

압력구배가 변하는 표면 위의 Bypass 천이 유동의 예측

백성구* · 정명균† · 임효재**
(2001년 10월 5일 접수, 2002년 4월 6일 심사완료)

Prediction of Bypass Transition Flow on Surface with Changing Pressure Gradient

Seong Gu Baek, Myung Kyoon Chung and Hyo Jae Lim

Key Words: Pressure Gradient(압력구배), Intermittency(간헐도), Bypass Transition(Bypass 천이), Transition Region(천이영역), Pre-Transition Region(천이이전영역), Boundary-Layer(경계층), Turbulent Spot(난류 반점)

Abstract

A modified $k-\varepsilon$ model is proposed for calculation of transitional boundary-layer flows with changing pressure gradient. In order to develop the model for this problem, the flow is divided into three regions; pre-transition region, transition region and fully turbulent region. The effect of pressure gradient is taken into account in stream-wise intermittency factor, which bridges the eddy-viscosity models in the pre-transition region and the fully turbulent region. From intermittency data in various flows, Narashima's intermittency function, $F(\gamma)$, has been found to be proportional to x^n according to the extent of pressure gradient. Three empirical correlations of intermittency factor being analyzed, the best one was chosen to calculate three benchmark cases of bypass transition flows with different free-stream turbulence intensity under arbitrary pressure gradient. It was found that the variations of skin friction and shape factor as well as the profiles of mean velocity in the transition region were very satisfactorily predicted.

기호설명

C_f : 마찰계수, $\tau_w / (\rho U_\infty^2 / 2)$

H : 형상계수, δ^* / θ

x : 주유동 방향

y : 주유동 방향의 수직 방향

θ : 운동량 두께

U : x 방향의 평균 속도

U_e : 자유유동 평균속도

γ : 유동방향의 간헐도

k : 난류 운동에너지, $1/2 \overline{u_i^2}$

ε : 난류 에너지 소산율, $\overline{(\partial u_i / \partial x_j)^2}$

Tu : 자유유동 난류강도, $\sqrt{2k/3} / U_\infty$

K : 가속도 계수, $\nu / U_e^2 dU_e / dx$

λ_θ : 압력구배 계수, $\theta^2 / \nu dU_e / dx$

$F(\gamma)$: Narashima 간헐도함수, $[-\ln(1-\gamma)]^{0.5}$

N : 무차원 breakdown 파라미터, $\hat{n} \alpha Re_{\theta t}^3$

$\hat{n} \sigma$: 무차원 난류반점 형성률, $n \sigma \nu^2 / U_e^3$

n : 난류반점 형성률, $m^{-1} s^{-1}$

α, σ : 난류반점 형성 파라미터

하첨자 및 약자

T : 난류영역(Turbulent Region)

TR : 천이영역(Transition Region)

PTR : 천이이전영역(Pre-Transition Region)

t : 천이의 시작점 ($\gamma \approx 0.01$)

* 회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

† 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : mkchung@kaist.ac.kr

TEL : (042) 869-3014 FAX : (042) 869-5210

** 회원, 호서대학교 기계공학과

1. 서론

일반적인 층류 경계층에서의 외부교란에너지는 매우 작지만, 터보기계의 내부 유동장에서처럼 자유유동 난류강도가 큰 경우 ($Tu > 1.0\%$)에는 레이놀즈 수가 낮은 층류 경계층에서 외부교란에너지가 무시하지 못할 정도로 크게 나타난다.⁽¹⁾ 이 외부교란에너지가 천이를 일으키는 원인이 되며 이러한 천이를 자연 천이와 구분하여 'bypass 천이'라고 한다.⁽²⁾

