

수동 구속감쇠층을 갖는 복합적층보의 진동특성

Vibration Characteristics of Laminated Composite Beams with Passive Constrained Layer Damping

강 영 규[†]

Young Kyu Kang

(2002년 8월 3일 접수 : 2002년 11월 23일 심사완료)

Key Words : Laminated Composite Beam(복합적층보), Flexural Vibration(굽힘 진동), Viscoelastic Material(점탄성 재료), Passive Constrained Layer Damping(PCLD, 수동구속감쇠), Damping(감쇠)

ABSTRACT

The flexural vibration of laminated composite beams with passive constrained layer damping has been investigated to design structure with maximum possible damping capacity. The equations of motion are derived for flexural vibrations of symmetrical, multi-layer laminated beams. The damping ratio and modal damping of the first bending mode are calculated by means of iterative complex eigensolution method. This paper addresses a design strategy of laminated composite under flexural vibrations.

1. 서 론

구조물의 진동 및 소음을 억제하기 위해서 점탄성 재료를 응용한 연구는 지난 30여년 동안 매우 활발히 진행되어 왔다. 특히 점탄성 재료는 에너지 소산력(energy dissipation)이 우수하여 수동구속감쇠층(passive constrained layer damping, PCLD)^(1~4) 또는 비구속감쇠층(unconstrained layer damping, UCLD)^(5,6)의 형태로 진동 및 소음제어에 많이 활용되어 왔다. 수동구속감쇠에 대한 초기의 연구들은 주로 해석적 또는 수치적 방법에 의한 손실계수(loss factor)의 예측에 국한되었으며, 복합재료를 주구조물(host structure)로 이용한 경우에도 감쇠비의 관점에서 연구를 수행하였다. 하지만 복합재료는 구조설계의 관점에서 감쇠와 강성을 동시에 조절할 수 있는 특성이 있으므로 수동구속감쇠에 대한 연구에서도 감쇠비(ζ) 뿐만 아니라 고유주파수까지 동시에 고려할

수 있는 모드감쇠(modal damping, $2\zeta\omega$)의 관점에서 연구되어야 한다. 또한 최근에는 능동구속감쇠층(active constrained layer damping)^(7,8)을 이용하여 구조물의 감쇠특성을 향상시키는 연구가 활발히 진행되고 있다. 능동구속감쇠층은 수동구속감쇠층에 비해서 효과는 뛰어나지만 제작비용이 많이 드는 단점이 있다. 본 논문에서는 테일러링 기법으로 감쇠를 조절할 수 있는 복합재료를 주구조물로 하여 점탄성재료와 구속재를 이용하여 부분적으로 피복된 복합적층보의 동특성을 유한요소법을 이용하여 해석하고 그 타당성을 다른 연구자의 실험연구와 비교하였다. 기존의 연구들이 주로 감쇠비의 관점에서 수행되었으나 본 연구에서는 모드감쇠의 관점에서 연구를 수행하였다. 특히 수동구속감쇠층의 위치에 의한 구조물의 동특성을 구조감쇠지수를 이용하여 연구하였다. 그 결과를 토대로 효과적인 구조감쇠를 얻기 위한 구속감쇠층 설계의 기법을 제시하고자 한다.

2. 이 론

[†] 책임저자, 정회원, 인하대학교 기계공학부

E-mail : ykkang@kookmin.ac.kr

Tel : (02) 910-4806, Fax: (02) 910-4718

해석을 위한 유한요소 정식화 과정에서 다음의 몇 가지를 가정하였다. 첫째로 주구조물(core structure)

과 구속재(constraining layer)는 순수한 굽힘운동을 한다. 둘째로 주구조물과 구속재의 중립축은 동일한 휨선(deflection line)을 가진다. 셋째로 구속재의 길이는 항상 일정하다. 넷째로 구조물을 구성하는 모든 층들은 동일한 횡방향의 변위(w)를 갖는다.

