

초기 거리오차 보상 피동 거리 추정 필터

A Passive Ranging Filter with Initial Range Error Compensation

황 익 호* 정 상 근**
 Ick Ho Whang Sang Keun Jeong

요 약

본 논문에서는 jammer를 향하여 호밍하는 대함 유도탄에 대하여 적용할 수 있는 피동 거리추정필터를 제안하였다. 최근의 jammer는 상당히 먼 거리에서 jamming이 가능하므로, 제안된 필터는 필터 초기치 오차가 큰 경우에도 이를 신속히 제거하고 잘 동작할 수 있도록 설계되었다. 함대함 유도탄의 경우, 표적에 비하여 유도탄의 운동이 훨씬 주도적이므로 교전상황은 상대거리와 시선변화율을 상태변수로 하는 2차 시스템으로 모델링이 가능하다. 본 논문에서는 이와같은 2차 모델에 근거한 확장칼만필터를 구성하고, 최소자승법을 이용한 초기치 오차 추정 알고리즘을 부가함으로써 새로운 피동 거리추정필터를 유도하였다. 제안된 필터는 필터의 초기치 오차가 상당히 큰 경우에도 적은 계산량으로 우수한 거리추정성능을 보여주었다.

ABSTRACT

To extract relative ranges from LOS(line of sight) information, we propose a passive ranging filter which is suitable for anti-ship missiles in HOJ(home on jam) mode. The proposed filter is devised to cope with the case that a passive ranging filter may include a large initial range estimation error since modern jammers are capable of very long range jamming. In addition, under the assumption that the missile motion is dominant over the HOJ engagement situation, the engagement geometry is modeled by a second order system. A new passive ranging filter is proposed by constructing an extended Kalman filter(EKF) based on the model. And then a least square initial state error estimation algorithm is attached to the EKF. Simulation results show that the proposed filter has a good range estimation performance with small computational load.

1. 개 요

전자전 장비로 무장된 표적함정을 향하여 호밍

(homming)하는 함대함 유도탄의 경우, 능동탐색기(active seeker)를 장착하고 호밍하는 경우에도 표적함정의 jamming에 의하여 거리정보를 획득하지 못하게 되는 경우가 발생할 수 있다. 그러나 이 경우에도 jamming 신호가 발신된 방향은 알 수 있으므로 마치 피동 탐색기(passive seeker)를 장착한 경우와

* 국방과학연구소 선임연구원
 ** 국방과학연구소 연구원

같이 호밍알고리즘을 설계할 수 있다. 이와 같은 형태의 호밍방법을 HOJ(home on jam)라 하며 함대함 유도탄이 전자전에 대응하는 대표적인 방법 중의 한 가지이다.

일반적으로 표적에 대한 호밍 유도 알고리즘을 구성하는 경우, 비례항법유도(proportional navigation guidance, PNG) 등을 이용하면 거리에 대한 정보 없이도 호밍 알고리즘을 구성할 수 있으나, 호밍중 적절한 시기에 특정한 운용 이벤트를 발생시킨다거나, 호밍성능의 개선을 위하여 표적과의 상대거리 정보가 포함된 유도법칙들을 이용하는 경우에는 표적에 대한 상대거리 정보가 필요하게 된다. 그러나 전술하였듯이 HOJ 모드인 경우의 탐색기는 피동모드로 동작하게 되므로 탐색기를 통하여 거리정보를 직접 얻을 수는 없다. 따라서 표적과의 상대거리를 알아내기 위해서는 추가적인 필터 알고리즘이 요구되며, 이를 위한 연구들이 많이 진행되어왔다.^[1~5]

각도측정치만을 이용한 필터링 기법은 주로 표적과 유도탄간의 기하학적 관계를 모델링하고 이에 근거하여 유도탄의 운동 정보 및 표적에 대한 시선각 측정치로부터 상대거리 정보를 얻어내는 방법이 주로 이용되어왔다. 이 경우 유도탄의 기동이 없을 때에는 상대거리에 대한 가관측성(observability) 확보에 문제가 있으므로, 피동센서를 이용한 거리추정(passive ranging)시의 가관측성 분석에 관련된 문제들이 많이 연구되었으며 가관측성을 확보하면서 동시에 호밍하기 위한 유도기법들도 제안되었다.^[1~3] 이러한 연구결과들은 대부분 관성직교좌표계에서 유도탄과 표적간의 상대운동을 모델링하여 거리추정에 이용하므로, 2차원 평면에서의 운동을 가정하더라도 위치와 속도를 표현하기 위하여 적어도 4개의 상태변수를 필요로 한다.^[4]

