

매개변수해석을 통한 고속전철교량상 장대레일궤도 안전성 검토

Parametric Study on the Safety of CWR Track over High-Speed Railway Bridges

강재윤¹, 김병석², 김영진¹, 박성용³, 조정래³, 최은석³, 진원종³

Jae-Yoon Kang, Byoung-Suk Kim, Young-Jin Kim, Sung-Yong Park,

Jeong-Rae Cho, Eun-Suk Choi, Won-Jong Chin

Keywords : CWR(Continuous Welded Rail)(장대레일궤도),

High-Speed Railway Bridges (고속전철교량), Rail-Bridge Interaction (레일교량상호작용)

Abstract

Where the track is continuously welded over the bridge, the longitudinal forces will be distributed interactively between the track and the sub-structure by the rail-bridge interaction mechanism. The ratio between the longitudinal forces transmitted in each elements depends on the magnitude of the ballast resistance and the stiffness of the sub-structures. In this paper, the main factors affect on the longitudinal rail force are discussed and the parametric study for the behavior of CWR(Continuous Welded Rail) track was executed. It is concluded that the horizontal ballast resistance and the stiffness of the bridge sub-structure are the significant parameters affecting the stability of the continuous welded rail track.

1. 서론

최근의 철도궤도구조는 유지관리 비용 절감, 궤도구조의 사용수명 연장 및 승차감 향상 등의 목적으로 장대레일(Continuous Welded Rail, CWR)화 하는 경향을 보이고 있다. 이러한 장대레일 궤도구조는 레일 신축 이음을 배제하므로써 이음부에서 발생하는 문제점을 원천적으로 해소할 수 있다는 장점을 가지고 있는 반면, 교량상에 장대레일궤도가 부설된 경우에는 레일-교량 상호작용으로 인하여 매우 불규칙적인 거동을 보이게 되며, 레일-교량 상호작용에 영향을 미치는 매개변수의 변화에 따라 안전성 검토에 있어서 전혀 다른 결과를 초래하게 된다. 특히, 높은 주행안전성이 요구되는 고속전철 교량상 장대레일궤도의 경우에는 매우 엄

격한 궤도관리가 필요하며, 레일-교량상호작용을 고려한 정밀 구조해석이 요구된다.

고속전철교량상 궤도구조의 안전성 검토시 주요 검토항목은 다음과 같다[4, 6, 8].

- ▶ 교량/교대와 레일간의 상대변위
- ▶ 교량의 변위 (중방향 하중에 대한 교량구조물의 반력저항)
- ▶ 교량거동 및 중방향 하중에 의한 레일의 추가응력

교량상 궤도구조물의 거동에 영향을 미치는 주요매개변수는 도상저항력과 교량 하부구조의 강성이다. 특히, 도상저항력은 일정 수준 이상의 변위에서는 저항력이 증가하지 않고 일정한 값을 갖는 비선형적 거동을 보이므로, 유한요소법을 이용한 정밀 구조해석을 통하여 주행안전성을 검토할 필요가 있다.

본 연구에서는 레일-교량 상호작용을 고려한 해석프로그램을 이용하여 고속전철교량상 장대레일의 안전성

¹ 한국건설기술연구원 토목연구부 선임연구원

² 한국건설기술연구원 토목연구부 수석연구원

³ 한국건설기술연구원 토목연구부 연구원

검토를 위한 매개변수해석을 수행하고, 그 결과로부터 주행안전성 확보를 위한 도상저항력 및 하부구조 강성의 요구범위를 검토하고자 한다.

2. 레일-교량상호작용의 주요 매개변수

2.1 주요 영향인자

교량상 장대레일에 발생하는 종방향 축력은 레일과 교량구조물로 분배되어 전달된다. 이 때의 분배율은 도상저항력의 크기와 하부구조 강성에 따라 달라지며, 레일을 통해 전달되는 축력은 레일과 침목간의 체결력 및 침목과 도상간의 마찰저항력이 부담하고, 교량으로 전달되는 축력에 대해서는 받침 및 하부구조의 강성이 부담하게 된다. 이러한 레일-교량 상호작용은 여러 가지 영향인자의 변화에 따라 예측하기 어려운 결과를 초래하며, 주요 매개변수를 교량구조 측면 및 궤도구조 측면에서 정리하면 다음과 같다.

