

論文2002-39TE-4-6

## 벨형 퍼지 소속함수를 적용한 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템의 연구

(A Study on Fuzzy Wavelet Neural Network System  
Based on ANFIS Applying Bell Type Fuzzy  
Membership Function)

卞吾星\*, 趙秀衡\*\*, 文成龍\*\*\*

(Oh-Sung Byun, Soo-Hyung Joe and Sung-Ryong Moon)

### 요약

본 논문은 적응성 뉴로-퍼지 인터페이스 시스템(Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System : ANFIS)과 웨이브렛 변환 다중해상도 분해(multi-resolution Analysis : MRA)을 기반으로 한 웨이브렛 신경망을 가지고 임의의 비선형 함수 학습 근사화를 개선하는 것이다. ANFIS 구조는 벨형 퍼지 소속 함수로 구성이 되었으며, 웨이브렛 신경망은 전파 알고리즘과 역전파 신경망 알고리즘으로 구성되었다. 이 웨이브렛 구성은 단일 크기이고, ANFIS 기반 웨이브렛 신경망의 학습을 위해 역전파 알고리즘을 사용하였다. 1차원과 2차원 함수에서 웨이브렛 전달 파라미터 학습과 ANFIS의 벨형 소속 함수를 이용한 ANFIS 모델 기반 웨이브렛 신경망의 웨이브렛 기저 수 감소와 수렴 속도 성능이 기존의 알고리즘 보다 개선되었음을 확인하였다.

### Abstract

In this paper, it could improved on the arbitrary nonlinear function learning approximation which have the wavelet neural network based on Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System(ANFIS) and the multi-resolution Analysis(MRA) of the wavelet transform. ANFIS structure is composed of a bell type fuzzy membership function, and the wavelet neural network structure become composed of the forward algorithm and the backpropagation neural network algorithm. This wavelet composition has a single size, and it is used the backpropagation algorithm for learning of the wavelet neural network based on ANFIS. It is confirmed to be improved the wavelet base number decrease and the convergence speed performances of the wavelet neural network based on ANFIS Model which is using the wavelet translation parameter learning and bell type membership function of ANFIS than the conventional algorithm from 1 dimension and 2 dimension functions.

**Keyword :** ANFIS, backpropagation, fuzzy membership function

\* 準會員, 圓光大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Engineering, WonKwang University)

\*\* 正會員, 順天第一大學 電子情報通信學部

(Dept. of Electronic & Telecommunication Enginee-

ring, SunCheon First College)

\*\*\* 終身會員, 圓光大學校 電氣·電子 및 情報工學部

(Dept. of Electrical Electronic and Information Engi-

neering, WonKwang University)

接受日字:2002年8月22日, 수정완료일:2002年11月15日

## I. 서 론

비선형 회로망에 의한 일반적인 연속 함수 근사는 시스템의 모델링과 증명을 위해 매우 유용하며, 또한 비선형 시스템의 블랙 박스 증명에 사용되었다. 대략 십여 년 전부터 신경망이 입력과 출력 데이터에 적합한 비선형 모델을 위해 일반적인 근사 도구<sup>[1-3]</sup>로써 사용되어 왔다.