한편, 대함 또는 대지 유도탄과 같이 유도탄의 운동에 비하여 운동이 매우 작은 표적에 대한 피동호밍유도(passive homing guidance)알고리즘을 구성하는 경우, 유도탄과 표적과의 접근속도(closing velocity)는 유도탄의 운동에 의하여 대부분 결정되므로 마치 상대거리 변화율 정보가 있는 경우와 마찬가지로 상황이 된다. 또한 현대의 대함 유도탄들은 적함에의 노출시간을 최소화하기 위하여 해면 위를 낮은 고도로 비행하여 적함에 접근하는 궤적을 형성하며, 이러한 경우 유도탄과 표적함과의 상대 운동은 2차원 평면에서 해석하여도 무리가 없다. 이와 같은 경우에는 표적과 유도탄간의 관계는 상대거리와 시선각 변화율만을 상태변수로 선정하여 2차 필터를 구성할 수 있으며, 기존의 4차 필터보다 상당히 줄어든 계산량으로 상대거리를 추정할 수 있다.^[4,5] 그러나 이 경우 필터의 수렴성능은 유도탄의 운동 및 필터의 초기치에 의하여 크게 좌우된다.

한편, jammer 제작 기술의 발달로 인하여 jamming이 가능한 거리가 수십 Km에 이르게 되었으며, 따라서 jammer로 호밍하는 경우에 필터의 초기 상대거리를 결정하는 것은 점점 어려운 문제가 되고 있다. 이는 필터의 초기치 오차가 상당히 커질 수 있음을 의미하며 이와 같이 큰 초기 상태변수 오차는 필터가 수렴하는데 많은 시간을 소요하게 만들 수 있다.

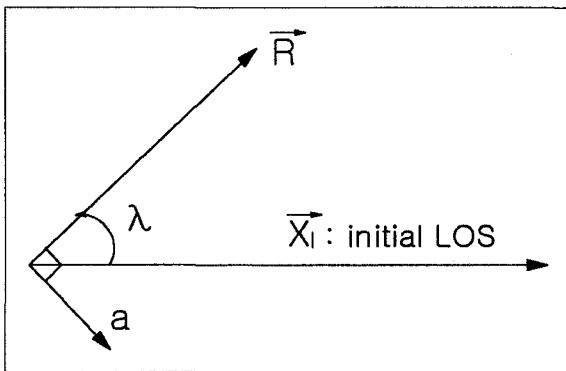
본 논문에서는 상기한 상황에 대하여 효과적으로 동작할 수 있는 상대거리 추정 필터를 제안하였다. 제안된 필터는 상대거리의 역수와 시선각변화율을 상태변수로 하는 2차 필터이며, 필터의 초기 오차에 대응하기 위하여 최소자승법(least squares)을 이용하여 초기 상태변수의 편향오차(bias error)를 추정하고 보상하는 방법을 추가하였다. 제안된 필터는 시뮬레이션

을 통하여 그 성능을 검토하였다.

2. 거리추정필터 설계

본 장에서는 상대거리와 시선변화율을 이용하여 평면상에서 움직이는 표적과 유도탄간의 상대운동을 모델링하였다. 거리추정필터는 이와 같이 구한 상대운동 모델에 바탕을 두고 추정오차의 전파모델을 구하여 확장칼만필터(Extended Kalman Filter)를 적용함으로써 구현되었다.

그림 1은 표적과 유도탄간의 상대위치벡터를 도시한 것이다. 그림에서 \vec{R} 는 현재시간에서 유도탄에 대한 표적의 상대위치(표적위치-유도탄 위치)벡터이며, λ 는 현재시간에서 유도탄에 대한 표적의 시선각(LOS angle)이다. 이때 시선각의 크기는 필터링이 시작된 초기시간에서의 상대위치벡터 방향인 \vec{X}_1 를 기준으로 그림에 도시된 방향으로 측정된다고 가정한다. 또, 표적은 기동이 없다고 가정하며, a 는 유도탄의 가속도 중 현재 시선(LOS)에 수직인 방향의 성분이라 정의한다.



[그림 1] 표적과 유도탄간의 상대위치벡터(Relative Position between Target and Missile)

벡터 \vec{R} 를 시간에 대하여 두 번 미분하면 다음과 같은 벡터방정식을 얻을 수 있다.^[7]

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{1}_R \frac{d^2 r}{dt^2} + 2(\vec{\omega} \times \vec{1}_R) \frac{dr}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) \quad (1)$$

여기서 r 는 \vec{R} 의 크기, 즉 표적과의 상대거리이며, $\vec{\omega}$, $\vec{\dot{\omega}}$ 는 각각 시선각속도 및 시선각가속도 벡터로서 그림 1에서 볼 때 지면위로 올라오는 방향을 가진다. 이제 식(1)에서 그림 1의 가속도 a 가 향하는 방향인 시선벡터에 수직방향의 성분을 모아 정리하면 식 (2)를 얻을 수 있다.

$$\dot{\lambda} = 2 \frac{V}{r} \lambda + \frac{a}{r} \quad (2)$$

여기서 $V = -\frac{dr}{dt}$ 이며, $\dot{\lambda}$ 와 λ 는 각각 λ 의 시간에 대한 1계 도함수 및 2계 도함수이다.