◎ 교량구조 측면의 영향인자

- 고정지점의 위치 및 받침 종류
- 교량바닥판의 신축길이 및 단부스판의 길이
- 교량바닥판의 강성
- 교량받침 및 하부구조의 강성

◎ 궤도구조 측면의 영향인자

- 레일 변위에 대한 도상 및 체결구의 저항력
- 레일의 강성
- 레일 신축이음의 유무

이들 영향인자 가운데 교량바닥판의 신축길이, 교량 하부구조 강성 및 도상저항력 등의 변화가 주행안전성에 가장 큰 영향을 미친다. 고속전철교량의 경우, 신축길이는 75m 또는 80m로서 고정적이므로 매개변수로서의 의미가 없지만, 하부구조강성 및 도상의 종방향 저항력은 실제 여건에 따라 가변적이므로 매개변수 해석을 통하여 궤도구조의 주행안전성 확보에 요구되는 제한치의 범위를 설정해 두는 것이 궤도관리 측면에서 바람직하다.

2.2 도상 저항력 특성

궤도의 종방향 저항력은 레일의 종방향 거동에 대한

레일-체결구간의 체결력과 침목-도상간의 마찰저항력에 의해 발생한다. 단, 체결구에서의 레일 체결력은 침목저면에서의 마찰저항력보다 크므로 궤도의 종방향 저항력은 도상에서의 마찰저항력에 의해 결정된다고 볼 수 있다.

일반적으로 궤도의 종방향 저항력은 변형초기에는 선형적으로 증가하다가 항복이 시작되면 일정한 값을 갖게 되는 bi-linear 거동을 보이며, 최대 종저항력은 Fig. 1에서와 같이 도상의 다짐상태가 양호할수록 증가한다 [3]. 특히, 도상의 상태에 따라 종방향 및 횡방향 도상저항력은 큰 편차를 보이며, 일반 국철구간을 대상으로 한 도상저항력 실측결과를 참조하면, 종방향저항력은 평균적으로 15 kN/m에서 8.7 kN/m까지의 편차를 보이며, 횡방향 저항력은 10.4 kN/m에서 5.8 kN/m까지 도상저항력이 저하하는 것으로 보고된 바 있다[1].

다짐상태가 양호한 도상의 변위-저항력 특성은 여러 연구자의 실험연구 등을 통하여 Fig. 2와 같은 bi-linear 거동을 보이는 것으로 규정되어 있으며, 이를 바탕으로 각국의 시방서에서는 관계곡선 및 수직하중에 대한 도상 저항력 계산식 등을 제시하고 있다[6, 8].

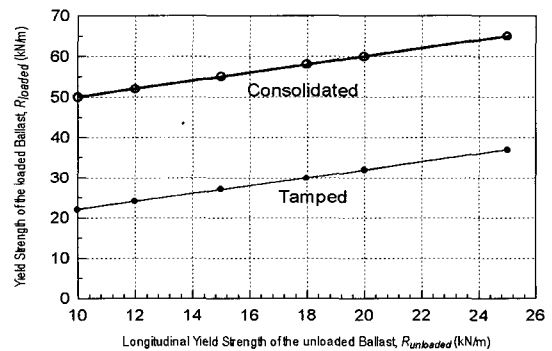


Fig. 1 Variation of Ballast Resistance

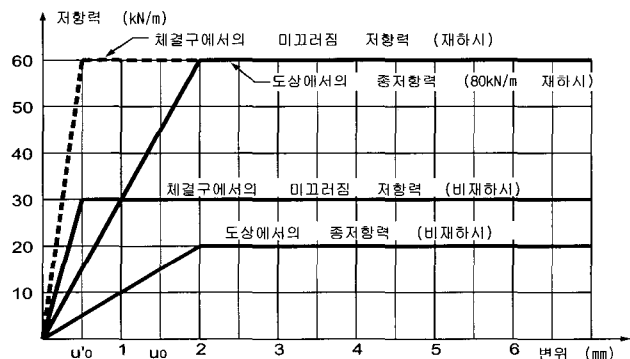


Fig. 2 Bi-linear Ballast Resistance Characteristics

3. 해석 프로그램 개발

3.1 프로그램 구성

본 연구에서는 한국건설기술연구원에서 고속전철기
술개발사업을 통해 개발한 "레일-교량 상호작용 해석
프로그램(BRAILINT)"을 이용하여 매개변수 해석을 수
행하였다.

본 해석프로그램은 3차원해석을 위하여 각 절점당 6
자유도를 가지며, 구조 모형화에 사용되는 해석요소는
Table 1과 같고, 해석에 필요한 입력자료의 구성은
Fig. 3과 같다.

레일-교량상호작용에 도상의 비선형 거동특성이 미치
는 영향을 고려하기 위하여, 그림 4와 같은 반복수렴계
산을 통하여 도상의 항복여부를 판단하고 강성도 매트
릭스를 재구성하게 된다. 해석은 하중을 일정간격으로
분할하여 매 하중단계마다의 평형방정식의 해를 구하
는 Load-controlled solver를 도입하여 해석한다.

