

형이상학과 수학적 추상에 관한 소고

동신대학교 컴퓨터디지털영상학부 전산수학과 李建喆

Abstract

The present paper aims to show basic substitution between metaphysics and mathematical abstraction in the philosophy of mathematics.

The general truths of metaphysics and the truths particularly relevant to the nature of mathematical abstraction serve as speculative guides in ordering the content and discussing the nature of the multiple questions which lie between the disputed frontiers of metaphysics and mathematical abstraction.

0. 서론

실제와 인식에 관한 이론철학인 형이상학(metaphysics)은 수학적 추상개념과 대치되며, 이러한 본질적으로 다른 시각에는 여러 가지 요소가 원인이 된다.

수학은 현재 다른 학문에 비교할 수 없이 중요한 위치를 차지하고 있고 우리 역사의 철학적 배경과 현재의 철학적 추세는 수학, 과학, 형이상학, 윤리학 그리고 신학에 대해 지나치게 관여하는 것으로 알려져 있다.

또한 대부분의 철학자들은 수학적 공리에 무관심하였다. 이러한 철학적 지식의 결핍은 수학의 추상적인 과정과 상징주의의 어려움, 시간과 흥미나 수학적 재능의 부족 그리고 철학적 입장의 관점에서 그저 편한 대로 생각하는 것에서 비롯한다. 그리고 수학자들은 우주를, 철학에서는 수학적 추상개념의 관점만으로 비판하였다.

만약 수학자가 논리적, 형이상학적, 과학적 그리고 철학적 추상개념을 무시하거나 소홀히 한다면, 이상한 결과가 나올 것이고 존재에 대한 형이상학적 유추나, 물질과 사건, 질과 양 그리고 물질과 영혼의 구분에 대한 그 중요성을 상실할 것이다.

또한 수학에 관한 합법적인 입장과 잘못된 입장을 함께 두려는 노력은 특히 형이상학

적 추상의 관계에 대한 이러한 분류들이 겹치는 것과 서로 충돌하는 것을 직면하게 된다. 그러나, 이것은 분류의 부적합성에 기인하는 것이 아니라 인간과학과 지식의 일치에 기인하는 것이고, 지성은 통합과 진리를 추구한다는 사실에 기인한다.

수학에 대한 이러한 짧은 고찰과 설명은 본질적으로 이 글의 논의의 범위를 제한하게 하고 본질적으로 우리의 의도는 형이상학자들에게 적합한 수학적 추상 그 자체를 설명하려는 것이다.

가능하다면 형이상학적 관점에서 이러한 현재의 논의들이 추론적 과학의 순서 안에서 수학을 안전하게 올바른 자리에 위치시키는 본질적인 관련성에 의미를 부여하는 데 어떻게 기여했는지를 보여 주는 것이 목적이다.

따라서 추론적 수학이 추상적이라고 주장하기 위하여, 추론적 과학은 수학자들에 의해 제시된 현재의 모든 이론에 반대하는 위치에 서지 않는다.

일반적으로 제시한 많은 이론이 추론적 과학으로서의 수학의 완전한 본질에 대한 편파적인 강조이고 관점들이다. 그 이론들은 자주 수학의 외곽 범주에 있는 문제들을 다루고, 편파적인 진리와 오류로서 그것들이 어떻게 형이상학과 수학의 일반적인 범주에 들어가는지를 설명하기 위하여 적절하게 정리할 필요가 있다.

1. 형이상학

형이상학은 인간 지식에 적용하는 독특한 방식을 가지고 있고 인간의 현실의 학문에서의 단독적인 적절성이 있다. 그러나 이러한 의문의 타당성은 인간 본질의 통합은 이중의 원리, 정신 그리고 문제로부터 발생한다라는 진실을 고려한다.

데카르트와 많은 사람들에 의해 거부된 이러한 형이상학적 이원주의(dualism)는 단독적으로 경험주의자들의 감성에 대한 강조와 이상주의자들의 정신에 대한 강조에 포함된 진실의 가능성에 대해 강조한다.