다른 한편으로, 최근 연구<sup>[4-7]</sup>에서 웨이브렛의 다해상도 분해 이론이 근사에 아주 적합한 이론으로 판명되고 있다. 그리고 근사 방법으로 전파 신경망과 웨이브렛 분해 이론을 적용한 웨이브렛 신경망 이론<sup>[8-11]</sup>이 최근에 발표되었다. 이와 같은 알고리즘은 웨이브렛 신경망의 학습을 위해 역전파 알고리즘을 사용하였고<sup>[8]</sup>, 이와 같은 웨이브렛 신경망의 주요 특성은 웨이브렛 함수의 일부분이 은닉층에서 일반적인 시그모이드 함수 대신에 비선형 전달함수로써 사용하는 것이다. 현재, 웨이브렛 신경망 구조에는 웨이브렛 기저인 크기와 전달 파라미터가 고정이고, 출력층의 가중치가 조정이 가능하게 한 웨이브렛 기저 고정과 웨이브렛 기저와 출력층의 가중치 모두 조정 가능하게 한 웨이브렛 기저가 가변인 2 가지의 종류가 있다. 여기서 고정된 웨이브렛 신경망<sup>[10]</sup>의 주요한 문제점은 근사 성능에 커다란 영향을 미치는 웨이브렛 기저와 프레임의 선택인데, 이는 많은 웨이브렛 신경이 필요하기 때문에 아주 커다란 복잡한 구조를 형성하여 웨이브렛 기저가 증가를 하여 올바르게 근사에 적용되지 않는 문제점이 발생하게 된다. 그러나 가변 웨이브렛 신경망<sup>[9, 11]</sup>은 역전파 알고리즘을 이용하여 훈련을 함으로써 고정된 웨이브렛 신경망의 단점인 복잡한 구조를 극복하였다. 본 논문에서는 주어진 함수의 웨이브렛 분해와 근사에 아주 중요한 역할을 하는 해상도가 크기 파라미터에 관련되어있다는 것에 착안하여 웨이브렛 신경망 구조, 즉 다해상도(MRA)이론과 벨(bell)형 퍼지 모델을 적용하여 개선된 ANFIS 기반으로 한 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템 구조를 제안하고자 한다. 이는 먼저 가변 웨이브렛을 이용하여 고정 웨이브렛 신경망의 단점인 웨이브렛 신경의 증가에 따른 복잡한 구조를 줄이고, ANFIS 구조의 퍼지를 이용하여 웨이브렛 기저수의 증가를 막고, 웨이브렛의 크기와 전달 파라미터의 수를 줄여 근사 정확도와 유연성을 개선하고자 한다. 본 논문은 다음과 같은

구성을 가지고 있는데, 2장에서는 웨이브렛 신경망의 기본 개념을 소개하였다. 그리고 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템 구조를 3장에서 소개하고, 4장에서는 4가지의 알고리즘을 가지고 1차원과 2차원에서의 모의 실험을 통하여 서로 비교함으로써 여기서 제안하는 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템의 개선된 성능을 보였다. 마지막으로 5장에서는 간단한 결론 순으로 구성이 되었다.

## II. 웨이브렛 신경망

본 논문에서는  $x$ 와  $y$ 를 각각 시스템의 입력과 출력이라 하고, 이 시스템은 일반적인 순설이 없다고 가정하고, 다중 입력 단일 출력(MISO)함수  $f: x \in R^q \rightarrow y \in R$  이라 한다.

함수  $f(x)$ 를 위한 근사 웨이브렛 신경망의 기저 표현 형태는 다음과 같다.

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \omega_k \phi_k(x) \quad (1)$$

여기서  $N$ 은 선택된 웨이브렛 함수의 전체 수이고,  $\omega_k$ 는 은닉층에서 출력층까지의 연결 강도이다. 그리고  $\phi_k$ 는 은닉단의 비선형 전달 함수로써 사용된다. 식 (1)은 기존에 연구된 기본 웨이브렛 신경망 함수이다<sup>[8-10]</sup>. 식 (1)은 전체 3층 구조인 웨이브렛 신경망 모델링 함수  $f$ 의 함수적인 표현이다. 또한 위 식은  $L^2(R^n)$ 에서 정의되고,  $\phi_k \in \emptyset$ 이다. 여기서  $\emptyset$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\emptyset = \left\{ \det(D_k^{\frac{1}{2}}) \psi[D_k x - t_k] : t_k \in R^n, D_k = \text{diag}(d_k), d_k \in R^n_+, k \in Z \right\} \quad (2)$$

여기서  $t_k$ 는 전달 벡터이고, 그리고  $d_k$ 는 대각선 크기 행렬  $D_k$ 를 열거한 크기 벡터이다.