Table 1 Finite Element Models for Analysis

부재구분	사용요소
레일	6자유도 뼈대요소
도상	6자유도 비선형 스프링요소
교량 바닥판	6자유도 뼈대요소
교량 받침	6자유도 선형 스프링
교각	6자유도 뼈대요소
지반	6자유도 선형 스프링요소

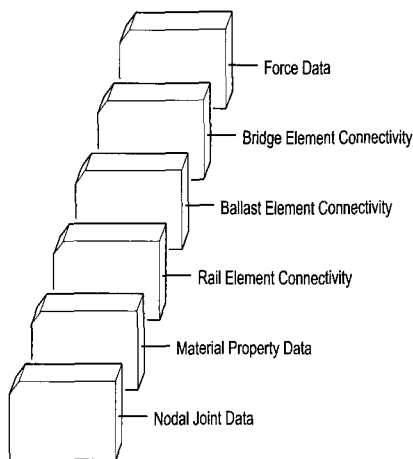


Fig. 3 Summary of Input Data

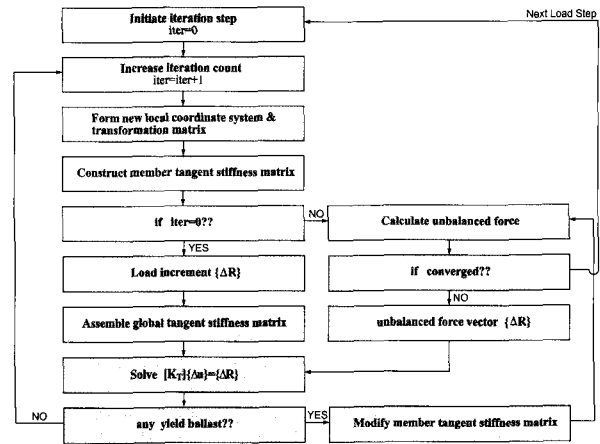


Fig. 4 Flow Chart of Iterative Analysis

3.2 프로그램 검증 해석

해석결과의 검증을 위해서 유럽철도연구원(ERRI)에
서 개발한 CWERRI와 Cracow대학에서 개발한 LOGIN
의 해석결과와 비교하였으며, 기존의 해석프로그램의
결과와 거의 동일한 값을 얻음으로써 적용성에 문제가
없음이 검증되었다[2].

검증 해석결과를 요약 정리하면 Table 2, 3 및 4와 같
다. Table 2와 3은 단순보상에 놓인 장대레일궤도의 해
석결과를 비교한 것이고, Table 4는 횡방향 회전강성을
고려한 양단고정보의 횡방향 대변형 해석결과를 비교
한 결과로서 기존 프로그램과 거의 동일한 결과를 얻
음을 알 수 있다.

Table 2 Analysis Results (Axial Stress in Rail)

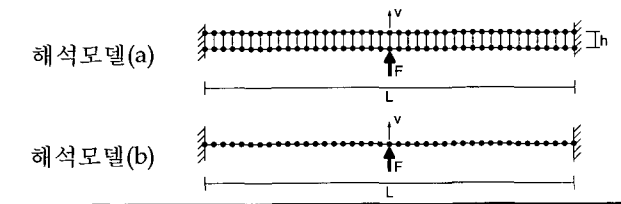
구분	최대축력 (kN)		
	CWERRI	LOGIN	본연구
하중조건			
온도하중 (-20℃)	49.39	50.00	50.00
수평하중 (2.5kN/m)	194.76	195.42	193.39

Table 3 Analysis Results (Longitudinal Displacements in Rail)

구분	종방향 최대변위 (mm)		
	CWERRI	LOGIN	본연구
하중조건			
온도하중 (-20℃)	-0.86	-0.89	-0.88
수평하중 (2.5kN/m)	+8.44	+8.48	+8.44

Table 4 Analysis Results (Lateral Displacements in Rail)

해석모델	해석방법	횡방향 변위 v [mm]
(a)	CWERRI	14.3
	Kerr (이론해)	14.5
(b)	CWERRI	11.4
	본 연구	10.9



4. 주행안전성 검토를 위한 매개변수 해석

4.1 검토항목 및 관련 규정

교량상 궤도구조의 안전성 검토와 관련된 제한 규정은 각국의 시방서에 따라 다소 차이가 있으나, 레일-교량 상호작용을 고려한 기본적인 검토항목 및 제한치는 동일하다. 본 연구에서 적용한 주요 검토항목 및 항목별 제한치를 정리하면 다음과 같다[4, 6, 8].