진정한 철학은 사물을 그 자체로 여기며, 철학의 현실에 대한 사상을 현실에 의해서 가능하도록 하는 데 철학은 수학과 모든 지식에서 이러한 현실에 관하여 사색하고 추론한다.

형이상학에서 정신은 사물의 존재와 관계가 있기 때문에 정신은 더 이상 현실과 결합된 것을 추상하지는 않는다. 왜냐하면 그것은 사물의 존재의 분리와 마찬가지로 것이고 정신은 오류를 범하게 될 것이기 때문이다. 형이상학의 판단에서는 존재는 비존재와 동

등한 것이 아니라고 말한 것처럼 현실에서 실제로 분리되어 있는 것만을 분리할 수 있다. 따라서 더 정확하게 말하자면 형이상학은 추상의 과정에 근거하기보다는 분리의 과정에 근거한다.

그렇다면 형이상학의 과학적 판단은 주로 분리와 부정을 통한 실질의 조직에 대한 선언이다. 예를 들어 한 존재의 다른 존재로부터의 분리를 앎으로서만 존재가 존재한다는 것을 식별할 수 있다. 비슷하게 한 존재는 다른 존재로부터의 구분과 사물 내에서 구분이 없는 것을 이해함으로써만 단일성이 있다고 확신할 수 있다. 단순한 이해의 완전한 추상이나 형식적 추상에서 정신은 존재의 특정한 관점에만 관련이 있다.

정신은 한 사물이 결합되어 있을지도 모르는 다른 것은 알거나 고려하지 않은 채 한 사물을 추상하고 이러한 현실의 특정한 견해에 관한 판단과 관련이 있다. 형이상학에서 정신은 사물의 존재와 현실 자체의 존재론적인 조직을 아는 것을 목적으로 한다. 따라서 정신의 초기적 과정은 현실의 본질에 대해 확신하기 위하여 사물들의 분리에 대한 단정을 짓는 것과 관련이 있다.

형이상학은 모든 과학과 마찬가지로 궁극적으로 감각에서 발생하였다. 그러나 그 존재에는 문제와는 별개인 것을 과학적 대상으로 포함시킴으로써 형이상학이 관련하는 것들은 지각되고 알려지고 정의된다는 데에서 결국 문제에 좌우된다. 이러한 비실체적 방식으로 어떤 경우에는 잠재성과 실제성인 사물과 같은 문제로 존재하는 것에 대하여 알지만 그러한 것들의 본질에 대해서 문제들이 꼭 결합되어 있는 것은 아니다. 게다가, 비완벽성과 유사함을 제거하고 부정하는 과정을 통해 모든 존재의 궁극적 원리인 신에 대한 지식을 습득할 수 있다. 형이상학은 존재하는 것에 대해서 다룬다는 것이 옳다고 본다.

그렇다면 형이상학의 전수되는 뛰어남은 형이상학이 현실의 존재에 대한 실제의 과학적 습득이고 인간의 정신이 알 수 있는 것을 습득할 수 있는 가장 완벽한 방법이라는 사실에 기인한다.

어떤 식으로든 형이상학이 존재하는 것에 대해 다루는 한 형이상학은 본질, 우연성, 실제성 그리고 잠재성의 영역으로서의 정신 외부적 현실을 다루는 과학일 뿐만 아니라, 특정 과학들의 본질과 존재와 과학 사이의 관계에 대한 적절한 관련이 있다. 사실, 형이상학은 사상가들이 꿈꿔 오고 철학적 사고를 하는 과학자들과 수학자들이 그 지식을 추구하는 보편적 과학이다.