자유유동 난류강도가 높을 수록 천이는 빨리 발생하고 천이의 길이는 짧아진다.⁽¹⁾ 그리고 순압력구배는 경계층을 안정화 시켜 천이의 시작을 늦추고 천이의 길이를 확장하는 역할을 한다.⁽³⁾ 반면에 역압력구배는 경계층을 매우 불안정하게 하여 천이의 시작과 성장을 가속화하는 역할을 한다.⁽⁴⁾ 천이영역에서의 간헐도 분포에서도 압력구배의 영향이 뚜렷이 나타난다. 압력구배가 없을 경우 $F(\gamma) = [-\ln(1-\gamma)]^{0.5}$ 는 주유동 방향 (x)에 비례하지만, 압력구배가 존재하는 경우에는 $F(\gamma)$ 은 더 이상 선형적인 분포를 보이지 않는다.⁽⁵⁾ 하지만 간헐도의 실험식에서 천이의 시작에 대한 정의를 Narashima⁽⁵⁾에 의한 것으로 교체하면 압력구배의 유무에 관계없이 일정한 형태의 간헐도 실험식을 얻을 수 있다.⁽⁴⁾

많은 연구자들은 간헐도 실험식의 이러한 일반성을 이용하여 압력구배가 존재하는 천이 경계층에 대한 계산을 시도하였다. 천이영역에서의 표면마찰계수, 형상계수 등을 예측하기 위한 Dey와 Narashima⁽⁶⁾ 그리고 Solomon 등⁽⁷⁾의 적분법, 간헐도를 와점성(eddy-viscosity) 모형에 도입한 Cebeci와 Smith⁽⁸⁾의 혼합거리모형, 그리고 Seiger 등⁽⁹⁾의 1-방정식 모형이 있다. 위의 계산 모형으로 압력구배가 있는 경우의 표면마찰계수와 같은 적분값의 분포를 잘 예측할 수 있으나 다소 복잡한 유동장에는 적용하기 어려운 단점이 있다. 2-방정식으로는 Steelant와 Dick,⁽¹⁰⁾ 백성구 등,⁽¹¹⁾ 그리고 Baek 등⁽¹²⁾이 있지만 압력구배가 존재하는 천이영역에 대한 예측 성능은 압력구배가 없는 경우에 비하여 좋지 못하다. 언급된 천이 계산 모형들에서는 압력구배의 효과를 포함한 간헐도 실험식을 와점성 모형에 삽입하는 형태를 취하고 있다. 반면에 Savill⁽¹³⁾은 간헐도 실험식 대신에 Cho와

Chung⁽¹⁴⁾의 γ 방정식을 사용한 RSM (Reynolds Stress Model)을 소개하였다. 근본적으로 천이영역에 대한 예측 성능을 향상시키기 위해서는 Mayle와 Schulz,⁽¹⁵⁾ 백성구 등⁽¹¹⁾ 그리고 Baek 등⁽¹²⁾과 같이 천이이전영역에서의 예측성능이 어느 정도 보장되어야 한다.

따라서 본 연구의 목적은 임의의 압력구배를 지니는 천이영역을 포함하는 천이 경계층 유동장을 계산하기 위한 천이 계산 모형을 개발하는 것이다. 주요 내용으로는 천이 경계층을 천이이전영역, 천이영역, 그리고 난류영역으로 구분한다. 그리고 천이유동 유동 특성을 고려한 와점성 모형에 압력구배의 효과를 표현하는 것이다. 구체적으로 천이영역에서의 간헐도 실험식과 간헐도 실험 값을 비교 분석하여 올바른 거동을 보이는 간헐도 실험식을 선택하고, 선택된 실험식을 기준으로 하여 제안된 천이 계산 모형에서의 적절한 사용법을 조사하고자 한다.

