

암반 절리 방향성 자료의 통계적 분석 기법에 관한 연구

류동우¹⁾ · 김영민²⁾ · 이희근³⁾

A Study of Statistical Analysis of Rock Joint Directional Data

Dong-Woo Ryu, Young-Min Kim and Hi-Keun Lee

Abstract. Rock joint orientation is one of important geometric attributes that have an influence on the stability of rock structures such as rock slopes and tunnels. Especially, statistical models of the geometric attributes of rock joints can provide a probabilistic approach of rock engineering problems. The result from probabilistic modeling relies on the choice of statistical model. Therefore, it is critical to define a representative statistical model for joint orientation data as well as joint size and intensity and build up a series of modeling procedure including analytical validation. In this paper, we have examined a theoretical methodology for the statistical estimate and hypothesis analysis based upon Fisher distribution and bivariate normal distribution. In addition, we have proposed the algorithms of random number generator which is applied to the simulation of rock joint networks and risk analysis

Keywords : joint orientation, Fisher distribution, bivariate normal distribution, statistical analysis, random number generator

초 록. 절리 방향은 절리 크기 및 밀집도와 더불어 암반 사면 및 터널과 같은 암반구조물의 안정성에 영향을 미치는 중요한 기하학적 속성이다. 이와 같은 절리 기하학적 속성들에 대한 통계 모델링은 암반공학적 문제에 대한 확률론적 접근법을 제공할 수 있다. 암반 공학적 문제의 확률론적 모델링의 결과는 어떠한 통계 모델을 선택하느냐에 따라 많은 영향을 받는다. 따라서, 절리 방향성 자료에 대한 대표적인 통계 모델을 정의하고 각 모델에 대한 분석적 검증과 자료의 통계적 특성에 기초한 모델링 과정의 정립은 매우 중요하다. 이에 본 연구에서는 회전대칭성 모델인 Fisher 분포와 회전 비대칭성 모델인 이변량 정규분포 모델에 대한 통계량 추정 및 검증에 대한 이론적 방법론에 대해 검토하고, 암반 절리계 모사 및 위험도 분석에 유용하게 사용할 수 있는 인공자료 발생기 알고리즘을 제안하였다.

핵심어 : 절리 방향, Fisher 분포, 이변량 정규분포, 통계분석, 인공자료 발생기

1. 서 론

본 연구는 암반 절리의 기하학적 자료 중 벡터형 자료에 대한 통계적 분석 기법과 이에 대한 현장 적용을 중심으로 논의하고자 한다.

암반 조사 자료의 통계분석은 일반적으로 유한표본 이론(finite sample theory)에 기초한 모수추정법(parametric approach)에 의해 수행된다. 일반적인 유한표본이론에 기초한 통계분석은 탐색적 자료분석에 기초한 분포모델 가정 및 통계량 추정 과정과 분포모델의 적합성을 검증하기 위한 통계적 검증과정으로 구분할

수 있다.

조사자료의 통계적 분석에 있어 그 자료가 방향성 자료(directional data)인지 스칼라형 자료(linear data 혹은 scalar data)인지 여부에 따라 접근법에 다소 차이가 있다.

일반적으로 스칼라형 자료의 통계분석은 일반 통계학적 접근법(classical statistical approach)에 기초하여 수행될 수 있으나, 벡터형 자료의 경우 스칼라형 자료에 적용할 수 있는 중심극한이론에 차이가 있기 때문에 다른 접근법이 요구된다. 이는 자료의 성격에 기인하는 대수적 구조의 차이로 인해 서로 상이한 중심극한이론(central limit theorem)을 가지기 때문이다(Mardia, 1972).

따라서, 벡터형 자료의 적절한 통계분석을 위해 본 연구에서는 대표적인 방향성 자료의 분포 모델인 Fisher 분포와 이변량 정규분포 모델을 중심으로 통계량 추정

¹⁾지하정보기술(주), 부설기술연구소 선임연구원

²⁾쌍용자원개발(주), 이사

³⁾서울대학교, 공과대학 명예교수

접수일 : 2001년 11월 27일

심사 완료일 : 2002년 2월 16일

법과 통계적 검증법 중심으로 논의하며, 통계적 검증 및 절리계 모사를 위한 인공 자료 발생기 알고리즘에 대해 기술한다.

2. 절리 방향의 정의

절리의 기하학적 속성 중에서 방향은 크기 및 밀집도와 더불어 암반공학적 문제에 있어서 매우 중요한 기하학적 특성이다. 특히, 절리의 방향은 암반 절리계(rock joint system)의 모사 및 지하수 유동 해석, 블록 안정성 해석 그리고 암반 사면문제에 있어서 중요한 인자이다. 절리의 방향은 여러 가지 표현법에 의해 정의될 수 있으며, 그 적용 분야에 따라 표현법의 선호도가 다양하다(Fig. 1).

그러나, 절리의 방향 자료에 대한 통계적 접근법을 적

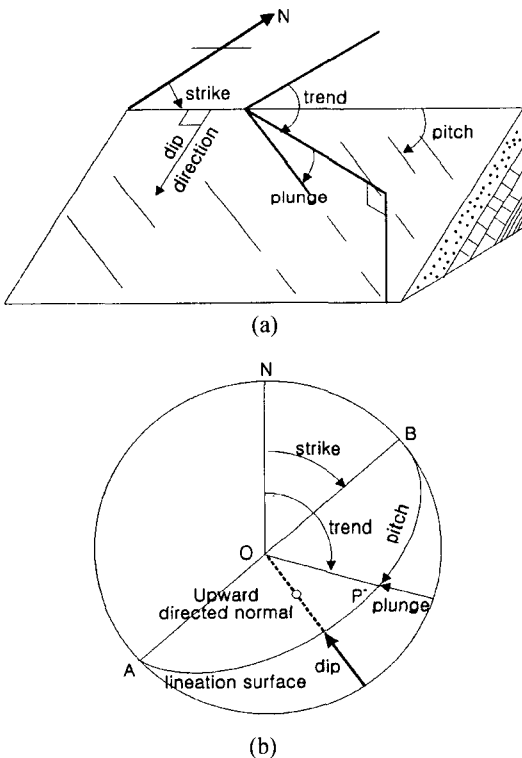


Fig. 1. Definition of geological coordinates; (a) Variables used to describe the orientation of linear features, (b) a stereographic representation of a directed line in a plane. The curve AP^*B is the intersection of the plane with the lower hemisphere. The upward directed normal is plotted with an open circle to denote intersection with the upper hemisphere. OP^* is the orientation of a line in the plane(after Fisher et al., 1993).