형이상학은 존재하는 것을 제한함으로써 제한할 수 있는 세계관과 인생관을 제시한다. 그리고 형이상학이 사용하는 과학적, 교리적 기능에 대한 결과로서의 형이상학은 주로 과학의 철학이나, 수리철학인 인식론으로써 불리는 변호적이고 회유적인 역할을 한다. 그러나 추론적인 사상가가 형이상학의 존재를 부정하면서 비판적인 가면을 쓴다면

그는 그것에 의하여 그가 이미 수용한 사상의 타당성을 부정하는 서투르고 모순적인 입장에 자기 자신을 내놓게 되는 것이다.

많은 현시대의 사상가들에서 형이상학적 위치를 대신하는 논리는 완전한 추상이나 형식적 추상, 혹은 완전한 분리나 형식적 분리의 추론적인 과학은 아니다. 추론적인 과학에서 궁극적인, 과학적 기질로서의 형이상학은 존재에 대한 지식과 비판적인 기질인 판단을 정신 속에 부여한다. 과학적 기질로서의 형이상학의 능력은 칸트의 시대부터 부정되었다. 비록 자주 논리나 철학과 동일시되더라도 형이상학적 능력의 결정적이고 조직화하는 역할에서, 그것의 타당성은 여전히 보편적으로 알려져 있다.

형이상학을 수학적, 과학적, 논리적 추상개념에서 베이컨, 데카르트, 라이프니츠, 칸트는 이러한 관점에 대해 탄식했고, 그들이 형이상학을 수학적, 물리적 혹은 논리적으로 만들려는 노력은 오늘날까지 알려지고 있다.

형이상학이 제공하는 이러한 다차원적 관점에서 볼 때 수학에 있어서 현재의 지각의 완전한 의미는 수학을 형이상학에 대치시키는 것일 뿐이라고 쉽게 여겨진다. 그러나 형이상학의 존재나 타당성을 부인하면서 추론적인 사상가들은 다양하게 논리주의, 물리학주의 그리고 수학주의의 경향으로 기울게 되고 그들만의 형이상학적 범위에 따라 이상주의나 회의주의로 기울기도 한다.

예를 들어 어떤 철학이든 비판적이고 논쟁적이며 설득적이고, 논리와 동등한 것으로서 수학은 비교적 연역적이고 구조적이라면 궁극적인 관점을 제시한다. 비록 틀리기는 하나 이러한 관점은 실제적이고 논리적인 존재에 대한 고찰을 조절하고 특징짓는 것이며 논리적 가설이나 수학적 정밀함으로 현실의 본질을 명명하게 되는 것이다.

원리와 방법과 추상적인 것들과 특별 과학의 제한된 관점은 의지의 행위에 의해 형이상학적 관점과 혼동되고, 심지어는 현실 그 자체도 그러한 잘못된 관점의 수용을 수정할 수 없다.

앞에서 언급한 형이상학자와 수학자 사이의 구분은 자연스럽게 수학에 관련된 형이상학의 현재의 상황을 설명해 준다. 매우 발달된 과학의 상속자로서 현대의 수학자는 이러한 수학적 교리의 실체를 체계적이고 독립적인 과학으로 재정리하고 재건하려고 노력하고 있다.

형이상학은 비판적이고 변호하는 기능만을 가지는 것은 아니다. 형이상학은 그것이 최고의 과학인 한, 우리의 정신 속에 질적인, 그러나 구분가능하고 고유한 기질을 심어 준다는 점에서 다른 과학과 비슷한 과학이며, 다음과 같은 두 가지 기능을 한다.

첫 번째, 실제적으로 사물에 대한 과학적인 지식을 부여한다.

두 번째, 형이상학은 과학적이고 비과학적인 인간 지식의 진실, 가치 그리고 타당성을 비판하고 옹호하며 과학 사이의 관계를 중재한다.