$$D_i = \text{diag}(d_i) = \text{diag}(d^1_i, \dots, d^n_i)$$

식 (1) 형태의 모든 유한 합은 다음 식 (3)과 같다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \det(D_i^{\frac{1}{2}}) \psi[D_i x - t_i] \quad (3)$$

여기서  $t_i$ 는 임의의 전달 벡터이고,  $d_i$ 는 대각선 크기 행렬  $D_i$ 를 열거한 임의의 크기 벡터로서  $L^2(R^n)$ 에서

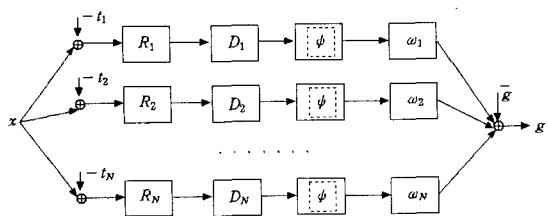


그림 1. 기존의 웨이브렛 신경망 구조(같은 층에 있는 전달, rotation, 크기, 그리고 웨이브렛의 조합은 웨이브론(wavelon)이라 한다.)

Fig. 1. The conventional Wavelet Neural Network Structure(Combination of translation, rotation, size, and wavelet in same layer is wavelon).

정의된다. 이것은 프레임  $\psi$ 의 특히 모든 유한 선형 조합 원소를 포함하고,  $\psi$ 는 다음과 같은 식 (4)와 같이 정의된다.

$$\psi(x) = \psi_s(x_1)\psi_s(x_2)\dots\psi_s(x_n) \quad (4)$$

여기서  $\psi_s$ 는 스칼라 웨이브렛이고,  $x = (x_1, \dots, x_n)$ 이다.

Zhang<sup>[8]</sup>은 웨이브렛 신경망 구조를 아래 식 (5)와 같이 제안하였다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \psi [D_i(x - t_i)] + \bar{g} \quad (5)$$

여기서 추가적인 파라메터  $\bar{g}$ 는 유한 차원에서 nonzero 평균 함수이다.

그리고 식(5)에서 크기의 적응 선택의 보상을 위해서 그리고 더욱 유연한 구조를 만들기 위해 각 비슷한 변환을 가진 rotation을 조합하였다. ○ rotation을 결합한 식은 아래와 같다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \psi [D_i R_i(x - t_i)] + \bar{g} \quad (6)$$

여기서 파라메터  $\bar{g}$ 는 웨이브렛  $\psi(x)$ 이 0을 의미할 때 nonzero 평균을 가진 험수를 쉽게 근사를 만들기 위한 것이다. 그리고  $R_i$ 는 rotation 행렬이다.

<그림 1>은 식 (6)을 설명한 것이다.

### III. 제안한 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템 구조

서론에서 언급한 바를 해결하기 위하여, ANFIS 기반

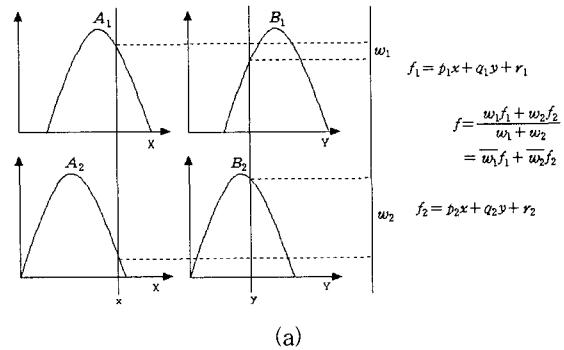
웨이브렛 신경망, 즉 다해상도(MRA)○론에 ANFIS 구조의 벨(bell)형 퍼지 모델을 적용하여 개선한 ANFIS 기반 웨이브렛 신경망 시스템을 제안하고자 한다. 먼저 여기서 기본 ANFIS 구조를 간단히 살펴보면 아래와 같다<sup>[12]</sup>.

$$\text{Rule 1: If } x \text{ is } A_1 \text{ and } y \text{ is } B_1, \text{ then } f_1 = p_1 x + q_1 y + r_1$$

