

반복 구조간 연성 효과의 불균일성에 의한 진동 국부화 Vibration Localization due to Mistuned Coupling Effects Among Repeated Structures

강 민 규* · 유 흥 회†

Min Kyoo Kang and Hong Hee Yoo

(2002년 9월 16일 접수 : 2002년 11월 25일 심사완료)

Key Words : Coupling Stiffness (연성 강성), Vibration Localization (진동 국부화), Repeated Structure (반복 구조물), Multi-pendulum System (다진자 계), Substructure (부 구조물), Optimization (최적화)

ABSTRACT

In periodically repeated cyclic structures, small property irregularity of their substructures often causes significant difference in their dynamic responses, which results in unpredicted premature failures. The small irregularity and the resulting phenomenon are called the mistuning and the vibration localization, respectively. In this paper, the vibration localization phenomena due to mistuned coupling effects are investigated. To effectively achieve the objective, a simple coupled multi-pendulum system is employed. The results show that if there exists some coupling stiffness irregularity, vibration localization may occur and becomes more predominant as the number of substructures increases.

1. 서 론

일정하게 반복되는 형태를 갖는 구조물들은 종종 각종 기계류에서 관찰될 수 있다. 그 대표적인 예로는 Fig. 1이 보여주는 터빈이나 헬리콥터의 블레이드 그리고 고정익 항공기나 선박용 프로펠러 등이 있다. 이러한 구조물들은 동일한 형상과 특성을 갖고 있는 부 구조물들이 일정하게 반복되는 특징이 있다. 각 부 구조물들은 거의 동일한 형상과 특성들을 갖고 있으나 가공오차나 마모 등에 의해 각 부 구조물간 기하학적 형상이나 물성의 차이가 항상 작으나 존재하게 된다. 그러나 이러한 미소한 특성 차이에도 불구하고 그로 인해서 야기되는 부 구조물간 동적반응은 커다란 차이를 보일 수 있다. 특히 진동 에너지가

부 구조물들에 균일하게 분포하지 않고 특정 부 구조물에 집중됨으로 인해 파괴가 일어나서 (혹은 예상 수명보다 더 일찍 발생하여) 전체 시스템의 정상적 기능이 마비되는 경우도 종종 발생한다. 따라서 이러한 반복 구조물의 설계 시에는 이러한 진동 국부화 현상을 신중히 고려하는 것이 필수적이다.

반복 구조물의 작은 물성치의 차이가 예기하지 않은 큰 변형과 응력을 초래할 수 있다는 사실은 오래 동안 연구 주제가 되어 왔다. Ewins는⁽¹⁻⁴⁾ 간단히 이상화한 블레이드 모델에 대해서 해석을 수행하여 부 구조물간 작은 물성치의 불균일성이 (균일하게 해석했을 때와 비교하여) 커다란 동적 반응의 차이를 (이를 진동 국부화라고 부름) 초래함을 보였으며 물성치의 차이가 어느 이상이 되면 이러한 진동 국부화 현상은 다시 감소하는 것을 밝혀냈다. 이러한 진동 국부화가 일어날 때, 어느 부 구조물이 가장 큰 변형을 받게 될 것인가 하는 문제에 대해 Afolabi는⁽⁵⁾ 주변과 물성치 차이가 가장 큰 부 구조물에 가장 큰 변형이 일어난다고 주장하였고, Griffin 과 Hoosac은⁽⁶⁾ 이

† 책임저자, 정회원, 한양대학교 최적설계신기술 연구센터
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2290-0446, Fax : (02) 2296-1710