수동구속감쇠층을 가진 복합적층보를 2차원의 판요소로 모델링하였으며, 운동방정식을 유도하는 과정에서 확장된 해밀톤의 원리(extended Hamilton's principle)를 이용하였다. 구속감쇠층이 있는 복합적층보의 운동방정식은 다음의 식을 만족한다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [T - U + U_v + W] dt = 0 \quad (1)$$

식 (1)에서 t_1 과 t_2 는 임의의 두 시점이며, T 는 각 구성요소들의 운동에너지, U 는 위치에너지이며, U_v 는 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지이며, W 는 외력에 의한 일이다. Fig. 1에 수동구속감쇠층을 갖는 외팔 복합적층보를 나타내었다.

복합적층보 자체와 구속재가 횡방향 진동시의 변위 벡터 u 와 변형률 벡터 ϵ 는 다음과 같이 표현된다.

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z\beta_x \\ z\beta_y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} v \quad (2)$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ -z \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \end{bmatrix} = z\kappa \quad (3)$$

여기서 w 는 횡방향 변위이며, β_x 와 β_y 는 각각

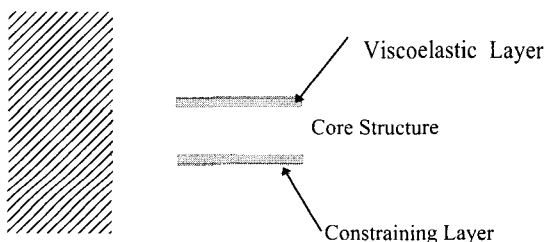


Fig. 1 Laminated composite beam with PCLD

x 축과 y 축에 대한 회전이며, κ 는 곡률벡터이다. v 와 κ 는 아래와 같이 표현된다.

$$v = \{w \ \beta_x \ \beta_y\}^T \quad (4)$$

$$\kappa = \left\{ \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \ \left(\frac{\partial \beta_y}{\partial x} + \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \right) \right\}^T \quad (5)$$

운동에너지 T 는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \int_V \frac{1}{2} \rho \dot{u}^T \dot{u} dv \quad (6)$$

여기서 ρ 는 밀도, v 는 구조물의 부피이다. 복합적층보의 변형에너지는 고전 적층판 이론(classical laminated plate theory)으로부터 유도되며, 전체 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \int_A \kappa^T D \kappa dA \quad (7)$$

여기서 A 는 단면적이며, D 는 이방성 판의 굽힘강성행렬(flexural stiffness matrix)로 다음과 같이 표현된다.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{NLAY} (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (8)$$

여기서 \bar{Q} 는 변환된 단층강성도이며, z_k 와 z_{k-1} 는 각각 k 번째 층의 상하면으로부터 적층판의 중립축까지의 거리이다.

굽힘진동시에 점탄성층이 받는 전단변형각 γ 는 Fig. 2로부터 다음과 같이 표현된다.

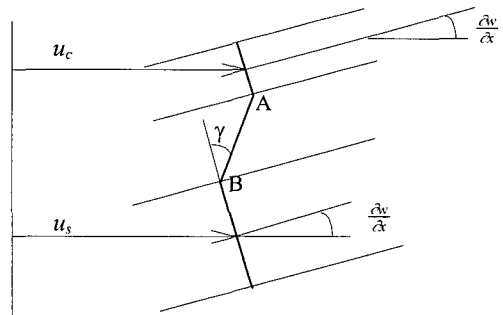


Fig. 2 Shear angle of the viscoelastic layer under flexural motion

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_A - u_B}{t_v} = \frac{t_D}{t_v} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_c - u_s}{\frac{t_D}{2}} \right) \quad (9)$$

여기서 $t_D = t_s + 2t_v + t_c$ 로 표현되며, 하부침자 s , v , c 는 각각 주구조물, 점탄성층 및 구속재를 의미한다. 또한 점탄성 전단층에 대해서 전단변형각과 전단응력은 다음의 관계를 가진다.

$$\begin{pmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{pmatrix} = G_v \begin{pmatrix} \gamma_{zx} \\ \gamma_{zy} \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기서 G_v 는 점탄성재료의 복소전단계수(complex shear modulus)이다. 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지 U_v 는 다음과 같이 표현된다.

$$U_v = 2 \int_V \frac{1}{2} \left\{ \gamma_{zx} \quad \gamma_{zy} \right\} \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{bmatrix} dV_v \quad (11)$$

식 (11)에 식 (9)와 식 (10)을 대입하면 점탄성층의 전단변형에너지를 구할 수 있다. 외력에 의한 일은 다음과 같다.

$$W = \sum_{i=1}^{n_f} \mathbf{u}^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i)$ 는 x_i 에 작용하는 힘벡터이며, $\mathbf{u}(\mathbf{x}_i)$ 는 x_i 에서의 변위벡터이며, n_f 는 외력의 개수이다.