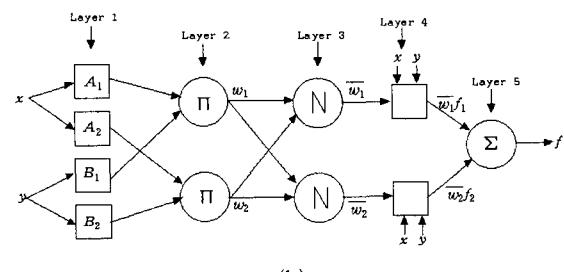
$$\text{Rule 2: If } x \text{ is } A_2 \text{ and } y \text{ is } B_2, \text{ then } f_2 = p_2 x + q_2 y + r_2 \quad (7)$$

여기서 이 퍼지 추론 시스템은 두 개의 입력  $x, y$ 를 가지고, 출력은 1개  $z$ 를 가진다고 가정을 한 1차 Sugeno 퍼지 모델에 대한 두 개 퍼지 if-then 규칙을 가진 일반적인 규칙 집합을 나타낸 식이다. Rule  $i$ 는  $i$ 번째 규칙 ( $1 \leq i \leq N$ )이고,  $x, y$ 는 입력 변수이며,  $f_i$  ( $1 \leq i \leq N$ )는 규칙  $R^i$ 에 대한 국부 모델 출력이다. 식 (7)인 Sugeno 모델을 위한 추론 구조는 <그림 2>에서 설명한다.

<그림 2(b)>에서 각 layer에 대한 설명은 아래와 같다. 여기서  $O_{l,i}$ 로써 layer  $l$ 에서  $i$ 번째 노드의 출력을



(a)



(b)

그림 2. (a) 2개 퍼지 규칙을 가진 2개 입력 1차 Sugeno 퍼지 모델 (b) ANFIS 구조

Fig. 2. (a) Two-Input first order Sugeno Fuzzy Model having Two Fuzzy rule (b) ANFIS Structure.

정의한다.

Layer 1 이 layer에서 각 노드  $i$ 는 노드 함수를 가진 적응성 노드이다.

$$\begin{aligned} O_{1,i} &= \mu_{A_i}(x), & \text{for } i = 1, 2 \\ O_{2,i} &= \mu_{B_{i-2}}(y), & \text{for } i = 3, 4 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $x$  혹은  $y$ 는 노드  $i$ 의 입력이고,  $A_i$  혹은  $B_{i-2}$ 는 이 노드에 관련된 언어 레벨이다. 즉 작다, 크다라는 말로 나타내는 부분이다. 그리고  $O_{1,i}$ 는 퍼지 집합 A의 소속 정도이다. 여기서 A에 대한 소속 함수  $\mu_A(x)$ 는 벨(bell)형 퍼지 소속 함수를 사용한다.

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + |\frac{x - c_i}{a_i}|^{\frac{2b_i}{}}}, \quad (9)$$

여기서  $a_i$ 는 소속함수의 폭의 반절이고,  $b_i$ 와  $c_i$ 는 각각 소속함수의 형태와 중심을 의미한다. 그리고 기울기를 의미하는 형태는 항상 양수를 취하도록 한다( $b > 0$ ). 이러한 파라미터의 값을 조정함으로써 퍼지 집합 A에 대한 소속 함수의 다양한 형태를 얻을 수 있다. 이 layer 1 부분의 파라미터를 전제 파라미터라 한다. 퍼지 시스템 적용을 하기 위해, 도함수 정보는 퍼지 시스템의 학습과 적응에 중요한 역할을 하기 때문에 입력과 파라미터에 관한 소속함수(MF)의 도함수를 알 필요가 있다.