수학에 관한 철학적 고찰에서 형이상학의 두 기능은 이 글 전체에 이용되었다는 내용과 같은 것이다. 과학 논리에 기여하는 형이상학의 첫 번째 기능에서 형이상학은 사물의 존재에 관한 과학이고 존재하는 어떤 것이든 다룬다. 이러한 식으로, 형이상학은 일반적 본질, 과학의 통합성과 복수성 그리고 특정한 과학의 본질과 기능에 관한 문제에 대한 답을 제시한다.

비판적이고 옹호적인 기능에서 형이상학은 수학적 추상개념의 진실과 적절성보다는 다른 과학적 추상과정들의 진실과 적절성을 타당화하는 데 쓰일 것이며, 수학이 과학 이전의 지식과 관련이 있는 복잡한 관계를 정렬하고 특히 오늘날 생겨나는 다수의 과학을 정렬하는 데 쓰일 것이다.

2. 수학적 추상

수학적 추상개념의 본질과 관련된 철학적 의문의 합리적인 분야가 있다. 이러한 관점은 수학의 비판적 철학, 수학의 인식론, 수학의 형이상학, 초수학, 직관주의 그리고 논리주의와 같은 다양한 이름으로 나타나는 의문의 분야와 비슷한 점들을 가지고 있다. 그러나, 그렇게 수학과 관련 있는 철학이란 단어는 현재 매우 자유적이고 부정확한 의미를 가지고 있다. 일반적으로 철학은 단순히 비판적 기능으로만 여겨지거나, 단순히 판단하는 능력으로만 여겨지거나, 수학적 지식의 분석에서 제재를 가하거나 경고를 하는 측도 정도로만 일컬어진다. 그러나, 우리가 다루는 수학과 수학의 추상개념이 기본이 되고 중심이 되는 철학은 더 정확하고 범위가 넓은 용어의 사용과 관련이 있다.

수학은 추상적인 과학이다. 수학은 개념들의 추상적 상태에 있어 감성으로부터의 궁극적 기원이나 현실에 대한 재적용성에 상관없이 개념을 다룰 수도 있다. 따라서 논리적 개념과 형이상학적 개념으로부터 수리개념을 구분하는 것은 엄밀하고 섬세하며, 정신이 이상주의에 빠지기 쉽게 하고 이러한 개념들을 쉽게 동일시하게 한다.

수학자들은 그들이 정신의 실제적인 수학적 연산을 수행하면서, 수학적 추상(mathematical abstraction)이라는 과학의 단계까지 자신의 정신을 수학자로서 사용할 때만 존재한다. 또 다른 시대에 그들은 수학적 관념을 그의 기억 속에, 어떤 수학적 유희성을 상상 속에 그리고 결과의 과학적인 기질을 정신 속에 간직하고 있다.

이러한 관점을 설명하기 위해 한 학생이 미적분학에 관련이 있다고 가정해 보자. 학생이 실습을 이해하거나 문제를 풀기 위해서 미적분학의 정확한 정의나 그 역사를 알아야 할 필요는 없다. 중요 문제는 이미 그에게 제시되었고, 증명적 특징의 방법은 이용되었다. 그리고 그 학생이 수학적 추상을 할 수 있다면, 미적분학의 질과 양의 특징을 이해하게 된다. 만약 수학에 관한 적합한 중요 문제의 존재성을 의심한다면 수학의 존재가 구조나 정의에 의해 그에게 보여지기 전까지 학생은 과학을 그 이상 공부할 수 없을 것이다. 만약 그가 실습의 방법을 의심한다면, 과정의 논리를 그에게 보여 줄 필요가 있다.

그가 이 두 가지를 모두 인정하고 수학적 추상이 가능하다고 가정할 때, 상상력의 도유와 많은 정신적 추상의 행위로 미적분학의 기질을 습득하게 된다. 혹은 전문가로서의 수학자의 경우를 보자. 그는 풀어야 할 문제와 해결의 방법과 같이 주어진 것에 관심이 있다. 이러한 수학자는 구조와 관계, 상징과 조화의 법칙을 고려하거나 수학적 결과로 구체화될 수도 있는 추상적 관계를 단순히 반영한다. 그러나 수학자가 수학의 의미에 대해 의심하거나, 수학의 응용성이나 논리에 대한 관계를 의심할 때 그는 이미 수학 자체를 형이상학의 관점에 의해 고려하기 시작한 것이다. 그가 이러한 새로운 관점을 알고 있지 않는 한, 그는 그가 수학적 추상에서 알고 있는 존재를 다른 개념과 혼동하거나 동일화할 수도 있다.