변위 u , 곡률 κ , 및 회전변위 α 는 4절점 12자유도를 갖는 사각평판요소를 이용하여 절점변위(nodal displacement)로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \Psi_u \mathbf{q}^e \quad (13)$$

$$\kappa = \Psi_\kappa \mathbf{q}^e \quad (14)$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} = \Psi_\alpha \mathbf{q}^e \quad (15)$$

여기서 Ψ_u , Ψ_κ 및 Ψ_α 는 각각 \mathbf{u} , κ 및 α 에 대한 보간함수이며 \mathbf{q}^e 는 요소절점의 변위벡터이다. 운동에너지와 위치에너지, 전단변형 에너지 및 외력에 의

한 일 등을 식 (1)에 대입하여 변분을 취하면 절점변위에 대한 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}_{\text{Ext}} \quad (16)$$

복합재료의 감쇠는 구조동역학적인 관점에서 일반 구조재료보다 더 중요하다. 고분자 기지재료의 특성으로 인해서 섬유방향으로는 매우 낮은 감쇠를 보이며, 섬유의 직각방향은 매우 높은 감쇠를 나타낸다. 복합재료의 감쇠는 이방성을 가지며 적층순서나 적층각도의 변화를 통해서 제어할 수 있다. 본 논문에서는 비감쇠용량(specific damping capacity, SDC)의 개념을 이용하여 복합적층보의 감쇠해석을 수행하였다. 비감쇠용량은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = \Delta U / U \quad (17)$$

여기서 ΔU 는 소산된 에너지이다. 식 (13), (14), (15)에 의해서 식 (17)을 이산화하여 절점변수로 표현되면 비감쇠용량 ϕ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\phi = \frac{\mathbf{q}^T (\mathbf{K}_D + \mathbf{K}_{v_D}) \mathbf{q}}{\mathbf{q}^T (\mathbf{K} + \mathbf{K}_v) \mathbf{q}} \quad (18)$$

$$\mathbf{K}_D = \sum_{\text{elem}} \int_A \Psi_\kappa^T \mathbf{D}^\Delta \Psi_\kappa dA \quad (19)$$

$$\mathbf{K}_{v_D} = \sum_{\text{elem}} \int_A G_v \phi_v \frac{2}{t_v} \left(\frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right)^T \left(\frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right) dA \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_v = \sum_{\text{elem}} \int_A G_v \frac{2}{t_v} \left(\frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right)^T \left(\frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right) dA \quad (21)$$

여기서 하첨자 D 는 감쇠와 관련됨을 의미하며, ϕ_v 는 점탄성재료의 비감쇠용량이다.

점탄성 재료의 물성은 주파수와 온도의 함수이므로 감쇠비와 모드감쇠를 구하기 위해서는 비선형 고유치 문제를 풀어야 한다. 본 논문에서는 감쇠행렬이 포함된 운동방정식을 상태방정식으로 표현한 다음 역순환법(inverse iteration)⁽⁹⁾으로 복소고유치 문제를 풀었다.

3. 결과 및 고찰

수동구속감쇠층이 부착된 탄소/에폭시 복합적층보

의 감쇠비(ζ), 모드감쇠($2\zeta\omega$) 및 고유주파수를 유한요소법을 이용하여 계산하고 다른 연구자의 실험결과와 비교하였다. 복합적층보의 바깥층이 감쇠 및 강성에 주된 영향을 미치므로 적층순서는 $[\theta_1/0_2/90_2]_s$ 로 하였으며, 적층각도 θ 는 0, 15, 30, 45, 60 및 90도이다. 프리팩트의 두께는 0.125 mm이며 시편의 크기는 $230 \times 20 \times 2$ mm이다. Table 1에 탄소/에폭시 복합재료의 물성을 나타내었다. 사용한 점탄성재료는 3M사의 ISD-112이며 크기는 $20 \times 50 \times 0.127$ mm이다. 또한 점탄성 재료의 사용 온도는 상온으로 하였다. 구속재는 알루미늄이며 크기는 $20 \times 50 \times 0.254$ mm이다.