$\mu_A = bell(x; a, b, c)$  일 때,  $x, a, b, c$ 의 각각의 도함수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}}{\partial x} &= \begin{cases} -\frac{2b}{x-c} \hat{y}(1-\hat{y}), & \text{if } x \neq c. \\ 0, & \text{if } x = c. \end{cases} \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial a} &= \frac{2b}{a} \hat{y}(1-\hat{y}). \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial b} &= \begin{cases} -2 \ln |\frac{x-c}{a}| + \hat{y}(1-\hat{y}), & \text{if } x \neq c. \\ 0, & \text{if } x = c. \end{cases} \\ \frac{\partial \hat{y}}{\partial c} &= \begin{cases} \frac{2b}{x-c} \hat{y}(1-\hat{y}), & \text{if } x \neq c. \\ 0, & \text{if } x = c. \end{cases} \end{aligned}$$

Layer 2 이 layer에서 모든 노드는 고정된 노드 라벨  $\Pi$ 로 나타내고, 출력은 모든 입력 신호의 곱으로 한다.

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x) \mu_{B_i}(y), \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

Layer 3 이 layer에서 각 노드는 고정된 노드 라벨  $N$ 이다.  $i$ 번째 노드는  $i$ 번째 규칙 세기의 비율을 계산하고, 이는 모든 세기의 합으로 구성한다.

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

Layer 4 이 layer에서 모든 노드  $i$ 는 노드 함수를 가진 적응성 노드이다.

$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) \quad (12)$$

여기서  $\bar{w}_i$ 는 layer 3에서의 정규화된 세기이고,  $p_i, q_i, r_i$ 는 이 노드의 파라미터 집합이다. 이 layer의 파라미터는 결과 파라미터라 한다.

Layer 5 이 layer에서 단일 노드는 고정된 노드 라벨  $\Sigma$ 으로 나타나고, 모든 입력된 신호의 합으로써 전체 출력을 계산한다.

$$O_{5,i} = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i \bar{w}_i f_i}{\sum_i \bar{w}_i} \quad (13)$$

2장에서 설명한 일반적인 웨이브렛 구조에 대해 상도(MRA)를 적용하기 위해  $f$ 를 다음 식 (14)와 같이 프레임 원소로 재구성한다.

$$f(x) = \sum_{m \in Z^*, n \in Z^*} \langle f, S^{-1} \psi_{m, n} \rangle \psi_{m, n}(x) \quad (14)$$

여기서,  $S$ 는 프레임 연산자  $H \rightarrow H^0$ 이고,  $\psi_{m, n}$ 는 아래와 같다.

$$\psi_{m, n}(x) = \phi^1_{M_1, n_1}(x_1) \phi^2_{M_2, n_2}(x_2) \dots \phi^N_{M_N, n_N}(x_N) \quad (15)$$

여기서  $m = [M_1, M_2, \dots, M_N]^\top$  면,  $n = [n_1, n_2, \dots, n_N]^\top$  이다. 또한  $\phi^i_{M_i, n_i}(x_i)$ 는 다음 식에 의해서 먼저 웨이브렛 함수  $\phi$ 를 크기와 전달에 의해 일반화된다.

$$\phi_{M_i, n_i}(x_i) = 2^{M_i/2} \phi(2^{M_i} x_i - n_i) \quad (16)$$

여기서  $M_i$ 와  $n_i$ 는 각 크기와 전달 파라미터를 나타낸다. 그리고 다해상도 분해는 해상도로써 해석되는 웨이브렛의 크기 파라미터를 나타내는 것이다. 본 논문에서

제안하고자 하는 다해상도를 가진 웨이브렛 신경망의 구조로 식 (17)과 같은데 이는 식 (6)에 다해상도 분해를 적용한 웨이브렛 신경망 함수이다.

$$f(x_i) = \sum_{m,n}^N \omega_{m,n} \psi_{m,n}(x_i) \quad (17)$$

여기서  $N$ 은 선택된 웨이브렛 함수의 전체 수이고,  $\omega_{m,n}$ 은 은닉층에서 출력 층의 비선형 변환함수이다. 그리고  $\psi_{M,n}(x_i)$ 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\psi_{M,n}(x_i) = 2^{M/2} \det(D^{\frac{1}{2}}_i) \phi[2^M(D_i x_i - n_i)] \quad (18)$$

이 함수는 고정 웨이브렛 신경망에서 발생할 수 있는 웨이브렛 신경의 증가를 억제할 수 있는 구조로써, 복잡한 구조를 줄일 수 있는 것이다. 역전파 알고리즘을 이용하여 학습을 함으로써 가변 웨이브렛 신경망은 높은 정확도를 가지고 있으며, 여기에 웨이브렛 기저수의 증가 억제를 하기 위하여 퍼지를 적용함으로써 빠른 수렴을 할 수가 있다.