1장에서 설명하였듯이 대함 유도탄의 경우 표적과 유도탄과의 접근속도 V 는 대략 유도탄의 속도 S_m 과 같다고 가정할 수 있으므로 식(2)로부터 다음과 같이 이산화한 시스템 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\rho_k = \frac{1}{(\rho_{k-1})^{-1} - S_m \Delta t} + w_{k-1}^{\rho} \quad (3.a)$$

$$\lambda_k = (1 + 2S_m \rho_{k-1} \Delta t) \lambda_{k-1} + \Delta t \rho_{k-1} a_{k-1} + w_{k-1}^{\lambda} \quad (3.b)$$

여기서 $\rho_k = \frac{1}{r_k}$ 이며, Δt 는 이산화 시간간격, 아래 첨자 k 는 시간 $t = k\Delta t$ 에서의 양임을 나타낸 것이

다. 또, 공정잡음 벡터 $w_{k-1} = \begin{bmatrix} w_{k-1}^{\rho} \\ w_{k-1}^{\lambda} \end{bmatrix}$ 는 공분산이 Q_{k-1} 인 영평균 백색 정규잡음이라 가정한다.

이제 표적과의 시선변화율 측정치가 식(4)와 같이 공분산 R_k 인 영평균 백색정규잡음을 측정오차로 가지는 선형 측정치로 주어진다고 가정하자.

$$z_k = \lambda_k + v_k \quad (4)$$

이 경우 피동거리추정필터는 식(3)과 식(4)에 대하여 확장칼만필터(Extended Kalman Filter)^[7]를 적용함으로써 구성할 수 있으며, 이를 정리하면 표 1과 같다.

만약 필터를 구동시키는 순간의 상대거리와 시선변화율을 알 수 있다면, 이 값을 초기치로 하여 표 1에 제시된 필터를 구동하면 양호한 거리 추정치를 연속적으로 얻을 수 있을 것이다. 그러나 실제 상황에서는 상대거리의 초기치를 알 수 없으므로 임의의 값으로 초기치를 지정하여 필터링하여야만 하며, 이 경우 필터가 안정하다면 부정확한 초기치에 의한 영향은 시간이 경과함에 따라 감소하여 올바른 추정치로 수렴할 것이다. 그러나 초기오차의 크기가 큰 경우 수렴시간이 오래 걸릴 수 있으므로 본 논문에서는 초기오차를 추정하여 보상함으로써 필터의 성능을 향상시키고자 한다.

필터의 초기치 오차를 보상하기 위하여 필터의 초기오차가 시간이 지남에 따라 필터 추정치에 미치는 영향을 검토하기로 하자. 이를 위하여 식(5)와 같이 필터의 초기치 $\vec{x}_{0|0}$ 를 참값으로 이루어진 벡터 $\vec{x}_{0|0}^o$ 와 초기편향오차(initial bias error)벡터 $\vec{e}_0 = \begin{bmatrix} \Delta\rho_0 \\ \Delta\lambda_0 \end{bmatrix}$ 의 합으로 표현하자.

$$\vec{x}_{0|0} = \vec{x}_{0|0}^o + \vec{e}_0 \quad (5)$$

여기서 $\vec{x}_{0|0}^o$ 는 초기 거리와 초기 시선변화율의 참값인 $\hat{\rho}_0^o$ 와 $\hat{\lambda}_0^o$ 를 이용하여 선정된 필터의 초기치로서 식(6)과 같이 주어진다.

$$\vec{x}_{0|0}^o = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_0^o \\ \hat{\lambda}_0^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\hat{r}_0^o)^{-1} \\ \hat{\lambda}_0^o \end{bmatrix} \quad (6)$$

이제 식(5)를 필터의 초기치로 하여 표 1의 필터 알고리즘을 적용하고, 초기오차의 영향을 Taylor series의 1차항까지만 고려하면, k=1일 때의 초기오차의 전파관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{x}_{1|1} \approx [I - K_1 H] (\vec{x}_{0|0}^o + F_0 \vec{e}_0) + K_1 z_1 \quad (7)$$