2. 지배 방정식

2.1 천이 $k-\varepsilon$ 모형

천이 경계층 유동장을 해석하는 해석방법인 Volino와 Simon⁽¹⁶⁾의 Octant 해석과 Wang과 Zhou⁽¹⁷⁾의 스펙트럼(spectrum) 해석 방법에 의하면, 천이영역에서는 작은 척도의 와(eddy)가 제대로 발달하지 않아서 난류 유동에서와 같은 혼합 메커니즘이 불완전하며, 동시에 큰 척도의 와가 함께 공존하고 있음을 알 수 있다.⁽¹⁶⁾ 그리고 높은 에너지를 지닌 와가 낮은 주파수에서 높은 주파수로 이동하는, 이른 바 난류의 특징인 다단(cascade)과정이 발달하고 있다.⁽¹⁷⁾ 두 가지 해석방법을 통해 천이영역 유동장의 특징인 서로 다른 에너지의 와를 표현하기 위하여 적어도 2개의 길이 척도를 사용해야 함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 이러한 물리적 특징을 표현하고 있는 백성구 등⁽¹¹⁾과 Baek 등⁽¹²⁾의 천이 $k-\varepsilon$ 모형을 기본 모형으로 사용하였다.

Baek 등은 천이영역에서의 레이놀즈 전단응력은 다음과 같이 모형화 하였다.

$$-\overline{u'v'} = \nu_{TR} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (1)$$

그리고 난류운동에너지 k 방정식과 난류에너지 소산율 ε 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{TR}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k - \epsilon \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{TR}}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \\ & + C_{\epsilon 1}^* f_1 \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} + E \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 ν_{TR} 는 천이영역에서의 와점성으로,

$$\nu_{TR} = (1 - \gamma)\nu_{PTR} + \gamma f_{mix} \nu_T \quad (4)$$

와 같이 표현된다. 여기서 ν_{PTR} 은 천이이전영역에서의 와점성이고 ν_T 는 난류영역에서의 와점성이며 각각 다음과 같다.

$$\nu_{PTR} = C_{PTR} \frac{\nu}{u_\tau} \sqrt{k} y^{+2} \quad (5)$$

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

식 (5)와 식 (6)은 각 영역을 대표하는 척도를 나타낸다고 볼 수 있으므로 식 (4)는 서로 다른 두 개의 척도를 동시에 표현하고 있다. 그리고 식 (5)에서 상수 C_{PTR} 는 천이이전영역에서의 레이놀즈 전단응력의 성장을 나타내는 상수이며 $y \rightarrow \delta$ 의 경우 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$C_{PTR} \sim k_\infty^{+3/2} / \delta_\infty^{+2} \epsilon_\infty^+ \quad (7)$$

식 (7)에서 보듯이 C_{PTR} 가 자유유동장에서의 유동조건에 의해 영향을 받음을 알 수 있다. C_{PTR} 상수값에 관하여서는 3장에서 다루도록 한다. 식 (4)에서의 f_{mix} 는 천이영역에서 난류 반점의 성장에 따른 난류 혼합수준을 나타내는 함수이다.

$$f_{mix} = C_{mix} + (1.0 - C_{mix})\gamma^3 \quad (8)$$

$$C_{mix} = C_{TM} \cdot Tu_i^{0.7} \quad (9)$$

여기서 C_{TM} 은 상수로서 난류영역을 위해 사용되는 저레이놀즈 $k-\epsilon$ 난류 모형의 종류에 따라 서로 다른 값을 지닌다. 예를 들면, C_{TM} 의 값은 Nagano와 Tagawa⁽¹⁸⁾ 모형에서는 0.16이고 Yang과 Shih⁽¹⁹⁾ 모형에서는 0.1이다. 식 (2)에서의 난류 생성항 P_k 는

$$\begin{aligned} P_k = & -2 \overline{u'_i u'_j} S_{ij} \\ = & \nu_{TR} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial U}{\partial x} \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 여기서 $S_{ij} = 1/2(U_{i,j} + U_{j,i})$ 이고 식 (10)의 우변항의 수직 응력(normal stress)항의 차는

$$\overline{u'^2} - \overline{v'^2} = (2.0 - 1.67\gamma^3)k \quad (11)$$

로 모형화 된다. 이유로는 난류영역($\gamma=1$)에서 0.33을 만족해야 하고 천이이전영역($\gamma=0$)에서는 2.0이 되어야 하기 때문이다.