* 한양대학교 대학원

와 다르게 일정수준의 물성치 차이에서 가장 큰 동적 변형이 발생한다고 주장하였다. 이에 대해 Pierre는^(7, 8) 이 두 연구의 서로 상이한 결론의 원인은 사용된 모델링과 변수 차이 때문이라는 결론을 내렸으며 아울러 인위적인 물성치의 조작을 통해서 그 동적응답을 최소화할 수 있음을 보였다. 한편 좀 더 최근에는 동적 응답의 크기에 초점을 맞춘 연구가 이루어졌다. Happawana는⁽⁹⁾ 특이 섭동법(singular perturbation method) 사용하여 부 구조물간 강한 연성을 갖는 시스템의 동적응답을 해석적으로 구하였고, Pierre와 Castanier는⁽¹⁰⁾ 축약 차수 모델링을 제시 하여 터빈 블레이드의 진동 국부화 현상을 효율적으로 해석하였다. 이 연구들에서는 그러나 어떠한 조건에서 진동 국부화 현상이 가장 현저하게 되는 지를 명확하게 규명하지 못하였다. 이에 김과 유는⁽¹¹⁾ 연성된 다중 진자 시스템을 이용해서 주기적 순환 구조물의 진동 국부화 현상이 현격하게 되는 조건을 규명하였다. 이 연구에서는 각 진자 길이의 불균일성을 고려하였으나 연성된 스프링이나 감쇠 특성 등은 모두 일정하게 보고 모델링을 하였으며 감쇠크기 및 연성정도에 따른 진동 국부화 현상의 변화를 분석하여 그 현상이 현격하게 되는 조건을 찾아내었다.

위에 언급한 논문들에서는 주로 각 부 구조물들 자체적 특성의 불균일성에 중점을 두어 진동 국부화 현상을 연구하였다. 그러나 진동 국부화 현상은 각 부 구조물들이 연성되어 있다는 전제 하에서 발생하는 현상이다. 따라서 이러한 연성이 진동 국부화에 미치는 영향을 좀 더 자세히 분석할 필요가 제기된다. 이를 위하여 본 논문에서는 참고문헌 (11)의 연구를 더 확장하여 연성강성의 불균일성이 (Fig. 2를 참조할 것) 반복 구조물에서 진동 국부화 현상에 미치는 영

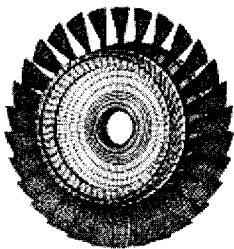
향을 규명하는 것에 연구의 초점을 두었다.

2. 주기적 순환 구조물의 이상화 및 운동 방정식

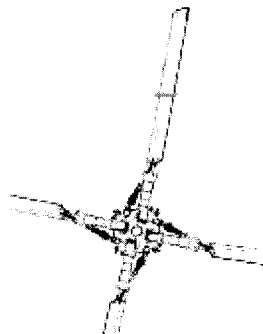
본 장에서는 Fig. 2에 보여주는 시스템에 대해서 운동방정식을 유도하고 이의 정상상태 동적응답을 구하였다. 여기서 진자의 질량은 동일하며 i 번째 진자의 길이를 l_i 로, 그 진자와 베이스간의 회전 강성을 k_i' 로, i 번째와 $i+1$ 번째 진자 사이에 연성된 스프링을 k_i'' 로 정의하고, 모든 진자는 동일한 비례 감쇠 c 의 영향을 받고 있다고 가정한다. 각 진자는 주파수는 Ω 로 동일하나 그 위상각은 ϕ_i 로 서로 다른 가진력을 받는다고 가정한다.

이 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 유도될 수 있다

$$\begin{aligned}
 & m \begin{bmatrix} l_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cl_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & cl_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & cl_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_1' + a^2(k_1' + k_n') & -k_1'a^2 & \dots & -k_n'a^2 \\ -k_1'a^2 & k_2' + a^2(k_1' + k_2') & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_n'a^2 & 0 & \dots & k_n' + a^2(k_{n-1}' + k_n') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} l_1 \cdot F_0 \sin(\Omega t + \phi_1) \\ l_2 \cdot F_0 \sin(\Omega t + \phi_2) \\ \vdots \\ l_n \cdot F_0 \sin(\Omega t + \phi_n) \end{bmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