여기서 $\vec{x}_{0|0}^o$ 는 초기오차가 없을 경우의 k=1에서의 사전추정치(a priori estimate) 이고, F_0 , K_1 , H 는 표 1의 정의와 같다. 윗 첨자 o를 포함하는 필터 상태변수를 필터 추정치에서 초기 오차 \vec{e}_0 에 의하여 영향을 받은 성분을 제외한 추정치를 표현한다고 하자. 즉, $\vec{x}_{1|1}^o$ 와 $\vec{x}_{0|0}^o$ 를 초기치 오차에 의하여 영향을 받은 성분을 제외한 사후 추정치(a posteriori estimate) 및 사전 추정치(a priori estimate) 성분이라 하자. 이 경우,

$$\vec{x}_{1|1}^o \approx [I - K_1 H] \vec{x}_{0|0}^o + K_1 z_1 \quad (8)$$

라 간주할 수 있으므로, 식(8)을 식(7)에 대입하여 다음과 같이 시간 k=1에서 사후 추정치에 반영된 초기 편향오차의 영향을 계산할 수 있다.

$$\vec{x}_{1|1} \approx \vec{x}_{1|1}^o + [I - K_1 H] F_0 \vec{e}_0 \quad (9)$$

[표 1] 피동거리추정필터 알고리즘

A. 시간 전파(System Time Propagation)

$$\bar{\rho}_k = \frac{1}{(\hat{\rho}_{k-1})^{-1} - S_m \Delta t}$$

$$\bar{\lambda}_k = (1 + 2S_m \hat{\rho}_{k-1} \Delta t) \hat{\lambda}_{k-1} + \Delta t \hat{\rho}_{k-1} a_{k-1}$$

$$\text{오차공분산} : \bar{P}_k = F_{k-1} \hat{P}_{k-1} [F_{k-1}]^T + Q_{k-1}$$

B. 측정치 갱신(Measurement Update)

$$\text{보정 이득} : K_k = \bar{P}_k H^T [H \bar{P}_k H^T + R_k]^{-1}$$

$$\text{추정치} : \vec{x}_{\mathcal{H}k} = \vec{x}_{\mathcal{H}k-1} + K_k (z_k - H \vec{x}_{\mathcal{H}k-1})$$

$$\text{오차공분산} : \hat{P}_k = [I - K_k H] \bar{P}_k$$

위에서, A^T 은 A의 전치행렬(transpose matrix)을 표시하며,

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1 - \hat{\rho}_{k-1} S_m \Delta t)^2} & 0 \\ \Delta t (2S_m \hat{\lambda}_{k-1} + a_{k-1}) & 1 + 2S_m \hat{\rho}_{k-1} \Delta t \end{bmatrix}, H = [0 \ 1] \text{ 이다.}$$

또, $\vec{x}_{\mathcal{H}k} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_k \\ \hat{\lambda}_k \end{bmatrix}$ 와 $\vec{x}_{\mathcal{H}k-1} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_k \\ \bar{\lambda}_k \end{bmatrix}$ 는 각각 사후(a posteriori) 추정치와 사전(a priori) 추정치이다.

이와 같은 계산을 매 시간마다 반복하면, 식(10)과 같이 시간 k에서 추정치를 초기 오차에 의한 성분 $\prod_{i=0}^{k-1} M_i \vec{e}_0$ 과 그 나머지 성분으로 나누어 표현할 수 있다.

$$\vec{x}_{\mathcal{H}k} \approx \vec{x}_{\mathcal{H}k}^o + \prod_{i=0}^{k-1} M_i \vec{e}_0 \quad (10)$$

여기서, $\prod_{i=0}^{k-1} M_i = M_{k-1} M_{k-2} \cdots M_0$ 이고, $M_i = [I - K_{i+1}] F_i$ 이다.

이제 시간 k+1에서 필터의 잔류오차(residual) δ_{k+1} 을 식(10)을 구할 때와 마찬가지로 방법으로 구하여 정리하면 식(11)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_{k+1} &= z_{k+1} - H \vec{x}_{k+1k} \\ &\approx z_{k+1} - H \left(\vec{x}_{k+1k}^o + F_k \prod_{i=0}^{k-1} M_i \vec{e}_0 \right) \quad (11) \\ &= \delta_{k+1}^o - H F_k \prod_{i=0}^{k-1} M_i \vec{e}_0 \end{aligned}$$

여기서 $\delta_{k+1}^o = z_{k+1} - H \vec{x}_{k+1k}^o$ 로서 초기치 오차의 영향을 제외하였을 경우 필터에서 발생한 잔류

오차를 의미한다. 즉, 필터의 잔류오차도 역시 초기치 오차에 의한 성분과 그 나머지 성분으로 나누어 표현됨을 알 수 있다.