이러한 수학적 추상의 적합한 입장과 기능에 대한 불완전한 이해는 철학의 수학과 관련된 현재의 대부분의 조사와 관찰을 특징짓는다. 숫자나 기능의 근본적 본질인 수학적 존재개념으로서의 수학에 관한 그러한 의문은, 비록 내부적 일치와 개념의 정확함과 같은 수학적 방법으로 다룰 수 있다 하더라도, 형이상학이나 논리에 속하는 것들이다.

수학적 추상의 학설을 소홀히 여김으로써 생긴 잘못된고 이상한 이론적인 결론 중에는 수학의 기초에 관한 토론에서 나온 자가당착과 모순이 실례가 된다. 수학적 추상의 한계와 유일성의 한 예로써 수학과 상상의 관계를 보자. 한 수학자가 수학에서의 발명의 심리학을 검토하고 싶어하거나, 상상과 수학적 추상의 관계를 설명하고 싶어한다고 가정하자. 심리학에 맞는 의문인 상상의 존재와 본질은 수학적 실체의 본질과 존재가 형이상학에서 확정된 것과 같은 식으로 여겨진다. 따라서 그러한 조사는 심리학적 태도, 수학적 태도도 가지지 못한다. 왜냐하면 그것은 이 두 과학의 증명 범위의 밖에 있기 때문이다. 그리고 이것은 심리학적 과제와 수학의 관계를 정립시키기 때문에 형이상학적이다.

우리는 형이상학과 심리학 모두의 타당성을 인정하고 수학과 대조하여 이러한 두 과학에 타당한 추상개념의 관계를 이해하기 전에는 그 관계를 성공적으로 설명해낼 수 없다.

수학 기초에 관한 학파 중의 하나로부터 나온 이러한 예는 수학적 추상과 비수학적 추상 사이의 구분을 보여 주기에 알맞다.

수학은 미리 정해진 규칙 또는 규약에 따라 조작되거나 결합되는 형식적인 기호 또는 표현으로만 이루어진다는 입장인 형식주의(formalism)라고 불리는 이론은 표현의 의미에 관한 문제를 제기하지 않는다.

수학적인 이론은 수학에 관한 이론에서 무엇이 구분되어야 하는가의 문제가 발생한다. 수학은 구조(structure), 분류(categoricalness) 그리고 일관성(consistency)과 같은 문제를 다룬다. 이러한 힐베르트의 형식주의 관점(이 관점은 수학의 과학을 거의 과학이라고 여기지 않는다)이 맞던 틀리던 간에, 그러한 수학자의 활동과 더 추상화된 수학의 관점 사이의 구분이 있다는 것은 자명하다.

수학의 논리적 관점과는 다르게, 형식주의와 직관주의는 수학적 추상개념과 수학의 대안 사이의 기초적인 구분을 제시하는 것으로 보인다.

본질적 존재로서 기호와 상징을 주장하는 형식주의는 수학적 방법의 형식적 특징을 알리고 수학과 상징주의의 중요성의 변증론적 관점을 알린다. 그러나 형식주의는 수학 그 자체가 무엇인가에 대하여는 적절하게 답하지 못한다. 형식주의는 수학의 비수리과학들에 대한 기원과 관계에 대해 고찰하지도 않고 아마도 의미 없는 것으로 보이는 기호들의 단순한 반복과 순서가 어떻게 수리과학인지, 혹은 어떻게 우리로 하여금 실제적 사물을 셀 수 있게 하는지에 대해서도 대답하지 않는다.