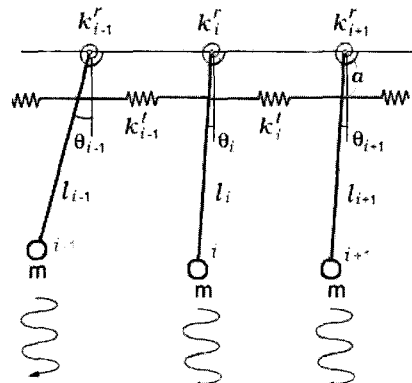


Turbine blade assembly



Helicopter rotor blades

Fig. 1 Repeated structures



$$F_{i-1} = F_0 \sin(\Omega t + \phi_{i-1}) \quad F_i = F_0 \sin(\Omega t + \phi_i) \quad F_{i+1} = F_0 \sin(\Omega t + \phi_{i+1})$$

Fig. 2 Multiple coupled pendulum system

해석 결과의 일반성을 확보하기 위해 다음과 같은 무차원 매개변수 및 변수들을 도입한다.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \frac{l_i}{l} \\ \beta_i &= \frac{k_i' a^2 T^2}{ml^2} \\ \delta_i &= \frac{k_i' T^2}{ml^2} \\ \gamma &= \frac{Tc}{m} \\ \tau &= \frac{t}{T} \\ \omega &= T\Omega \\ f &= \frac{F_0 T^2}{ml} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서 l 은 진자의 기준길이이며 또한

$$T = \sqrt{\frac{ml^2}{k'}} \quad (3)$$

여기서 k' 은 회전스프링의 기준 강성이다. 또한 α^i 는 부 구조물의 길이를, β_i 는 부 구조물들간 연성 강성을, δ_i 는 부 구조물과 베이스간 회전 강성을, 그리고 γ 는 모든 진자들에 동일하게 작용하는 감쇠를 나타내는 매개 변수이다. 여기서 무차원 연성강성 β_i 는 연성강성의 회전강성에 대한 비로 표현된다. 이상의 무차원 변수 및 매개 변수들을 사용하여 식 (1)의 운동방정식을 다음과 같이 무차원화된 형태로 기술할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \alpha_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \cdot \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\alpha_1^2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \gamma\alpha_2^2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \gamma\alpha_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \cdot \\ \dot{\theta}_n \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \delta_1 + \beta_1 + \beta_n & -\beta_1 & \cdot & -\beta_n \\ -\beta_1 & \delta_2 + \beta_1 + \beta_2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\beta_n & 0 & \cdot & \delta_n + \beta_{n-1} + \beta_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \cdot \\ \theta_n \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} \alpha_1 f \sin(\omega\tau + \phi_1) \\ \alpha_2 f \sin(\omega\tau + \phi_2) \\ \cdot \\ \alpha_n f \sin(\omega\tau + \phi_n) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

이 무차원 방정식의 정상상태 동적응답은 다음과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_i &= a_i \cos(\omega\tau + \phi_i) + b_i \sin(\omega\tau + \phi_i) \\ &= (a_i \cos \phi_i + b_i \sin \phi_i) \cos \omega\tau \\ &\quad + (-a_i \sin \phi_i + b_i \cos \phi_i) \sin \omega\tau \\ &= A_i \cos \omega\tau + B_i \sin \omega\tau \end{aligned} \quad (5)$$

($i = 1, 2, \dots, n$)

여기서,

$$\begin{aligned} A_i &= (\alpha_i \cos \phi_i + b_i \sin \phi_i) \\ B_i &= (-\alpha_i \sin \phi_i + b_i \cos \phi_i) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (4)의 우변 항을 위와 동일한 방법으로 다음과 같이 변환한다.

$$\begin{aligned} \alpha_i f \sin(\omega\tau + \phi_i) &= \alpha_i f \cos \phi_i \sin \omega\tau \\ &\quad + \alpha_i f \sin \phi_i \cos \omega\tau \\ &= C_{2i} \sin \omega\tau + C_{1i} \cos \omega\tau \end{aligned} \quad (7)$$

($i = 1, 2, \dots, n$)

여기서,

$$\begin{aligned} C_{1i} &= \alpha_i f \sin \phi_i \\ C_{2i} &= \alpha_i f \cos \phi_i \end{aligned} \quad (8)$$