이제 초기오차를 추정하기 위하여 식(12)와 같이 비용함수를 설정하고 이를 최소화하는 초기오차벡터 \vec{e}_0 를 구하기로 한다.

$$J = \sum_{i=1}^{k_w} \frac{(\delta_i^o)^2}{2S_i} \quad (12)$$

식에서 S_k 는 식(13)으로 주어지는데, 이는 표 1로 주어진 확장칼만필터의 잔류오차의 시간 k 에서의 공분산에 해당한다. 또한, k_w 는 초기 편향오차를 추정하기 위한 윈도우의 길이, 즉 초기 편향오차 추정에 이용된 측정치의 개수이다.

$$S_k = H \bar{P}_k H + R_k \quad (13)$$

식(12)에 식(11)을 대입하면 식(14)와 같이 \vec{e}_0 의 함수 형태로 주어진 비용함수를 얻을 수 있으며, 식(14)를 \vec{e}_0 로 미분하여 0으로 놓으면 초기편향오차의 최적 추정치 $\vec{e}_{0|k_w}$ 는 식(15)로 주어짐을 알 수 있다.

$$J = \sum_{i=1}^{k_w} \frac{(\delta_i + HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \vec{e}_0)^2}{2S_i} \quad (14)$$

$$\vec{e}_{0|k_w} = - \left[\sum_{i=1}^{k_w} \frac{[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]^T [HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]}{S_i} \right]^{-1} \left(\sum_{i=1}^{k_w} \frac{[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]^T \delta_i}{S_i} \right) \quad (15)$$

유도된 초기 편향오차 추정치의 추정오차를 구하기 위하여 식(11)을 식(15)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\vec{e}_{0|k_w} - \vec{e}_0 = \left[\sum_{i=1}^{k_w} \frac{[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]^T [HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]}{S_i} \right]^{-1} \left(\sum_{i=1}^{k_w} \frac{[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]^T \delta_i^o}{S_i} \right) \quad (16)$$

한편, 초기치오차에 대한 성분이 올바르게 추정되어 보상된 경우, 보상후의 잔류오차 성분인 $\{\delta_i^o, i=1, 2, \dots, k_w\}$ 는 영평균 백색잡음이고 그 공분산이 S_i 와 유사할 것으로 생각할 수 있으므로, δ_i^o 의 공분산이 S_i 와 같다고 가정하고 식(16)으로부터 초기치오차의 추정오차 공분산을 계산하면 식(17)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \text{Var.}\{\vec{e}_{0|k_w}\} &= E\{[\vec{e}_{0|k_w} - \vec{e}_0][\vec{e}_{0|k_w} - \vec{e}_0]^T\} \\ &= \left[\sum_{i=1}^{k_w} \frac{[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]^T [HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j]}{S_i} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

이제 식(15)와 (17)로 주어지는 초기치오차 추정치와 그 오차공분산을 이용한 초기오차 보상식을 유도하자. 우선 상태변수에 대한 보상식은 식(10)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\vec{x}_{k_u|k_w}^u = \vec{x}_{k_u|k_w} - \prod_{i=0}^{k_w-1} M_i \vec{e}_{0|k_w} \quad (18)$$

여기서 $\vec{x}_{k_u|k_w}^u$ 는 보상된 상태변수이다. 상태변수

오차 공분산 보상식은 식(17)과 식(18)로부터 다음과 같이 보상한다.

$$\widehat{P}_{k_w}^u = \widehat{P}_{k_w} + \left[\prod_{i=0}^{k_w-1} M_i \vec{e}_{0|k_w} \right] \text{Var.} \{ \vec{e}_{0|k_w} \} \left[\prod_{i=0}^{k_w-1} M_i \vec{e}_{0|k_w} \right]^T \quad (19)$$

이상의 결과를 요약하여 정리하면 표 1의 확장칼만 필터를 구동시키고, 초기오차 추정 윈도우 내에 있는 F_i 와 K_i 들을 이용하여 식(15)와 식(17)에 따라 초기 오차 추정치 및 그 추정오차 공분산을 계산하며, 식(18)과 (19)를 이용하여 초기오차가 보상된 필터를 얻는다. 일단 보상이 완료된 후에는 추가적인 보상은 필요없으며 표 1의 필터 알고리즘만을 이용하여 상대거리를 계속 추정하게 된다.