본 논문에서 얻고자 하는 웨이브렛 신경망 기반 퍼지 시스템의 출력은 아래와 같이 비퍼지화에 의해 얻어진다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i(x) \hat{y}}{\sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i(x)} + \bar{g} \quad (19)$$

여기서,  $\hat{y}$ 는 벨(bell)형 퍼지 소속 함수이고,  $\mu_i$ 는 식 (12)의  $\psi_{m,n}(x_i)$ 에 퍼지 데이터를 적용한 퍼지 소속함수이고,  $y$ 는 최종 출력 함수의 값이다. 그리고 파라미터  $\bar{g}$ 는 비퍼지 값이 0을 의미할 때 nonzero 평균을 가진 함수를 가짐으로써 데이터 값을 유연하게 한다. 식 (17)에 퍼지 소속함수인 식 (9)를 적용하면 아래 식 (20)을 얻을 수 있다.

$$\mu_i(x_i) = 2^{M/2} \det(D^{\frac{1}{2}}_i) \phi[2^M(D_i \text{bell}(x_i; a, b, c) - n_i)] \quad (20)$$

여기서,  $x_i$ 는  $x_1, x_2, \dots, x_N$ 이고,  $\mu_i$ 는 퍼지 데이터를 적용한 퍼지 소속 함수값이다.

위의 식 (19)를 설명하기 위하여 <그림 3>에 보였다. 그리고 네트워크 초기화와 학습 알고리즘은 Zhang<sup>[8]</sup>이 제안한 것을 사용하여 실험하였고, 본 논문에서 사용한 학습 알고리즘은 식 (21)와 같다.

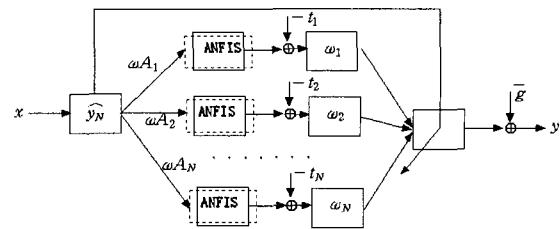


그림 3. 제안된 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템 구조

Fig. 3. Proposed Fuzzy Wavelet Neural Network System Structure based on ANFIS.

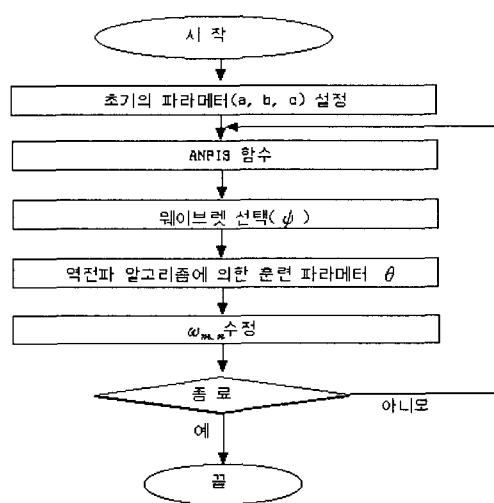


그림 4. ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템 흐름도

Fig. 4. Flow of Fuzzy Wavelet Neural Network System based on ANFIS.

$$c(\theta, x_k, y_k) = \frac{1}{2} [f_\theta(x_k) - y_k]^2 \quad (21)$$

여기서  $\theta$ 는 파라미터 벡터이고,  $x_k$ 는 입력,  $y_k$ 는 출력을 나타낸다. 그리고  $c$ 는 목적함수이다. 본 논문에서는 퍼지를 적용한 학습 알고리즘을 사용하는데, <그림 4>는 본 논문의 전체 구성과 학습 알고리즘의 흐름도를 나타낸 것이다.