- ◎ 레일 응력
 - ▶ 압축응력 72 N/mm² 이하 : 좌굴안정성 확보
 - ▶ 인장응력 96 N/mm² 이하 : 레일의 파단 방지
- ◎ 레일 및 교량의 변위 (시·제동하중 작용시)
 - ▶ 교량상판간 상대변위 ±10 mm 이하
 - ▶ 레일-교량 상대변위 4 mm 이하

우리나라 고속전철 설계매뉴얼인 Bridge Design Manual (BRDM, 1995)에서는 주행안전성 관련규정으로 서 교량상판간 상대변위만을 제한하고 있으나, 본 연구에서는 UIC(1995) 규정에 있는 제한치에 대해서도 검토를 하였다.

4.2 해석 계획 및 매개변수 설정

본 연구에서 수행한 유한요소해석의 해석 매개변수는 도상저항력 및 하부구조(교각) 강성으로 설정하였고, 안전성 평가를 위한 검토항목은 레일 응력, 교량 바닥판간 상대변위 및 레일-교량 상대변위이다.

해석 대상교량은 신축길이 80m(2@40m)의 프리스트레스트 박스거더교량을 5경간 연속으로 가정함으로써, 교량구간 양단에 각각 400m의 토공구간을 가정하여 전체 해석구간은 1200m로 가정하였다. 양단의 가상 토공구간은 하부구조 강성이 급격하게 변화하는 토공구간과 교량구간의 경계부에서 해석치의 수렴을 유도하기 위한 것으로서, 양측 토공구간을 교량구간 길이 정도로 가정하는 것이 일반적이다.

도상저항력은 다짐상태가 좋은 경우(CASE #2)와 다짐이 불량한 경우(CASE #1)를 가정하여 2가지 경우로 나누었으며, 교각의 강성은 5단계로 변화시켰다. 단, 모든 교각에 대해서 동일한 강성을 갖는 것으로 가정하였다.

작용하중은 온도하중 및 열차의 시·제동하중이다. 시동하중 및 제동하중의 재하는 2개의 트랙에 대해서 각각 585~615m 및 450m~750m 위치에 등분포로 동시 재하하였는데, 이는 교행하는 열차가 동시에 시동과 제동을 할 때, 두 하중이 동일한 방향으로 재하되므로써 하중효과를 크게 하기 위한 것이다. 종방향 하중의 재하위치는 영향선 분석을 통하여 등분포 하중이 전스팬의 중앙부에 위치할 때 레일응력 및 상대변위가 증가함을 확인하여 결정하였다[2].

레일응력에 대해서는 온도하중 해석결과와 시·제동하중 해석결과를 중첩시킨 값으로 안전성 검토를 하였고, 레일-교량 상대변위에 대해서는 시·제동하중 해석 결과만으로 안전성 검토를 하였다. 이는 온도하중은 서서히 증가하므로 도상의 교란 등이 발생하지 않고 안정화되어 있는 상태를 유지한다고 가정하기 때문이다.

해석에 필요한 기본 입력자료 및 매개변수의 범위를

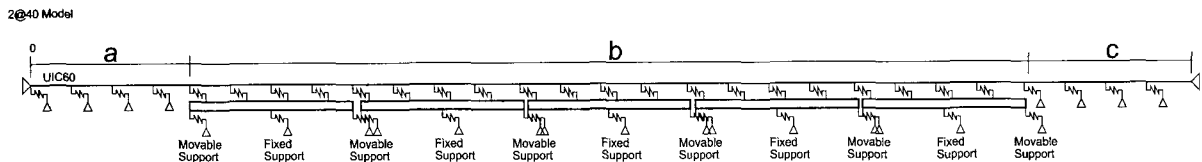


Fig. 5 Idealized Structural Model for Analysis

요약하면 Table 5와 같다.

Table 5 Parameters applied in FE Analysis

구분 매개변수	도상 다짐 불량 또는 도상이 열화된 상태 (Case #1)	도상 다짐상태가 양호한 상태 (Case #2)
도상 저항력	비재하시 12 kN/m 재하시 24 kN/m 항복변위 2 mm	비재하시 20 kN/m 재하시 60 kN/m 항복변위 2 mm
하부구조 강성	200, 300, 400, 500, 600 MN/m ² 으로 변화	
작용하중	하중경우 1 : 온도하중1+시동하중+제동하중 하중경우 2 : 온도하중2+시동하중+제동하중 여기서, 온도하중 1 : 교량온도 +25 °C 증가 온도하중 2 : 교량온도 -20 °C 감소 시동하중 : 트랙당 33 kN/m (30m 재하) 제동하중 : 트랙당 20 kN/m (300m 재하)	
물성치	◎ 단면적 - 레일(UIC60) $A_s = 7.686 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ - 교량 $A_c = 13.517 \text{ m}^2$ ◎ 탄성계수 - 레일 $E_s = 2.1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ - 콘크리트 $E_c = 3.0 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ ◎ 선팽창계수 $\alpha = 1.0 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	