자체 개발한 유한요소 프로그램을 이용한 본 논문의 해석기법의 타당성을 확인하기 위해서 Rongong⁽¹⁰⁾ 등이 등방성 알루미늄보에 대한 실험을 수행한 결과를 Table 2에 나타내었다. 본 논문의 해석결과와 실험결과가 잘 일치하므로 해석기법이 타당함을 알 수 있다.

수동구속감쇠층의 위치에 따라서 전체 복합적층보의 감쇠가 달라진다. Fig. 3은 위치에 따른 첫번째 굽힘진동 모드의 감쇠비를 다양한 적층각도에 대해서 보여준다. 굽힘강성이 큰 0도 시편보다는 유연한 90도 시편이 우수한 감쇠비를 보여준다. 또한 최적의

Table 1 Mechanical properties of carbon/epoxy laminates(CU125NS)

Property	Symbol	Value
Young's modulus(0 deg)	E_1	114.7×10^9 Pa
Young's modulus(90 deg)	E_2	7.589×10^9 Pa
Shear modulus	G_{12}	4.77×10^9 Pa
Poisson's ratio	ν_{12}	0.28
Volume density	ρ	1510 kg/m ³
Damping capacity(0 deg)	φ_{S1}	0.013966
Damping capacity(90 deg)	φ_{S2}	0.049120
Damping capacity(shear)	φ_{S12}	0.074344

Table 2 Natural frequency of aluminum beam (Hz)

Mode	FEM(present)	Experiment ⁽¹⁰⁾
1	2.632	2.680
2	15.888	16.270
3	45.822	45.747
4	90.989	90.249

구속감쇠층 위치는 모든 적층보에서 고정단 부위이며, 자유단으로 이동할수록 30도 시편이 우수함을 알 수 있다. Fig. 4는 구속감쇠층이 최적의 위치에 놓였을 때의 첫번째 굽힘진동 모드의 감쇠비를 보여준다. 60도 시편이 가장 좋은 진동특성을 보여주지만 45도 시편이후로는 변화량이 많지 않음을 알 수 있다.

감쇠비 뿐만 아니라 고유주파수도 동시에 고려하는 모드감쇠(modal damping)역시 구속감쇠층의 위치에 따라서 진동특성이 달라진다. Fig. 5는 위치에 따른 첫번째 굽힘진동 모드의 모드감쇠를 다양한 적층각도