식 (3)의 ϵ 방정식에서 $C_{\epsilon 1}^*$ 는 천이영역에서 소산율의 과도한 성장을 억제하고 평균속도의 로그(logarithmic) 분포 기울기가 난류영역으로 천이해 가는 동안 변하는 것을 표현하기 위하여 다음과 같이 모형화 하였다.

$$C_{\epsilon 1}^* = C_{\epsilon 1} (1 + 0.1(1 - \gamma^2)H(\gamma)) \quad (12)$$

여기서 H 는 Heviside 함수이다. 그리고 식 (3)에서 사용된 감쇠함수는 f_1 과 f_2 는 각각 다음과 같다.

$$f_i = f_{PTRi} + H(\gamma)(f_{Ti} - f_{PTRi}) \quad (13)$$

여기서 아래첨자 i 는 1과 2를 나타낸다. 그리고 천이이전영역의 감쇠함수 f_{PTR1} 과 f_{PTR2} 는 천이이전영역에서의 속도 섭동량(fluctuation)의 최대값의 성장률과 식 (3)의 벽면근처에서 수치적 불안정성을 피하기 위하여 각각 $f_{PTR1} = 0.9$ 와 $f_{PTR2} = 1 - \exp(-y^{+2})$ 으로 선정하였다. f_{T1} 과 f_{T2} 는 사용될 저레이놀즈수 난류모형에 의해 결정된다. 그 외의 감쇠함수 f_μ 와 모형상수들($\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$)도 마찬가지로 사용될 난류모형에 의해 결정된다. 그러나 천이이전영역에서는 식 (13)의 감쇠함수와 함께 모형상수를 $\sigma_k = 1.4, \sigma_\epsilon = 1.3, C_{\epsilon 1} = 1.45$, 그리고 $C_{\epsilon 2} = 1.9$ 로 정하였다. 또한 식 (3)의 E 항도 저레이놀즈수 난류모형에 따라 유무가 결정되는데, Nagano와 Tagawa의 경우에는 $E=0$ 이 되고 Yang과 Shih의 경우에는 $E = \nu(f_{mix} \gamma \nu_T)(\partial^2 U / \partial y^2)^2$ 가 된다. 마지막으로 ϵ 방정식에서 벽면 조건은 다음과 같다.

$$\epsilon_{wTR} = (1 - \gamma)\epsilon_{wPTR} + \gamma\epsilon_{wT} \quad (14)$$

여기서 ϵ_{wPTR} 은 천이이전영역에서의 벽면조건으로 식 (3)을 통해서 구할 수 있다.

$$\epsilon_{wPTR} = \nu \partial^2 k / \partial y^2 \quad (15)$$

그리고 ϵ_{wT} 는 난류영역에서의 벽면조건으로 선

정되는 저레이놀즈 $k-\varepsilon$ 모형의 벽면 조건을 따른다.

2.2 천이영역에서의 간헐도 분포

천이 모형에서 압력구배의 영향은 식 (4)의 간헐도 실험식을 통하여 표현된다. 천이영역에서 간헐도 실험식의 함수 형태에 따라 Gostelow 등,⁽⁴⁾ Solomon 등,⁽⁷⁾ 그리고 Steelant와 Dick⁽¹⁰⁾의 세 가지로 구분될 수 있다.

◎ Gostelow 등⁽⁴⁾:

$$\gamma = 1 - \exp(-0.412(x - x_t)^2 / \lambda^2) \quad (16)$$

여기서 λ 는 Narashima⁽⁵⁾의 정의에 의한 천이 길이로 $\lambda = x(\gamma = 0.25) - x(\gamma = 0.75)$ 이다. 이 값은 천이의 시작점에서 결정되며 breakdown 파라미터 식으로 부터 구할 수 있다.

$$N = 0.412 Re_{\theta t}^3 / Re_{\lambda}^2 \quad (17)$$

유동조건이 역압력구배인 경우 $\lambda_{\theta} < 0$, N 은

$$N = 0.86 \times 10^{-3} \exp(2.134 \lambda_{\theta t} \ln(Tu_t) - 59.23 \lambda_{\theta t} - 0.564 \ln(Tu_t)) \quad (18)$$

이고, 순압력구배인 경우 $\lambda_{\theta} > 0$, N 은

$$N = N_0 \exp(-10 \sqrt{\lambda_{\theta t}}) \quad (19)$$

이다. N_0 는 압력구배가 없을 때의 값으로 식 (18)을 통하여 구한다.