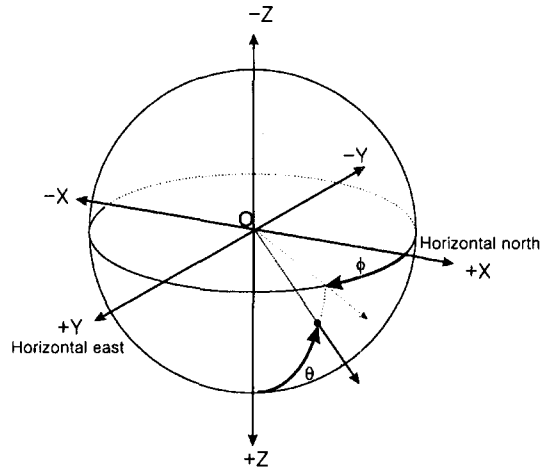


Fig. 2. Definition of colatitude(θ) and longitude(ϕ) in lower hemisphere.

용하기 위해서는 그 표현법에 관계없이 궁극적으로 구좌표계(spherical coordinate system)의 여위도(colatitude)와 경도(longitude) 혹은 직교 좌표계(Cartesian coordinate system)의 방향코사인(directional cosine)으로 변환해야 한다(Fig. 2).

방향성 자료는 벡터 자료(vectorial data)와 축 자료(axial data)로 구분할 수 있다. 절리면의 방향의 정의에 있어 180° 차를 두고 동일한 값으로 간주할 수 있는 경우, 이와 같은 자료를 축 자료라 한다.

3. 분포 모델별 모수 추정법

방향성 자료의 통계이론과 관련한 분포모델은 Bernoulli(1734)가 구상의 균등분포에 대한 논의를 시작한 이래로, Pearson(1906), Von Mises(1918), Arnold(1941), Fisher(1953), Bingham(1964), Grossman(1985) 등 수많은 학자들에 의해 연구되었다. 이들 학자들에 의해 정립된 여러 모델들을 이용하여 절리 방향과 같은 구형 축 자료를 모델링하여 왔으며, 대표적인 분포모델로 균등분포, Fisher 분포, Bingham 분포, 이변량 정규 분포 등이 있다. 특히, Grossman이 제안한 이변량 정규 분포모델은 절리 방향의 모델링을 목적으로 스칼라 자료에 적용되는 일반적인 이변량 정규분포를 활용할 수 있다는 특징을 가진다.

대표적인 회전대칭성(rotational symmetry) 모델인 Fisher 분포와 비대칭성(rotational asymmetry)을 고려할 수 있는 이변량 정규분포를 정의하기 위한 모수 추정법에 대해 검토한다.

3.1. Fisher 분포

Fisher 분포는 방향성 자료에 적용할 수 있는 대표적인 회전 대칭성 단봉 분포 모델(rotational symmetric unimodal distribution model)이다.

일반적으로 회전 대칭성 분포 모델의 기본적인 형태는 다음과 같다.

$$f(\phi, \theta) = Ae^{Bg(\theta)} \quad (1)$$

여기서, ϕ 와 θ 는 각각 경도(longitude)와 여위도(colatitude)로서, 대상 절리군에 수직한 법선 벡터의 평균 방향으로 회전대칭 축을 정의하며, $g(\theta)$ 는 여위도인 θ 만의 함수이며, A 와 B 는 상수이다.

일반적으로 사용되고 있는 Fisher 분포 모델의 확률 밀도함수 및 확률밀도요소¹⁾는 다음과 같다(Fisher, 1953).

$$f(\phi, \theta) = \frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \exp[\kappa(\sin \theta \sin \alpha \cos(\phi - \beta) + \cos \theta \cos \alpha)] \cdot \sin \theta \quad (2)$$

$$h(\phi, \theta) = \frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \exp[\kappa(\sin \theta \sin \alpha \cos(\theta - \beta) + \cos \theta \cos \alpha)] \quad (3)$$

여기서, 확률변수 ϕ 와 θ 의 정의역은 각각 $[0, 2\pi]$ 와 $[0, \pi]$ ²⁾이며, κ 는 분산정도를 나타내는 형상모수(shape parameter)이고, α 와 β 는 위치모수(location parameter)로서 평균방향을 정의한다.

평균 방향이 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이 되도록 회전 이동시키면 식 (2),(3)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$f(\phi, \theta) = \frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \exp(\kappa \cos \theta) \cdot \sin \theta \quad (4)$$

$$h(\phi, \theta) = \frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \exp(\kappa \cos \theta) \quad (5)$$

여기서, θ 는 회전대칭축에 대해 측정된 여위도이다.

본 연구에서는 모수추정의 용이성을 위해 확률밀도요소인 식 (5)를 이용하도록 한다. Fisher 분포를 정의

1)일반적으로 확률밀도함수와 확률밀도요소의 관계는 확률변수의 요소범위(elemental range), dx 혹은 $d\theta$ 가 곱해진 경우로서 구분할 수 있다. 그러나, 벡터형 자료에서 특히 구형자료(spherical data)는 구면 상의 단위 요소 면적이 $dS = \sin \theta d\theta d\phi$ 이기 때문에 벡터형 자료의 확률밀도함수(probability density function, pdf)와 확률밀도요소(probability density element, pde)는 다음과 같은 관계가 있다.

$$f(\theta, \phi) = h(\theta, \phi) \sin \theta$$

2)일반적으로 절리 방향 자료로 국한하여 사용할 때 확률변수인 경사의 정의역은 $[0, \pi/2]$ 이며, 이 경우에 적분영역이 달라지기 때문에 상기 확률밀도함수 및 확률밀도요소에 2를 곱해줘야 한다.

하는 식 (4)와 식 (5)에서 필요한 모수는 분산정도를 나타내는 κ 이며, 이를 추정하기 위해 확률밀도요소를 이용한 최대우도추정법을 이용하였다.

우도함수(likelihood function)는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} LF((\phi_i, \theta_i), i=1, \dots, n|x) &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \exp(\kappa \cos \theta_i) \right) \\ &= \left(\frac{\kappa}{4\pi \sinh \kappa} \right)^n \exp \left(\kappa \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \right) \end{aligned} \quad (6)$$

양변에 로그변환을 취하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\ln(LF(\cdot)) = n[\ln \kappa - \ln(4\pi) - \ln(\sinh \kappa)] + \kappa \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad (7)$$

우도 함수(likelihood function)를 최대화하는 최대우도추정자 $\hat{\kappa}$ 는 다음과 같이 κ 에 대한 미분으로부터 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \ln LF(\cdot)}{\partial \kappa} = n \left(\frac{1}{\kappa} - \frac{\cosh \kappa}{\sinh \kappa} \right) + \sum_{i=1}^n \cos \theta_i = 0 \quad (8)$$

식 (8)을 정리하면 다음과 같다.

$$\coth \hat{\kappa} - \hat{\kappa}^{-1} - \bar{R} = 0 \quad (9)$$

여기서, \bar{R} 은 평균방향으로 회전이동시킨 자료들의 합 벡터 길이로서 다음과 같다.