논리주의는 수학이 논리를 지지하는 것이고 수학의 형태아래 논리는 연역적 추론, 상징주의, 그리고 수학적 방법론의 전체 문제에 있어서 불화를 일으켰다. 그러나 논리의 수학적 것과 논리적인 것의 동등함과 제시된 논리적 결론에 대한 주장은 아직 증명되지 않았고, 논리주의는 언급되지 않는 진정한 추론적 문제의 전체 그룹을 남겼다.

비록 직관주의(intuitionism)가 심리학과 수학에 대한 경험 사이의 밀접한 관계를 재도입하지만, 수학적 직관은 인간의 독창적인 경험이라고 주장하고 수학을 구조가능성과 동등시하려고 시도함으로써 형이상학적, 역사적 그리고 심리학적 가설로 가득한 불완전한 해결책을 제시한다.

수학의 완전한 본질을 설명하는 철학적 제안으로 여겨지는 이러한 이론들은 지식의 형이상학을 포함하고 이상주의(idealism)나 경험주의(empiricism)로 흐르는 것으로 보인다.

이러한 이론들은 현재 외부에 알려진 형이상학적 편견, 모든 철학적 추론에 대한 편파적인 시선, 형이상학적 훈련과 직관의 부족함에 대한 일반적인 표시일 뿐이고, 이러한

것들은 모두 수학에 대한 추론적 반영의 영역에 영향을 미쳤다. 그러나 동시에 이러한 수학의 기초와 관련된 의문에 대한 전체적인 검토는 다시 수학을 형이상학, 논리학 그리고 심리학과 다른 과학에 분리될 수 없게 결합하고 더 넓은 관점에서는 그 자체를 문명화하고 교양화하는 다차원적이고 다양한 관계를 드러내었다.

이제, 수학이 현재의 수학적 고찰을 제시한다는 정당한 관점의 요점을 살펴보기 전에 수학주의(mathematicism)의 허위 형이상학적 관점을 명확히 해야 한다. 수학주의는 수리철학, 수학적 이상주의, 수학적 - 형이상학적 철학, 보편적 수학 그리고 넓은 의미에서 과학주의(scientism)와 같은 많은 이름에 나타난다.

짧게 말해, 수학주의는 수학적 추상만이 우주에 대해 타당한 관점을 제공하고 결국 수학이 유일한 과학이라고 주장한다. 이러한 사상의 추종자들은 수학의 추상적 관점과 방법론만이 과학적, 수학적 혹은 일반적 지식의 문제를 다룰 자격이 있다고 주장한다.

이러한 관점에서 수학은 모든 과학과 동등하고, 철학, 생물학, 화학 그리고 그 외의 일반과학 모두 수학적이거나 수학적이 되는 것을 목표로 삼아야 한다. 우주에 대한 이런 과도한 축소주의적 관점은 현실의 모든 것을 수학의 잣대에 종속시키고, 다양한 것을 수학적이라는 한 가지 관점에 종속시킨다.

수학주의의 다양하고 분간할 수 있는 종류의 일반적인 특징이 다음과 같다.

첫 번째, 철학적 합리주의(rationalism), 이상주의(idealism), 실증주의(positivism) 그리고 회의주의(scepticism)라고 주장하는 극단적, 궁극적이고 최종적인 태도이다.

두 번째, 존재의 다양한 종류나 수준을 구분하지 않기 때문에 보편 구체적이고 단일 주장적이다. 수학주의가 궁극적이고, 보편적이기 때문에 축소주의적이라고도 할 수 있다. 이러한 관점에서 형이상학과 철학과 비교했을 때, 질과 양 사이에, 동질성과 이질성 사이에 그리고 유한과 무한 사이의 구분이 없다.