식 (5)와 (7)을 식 (4)에 대입하여 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (-\omega^2[M] + [K])\{A\} + \omega[C]\{B\} &= \{C_1\} \\ -\omega[C]\{A\} + (-\omega^2[M] + [K])\{B\} &= \{C_2\} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$[M] = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \alpha_n^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \gamma\alpha_1^2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \gamma\alpha_2^2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \gamma\alpha_n^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \delta_1 + \beta_1 + \beta_n & -\beta_1 & \cdot & -\beta_n \\ -\beta_1 & \delta_2 + \beta_1 + \beta_2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\beta_n & 0 & \cdot & \delta_n + \beta_{n-1} + \beta_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (9)를 행렬 형태로 바꾸면

$$\begin{bmatrix} -\omega^2[M] + [K] & \omega[C] \\ -\omega[C] & -\omega^2[M] + [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{C_1\} \\ \{C_2\} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

식 (13)으로부터 A_i 와 B_i 를 구한다. 다음에 식 (6)을 행렬식으로 기술하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \cos \phi_1 & 0 & 0 & \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_n & 0 & 0 & \sin \phi_n \\ -\sin \phi_1 & 0 & 0 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \phi_n & 0 & 0 & \cos \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ M \\ a_n \\ b_1 \\ M \\ b_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ M \\ A_n \\ B_1 \\ M \\ B_n \end{Bmatrix} \quad (14)$$

위의 식에 A_i 와 B_i 를 대입하여 정상상태의 동적 응답의 크기를 결정하는 a_i 와 b_i 를 구하고 확대계수 (magnification factor)를 다음과 같이 정의하여 구한다.

$$\kappa_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} / f \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

3. 최적화 기법의 적용

앞 장에서 유도된 방법에 의해 모든 매개 변수들의 값이 정해지면 그 시스템의 동적응답을 구할 수 있다. 진동 국부화 현상과 관련하여 가장 관심을 일으키는 것은 그 응답이 최대화가 되는 조건이다. 참고 문헌 (11)의 선행연구에서는 이를 매개변수의 변화에

다른 동적응답을 함수로 구해 도표로 나타낸 후 규명 하였으나 본 연구에서는 시스템의 동적응답을 최대로 만드는 연성강성의 분포를 구하기 위해 최적화 기법을 적용하였다. 최적화 기법이란 목적함수의 변수에 대한 구배 정보들을 이용하여 최적 해를 찾아가는 방법이다. 이러한 방법을 본 연구에 적용함으로써, 최대 동적응답이 발생하는 조건을 찾는 데 상당한 계산 시간의 절약을 도모함으로써 특별히 부 구조물이 많은 시스템에 대해서는 최대 동적응답 발생 조건을 효율적으로 구하는데 결정적인 역할을 할 수 있다. 본 연구의 최적화 문제의 정립은 다음과 같다.

- 설계 변수 (design variables)
무차원 연성강성 (β_i)
- 목적 함수 (objective function)
Minimize : - Maximum ($x_i, i = 1, 2, \dots, n$)
- 제한조건 (constraints)
 $0.0 \leq \beta_i \leq 1.0$

최적화 기법을 적용함에 있어서 우선 전역 최적화 기법인 유전자 알고리즘 (genetic algorithm)을 사용하여 대략적인 최대 동적응답과 그 발생 조건을 찾았으며, 그 결과를 다시 다양한 국소 최적화 기법들을 제공하는 상용 프로그램 DOT를⁽¹²⁾ 써서 개선하였다. 이 때 DOT에서 사용된 방법은 BFGS법이다.