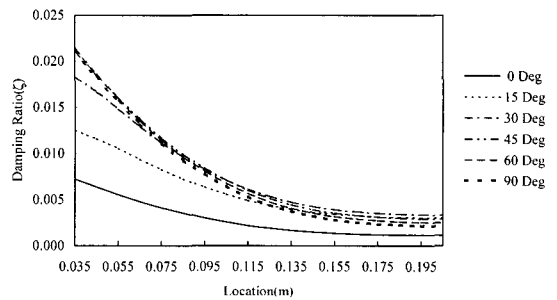


Fig. 3 1st bending damping ratio of laminated composite beams with PCLD

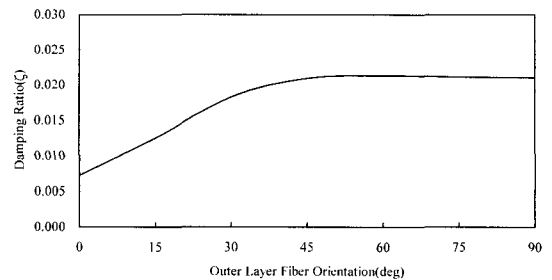


Fig. 4 1st bending damping ratio for optimum location vs. fiber orientation

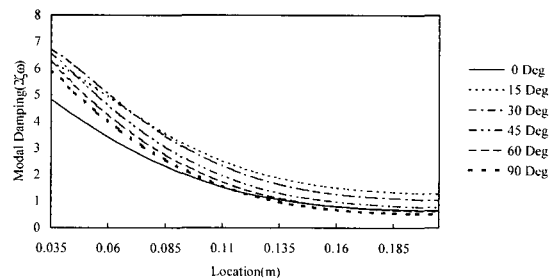


Fig. 5 1st bending modal damping of laminated composite beam with PCLD

에 대해서 보여준다. 굽힘강성이 큰 0도 시편보다는 유연한 90도 시편이 우수한 감쇠특성을 보여주지만 30도 시편이 고정단 부근에서는 가장 우수한 진동특성을 가진다. 하지만 자유단으로 이동할수록 15도 시편의 동특성이 우수함을 Fig. 5를 보면 알 수 있다. Fig. 6은 구속감쇠층이 최적의 위치에 놓였을 때의 첫번째 굽힘진동 모드의 모드감쇠를 보여준다. 30도 시편이 가장 좋은 진동특성을 보여주며 Fig. 4의 감쇠비와 비교하면 그 경향이 많이 다름을 알 수 있다.

구조진동의 전체 변위는 각 진동모드의 중첩으로

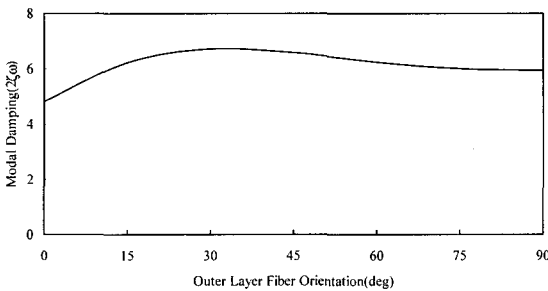


Fig. 6 1st bending modal damping for optimum location vs. fiber orientation

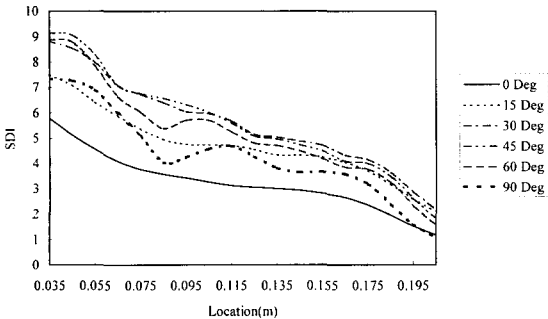


Fig. 7 SDI of laminated composite beam with PCLD

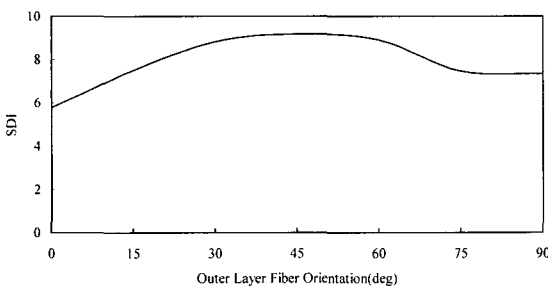


Fig. 8 SDI for optimum location vs. fiber orientation

표현되며 각각의 진동모드는 모드감쇠의 크기에 따라서 지수함수적으로 감쇠선도가 달라진다. 수동구속감쇠층이 있는 복합적층보의 다중모드 진동시의 최적의 구속감쇠층 위치를 설정하기 위해서 진동모드의 모드감쇠와 각 진동모드의 가중치를 고려한 구조감쇠지수 (structural damping index, SDI)⁽¹¹⁾를 도입하였다. 구조물의 전체 변위에 대한 각 모드의 가중치를 결정하기 위해서 전개이론(expansion theorem)을 이용하였다. 주어진 초기변위 q_0 는 다음과 같이 표현된다.

$$q_0 = \sum_{r=1}^N c_r \phi_r \quad (22)$$

식 (22)에서 N 은 고려된 저차의 진동모드 갯수이며, ϕ_r 은 모드형상벡터이다. c_r 은 각 모드의 가중치이며 다음과 같이 구한다.

$$c_r = \phi_r^T M q_0 \quad (23)$$

구조감쇠지수는 다음의 식으로 정의된다.

$$SDI = \sum_{r=1}^N 2\zeta_r \omega_r c_r \quad (24)$$

실제로 다중모드의 진동을 고려할 때의 수동구속감쇠층의 최적의 위치를 알아보기 위해서 구조감쇠지수를 다양한 적층각도에 대해서 Fig. 7에 나타내었다. 45도 시편이 가장 좋은 결과를 보여주며 이는 Fig. 8에서도 알 수 있다.