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \quad (10)$$

식 (9)는 단조증가함수이므로 최대우도추정자 $\hat{\kappa}$ 는 간단한 수치해석에 의해 얻을 수 있다. 본 연구에서는 Müller method를 이용하였다(IMSL Math Library).

3.2. 이변량 정규 분포

회전 비대칭성을 고려하기 위하여 이변량 정규분포(bivariate normal distribution)를 적용하였다. 일반적으로 이변량 정규분포는 스칼라형 자료에 적용하는 모델이며, 방향성 자료, 특히 구 자료(spherical data)에 적용

하기 위해서는 변환과정이 필요하다.

방향성 자료(directional data)에 적용하는 모델들의 공통적인 특징은 단위 구면 상에 존재하는 점들과 평균 방향과의 교각, 교각의 사인 혹은 코사인 함수를 이용한다는 점이며, 이에 반해 Grossman(1985)이 제시한 이변량 정규분포는 탄젠트 값을 이용하는 특징이 있다.

이변량 정규분포를 적용하기 위해서는 먼저 개별 절리군의 평균방향을 구하고, 이 평균방향에서의 접평면 상에 개별 방향 벡터를 투영한다. 이는 구면 상의 문제를 평면 상의 문제로 변환시킴으로써, 스칼라형 자료의 이변량 정규분포 모델을 적용할 수 있게 한다.

이변량 정규 분포를 정의하기 위해 접평면의 중심평균 방향 외에도 형상 모수인 분산 모수(dispersion parameter), 즉 최대 표준편차 σ_M 와 최소 표준 편차 σ_m 가 필요하다. 이는 각각 타원형 확률 등치선의 두 주축에 해당한다. 또한, 장축과 접평면의 가장 경사가 급한 직선과의 교각을 시계방향으로 측정한 ω_M 도 필요한데, 이는 기준 반구와 관련된 접평면 상의 타원형 확률 등치선의 방향을 정의한다(Fig. 3).

가) 평균 방향 (ϕ, θ)

이변량 정규분포의 평균에 대한 최대우도추정자는 자료점들의 각 좌표의 산술평균에 대응하는 두 개의 직교좌표를 가지는 점이다.

접평면 좌표계의 원점이 평균점과 일치한다면, 다음과 같은 식이 성립한다:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 0 \tag{11}$$

여기서, x_i 와 y_i 는 단위 구면 상의 자료점 P 의 접평면 상의 투영점 P' 의 두 좌표 값이며, N 은 자료 점들의 전체 개수이다.

평균방향에서 접평면 상의 이변량 정규분포의 경우, 식 (11)을 구 좌표계로 표현하면 다음과 같다:

$$\sum_{i=1}^n (\tan \varepsilon_i \cos \omega_i) = 0 \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^n (\tan \varepsilon_i \sin \omega_i) = 0$$

여기서, ω_i 와 ε_i 는 평균 방향 벡터 M 을 회전축으로 하는 구 좌표계를 기준으로 할 때, 극점 P_i 의 경도 및 여위도이다.

구면 삼각형(EMP_i)에서 다음의 관계식을 유도할 수 있다:

$$\sin \varepsilon_i \cos \omega_i = \sin \theta \cos \theta_i - \cos \theta \sin \theta_i \cos(\phi - \phi_i)$$

$$\sin \varepsilon_i \sin \omega_i = \sin \theta_i \sin(\phi - \phi_i) \tag{13}$$

여기서, ϕ 와 θ 는 각 절리군의 평균 방향의 경도(longitude)와 여위도(colatitude)이며, ϕ_i 와 θ_i 는 i 번째 절리의 경도 및 여위도이다.

식 (13)을 식 (12)에 대입하면, 다음과 같이 평균 방향 ϕ 와 θ 를 정의할 수 있다:

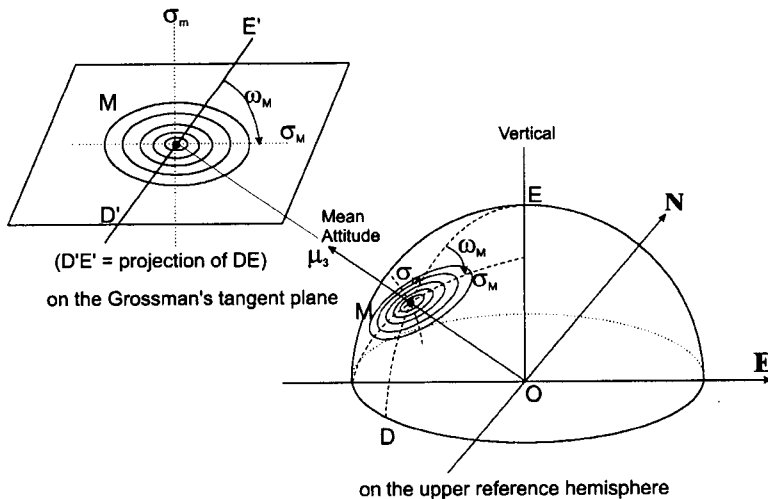


Fig. 3. Definitions of the characteristic parameters of Grossman's bivariate normal distribution(revised from D. Young, 1990).

$$\phi = \arctan \frac{Y}{X}$$

$$\theta = \arctan \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{Z}$$

여기서,

$$X = \sum_{i=1}^N \frac{\cos \phi_i \sin \theta_i}{\cos \varepsilon_i}$$

$$Y = \sum_{i=1}^N \frac{\sin \phi_i \sin \theta_i}{\cos \varepsilon_i}$$

$$Z = \sum_{i=1}^N \frac{\cos \theta_i}{\cos \varepsilon_i}$$

식 (15)에서 ε_i 는 (ϕ, θ) 의 함수이다:

$$\cos \varepsilon_i = \cos \theta \cos \theta_i + \sin \theta \cos \theta_i \cos(\phi - \phi_i) \quad (16)$$

따라서, (ϕ, θ) 의 추정치는 다음의 초기값을 이용하여 반복법에 의해 얻을 수 있다:

$$\cos \varepsilon_i \approx 1 \quad (17)$$

나) 타원형 확률 등치선의 방향 ω_M
일반적으로 직교 좌표계에서 확률변수 u 의 표준편차, σ_u 는 다음과 같이 정의할 수 있다:

$$\sigma_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^N u_i^2}{N-1} \quad (18)$$

u_i 의 중심이 분포의 평균 방향과 일치한다면, u_i 는 P_i 의 평면 상으로의 투영점 P_i 의 직교 좌표이다.