한편, 위에 제시한 알고리즘의 주요 수식인 식(15), (17), (18), (19)는 $\prod_{j=0}^i M_j$,

$$\sum_{i=1}^k \frac{\left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]^T \left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]}{S_i},$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{\left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]^T \delta_i}{S_i}$$

의 세 가지 요소들로 이루어져 있음을 알 수 있으며, 이들은 다음과 같이 쉽게 순환적(recursive) 형태로 바꾸어 쓸 수 있음을 알 수 있다.

$$\prod_{j=0}^i M_j = M_i \prod_{j=0}^{i-1} M_j \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{\left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]^T \left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]}{S_i} = \frac{\left[HF_{k-1} \prod_{j=0}^{k-2} M_j \right]^T \left[HF_{k-1} \prod_{j=0}^{k-2} M_j \right]}{S_k} \quad (21)$$

$$+ \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]^T \left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]}{S_i}$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{\left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]^T \delta_i}{S_i} = \frac{\left[HF_{k-1} \prod_{j=0}^{k-2} M_j \right]^T \delta_k}{S_k} \quad (22)$$

$$+ \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\left[HF_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j \right]^T \delta_i}{S_i}$$

식(21)과 식(22)에서 $F_{i-1} \prod_{j=0}^{i-2} M_j$ 는 식(20)을 이용하면 순환적 형태로 구현할 수 있다. 결과적으로 본 논문에서 제안한 초기오차 추정 알고리즘은 순환적 형태로 구현이 가능하며, 이러한 사실은 제안된 알고리즘이 매우 적은 계산량으로 구현 가능함을 의미한다.

이상과 같이 시선각 변화를 측정치를 이용한 거리 추정필터 및 초기 편향오차 보상 알고리즘을 유도하였다. 제안된 필터는 2차이고 측정치도 1차원이므로 매우 작은 계산량을 요할 것으로 예상된다. 또한 초기 편향오차 보상 알고리즘은 윈도우 내에서만 구동될 뿐 아니라 그 구조도 순환적으로 구성할 수 있으므로 매우 작은 계산량으로 구현할 수 있을 것으로 기대된다. 다음 장에서는 제안된 방법을 이용한 필터 설계

예를 제시하였으며, 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 검토하였다.

3. 시뮬레이션

본 장에서는 간단한 시나리오에 대하여 2장에서 유도한 거리추정필터의 성능을 검토하였다. 성능분석을 위한 시뮬레이션은 그림 2에 도시한 상황에 대하여 수행되었다. 표적에 대한 초기 시선방향을 x축으로 하고 이에 수직인 방향으로 y축을 설정한다. 표적의 운동은 등속직선운동을 가정하였으며 이 때 속도는 크기 S_t , 지향각 ψ_t 를 유지한다고 가정하였다. 유도탄은 속도 S_m 으로 운동하며, 유도탄의 속도 지향각(heading angle) ψ_m 의 초기치는 0으로 선정하였다. 본 논문에서 고려한 조우 조건은 유도탄과의 초기거리 $r_0 = 15 \text{ Km}$, 유도탄과 표적의 속력 $S_m = 300 \text{ m/sec}$, $S_t = 10 \text{ m/sec}$ 인 경우이며, 표적의 초기 지향각 ψ_t 가 0도인 경우를 고려하였다. 한편, 기동 가속도 a_m 은 항상 속도에 대하여 수직으로 주어진다 가정하여 유도탄의 비행 궤적을 만들어줌으로써 유도탄의 속도의 크기 S_m 은 일정한 값을 유지하도록 하였다.

일반적으로 피동거리추정필터는 그 비행궤적에 따라서 가관측성이 변화하는 것으로 알려져 있다. 거리추정에 적합한 비행궤적을 얻기 위하여 본 논문에서 제시한 필터의 가관측성(Observability)에 대하여 간단히 알아보자. 가관측성 문제를 개념적으로 살펴보면 식(2)에서 시선변화율 λ 과 접근속도 V , 유도탄의 가속도 a 를 알고 있는 경우에 상대거리 r 을 구할 수 있는가 하는 문제로 생각할 수 있으며, 이 문제는 시

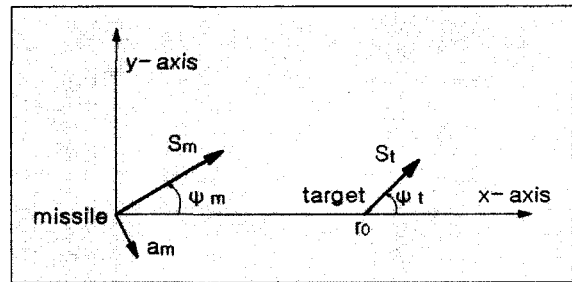
선변화율의 변화율 $\dot{\lambda}$ 을 λ 로부터 쉽게 구할 수 있다는 사실을 생각한다면 대부분의 경우에 단순한 산술 계산만으로 상대거리를 쉽게 얻을 수 있음을 알 수 있다. 즉, 제시한 필터는 대부분의 경우에 가관측성이 있다는 뜻이다.