4. 수치 해석

본 장에서는 최적화 기법을 이용하여 앞에서 구한 최대 동적응답을 부 구조물의 개수에 따라 구해보고 이의 발생 조건을 조사하였다. 이 경우 해석에 필요

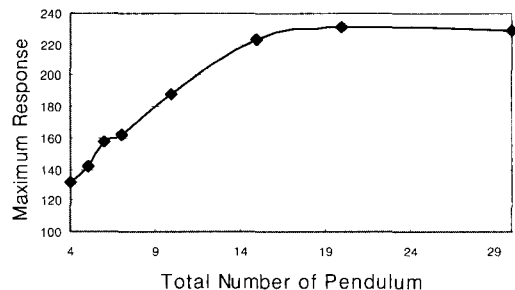


Fig. 3 Maximum response vs. number of pendulum

한 무차원 매개 변수들은 다음과 같이 설정하였다. 먼저 해석의 초점이 되는 무차원 연성강성 β_i 는 0에서부터 1까지 변화시켰다. 이때, 0은 그 연성강성에 의해 연결된 두 부 구조물이 서로 운동에 영향을 주지 않음을 의미하고 1은 연성강성의 크기가 부 구조물과 베이스간 강성과 크기가 같음을 의미한다. 다음으로 무차원 길이 α_i 는 1, 무차원 회전강성 δ_i 는 1, 무차원 감쇠 γ 는 0.01, 그리고 외부 가진력 f 는 1로 설정하였다. 가진력간 위상차는 $\Delta\phi = \phi_i - \phi_{i-1} = \frac{2\pi}{n}$ 로 (여기서 n 은 진자의 개수) 나타내어지는데 이는 블레이드가 회전에 의해 외력을 위상차를 갖고 받게 됨을 의미한다. 이 경우 각 부 구조물이 연성되어 있지 않다고 가정하면 감쇠크기로 인해 각 부 구조물의 동적응답은 100이 되며 이 값을 기준으로 불균일성이 있을 때의 최대 동적응답을 살펴보게 된다.

Fig. 3은 진자 개수의 증가에 따른 최대 동적응답 변화 양상을 그래프로 나타낸 것이다. 연성이 되어 있지 않다고 보았을 때의 기준 동적응답에 비해 연성

강성의 불균일성으로 인해서 최대 동적응답이 증가하는 것과 진자의 개수가 많아질수록 최대 동적응답이 증가하여 진자 수가 10을 넘어서면서부터는 기준 동적응답의 2배 이상에 이르는 최대 동적응답이 발생하는 것을 알 수 있다. 이러한 변화는 진자의 개수가 약 20개에 이르면 수렴하는 양상을 보여준다. 따라서 반복되는 부 구조물의 수가 많은 터빈 등 실제적 예제의 설계문제에서 이러한 결과는 중요한 의미를 갖는다고 말할 수 있다.

Fig. 4에서는 최대 동적응답이 발생할 경우의 연성강성의 분포 조건을 살펴보기 위해서 최대 동적응답이 발생할 때의 연성강성들의 값과 동적응답을 나타내었다. 그래프에서는 진자의 개수가 4개, 7개, 15개, 30개일 때의 최대 동적응답 발생시의 조건과 동적응답을 나타낸 것이다. 이 그래프들에서는 진동 국부화 조건을 보다 잘 나타내기 위해 최대 동적응답이 일어나는 부 구조물을 그래프의 가운데에 위치시켰으나, 실제 구조물에 있어서는 시스템의 주기성과 대칭성으로 인해서 어느 부 구조물에서나 진동 국부화 현