◎ Solomon 등⁽⁷⁾:

$$\gamma = 1 - \exp\left(-n \int_{x_t}^x \frac{\sigma}{\tan(\alpha)} \frac{dx}{U_e} \int_{x_t}^x \tan(\alpha) dx\right) \quad (20)$$

여기서 n 은 난류반점의 생성율로써 천이의 시작점에서 결정되는 상수로 다음의 식을 통하여 구할 수 있다.

$$N = n \sigma \theta_t^3 / \nu \quad (21)$$

N 은 Gostelow 등의 정의와 같은 것으로 식 (18)과 식 (19)을 통하여 구한다. 그리고 난류반점의 형상 파라미터로서 α 와 σ 는

$$\alpha = 4 + (22.14 / (0.79 + 2.72 \times \exp(47.63 \lambda_{\theta})) \quad (22)$$

$$\sigma = 0.03 + (0.37 / (0.48 + 3.0 \times \exp(52.9 \lambda_{\theta})))$$

이다. 여기서 위 두 파라미터는 다른 두 경우와 달리 천이영역동안 압력구배의 영향에 따라 그 값이 변한다.

◎ Steelant와 Dick⁽¹⁰⁾:

$$\gamma = 1 - \exp(\hat{n} \sigma (Re_x - Re_{xt})^2) \quad (23)$$

여기서 $\hat{n} \sigma$ 는 난류반점형성률로 천이의 시작점에서 결정되며 다음의 식을 통하여 구한다.

$$\frac{\hat{n} \sigma}{\hat{n} \sigma_{FP}} = \begin{cases} (474 Tu_t^{-2.9})^{1 - \exp(2 \times 10^6 K)} & K < 0 \\ 10^{-3227 K^{0.386}} & K > 0 \end{cases} \quad (24)$$

여기서 $\hat{n} \sigma_{FP}$ 는 압력구배가 없는 경우의 값으로

$$\hat{n} \sigma_{FP} = 1.25 \times 10^{-11} Tu_t^{7/4} \quad (25)$$

이다. K_t 와 Tu_t 는 천이의 시작점에서 각각 압력구배, 자유유동난류강도의 백분율(%) 값이다.

위 세 가지 형태의 실험식은 압력구배가 없을 때 동일한 분포곡선을 나타낸다. 그리고 세 가지 간헐도 실험식에서 사용된 천이의 시작점은 다음의 식을 통하여 구한다.⁽¹⁾

$$Re_{\theta t} = 420 Tu_t^{0.69} \quad (26)$$

3 결과 및 고찰

3.1 계산 방법

본 연구에서 제안한 천이 경계층 난류모형을 압력구배가 존재하는 평판의 경우에 대하여 적용하였다. 방정식의 해를 구하기 위해서 사용된 프로그램은 Wilcox의 포물선형(parabolic) 경계층 프로그램인 EDDYBL이다.⁽²⁰⁾ 계산의 시작은 천이이전영역인, 앞전에서 10mm 떨어진 곳에서 시작하였으며 초기조건으로는 다음과 같은 분포를 가정하였다.

$$k = k_0 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2$$

$$\varepsilon = \max \left\{ \varepsilon_0, \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \right\} \quad (27)$$

여기서 k_0 와 ε_0 는 계산 시작점에서의 자유유동 난류운동에너지와 운동에너지의 소산율이다. 여기서, $\varepsilon_0 = k_0^{3/2} / l_{\theta 0}$ 로 표현되며, 자유유동장의 난류 길이척도 $l_{\theta 0}$ 는 자유유동장의 난류강도 감소곡선이 실험식과 일치하도록 하여 구한 값을 사용하였다.