좌표 u 는 직교 좌표계에서 다음과 같이 정의할 수 있다(Fig. 4):

$$u = x \cos \omega + y \sin \omega \quad (19)$$

여기서, ω 는 x 축과 u 축이 이루는 각으로 시계방향으로 측정한다:

$$\begin{aligned} \sigma_u^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N u_i^2}{N-1} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i^2 \cos^2 \omega + y_i^2 \sin^2 \omega + 2x_i y_i \cos \omega \sin \omega)}{N-1} \\ &= f(\omega) \end{aligned} \quad (20)$$

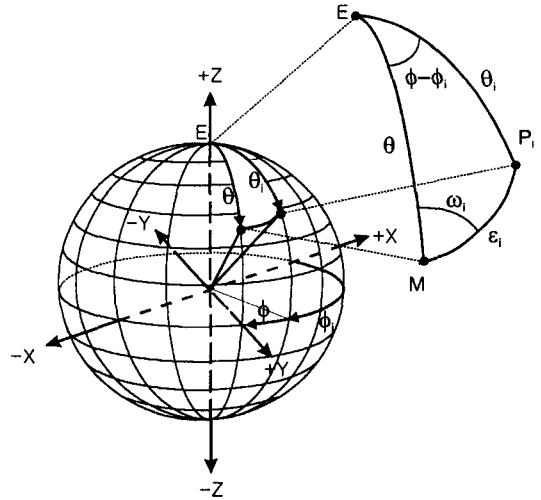


Fig. 4. Spherical triangle for the transformation of coordinate.

표준편차의 극값에 해당하는 ω 는 식 (20)의 ω 에 대한 미분치로부터 구할 수 있다:

$$\omega = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2 \sum_{i=1}^N (x_i y_i)}{\sum_{i=1}^N (x_i^2 - y_i^2)} \right) \quad (21)$$

Table 1을 참조하여 최대 표준편차에 대응하는 ω_M 를 분자와 분모의 부호에 따라 구간을 위치하는 값으로 취한다(Grossman, 1985).

다) 최대·최소 표준편차 (σ_M, σ_m)

식 (20)과 식 (21)을 식 (18)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 최대·최소 표준편차를 구할 수 있다:

$$\begin{aligned} \sigma_M^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) + W}{2(N-1)} \\ \sigma_m^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) - W}{2(N-1)} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$W = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N (x_i^2 - y_i^2) \right]^2 + 4 \left[\sum_{i=1}^N (x_i y_i) \right]^2} \quad (23)$$

Table 1. Angular intervals. of ω_M according to the sign of fraction in equation²¹⁾.

| $\sum_{i=1}^N (x_i y_i)$ | $\sum_{i=1}^N (x_i^2 - y_i^2)$ | ω_M |
|--------------------------|--------------------------------|------------|
| 0 | + | 0 |
| + | + | 0-45 |
| + | 0 | 45 |
| + | - | 45-90 |
| 0 | - | 90 |
| - | - | 90-135 |
| - | 0 | 135 |
| - | + | 135-180 |

3.3. 인공자료 발생기

3차원 암반 절리계를 모사하기 위해 통계적으로 등가인 자료를 발생시키기 위한 난수발생기가 필요하다.

본 연구에서는 Fisher 분포의 성질을 정확히 반영하기 위해 위치 모수(location parameter)인 평균 방향을 (0, 0)으로 고정하고, 형상 모수인 κ 에 의존하는 인공자료 발생 알고리즘을 이용하였다(Fisher 외, 1981):

$$\theta = 2\arcsin[-\{\ln(U(1 - \lambda) + \lambda)\}/2\kappa]^{1/2} \quad (24)$$

$$\phi = 2\pi V \quad (25)$$

여기서, $\lambda = \exp(-2\kappa)$ 이며, U 와 V 는 (0, 1)의 균등분포를 따르는 확률변수이다.

식 (24)과 식 (25)에 의한 인공 절리 방향 자료의 평균 방향은 (0, 0)이기 때문에, 절리군의 평균방향으로 다시 회전변환하여 최종적인 인공 절리 방향 자료를 생성할 수 있다.

Fisher 분포와 이변량 정규 분포를 따르는 방향성 자료를 발생시키기 위한 과정을 Fig. 5와 같이 제시하였다.

4. 방향성 자료의 적합성 검증

본 연구에서는 평균 방향에 대한 회전 대칭성 검증, 여위도 편차의 지수분포성 검증, 그리고 이변량 독립성 검증에 기초하여 Fisher 분포의 적합성을 검토한다.

적합성 검증(goodness-of-fit test)은 다음과 같이 두 개의 통계량에 기초한다.

$$D_n^+ = \text{MAX}[i/n - F(X_{(i)}), i = 1, \dots, n]$$

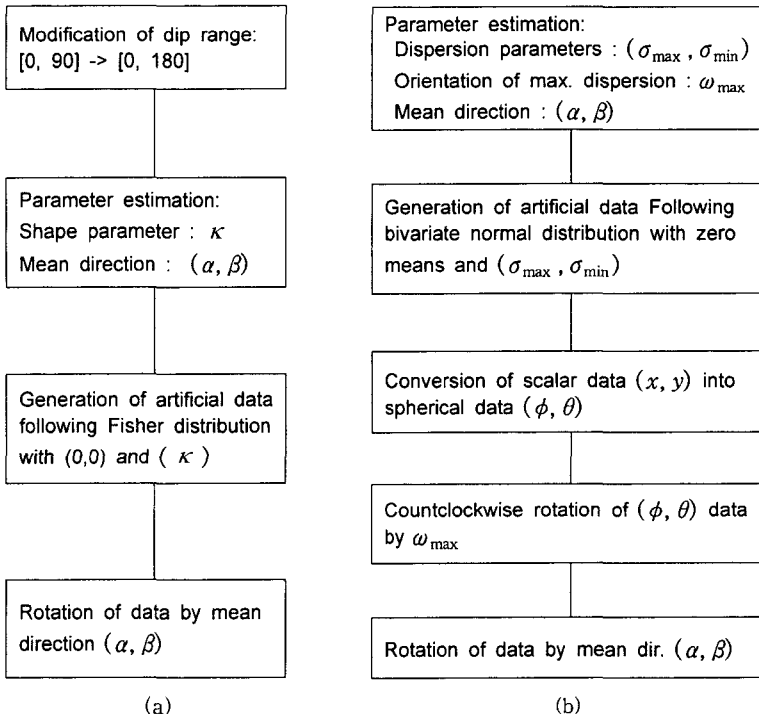


Fig. 5. Procedures for generating of artificial directional data following (a) Fisher distribution and (b) bivariate normal distribution.

$$D_n^- = \text{MIN}[F(X_{(i)}) - (i - 1)/n], i = 1, \dots, n \quad (26)$$

여기서, $X_{(i)}$ 는 가정한 분포 $F(x)$ 로부터 무작위 추출을 통해 얻은 자료로서, $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ 인 순서 통계량(order statistics)이다.