세 번째, 수학적 추상이 현실을 고려하는 엄연한 결정의 관점에서, 양에 관한 것과 더불어 우주의 특성을 분류하는 복잡하고 상세화된 상태에 관하여 분류적 진술을 주장하고 독단화하려는 성향을 보인다. 사상가들을 분류하는 집단에 관하여, 수학주의는 세 가지 그룹으로 세분된다. 물론 이 분류 중 두 개의 관점은 수학자들과 공유할 수도 있다. 수학주의는 이상주의의 형태아래 나타날 수도 있다. 정신의 고대적 기질인 이러한 특이한 태도는 피타고라스, 플라톤, 데카르트, 스피노자에서 그 한 형태를 볼 수 있다. 오늘날에는 진스, 에딩턴, 러셀로부터 볼 수 있다. 수학주의는 그 목표를 성취하지 못했거나, 성취할 것 같지도 않은 과학을 포함하는 모든 과학에 대해 수학적 확실성을 요구하는

자의 주장 아래 경험주의의 형태를 취한다.

네 번째, 수학주의는 실증주의나 논리적 실증주의를 사실로 가정한다. 수학주의는 그러한 항목들만이 언어학적 분석의 과정들에 의해 축소되고 증명될 수 있고 상징적 논리는 과학적 상태를 부여받는다라는 사실을 제시한다. 비록 이러한 관점에서 수학주의가 자주 논리와 동일시되더라도, 수학주의는 궁극적이고 형이상학적인 관점이다.

3. 결론

비록 수학의 과학 내에서 추상화하는 것이 수학자들이라 할지라도, 수학적 과정에 대한 자각적인 분석을 시작한 수학자들은 새로운 추상화를 하는 것이고 형이상학의 추상적인 과정에 들어섰다고 자연스럽게 말할 수 있다. 만약 그러한 추상화가 신중한 의도와 의식 있는 깨달음 없이 실행되었다면, 형이상학적, 수학적 추상화는 동일시되고, 그 불가피한 결과로 사색적인 진실은 파괴될 것이다.

이것은 결국 다른 과학적 추상화에 대한 정신적 싫증과 다른 과학에 대한 고찰을 거만하게 다루는 태도를 초래하는 현재 상태의 초기적 단계에 지나지 않는다.

수학자로부터 형이상학자를 구분하는 것이나 수학의 존재에 관한 의문의 많은 부분을 구분하는 것은 수학의 기초에 대한 논쟁을 할 때 특히 대수롭지 않게 여겼다. 비록 결론과 많이 관련이 있지만 때때로 그가 수학자만이 찾을 수 있고 그 이상으로는 어떤 의문도 제기될 수 없는 수학의 결론이 존재한다고 믿는지, 아니면 과학 내에서 형이상학이 공급의 역할을 하고 수학의 경험과 존재에 대한 관계와 과학들에 대한 관계를 지적해 내는 역할을 한다는 타당성을 부정하지 않으면서 결론의 가능성을 받아들이는지에 대해서 불분명할 때가 있다.

참고 문헌

1. Russel, Bertrand, *Introduction to Mathematical Philosophy*, Macmillan, 1924.
2. Wedberg, Anders, *Plato's Philosophy of mathematics*, Almqvist and Wiksell, 1955.
3. Beth, E. W., *Mathematical Thought: An Introduction to the Philosophy of Mathematics*, Gordon & Breach Science Publisher, 1965.
4. Stephan, K., *The Philosophy of Mathematics: An Introduction*, Harper & Row, 1962.
5. Maziarz, E. A., *The Philosophy of Mathematics*, Philosophical Library, 1950.

6. Korner, S., *The Philosophy of Mathematics*, Hutchinson University Library, 1960.
7. Barker, S. F., *Philosophy of Mathematics*, Prentice-Hall Inc., 1964.
8. Weyl, Hermann, *Philosophy of Mathematics and Natural Science?*, Princeton University Press, 1949.
9. Russell, Bertrand, *Introduction to Mathematical Philosophy*, George Allen & Unwin, 1919