 (N_f)과의 관계 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_a = 1326N_f^{-0.10} \quad : \text{평활재 시험편}$$

$$\sigma_a = 2894N_f^{-0.18} \quad : \text{미소결합재 시험편}$$

2. 평활재 피로 시험에서 무한수명 ($N_f \geq 10^7$ cycles)에 대한 피로강도는 332 MPa로 평가되었다. 또한, 차륜 제작시에 생길 수 있는 개재물의 존재를 고려한 200 μm 의 미소원공이 삽입된 피로 시험편에 대한 피로강도가 235 MPa로 평가되어, 평활재에 대하여 30%의 피로강도가 감소하였다.

3. 평활재의 경우 파손확률은 0.0148%로서 안전하다고 평가되나, 200 μm 의 미소 결함을 고려한 경우에는 13.05%로서 파손의 가능성이 존재하여 차륜 제조 공정시에 200 μm 이상의 미소결합이 존재한다면 차륜의 건전성에 매우 유해한 영향을 미친다고 판단된다. 따라서, 추후 차륜 제조시의 품질 검사에 적용되는 비파괴 검사의 해상도를 고려한 각 미소결합 크기에 대한 건전성 평가에 관한 연구가 필요하다.

후기

이 논문은 서울산업대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음

- (1) A. Blarasin, T. Giunti, M. La Sana, V. Stabieli and P. Vanolo, 1999, "An integrated approach manage fatigue performance of railway wheels", FATIGUE '99, pp. 2603~2608.
- (2) S. Suzuki, A. Hamazaki, Y. Toya, K. Nakase, K. Hirakawa, H. Sakamoto, K. Toyama, 1981, "最近の鐵道用車輪について", 住友金屬, Vol. 33 No. 3, pp. 8~24.
- (3) K. Hirakawa and H. Sakamoto, 1982, "Effect of design variation on railroad wheel fracture", ASME Paper, 81-WA/RT-4, pp. 1~7.
- (4) J. Inoue, M. Ajiki, Y. Okagata, H. Sakamoro, 1991, "最近の鐵道用車輪軸について", 住友金屬, Vol. 43-5 No. 3, pp. 31~43.
- (5) Yoshinari Yamamura, Kenji Hirakawa, Yoshinori Okagata, Machi Nakata, 1991, "New Light Corrugated Wheel", 住友金屬, PS2-16, pp. 488~493.
- (6) 김청균, 김기환, 1997, "고속전철용 레일-휠 접촉에서 응력 분포에 관한 유한요소해석", 한국운철학회지, Vol. 13, No. 3, pp. 93~101.
- (7) Kunio Nishioka, Kenji Hirakawa and Hideo Komatsu, 1972, "鐵道車輛用車輪板部の疲勞強度", 住友金屬, Vol. 24. No. 4, pp. 27~42.
- (8) T. Noda, Y. Toya, H. Tomono, 1984, "The manufacturing of wheels and axles for railway use by using converter continuous casting blooms", 住友金屬, Vol. 36, No. 4, pp.113~122.
- (9) H. Ishida, K. Fukazawa, K. Tezuka, 1993 "Continuous method of measuring forces between wheel & rail and derailment quotients," Proceedings of the International Conference on Speed up Tech for Railway and Maglev vehicles, pp. 350~354,
- (10) 한국철도기술연구원, 1998, 기존 철도차량의 운용하중이력 분석
- (11) ASTM Designation : E1049-85, 1985, Standard practice for cycle counting in fatigue analysis
- (12) Japan Society of Mechanical Engineers, 1981, 金屬材料 疲勞強度의 設計資料, pp. 38~42
- (13) A.D.S. Carter, 1997, "Mechanical reliability and design" MacMillan Press LTD, pp81~123.
- (14) S. Dai, M.O Wang, 1992, "Reliability analysis in engineering application" Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 12~31.
- (15) 임중순, 2000, 철도차량용 차륜의 피로특성 평가, 한양대학교, 석사학위논문