#### IV. 모의 실험 결과

먼저 모의 실험은 Matlab에서 수행을 하였으며, 1차원과 2차원에서 비교하였다. 그리고 기존의 신경망<sup>[3, 8]</sup>과 웨이브렛 분해<sup>[4]</sup> 그리고 Zhang의 웨이브렛 신경망<sup>[8]</sup>과 비교하였다. 여기서 1차원의 일반적인 근사를 위해

표 1. 1차원 함수 식 (23)의 근사 결과  
Table 1. Approximation result of 1 dimension function, equation (23).

방법	단위의 수	파라메터 수	반복 횟수	$\varepsilon$
신경망 <sup>[11]</sup>	7	22	10000	0.142950
웨이브렛 분해 <sup>[4]</sup>	31	32	10000	0.046754
웨이브렛 신경망 <sup>[8]</sup>	7	22	10000	0.033975
ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템	7	23	10000	0.011555

표 2.  $f(x) = (x_1^2 - x_2^2)\sin(0.5x_1)$ 의 근사 결과  
Table 2. Approximation result of  $f(x) = (x_1^2 - x_2^2)\sin(0.5x_1)$ .

방법	단위의 수	파라메터 수	반복 횟수	$\varepsilon$
웨이브렛 분해 <sup>[4]</sup>	961	962	15000	0.28511
웨이브렛 신경망 <sup>[8]</sup>	49	442	15000	0.21280
ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템	49	149	15000	0.19500

웨이브렛 함수 “Gaussian-derivative”인  $\psi(x) = -xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ 을 사용하였다. 그리고 위의 알고리즘들을 서로 비교하기 위해 Zhang<sup>[8]</sup>이 제시한 아래의 식을 사용하였다.

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N [f(x_k) - y_k]^2}{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}} \quad (22)$$

여기서  $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k$ 이고,  $y_k$ 는 원하는 값이며,  $f(x_k)$ 는 여기서 각 알고리즘들에서 얻은 출력의 결과 값들이다. 본 논문의 모의 실험은 식 (22)를 가지고 각 알고리즘들의 성능을 평가하였다. Zhang<sup>[8]</sup>에 의해 연구된 비선형 함수를 본 논문에서 각 알고리즘들을 비교하기 위해 사용하는데, 이는 식 (23)과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} -2.186x - 12.864 & -10 \leq x < 2 \\ 4.246x & -2 \leq x < 0 \\ 10e^{-0.05x - 0.5} * \sin[(0.03x + 0.7)x] & 0 \leq x \leq 10 \end{cases} \quad (23)$$

식 (23)을 이용하여 각 알고리즘들과 비교한 것이 <그림 5>에 보여졌다. 이 모의 실험을 하기 위해 [-10,

10]에서 점 200개를 균일하게 선택한 집합을 가지고 수행하였다. 그리고 <표 1>은 1차원 함수를 사용한 근사 결과의 데이터를 나타낸 것이다.

2차원의 2개의 가변 함수 근사에서 웨이브렛 함수는  $\psi(x) = x_1 x_2 e^{-\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)}$ 를 선택을 하였고, 2차원  $[-10, 10] \times [-10, 10]$ 상에서 함수  $f(x) = (x_1^2 - x_2^2) \sin(0.5x_1)$ 을 근사하는 모의 실험을 수행하였다. 이는 400개의 점을 이용하여 실험을 하였고, <표 2>는 2차원 함수의 근사 결과를 나타낸 것이다.

## V. 결 론

본 논문에서는 웨이브렛 신경망을 개선한 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템을 비선형 함수 근사를 위하여 제안하였다. 본 논문의 방법은 Morlet, Daubechies 등이 제안한 다해상도 분해(MRA)와 신경망 알고리즘의 한 분야인 역전파 알고리즘과 전파 알고리즘을 이용해 웨이브렛 신경의 증가에 따른 복잡한 구조를 단순화하였고, ANFIS의 벨(bell)형 퍼지 소속 함수를 적용하여 웨이브렛 기저수의 증가를 억제하였다. 또한 웨이브렛의 크기와 전달 파라메터의 수를 줄여 근사 정확도와 유연성을 개선하였다.