4. 결 론

수동구속감쇠층을 갖는 복합적층보의 진동특성에 관한 연구를 수행하였으며 본 논문의 결론을 요약하면 다음과 같다.

첫째로 유한요소 정식화 과정의 타당성을 다른 연구자의 실험연구와 비교하여 검증하였다. 유한요소 결과와 실험결과 사이에 매우 좋은 일치성을 보였다.

복합적층보의 진동특성을 수치모사한 결과 첫번째 굽힘진동 모드의 감쇠비 및 모드감쇠가 적층각도에 따라서 달라진다. 감쇠비는 굽힘강성이 작은 유연한 시편일수록 감쇠효과가 두드러지며 모드감쇠는 30도

시편이 우수하다.

복합적층보의 감쇠효과를 위한 수동감쇠층의 최적의 위치설정을 위한 체계적이고 정량적인 방법을 제시하였으며 수치모사를 수행하였다. 모드감쇠의 개념에 기초하며 각 진동 모드의 가중치를 고려한 구조감쇠지수는 수동구속감쇠층의 위치설정을 위한 좋은 척도이며, 물리적으로 타당하다. 수치모사 결과를 토대로 구조감쇠지수는 구조물의 강성 및 수동구속감쇠층의 위치에 따라서 달라지며 45도 시편이 가장 우수하다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2001-003-E00043)

참 고 문 헌

- (1) Rao, D. K., 1977, "Vibration of Short Sandwich Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 52, No. 2, pp. 253~263.
- (2) Douglas, B. E. and Yang, J. C. S., September 1978, "Transverse Compression Damping in the Vibratory Response of Elastic-viscoelastic-elastic Beams," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 9, pp. 925~930.
- (3) Soni, M. L. and Bogner, F. K., May 1982, "Finite Element Vibration Analysis of Damped Structures," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 5, pp. 700~707.
- (4) Rao, M. D. and He, S., April 1993, "Dynamic Analysis and Design of Laminated Composite Beams with Multiple Damping Layers," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 4, pp. 736~745.
- (5) Roy, P. K. and Ganesan, N., 1996, "Dynamic Studies on Beams with Unconstrained Layer Damping Treatment," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 195, No. 3, pp. 417~427.
- (6) Yi, S., Ahmad, M. F. and Hilton, H. H., July 1996, "Dynamic Response of Plates with Viscoelastic Free Layer Damping Treatment," *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, No. 3, pp. 362~367.
- (7) Shen, I. Y., March 1994, "Bending-vibration Control of Composite and Isotropic Plates through Intelligent Constrained Layer Treatments," *Smart Materials and Structures*, Vol. 3, No. 1, pp. 59~70.
- (8) 강영규, 최승복, 2001 "능동구속감쇠 기법을 이용한 복합적층보의 진동제어," 한국소음진동공학회 논문집, 제 11 권 제 7 호, pp. 261~266.
- (9) Lin, R. M. and Lim, M. K., November 1996, "Complex Eigensensitivity-based Characterization of Structures with Viscoelastic Damping," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 100, No. 5, pp. 3182~3191.
- (10) Rongong, J. A., Wright, J. R., Wynne, R. J. and Tomlinson, G. R., Jan. 1997, "Modeling of a Hybrid Constrained Layer/Piezoceramic Approach to Active Damping," *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 120~130.
- (11) Kang, Y. K., Park, H. C., Hwang, W. and Han, K. S., 1996, "Optimum Placement of Piezoelectric Sensor/Actuator for Vibration Control of Laminated Beams," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 9, pp. 1921~1926.