이를 보다 자세히 설명하기 위하여 논문의 식(2)를 다음과 같이 정리한 형태를 생각해 보기로 하자.

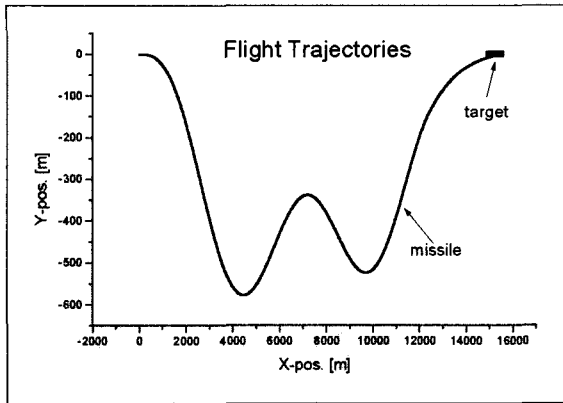
$$\dot{\lambda} = (2V\lambda + a) \frac{1}{r} \quad (23)$$

이 식에서 가관측성이 사라지는 경우, 즉 상대거리가 0이 아닐 때 r 을 구하지 못하는 경우는 $\dot{\lambda} = 2V\lambda + a = 0$ 로써 유도탄이 표적을 향하여 직진하는 경우를 제외한다면 거의 발생하지 않는 경우이다. 이러한 결과는 표 1의 필터 알고리즘에서 Observability Grammian을 계산하여 보아도 마찬가지로 얻을 수 있다.

따라서 본 논문에서는 표적에 대한 가관측성을 확보하기 위하여 표적과 유도탄간의 거리가 3Km에 도달할 때까지 $1.5g \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right)$ 의 가속도로 기동시키고, 그 이후는 항법상수 3을 가지는 순수비례항법유도법칙(Pure Proportional Navigation Guidance Law)에 따라 가속도를 만들어 호밍시켰다. 이 경우 발생하



[그림 2] 시뮬레이션시 고려된 초기 조우 조건(Initial Engagement Condition for Simulation)



[그림 3] 시뮬레이션시 이용된 호밍계적(Missile and Target Trajectories)

는 호밍계적은 그림 3과 같다.

탐색기는 관성좌표계에서의 시선각 변화를 λ 를 측정할 수 있다고 가정하고, 식(24)와 같이 모델링하여 사용하였다.

$$\lambda_k^m = \frac{x_k \dot{y}_k - \dot{x}_k y_k}{x_k^2 + y_k^2} + \vec{v}_k^c \quad (24)$$

식에서 $x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k$ 는 각각 시간 $t = k\Delta t$ 에서 x축 상대위치, y축 상대위치, x축 상대속도, y축 상대속도를 나타낸 것이며, λ_k^m 는 시선각 변화율 측정치를 의미한다. 측정잡음 \vec{v}_k^c 는 영평균 백색정규 분포(zero mean white Gaussian distribution)로 가정하였으며, 공분산은 $R^c = \left(0.03 \times \frac{\pi}{180}\right)^2$ 로 선정하였다.

추적필터는 표 1 및 식(15)~(19)에 따라 구성하였으며, 표적에 대한 접근속도는 유도탄의 속도를 이용하여 구하였다. 필터를 설계하기 위한 파라미터는 측정오차특성의 불확실성, 필터의 추정성능 등을 고려하여 다음과 같이 선정하였다. 실제로 피동거리추정을 위한 필터를 설계하는 경우, 공정잡음 공분산이 과도

하게 크면 필터의 수렴성능이 대단히 악화될 수 있으며, 측정잡음 공분산은 실제 측정치의 오차특성을 정확히 알기 힘들므로 필터의 밴드폭과 측정오차특성의 불확실성을 감안하여 적절한 수준으로 결정하는 것이 필요하다.

- 상태변수 초기치 : $\hat{x}_{00} = \left[\frac{1}{10000} \lambda_0^m \right]^T$

- 초기 공분산 : $\hat{P}_0 = \text{diag}\left\{3000^2, 4\left(0.3 \frac{\pi}{180}\right)^2\right\}$

- 공정잡음 공분산 :

$$Q_k = \text{diag}\left\{\left(\frac{30}{\hat{r}_{k-1|k-1}}\right), \left(0.001 \times \frac{\pi}{180}\right)^2\right\}$$