Kolmogorov-Smirnov 통계량은 다음과 같이 정의한다.

$$D_n = \text{MAX}[D_n^+, D_n^-] \quad (27)$$

또한, Kuiper 통계량은 다음과 같이 정의한다.

$$V_n = D_n^+ + D_n^- \quad (28)$$

• 여위도 검증(colatitude test)

자료의 극점에 대한 편차(deviation)는 Fisher 분포 모델에서 지수함수로 나타나기 때문에, 귀무가설의 분포를 지수분포로 가정한다. 사용되는 순서 통계량은 다음과 같다.

$$X_{(i)} = 1 - \cos\theta'_i, i = 1, \dots, n \quad (29)$$

여기서, $X_{(i)}$ 는 $X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ 인 순서 통계량이며, θ'_i 는 평균 방향이 극점에 오도록 회전 변환시킨 여위도이다.

Kolmogorov-Smirnov 통계량, D_n 을 얻기 위해 다음의 지수 분포 함수를 이용한다.

$$F(x) = 1 - \exp(-\hat{\kappa} x) \quad (30)$$

여기서, $\hat{\kappa} = (n-1)/\Sigma X_{(i)}$ 로서, 샘플 평균의 역수이다. 여위도 검증 통계량, $M_E(D_n)$ 을 이용하였다(Stephens, 1974).

$$M_E(D_n) = (D_n - 0.2/n)(\sqrt{n} + 0.26 + 0.5/\sqrt{n}) \quad (31)$$

• 경도 검증(longitude test)

자료의 편차에 대한 경도는 Fisher 분포 모델에서 회전대칭성, 즉 균등분포(uniform distribution)로 나타나기 때문에, 귀무가설의 분포를 균등분포로 가정한다. 다음의 순서 통계량을 이용한다.

$$X_{(i)} = \phi_i/360, i = 1, \dots, n \quad (32)$$

여기서, $X_{(i)}$ 는 $X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ 인 순서 통계량이며, ϕ_i 는 평균 방향이 극점에 오도록 회전변환시킨 경도이다.

Kolmogorov-Smirnov 통계량, D_n 을 얻기 위해 다음의 균등 분포 함수를 이용한다.

$$F(x) = x \quad (33)$$

Kuiper의 통계량 V_n 을 이용한 검증 통계량, $M_U(V_n)$ 은 다음과 같다(Fisher 외, 1993).

Table 2. Percentage points of the modified statistics for testing goodness-of-fit of a Fisher distribution(from Stephens, 1974 and Fisher, 1993).

| Statistic | Percentage point (100 α %) | | |
|------------|-----------------------------------|-------|-------|
| | 10% | 5% | 1% |
| $M_E(D_n)$ | 0.990 | 1.094 | 1.308 |
| $M_U(V_n)$ | 1.138 | 1.207 | 1.347 |
| $M_N(D_n)$ | 0.819 | 0.895 | 1.035 |

$$M_U(V_n) = V_n(\sqrt{n} - 0.467 + 1.623/\sqrt{n}) \quad (34)$$

• 이변량 검증(two-variable test)

이변량 검증은 극점에서의 편차와 편차의 경도와의 독립성을 검증하는데 목적이 있으며, 이를 위해 다음의 검증 자료를 얻는다.

$$X_{(i)} = (\phi_i'' - 180)\sqrt{\sin\theta''} \quad (35)$$

여기서, ϕ_i'' 와 θ'' 는 자료점을 $(3/2\pi - \phi, \theta - \pi)$ 만큼 회전 변환한 경도와 여위도이다.

정규 분포 함수를 귀무가설로 가정하며, 순서 통계량(order statistics)은 다음과 같이 정의한다.

$$s^2 = (1/n) \sum X_i^2 \quad (36)$$

$$x_i = X_i/s, i = 1, \dots, n$$

여기서, x_i 는 $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ 이다.

다음의 검증 통계량, $M_N(D_n)$ 을 이용하였다(Stephens, 1974).

$$M_N(D_n) = D_n(\sqrt{n} - 0.01 + 0.85/\sqrt{n}) \quad (37)$$

여위도, 경도 그리고 이변량에 대한 검증 통계량의 신뢰수준별 임계값은 Table 2와 같다.

이변량 정규 분포의 경우 회전 대칭성 및 비대칭성 모두를 허용하는 분포이기 때문에 회전 대칭성에 대한 검증은 필요하지 않다.

평균 방향의 점평면 상에 투영된 좌표 (x, y)의 각 좌표값에 대해 Kolmogorov-Smirnov 적합도 검증을 수행하여 이로부터 p-값을 얻을 수 있다. 각 유의수준별 귀무가설의 적합성 검증은 p-값에 기초하여 판단할 수 있다.

5. 현장 적용

조사 대상 지역은 동해 석회석 광산 및 충북 삼곡역

주변의 석회암 지역에서 영상처리를 이용한 절리조사로부터 얻은 방향성 자료를 대상으로 통계분석을 수행하였다. 각 지역에서 취득된 절리 방향성 자료의 극점 투

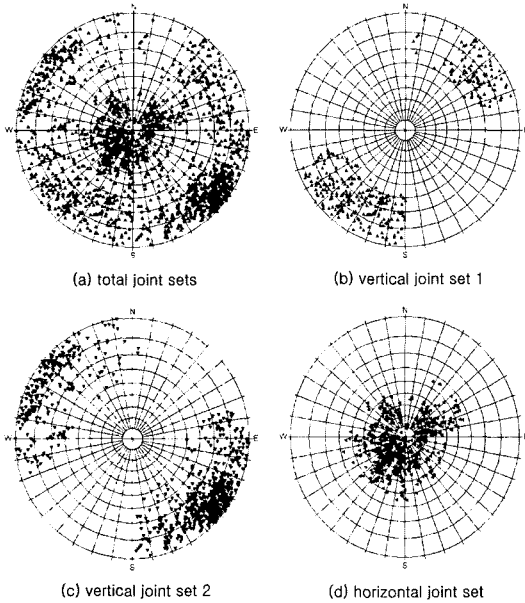


Fig. 6. Polar equal-angle projection of joints at DongHae limestone mine; (a) Total joint sets (1793 joints), (b) vertical joint set 1 (352 joints), (c) vertical joint set 2 (811 joints) and (d) horizontal joint set (630 joints).