5. 해석 결과 분석을 통한 주행안전성 검토

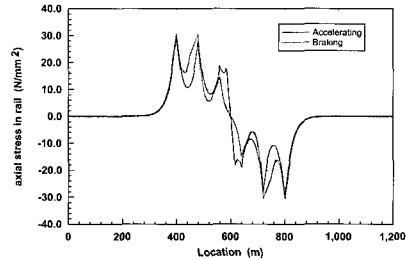
5.1 레일응력 검토

온도하중 해석의 경우, 하부구조 강성은 레일응력의 변화에 영향을 미치지 않았다. 그러나, 도상저항력의 변화는 Fig. 6에서 보인 바와 같이 레일응력에 큰 영향을 미치며, 도상저항력이 클수록 교량의 온도신축에 의하여 레일에 발생하는 부가응력이 증가하는 것으로 나타났다.

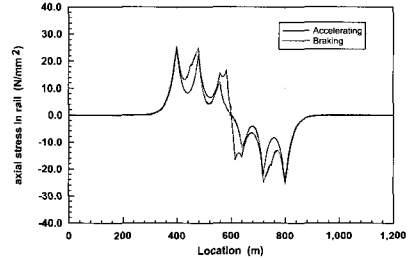
시동·제동하중 해석의 경우에는 Fig. 7 및 8에서 비교한 바와 같이 교각강성이 증가할수록 레일응력이 감소하며, 교각강성이 일정한 경우에는 도상저항력이 클수록 레일응력의 감소율이 크게 나타났다.

온도하중 해석결과와 시동·제동하중 해석결과를 중첩하여 최대 레일응력만 나타내면 Fig. 9와 같다. 레일에 발생하는 최대응력은 제한치보다 작게 나타났으나, 하부구조강성이 작을수록 압축응력 제한치인 72N/mm²에 가까운 결과를 보이고 있으며, 인장응력

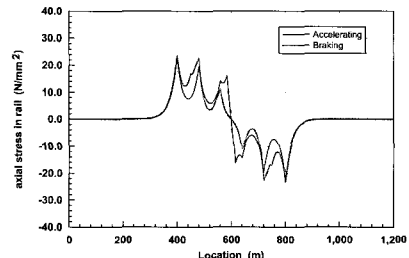
보다 압축응력이 제한치에 가까운 값을 보였다. 이는 하부구조강성이 낮을 경우에 장대레일의 좌굴위험성이 높아짐을 의미하며, 교량상 궤도구조의 주행안전성 확보를 위해서는 큰 하부구조강성이 요구되고, 도상저항력이 적절한 범위내에서 유지될 수 있도록 관리가 필요하다.



(a) $K_{\text{pier}} = 200 \text{ MN/m}$

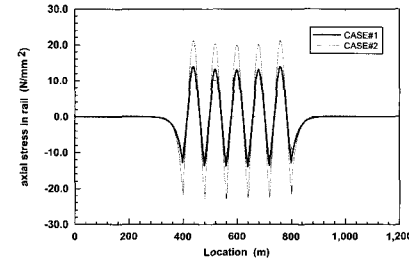


(b) $K_{\text{pier}} = 400 \text{ MN/m}$



(c) $K_{\text{pier}} = 600 \text{ MN/m}$

Fig. 7 Rail Stress for Various Substructure Stiffness (case #1)



(a) $\Delta T = +25 \text{ } ^\circ\text{C}$

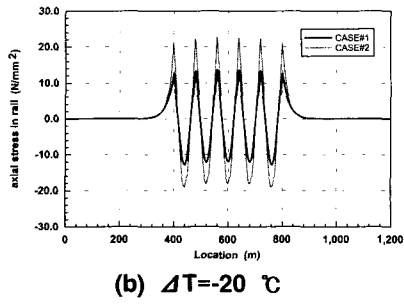


Fig. 6 Rail Stress for Thermal Force

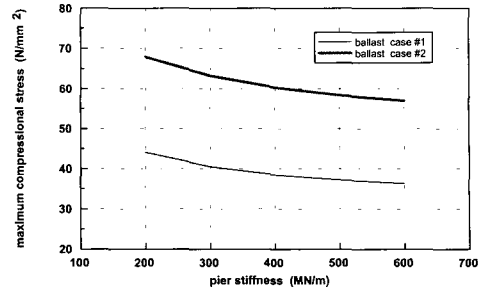


Fig. 9 Max. Rail Stress for Ballast Resistance

5.2 레일-교량 상대변위 비교

레일-교량 상대변위는 궤도구조의 주행안전성에 가장 큰 영향을 미치는 제한요소이다. 특히, 도상저항력의 변화에 대해 가장 민감하게 변화하며, Fig. 10 및 11로부터 도상저항력과 하부구조강성이 증가할수록 레일-교량 상대변위가 크게 감소함을 알 수 있다.