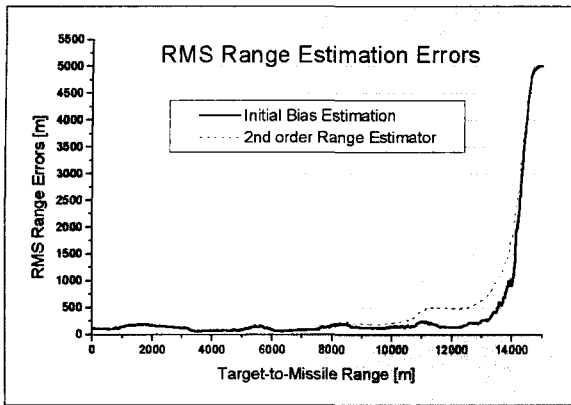
- 측정잡음 공분산 : $R = \left(0.05 \frac{\pi}{180}\right)^2$

- 초기오차 추정시 이용한 data의 개수 : $k_w = 150$

위에서 λ_0^m 는 필터구동개시시간의 시선각 및 그 변화율 측정치이다.

마지막으로, 식(2)에서 알 수 있듯이, 시선변화율의 운동방정식은 상대거리가 감소함에 따라 밴드폭이 급격히 증가하는 특성을 가지며, 더욱이 호밍 유도탄인 경우에는 거의 표적을 향하여 똑바로 접근하는 형태가 되어 가관측성이 현저히 저하되므로, 유도탄이 표적에 근접한 경우에는 필터의 추정성능이 급격히 저하될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 표적과의 상대거리가 500m이내인 곳에서는 추정필터를 구동하지 않고 이전의 상대거리 추정치를 유도탄의 속도를 이용하여 감소시키는 방식을 적용하였다.

그림 4는 50회 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 구한 상대거리 추정오차의 시간에 대한 RMS(root mean square) 값을 보인 것이다. 그림에서 실선은 제안된 필터에 의하여 구해진 값이며, 점선은 참고문헌[4]에서 제시한 필터에 대한 결과이다. 참고문헌[4]의 필터는 표 1의 필터와 유사한 형태의 2차원 거리



[그림 4] 실제상대거리에 대한 RMS 상대거리추정오차(Range Estimation RMS Errors)

추정필터로서 초기오차에 대한 보상 알고리즘을 포함하지 않는 필터이다.

그림을 살펴보면 두 필터 모두 초기에는 유도탄의 진행방향과 시선방향이 일치하므로 가관측성이 충분히 확보되지 않아 큰 초기오차의 감소속도가 느리나 유도탄의 기동으로 인하여 속도 및 위치 벡터가 변화하여 가관측성이 확보되면 거리추정오차가 점차로 감소함을 볼 수 있다. 그러나 거리추정오차가 감소하더라도 초기오차보상알고리즘을 이용하지 않은 경우에는 상당히 느린 속도로 감소하는데 반하여, 본 논문에서 제안한 필터는 초기오차보상 알고리즘을 적용하여 빠른 수렴성을 보여줌을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 HOJ하는 함대함 유도탄의 경우와 같이, 표적과의 초기 거리오차에 대한 불확실성이 매우 큰 경우에 적용할 수 있는 상대거리 추정 필터를 제안하였다. 제안된 필터는 표적과 유도탄간의 상대운동이 2차원 평면상에서 표현될 수 있는 경우에 대하

여 유도되었으며, 표적과의 상대거리와 시선각변화율의 2가지 상태변수만을 채용하여 구성됨으로써 매우 작은 계산량으로 구현이 가능하다. 또한 초기 거리오차를 최소자승법을 이용하여 추정하여 보상함으로써 초기거리오차가 큰 경우에도 우수한 수렴성을 가진다. 시뮬레이션 결과 제안된 필터는 양호한 거리추정성능을 보임을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] Nordon, S.C. and Aidala, V.J., "Observability Criteria for Bearings-Only Target Motion Analysis", IEEE Trans. on Aerosp. and Electro. Syst., Vol.17, 1981.
- [2] Song, T.L., "Observability of Target Tracking with Bearings-Only Measurements", IEEE Trans. Aerosp. and Electro. Syst., Vol.32, 1996.
- [3] Song, T.L. and Um, T.Y., "Practical Guidance for Homing Missiles with Bearings-Only Measurements", IEEE Trans. Aerosp. and Electro. Syst., Vol.32, 1996.
- [4] 황익호, "함대함 유도탄을 위한 거리추정필터 설계", 국방기술연구, 국방과학연구소, 1999년 10월.
- [5] 황익호, "상대속도와 시선각속도 정보를 이용한 2차원 거리 추정 필터", 제14회 한국자동제어학회 학회 논문집, 1999년 10월.
- [6] Blakelock, J. H., *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, Inc. 1991.
- [7] Gelb, A., et. al, *Applied Optimal Estimation*, MIT Press, 1979.