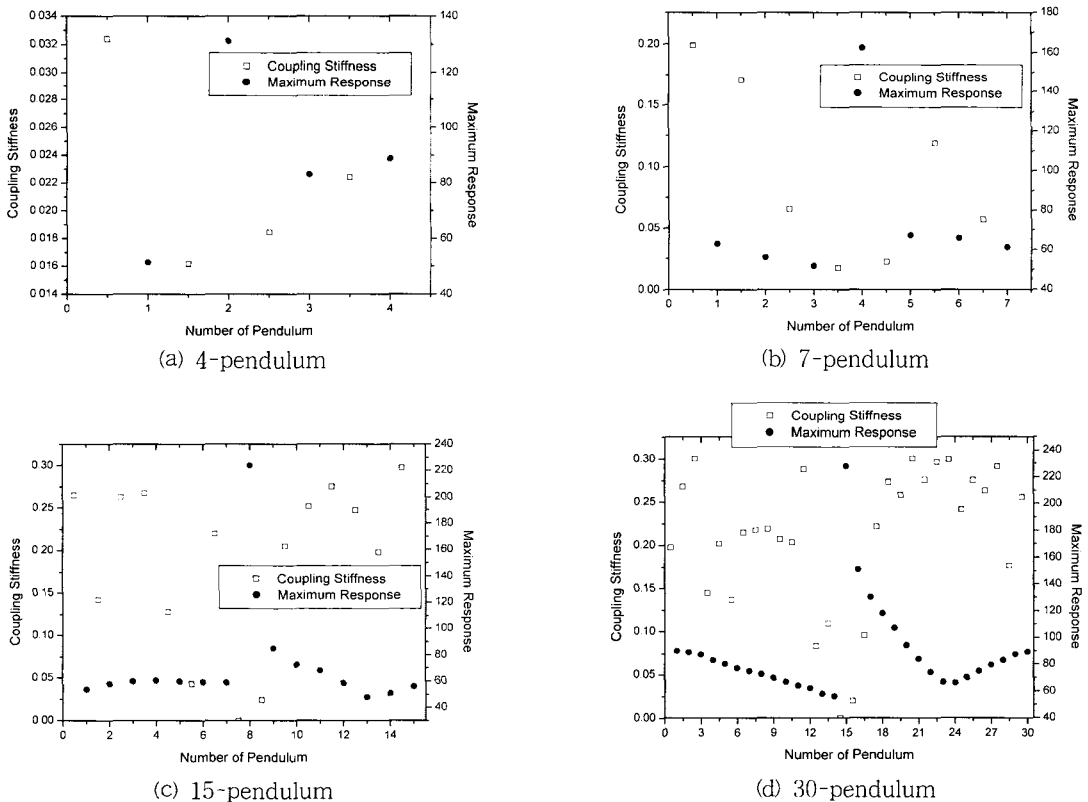


Fig. 4 Coupling stiffness at maximum response

상이 일어날 수 있다. Fig. 4의 그래프에서 공통적으로 알 수 있는 사실은 다른 연성강성들에 비해 가장 작은 연성강성 두개가 서로 접하여 있으면 그 두 연성강성 사이에 있는 진자간에서 최대 동적응답이 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 어떤 연성강성의 조건에서 진동 국부화 현상이 발생하는 지를 잘 보여준다. 또한 진자의 개수가 증가할수록 최대 동적응답이 발생하는 진자에 접해 있는 두 작은 연성강성과 나머지 연성강성들과의 차도 일반적으로 증가하는 것을 알 수 있다.

다음은 이상의 결과를 바탕으로 임의의 진자를 기준으로 그 진자에 접해 있는 연성강성은 위의 최대 동적응답이 발생하는 진자에 접해 있는 연성강성과 같은 값으로 설정하고 나머지 연성강성은 모두 같은 값으로 하고 그 값을 변화시키며 구한 동적응답의 최대값을 Fig. 5에 나타내었다. 역시 진자의 수가 많을수록 진동 국부화 현상이 크게 발생할 수 있는 것을 알 수 있으며 진자의 수에 대략적으로 비례하여 연성강성이 증가할 때 진동 국부화가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

이 때 발생하는 동적응답의 최대값은 Fig. 3에서 구한 진자의 개수 변화에 따른 최대값과 큰 차가 없는 것을 확인할 수 있다. 그러므로 Fig. 4에 나타난 최대값을 갖게 하기 위한 결과 중에서 가장 중요한 내용은 최대 동적응답이 발생하는 진자의 좌우에 위치한 연성강성의 크기이며 그 외의 연성강성 값들은 동일하게 변하는 것으로 처리하여도 시스템 전체의 최대 동적응답에는 큰 영향을 주지 않는 것을 알 수 있다. 즉 최대 동적응답을 일으키는 진자 좌우에 위

치한 연성강성들의 민감도가 다른 연성강성에 의한 민감도에 비해서 최대 동적반응에 미치는 영향이 결정적이라고 판단된다.