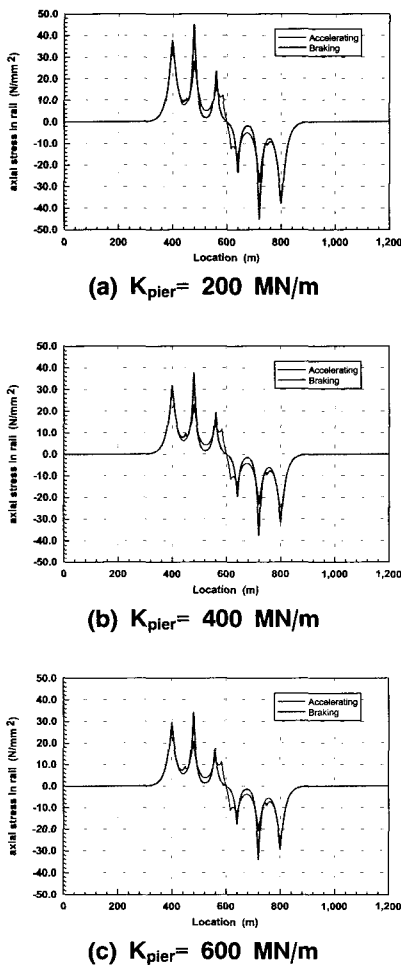


Fig. 8 Rail Stress for Various Substructure Stiffness (case #2)

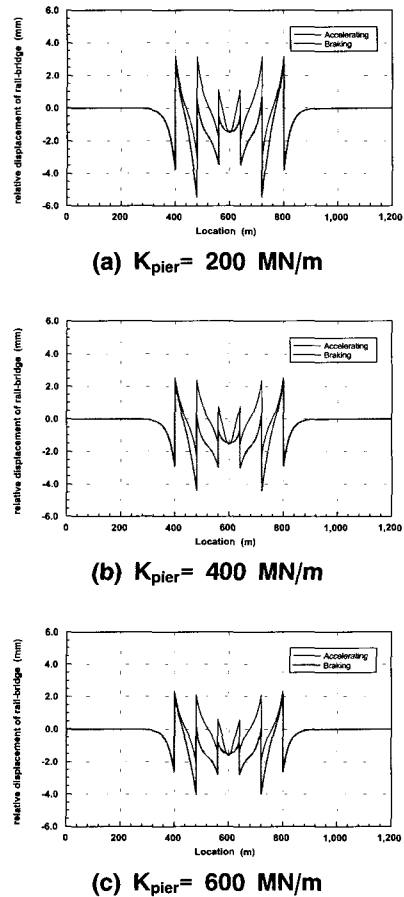


Fig. 10 Relative Displacement between Rail and Bridge Deck (case #1)

Fig. 12를 보면, 도상저항력이 낮은 경우(case #1)에는 레일-교량 상대변위 제한치인 4mm를 만족하기 위해서 하부구조강성이 600 MN/m 이상의 큰 값이 요구되는 것으로 나타나 있다. 그러나, 실제 고속전철노선상 교량의 교각 강성이 300~400 MN/m 인 것을 감안하면 case #2에서 가정한 도상저항력(비재하시 20 kN/m, 재하시 60 kN/m) 내외의 값을 유지하도록 유지관리를 할 필요가 있다고 판단된다.

5.3 교량 바닥판의 변위 비교

교량 상판간 상대변위는 교각강성이 증가함에 따라 감소하지만, 도상저항력의 변화에 대해서는 거의 영향을 받지 않는 것으로 나타났다(Fig. 13 참조). 상대변위는 모든 경우에 대해서 제한치인 10 mm 이내의 결과를 보임으로써, 교각간의 현저한 강성차이나 국부적 강성저하가 없는 이상, 주행안전성에는 문제가 없다고 판단된다.

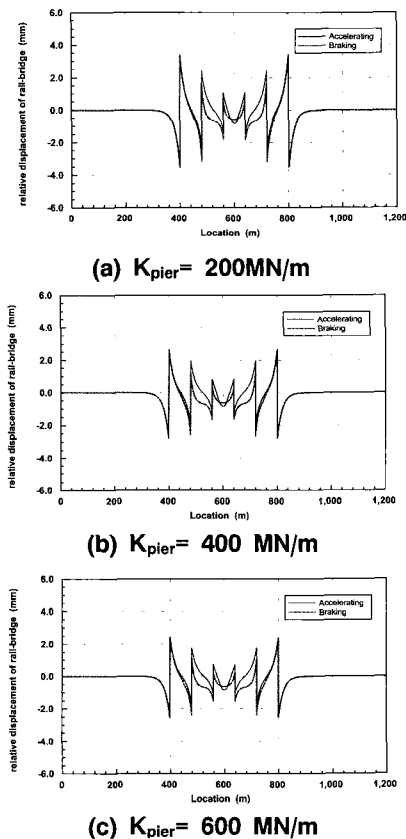


Fig. 11 Relative Displacement between Rail and Bridge Deck (case #2)