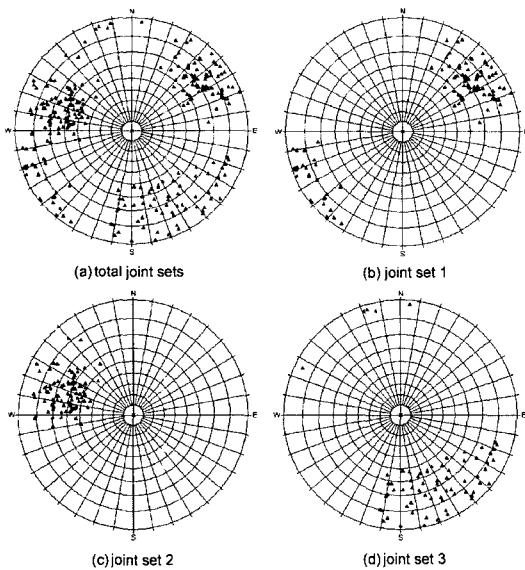


Fig. 7. Polar equal-angle projection of joints at Samgok limestone area; (a) Total joint sets (255 joints), (b) joint set 1 (97 joints), (c) joint set 2 (88 joints) and (d) joint set 3 (70 joints).

영도는 각각 Fig. 6, 7과 같다. 각 절리군의 분류는 최빈 값 분석(modal analysis)에 기초한 군집 분석(cluster analysis)과 도해적 분석(graphical analysis)에 의해 각각 수행하였다.

각 절리군의 방향성 자료에 대해 Fisher 분포와 이변량 정규분포를 가정하고 통계적 분석으로 각 분포 모델을 정의하는 모수들을 추정하였다(Table 3, 4).

Fisher 분포의 경우, 평균 방향은 합벡터 길이에 기초하여 추정하는 반면 이변량 정규분포의 경우, 평면상의 스칼라 형태의 자료로 변환하여 평균값을 반복법에 의해 구한다. 각 분포모델별 절리군의 평균 방향의 미미한 차이는 접평면으로의 투영과정에 기인한다.

Table 3. Summary of parameters to define Fisher distribution and bivariate normal distribution at DongHae limestone mine.

| Set No. | Fisher distribution | | |
|---------|-------------------------------|--|--|
| | Mean resultant length | Concentration parameter, κ | Mean direction($^{\circ}$) (dip, dip dir.) |
| 1 | 0.91 | 11 | (84, 41) |
| 2 | 0.90 | 10 | (85, 305) |
| 3 | 0.87 | 8 | (8, 29) |
| Set No. | Bivariate normal distribution | | |
| | ω_M^* | Max. and Min. standard deviation(σ_M, σ_m) | Mean direction($^{\circ}$) (dip, dip dir.) |
| 1 | 75 | (0.398, 0.276) | (84, 41) |
| 2 | 93 | (0.471, 0.261) | (86, 305) |
| 3 | 30 | (0.526, 0.363) | (7, 25) |

*: angle measured clockwise between the major principal axis and the steepest line of the tangent plane

Table 4. Summary of parameters to define Fisher distribution and bivariate normal distribution at Samgok limestone area.

| Set No. | Fisher distribution | | |
|---------|-------------------------------|--|--|
| | Mean resultant length | Concentration parameter, κ | Mean direction($^{\circ}$) (dip, dip dir.) |
| 1 | 0.95 | 20 | (80, 237) |
| 2 | 0.97 | 38 | (63, 107) |
| 3 | 0.90 | 11 | (73, 335) |
| Set No. | Bivariate normal distribution | | |
| | ω_M^* | Max. and Min. standard deviation(σ_M, σ_n) | Mean direction($^{\circ}$) (dip, dip dir.) |
| 1 | 87 | (0.275, 0.203) | (80, 235) |
| 2 | 124 | (0.209, 0.156) | (64, 106) |
| 3 | 96 | (0.475, 0.218) | (73, 333) |

*: angle measured clockwise between the major principal axis and the steepest line of the tangent plane

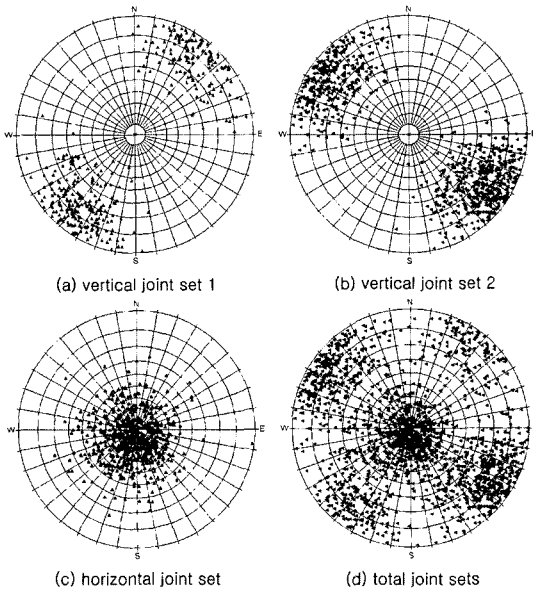


Fig. 8. Polar equal-angle projection of artificial directional data following Fisher distribution with parameters estimated from sampling data at Donghae limestone area; (a) Vertical joint set 1 (352 joints), (b) vertical joint set 2 (811 joints), (c) horizontal joint set 3 (630 joints) and (d) total sets (1793 joints).

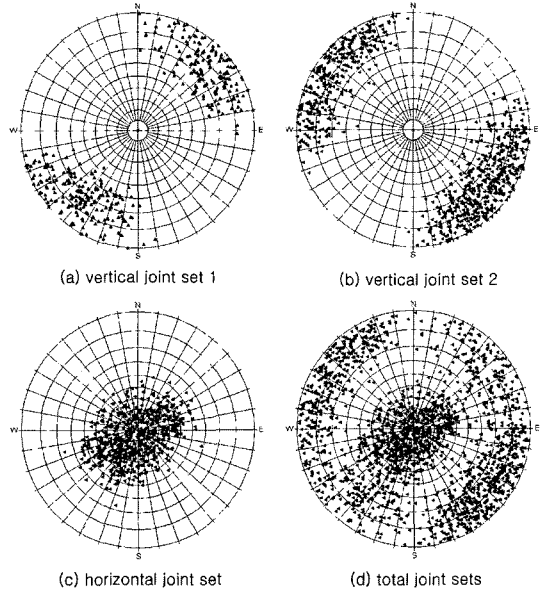


Fig. 10. Polar equal-angle projection of artificial directional data following bivariate normal distribution with parameters estimated from sampling data at Donghae limestone area; (a) Vertical joint set 1 (352 joints), (b) vertical joint set 2 (811 joints), (c) horizontal joint set 3 (630 joints) and (d) total sets (1793 joints).