5. 결 론

본 연구는 주기성과 대칭성을 갖는 반복 구조물에서 각 부구조물간 연성이 진동 국부화 현상에 미치는 영향을 규명하기 위해서, 연성된 진자들로 구성된 다중 진자 시스템을 이용하여 연성강성을 변화시키며 최대 동적반응 변화를 최적화 기법을 이용하여 분석하였다. 그 결과 임의의 한 진자에 접해있는 연성강성 값들이 다른 연성강성 값들에 비해 작은 특정 값을 가질 때 진동 국부화현상이 발생하는 것을 확인할 수 있었으며 진자의 수가 많을수록 최대 동적응답을 일으키는 진자 이외의 진자에 연결된 연성강성 값들이 증가하는 것을 알 수 있었다. 또한 동일한 연성강성을 갖는 경우는 진자수가 많아질수록 진동 국부화 현상이 커지는 것을 알 수 있었다. 이상의 연구결과는 터빈과 같이 반복되는 부구조물 수가 많은 시스템 설계에서 진동 국부화 현상을 신중히 고려해야 한다는 것을 의미하는 것이다.

후 기

본 연구는 한양대학교 교내연구비에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Ewins, D. J., 1970, "A Study of Resonance Coincidence in Bladed Disks," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 12, pp. 305~312.
- (2) Ewins, D. J., 1973, "Vibration Characteristics of Bladed Disk Assemblies," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 15, pp. 165~186.
- (3) Ewins, D. J., 1969, "The Effect of Detuning upon the Forced Vibrations of Bladed Disks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 9, pp. 65~79.
- (4) Pierre, C. and Dowell, E. H., 1987, "Localization of Vibrations by Structural Irregularity."

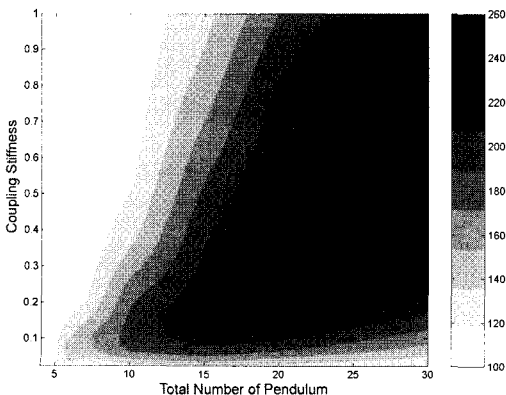


Fig. 5 Maximum response vs. number of pendulum and coupling stiffness

Journal of Sound and Vibration, Vol. 114, pp. 549~564.

(5) Afolabi, D., 1985, "The Frequency Response of Mistuned Bladed Disk Assemblies," *Vibration of Blades and Bladed Disk Assemblies*, Proceedings of Tenth Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, Ohio, USA.

(6) Griffin, J. H. and Hoosac, T. M., 1984, "Model Development and Statistical Investigation of Turbine Blade Mistuning," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 106, pp. 204~210.

(7) Wei, S. T. and Pierre, C., 1988, "Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry [Part I] Free Vibrations, [Part II] Forced Vibrations," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 429~449.

(8) Castanier, P. and Pierre, C., 1997, "Con-

sideration on the Benefits of Intentional Blade Mistuning for the Forced Response of Turbomachinery Rotors," *Analysis and Design Issues for Modern Aerospace Vehicles*, Vol. 55, pp. 419~425.

(9) Happawana, G. S., Nwokah, O. D. I., Bajaj, A. K. and Azene, M., 1998, "Free and Forced Response of Mistuned Linear Cyclic Systems: A Singular Perturbation Approach," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, pp. 761~789.

(10) Castanier, P. and Pierre, C., 1997, "A Reduced Order Modeling Technique for Mistuned Bladed Disks," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 439~447.

(11) 김재영, 유홍희, 2001, "조화 외력을 받는 간단한 주기적 구조물의 동적 응답 국부화," *한국소음진동공학회논문집*, 제 11 권, 제 6 호, pp. 175~180.

(12) Vanderplaats, G. N., 1995, *DOT - Design Optimization Tools User Manual*, Vanderplaats Research & Development, Inc.