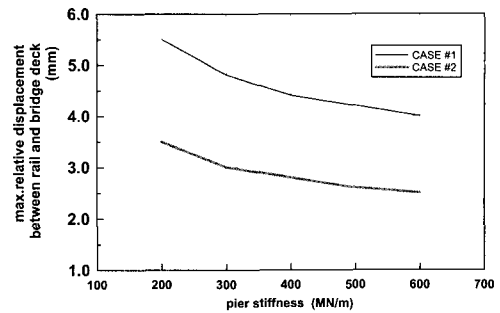


Fig. 12 Max. Relative Displacement between Rail and Bridge Deck for Ballast Resistance

5.4 민감도 분석

매개변수 변화에 대한 각 검토항목의 민감도를 분석하기 위하여 제한치에 대한 해석 결과치의 비를 계산하여 비교하였다. 레일응력의 경우, Fig. 14에서 나타난 바와 같이 제한치인 72 N/mm²에 대해서 응력비가 0.5~0.9의 범위를 보였고, 도상저항력이 증가할수록 응력비가 크게 증가하는 경향을 보였다. 도상저항력의 변화에 따른 응력변화는 하부구조 강성과 상관없이 거의 일정한 경향을 보이고 있으며, 교각 강성의 증가가 레일응력 감소에 미치는 영향은 그리 크지 않음을 알 수 있었다.

Fig. 15를 보면 하부구조 강성 및 도상 저항력 변화에 대해서 레일-교량 상대변위가 가장 민감하게 변화함을 알 수 있다. 제한치 4 mm에 대한 상대변위비도 하부구조 강성이 300 MN/m 이하일 때 대부분의 경우에 도상저항력에 따라 큰 편차를 보이고 있는데, 이는 레일-교량 상대변위가 고속전철 교량 주행 안전성 문제에서 가장 중요한 검토항목이며, 하부구조 강성이 일정 범위내에서 고정적인 값을 가질 때 도상저항력이 주행 안전성에 가장 큰 영향을 미치는 변수임을 의미한다.

교량 바닥판의 변위는 특이한 경향을 보인다. Fig. 16에서 보는 바와 같이, 교량바닥판의 변위는 도상저항력의 변화에는 거의 영향을 받지 않고 교각강성의 변화에만 영향을 받는 것으로 나타났다.

민감도 분석을 통하여 교량상 장대레일 궤도의 주행 안전성 검토에서 주요 검토항목은 레일-교량 상대변위 및 레일 응력이며, 주된 영향변수는 도상저항력임을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 도상저항력 및 하부구조(교각) 강성이 고속전철교량상 장대레일 궤도구조의 주행안전성에 미치는 영향을 검토하고, 주행안전성 확보에 필요한 도상저항력의 범위를 결정하기 위하여 매개변수해석을 수행