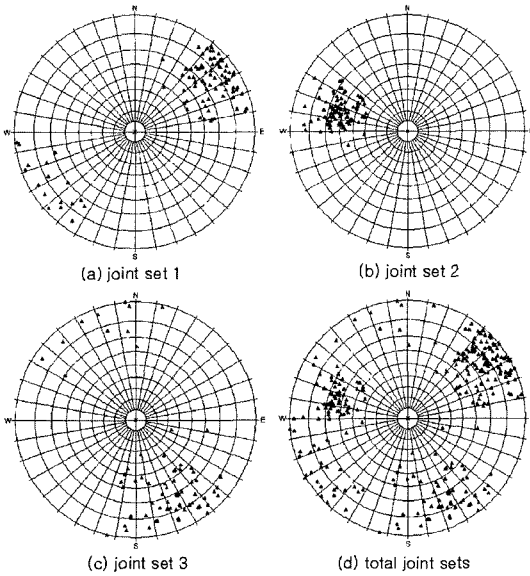


Fig. 9. Polar equal-angle projection of artificial directional data following Fisher distribution with parameters estimated from sampling data at Samgok limestone area; (a) Joint set 1 (97 joints), (b) joint set 2 (88 joints), (c) joint set 3 (70 joints) and (d) total joint sets (255 joints).

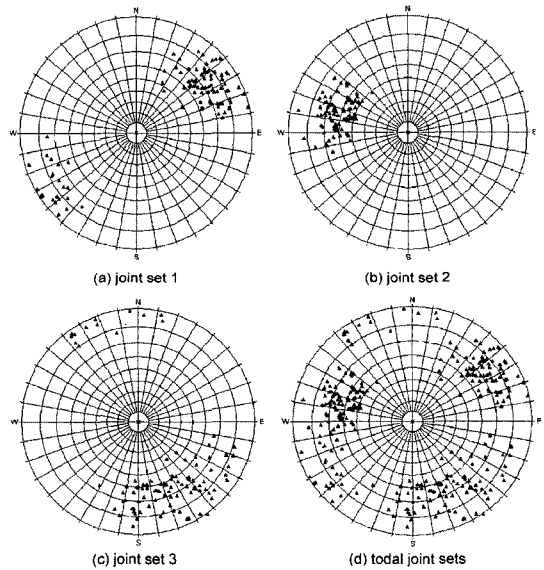


Fig. 11. Polar equal-angle projection of artificial directional data following bivariate normal distribution with parameters estimated from sampling data at Samgok limestone area; (a) Joint set 1 (97 joints), (b) joint set 2 (88 joints), (c) joint set 3 (70 joints) and (d) total joint sets (255 joints).

Table 3과 Table 4에 제시한 모수들에 의해 정의되는 Fisher 분포와 이변량 정규 분포를 따르는 인공 자료 발생 결과는 Fig. 8-Fig. 11과 같다.

각 현장에서 취득한 절리 방향성 자료에 대한 분포모델 타당성 검토는 먼저 회전대칭성 모델인 Fisher 분포에 대해 여위도 검증통계량, 경도 검증통계량 그리고 이변량 검증 통계량을 계산하여 임계값과 비교함으로써 가능하다(Table 5, Table 6). 검증 결과 동해 석회석 광산에서 취득한 절리 방향성 자료의 경우 하나의 수평 절리군과 두 개의 수직 절리군 모두 임계값보다 비교적인 값을 보였으며, Fisher 분포의 가설은 기각되어야 함

Table 5. Results of Fisherian tests for field data at DongHae limestone mine.

| Set No. | Colatitude test | | | |
|---------|-------------------|---------|-------|------------|
| | D_n^* | D_n^- | D_n | $M_E(D_n)$ |
| 1 | 0.054 | 0.102 | 0.102 | 1.928 |
| 2 | 0.131 | 0.059 | 0.131 | 3.766 |
| 3 | 0.035 | 0.057 | 0.057 | 1.449 |
| Set No. | Longitude test | | | |
| | D_n^* | D_n^- | V_n | $M_U(V_n)$ |
| 1 | 0.128 | 0.012 | 0.141 | 2.583 |
| 2 | 0.076 | 0.055 | 0.131 | 3.675 |
| 3 | 0.076 | 0.046 | 0.123 | 3.026 |
| Set No. | Two-variable test | | | |
| | D_n^* | D_n^- | D_n | $M_N(D_n)$ |
| 1 | 0.008 | 0.089 | 0.089 | 1.521 |
| 2 | 0.042 | 0.050 | 0.050 | 1.432 |
| 3 | 0.153 | 0.059 | 0.153 | 3.852 |

Table 6. Results of Fisherian tests for field data at Samgok limestone area.

| Set No. | Colatitude test | | | |
|---------|-------------------|---------|-------|------------|
| | D_n^* | D_n^- | D_n | $M_E(D_n)$ |
| 1 | 0.090 | 0.057 | 0.090 | 1.100 |
| 2 | 0.149 | 0.094 | 0.149 | 1.176 |
| 3 | 0.072 | 0.045 | 0.072 | 0.801 |
| Set No. | Longitude test | | | |
| | D_n^* | D_n^- | V_n | $M_U(V_n)$ |
| 1 | 0.109 | 0.098 | 0.207 | 2.430 |
| 2 | 0.103 | 0.109 | 0.212 | 1.584 |
| 3 | 0.101 | 0.245 | 0.347 | 3.932 |
| Set No. | Two-variable test | | | |
| | D_n^* | D_n^- | D_n | $M_N(D_n)$ |
| 1 | 0.083 | 0.085 | 0.085 | 1.036 |
| 2 | 0.159 | 0.095 | 0.159 | 1.248 |
| 3 | 0.231 | 0.020 | 0.231 | 2.710 |

을 의미한다.

삼곡 석회암 지역에서 취득된 절리 방향성 자료의 경우, 여러 원인의 측정 오차를 고려하여 낮은 유의수준(1%)의 임계값과 비교하였다. 절리군 1의 경우, 여위도 검증 통계량과 이변량 검증 통계량은 임계값 이하의 값을 가지므로, 경사의 음지수분포성과 경사 및 경사방향간의 독립성 가설이 타당하다는 결론을 내릴 수 있었다. 그러나, 경도 검증 통계량을 살펴본 결과, 회전대칭성, 즉 경사방향의 균등분포를 따른다는 가설은 기각되었다. 절리군 2의 경우, 경도 검증 통계량과 이변량 검증 통계량이 각각에 해당하는 값을 보여주었으며, 절리군 3의 경우, 여위도 검증 통계량과 경도 검증 통계량이 각각에 해당하는 값을 보여주었다. 따라서, 동해 석회석 광산과 삼곡 석회암 지역에서 취득된 절리 방향성 자료의 분포 모델로서 Fisher 분포가 적당하지 않음을 확인할 수 있었다.