본 논문에서 제시한 ANFIS 기반 웨이브렛 신경망 시스템은 여타의 알고리즘 보다 수렴 속도, 복잡도, 웨이브렛 기저 감소가 개선되었음을 1차원, 2차원의 모의 실험 결과인 <표 1>, <표 2>에서 확인할 수가 있다. <표 1>과 <표 2>는 식 (22)을 이용하여 얻은 결과를 총 200번의 모의 실험 하여 얻은 데이터 평균 결과를 나타낸 것이다. 이 근사 알고리즘은 향후에 얼굴 검출, 패턴 특징 검출에 적용하여 특징 검출하는데 개선된 성능을 나타낼 것이라 사료된다.

## 참 고 문 헌

- [1] G. Cybenko, “Approximation by superposition of a sigmoidal function,” Mathematics of control, signals and systems, Vol. 2, pp. 303~314, 1989.
- [2] L. K. Jones, “Constructive approximations for neural networks by sigmoidal function,” Proc. IEEE, Vol. 78, Oct. 1990.
- [3] T. Poggio and F. Girosi, “Networks for

- approximation and learning," Proc. IEEE, Vol. 78, pp. 1481~1497, Sept. 1990.
- [4] I. Daubechies, "The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis," IEEE Trans. Informat. Theory, Vol. 36, Sept. 1990.
- [5] J. J. Benedetto and M. W. Frazier, "Wavelets Mathematics and Applications," CRC Press, Inc., 1994.
- [6] C. S. Burrus, R. A. Gopinath and H. Guo, "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms," Prentice-Hall International, Inc., 1998.
- [7] Y. Y. Tang, L. H. Yang, and J. Liu, and H. Ma, "Wavelet Theory and its Application to Pattern Recognition," World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2000.
- [8] Q. Zhang and A. Benveniste, "Wavelet networks," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, pp. 889~898, Nov. 1992.
- [9] B. Delyon, A. Juditsky, and A. Benveniste, "Accuracy Analysis for Wavelet Approximations," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 6, No. 2, pp. 332~348, Mar. 1995.
- [10] J. Zhang, G. G. Walter, and W. N. Wayne Lee, "Wavelet Neural Networks for Function Learning," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 43, No. 6, pp. 1485~1496, Jun. 1995.
- [11] Q. Zhang, "Using Wavelet Network in Nonparametric Estimation," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 8, No. 2, pp. 227~236, Mar. 1997.
- [12] J.-S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing," Prentice-Hall International, Inc., 1997.

## 저자 소개



卞 星(準會員)

1997년 2월 : 원광대학교 전자공학과(공학사). 2000년 2월 : 원광대학교 전자공학과(공학석사). 2002년 현재 : 원광대학교 전자공학과 박사수료 <주관분야 : 영상처리, 영상통신, 신경망 및 퍼지, 러프집합, 웨이브렛 알고리즘 등>



文 成 龍(正會員)

1982년 2월 : 원광대학교 전자공학과(공학사). 1986년 8월 : 전북대학교 전자공학과(공학석사). 1993년 2월 : 전북대학교 전자공학과(공학박사). 현재 : 원광대학교 전기전자 및 정보공학부 부교수. <주관분야 : 디지털시스템 설계, 영상처리, 신경망 및 퍼지, 웨이브렛 알고리즘 등>



趙 秀 衡(終身會員)

1982년 2월 : 원광대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1986년 8월 : 충실험대학교 전자공학과 졸업(공학석사). 2002년 현재 : 원광대학교 전자공학과 박사수료, 순천제일대학교 전자정보통신학부 부교수. <주관분야 : 신경망 및 퍼지, 영상처리, 웨이브렛 알고리즘 등>