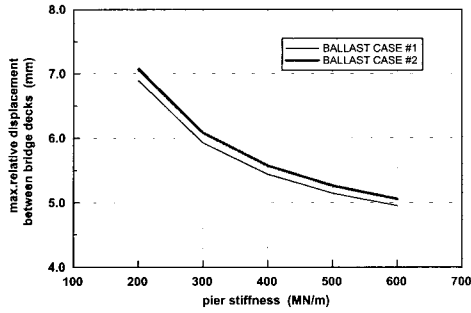


Fig. 13 Max. Relative Displace between Bridge Decks for Ballast Resistance

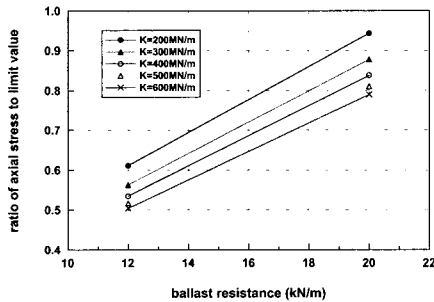


Fig. 14 Sensitivity of Rail Stress

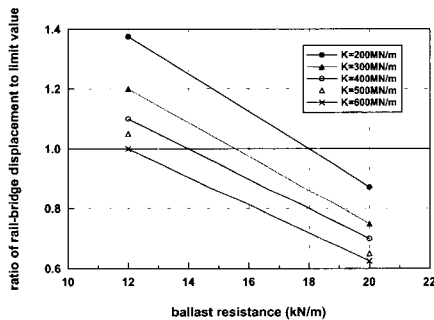


Fig. 15 Sensitivity of Relative Displacement between Rail and Bridge Deck

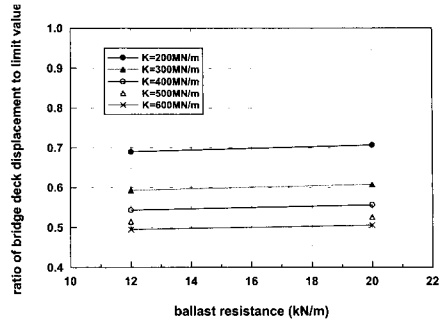


Fig. 16 Sensitivity of Relative Displacement between Bridge Decks

하였다. 도상저항력 및 교각강성을 매개변수로 한 해석결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 레일응력, 레일-교량상대변위 및 교량상판의 변위를 제한치 이내로 두고 주행안전성을 확보하기 위해서는 가능한 한 하부구조강성을 크게 하는 것이 바람직하다.

(2) 고속전철교량상 장대레일 궤도구조의 주행안전성을 검토할 때, 가장 중요한 검토기준이 되는 것은 레일-교량 상대변위이며, 이는 도상저항력 및 하부구조강성의 변화에 따라 가장 변동폭이 크다.

(3) 경부고속전철 교량 교각의 실측결과, 교각강성은 평균적으로 300~400 MN/m의 범위에 분포되어 있으므로[2], 이 정도의 강성수준에서는 case#1의 경우와 같이 도상저항력이 충분하지 못할 경우, 레일-교량 상대변위가 제한치를 넘게 되어 주행안전성에 나쁜 영향을 미친다.

본 연구를 통하여, 고속전철 교량상 장대레일궤도의 주행안전성에 도상저항력이 미치는 영향이 매우 큼을 알 수 있었고, 레일-교량 상대변위가 주행안전성 확보 여부를 판단하는 가장 중요한 검토항목을 알 수 있었다. 도상저항력이 약 40% 감소하면 레일-교량상대변위는 최대 60%까지 증가하며, 하부구조강성이 300~400 MN/m 정도일 경우, 도상저항력이 20 kN/m에 대해서 20~30% 정도만 감소해도 상대변위 제한치 4mm를 넘게 되어 주행안전성에 심각한 영향을 미치게 된다. 따라서, 고속전철 운용중 주행안전성 확보를 위해서는 도상저항력의 요구범위를 설정하고 지속적인 유지관리를 하는 것이 필요하다. 본 연구결과로부터

판단할 때, 본 예제교량과 같은 경우의 궤도저항력은 15~20 kN/m 범위에서 관리하는 것이 적절하며, 도상 저항력이 20% 이상 저하하지 않도록 유지관리를 해야 할 것으로 생각된다.

본 연구에서는 신축길이 80m의 교량에 국한하여 매개변수 연구를 수행하였으나, 상부구조 경간 구성이나 신축길이를 변화시킨 경우에 대한 매개변수 연구를 통하여 교량 구조시스템 개선 여부 및 그에 따른 도상저항력의 관리범위를 도출하는 등의 연구가 필요하다.

감사의 글

본 연구는 국가선도기술개발사업인 “고속전철 구조물 안전성 기술개발” 과제를 통하여 수행되었으며, 본 과제수행에 도움을 주신 관계자분들께 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. 철도청(1998) 철도도상 개량을 위한 기초연구, 연구보고서, 한국철도기술연구원
2. 한국건설기술연구원(2000) 고속전철 구조물 안전성 기술개발 (2단계 1차년도 연차보고서), 연구보고서, 한국건설기술연구원
3. Esveld, C.(1996) *A Better Understanding of Continuous Welded Rail Track*, Rail Engineering International, No.4, pp.13~16.
4. KHRC(1995) *Bridge Design Manual (BRDM) - Final Report*, Systra.
5. Ramondenc, P.(1997) *Track/Bridge Interaction*, World Congress on Railway Research, pp.449-455.
6. UIC(1995) *UIC CODE 774-3, General Principles of Calculating Longitudinal Forces in a Bridge, its Bearings and its Structure - Recommendations for a simple case*, 1st Edition.
7. Van, M.A.(1996) *Stability of Continuous Welded Rail Track*, TU-Delft University Press.
8. Deutsche Bundesbahn(1993) *DS804 - Vorschrift für Eisenbahnbrücken und Sonstige Ingenieurbauwerke*.
9. Gerlich, K. and Pahnke, U.(1982) *Abtragung der Längkräfte im Eisenbahnbrückenbau*, AET(37), pp.19~30.