대안적 모델로서 회전 비대칭성을 허용하는 이변량 정규 분포모델에 대한 적합성 검증을 수행하였으며, 검증 결과는 Table 7과 Table 8의 검증 통계량과 같다.

적합성 검증은 Kolmogrov-Smirnov 검증 통계량으로부터 p-값을 계산하여 적합성에 대한 판단을 내렸다.

동해 석회석 광산에서 취득한 절리 방향성 자료의 경우, 비교적 낮은 p-값을 보여주나, 앞서 적용한 Fisher 분포의 적합성 검증에 적용한 1% 유의수준의 경우, 이변량 정규분포가 대안적 분포 모델이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

또한, 삼곡 석회암 지역에서 취득한 절리 방향성 자

Table 7. Results of Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test for field data at DongHae limestone mine.

| Set No. | Kolmogorov-Smirnov statistics | | | | p-value | |
|---------|-------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | x-coordinate | | y-coordinate | | p-value | |
| | x-coordinate | y-coordinate | x-coordinate | y-coordinate | x-coordinate | y-coordinate |
| 1 | 0.084 | 0.070 | 0.053 | 0.060 | | |
| 2 | 0.100 | 0.080 | 0.033 | 0.025 | | |
| 3 | 0.082 | 0.028 | 0.018 | 0.021 | | |

Table 8. Results of Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test for field data at Samgok limestone area.

| Set No. | Kolmogorov-Smirnov statistics | | | | p-value | |
|---------|-------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | x-coordinate | | y-coordinate | | p-value | |
| | x-coordinate | y-coordinate | x-coordinate | y-coordinate | x-coordinate | y-coordinate |
| 1 | 0.074 | 0.045 | 0.656 | 0.990 | | |
| 2 | 0.068 | 0.080 | 0.992 | 0.961 | | |
| 3 | 0.102 | 0.080 | 0.462 | 0.768 | | |

료의 경우, 보다 보수적인 유의수준 적용시에도 이변량 정규분포가 대안적 분포 모델로서 적합함을 확인할 수 있었다.

6. 결 론

본 연구는 암반 절리 사면 및 암반 구조물의 위험도 분석(risk analysis) 및 수치해석에 있어 필수적인 절리 방향성 자료의 통계 모델링 및 분석 기법에 대해 논의 하였다.

국내 여러 현장에서 취득된 절리 방향성 자료에 적용하는 통계 모델 중 Fisher 분포를 채택하는 경우가 많았던 이유는 현장 자료의 통계적 특성에 기초한 선택이었다기 보다는 모델의 간편성으로 인한 경우가 많았다. 이는 일반적인 스칼라형 자료에 대한 통계적 검증법은 보편화되어 있는 반면, 벡터형 자료인 방향성 자료에 대한 통계적 검증법에 대한 체계적인 연구가 도입되지 않았다는데 그 한 원인을 찾을 수 있다.

통계 모델링 및 분석에 있어 어떠한 통계 모델을 선택하느냐는 실제 확률론적 접근법의 결과에 많은 영향을 미친다. 따라서, 본 연구는 절리 방향성 자료에 대한 회전대칭성 통계 모델과 회전비대칭성 통계 모델을 정의하고, 각 모델에 대한 분석적 검증 기법을 도입함으로써 자료의 통계적 특성에 기초한 모델링을 수행할 수 있도록 하였다.

동해 석회석 광산 및 삼곡 석회암 지역에서 취득된 절리 방향성 자료의 경우, Fisher 분포 및 이변량 정규 분포에 의한 통계 모델링 결과, 회전 대칭성 모델인 Fisher 분포모델은 적합한 모델이 아님을 확인할 수 있었으며, 대안적 모델인 이변량 정규분포 모델은 대상 지

역에서 취득된 절리 방향성 자료의 통계 모델로서 적절함을 확인할 수 있었다.

끝으로 조사자료의 통계량을 추정하기 위한 모수추정법(parametric approach)은 기가정한 통계모델의 적합성 검토를 위한 통계적 검증절차가 뒤따라야 한다. 즉, 특정모델을 선호하기 보다는 다양한 현장에서 측정된 자료의 탐색적 자료분석(exploratory data analysis)을 통해 적합한 모델을 선택·가정한 후 적합성 검증을 통해 모집단의 분포모델로서 타당성을 검토한 후 이를 이용하여 모집단의 통계량을 추정해야 한다.

참고문헌

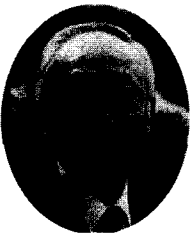
1. Bingham, C., 1964, Distributions on a sphere and on the projective Plane, a Ph.D. thesis, Yale Univ., New Haven CT, USA (quoted from other publications).
2. Fisher, R. A., 1953, Dispersion on a Sphere, Proc. Roy. Soc., 217(A), 295-305.
3. Fisher, N. I., Lewis, T. and Embleton, B. J. J., 1993, Statistical analysis of spherical data, Cambridge Univ. Press, 329p.
4. Grossmann, N. F., 1985, The Bivariate normal distribution on the tangent plane at the mean attitude, A keynote lecture, Proc. Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joints, 3-11.
5. Mardia, K. V., 1972, Statistics of directional data, Academic press, 357p.
6. Mood, A. M., Graybill, F. A. and Boes, D. C., 1974, Introduction to the theory of statistics, McGraw-Hill, 564p.
7. Priest, S. D., 1993, Discontinuity analysis for rock engineering, Chapman & Hall, 473p.
8. Stephens, M. A., 1974, EDF statistics for goodness of fit and some comparisons, J. Amer. Statist. Assoc., 69, 730-737.

류 동 우

1994년 서울대학교 공과대학 자원공학과, 공학사
 1996년 서울대학교 대학원 자원공학과, 공학석사
 2000년 서울대학교 대학원 지구환경시스템 공학부, 공학박사
 Tel. 02-871-4752
 E_mail : ryurock@geophysical.co.kr
 현재 지하정보기술(주) 부설기술연구소, 선임연구원

김 영 민

1977년 서울대학교 공과대학 자원공학과, 공학사
 Tel. 033-520-1803
 현재 쌍용자원개발(주) 이사

이 희 근

1970년 서울대학교 공과대학 자원공학과, 공학사
 1973년 서울대학교 대학원 자원공학과, 공학석사
 1977년 일본 교오토포대학(京都大學) 대학원 자원공학과, 공학박사
 E-mail: irram@plaza.snu.ac.kr
 현재 서울대학교 지구환경시스템공학부 명예교수