본 연구에서 사용된 저레이놀즈 $k-\varepsilon$ 모형으로는 공학적으로 많이 사용되는 Nagano와 Tagawa⁽¹⁸⁾의 모형과 DNS를 기본으로 개발된 Yang과 Shih⁽¹⁹⁾ 모형이다. 제시된 결과는 모두

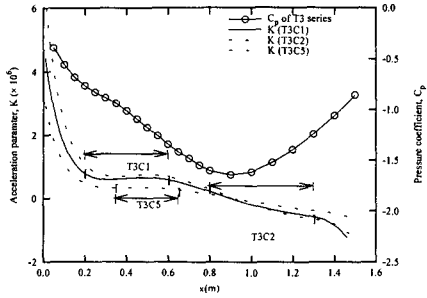


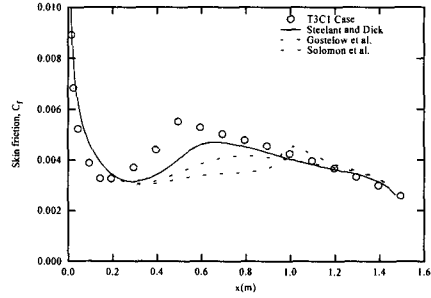
Fig. 1 Acceleration parameter and pressure coefficient of test cases

Yang과 Shih의 모형을 이용한 것이다. Nagano와 Tagawa의 모형으로는 수렴시간과 예측 성능에 있어 더 나은 결과를 보여주었다.

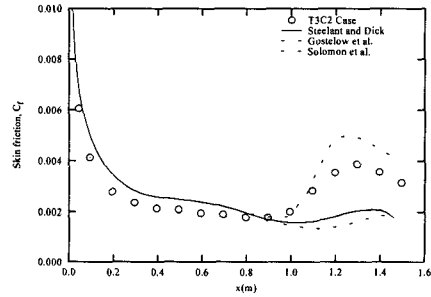
3.2 예비계산을 통한 계수 결정

인용한 실험자료는 Rollce-Royce⁽²¹⁾에서 수행된 T3 시리즈의 실험 결과 중 압력구배가 존재하고 박리현상이 발생하지 않는 T3C1, T3C2, T3C5로 선택하였다. 각 실험은 동일한 압력계수(C_p)를 지니고 있으나, 앞전에서의 속도와 자유유동장 난류강도가 서로 달라 천이의 시작과 길이 그리고 압력구배가 다르다. T3C1의 경우 앞전에서의 자유유동장 난류강도는 $Tu=7.4\%$ 이며, 평균속도는 $U_e=6.0m/s$ 이다. T3C2는 $Tu=3.0\%$ 로 T3C1보다 다소 낮으며, 자유유동장의 평균속도는 $U_e=5.0m/s$ 이다. T3C5는 $Tu=2.6\%$ 이고, $U_e=9.0m/s$ 이다. 압력구배는 가속계수인 K 로 Fig. 1에 나타내었다. Fig. 1에서 화살표는 천이의 시작과 끝을 표시한 것이다. 천이가 가장 먼저 발생한 경우는 T3C1이고 가장 늦게 시작된 경우는 T3C2이다.

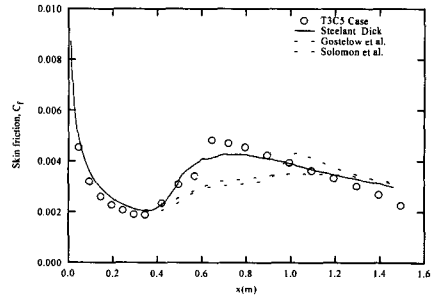
천이이전영역에서의 와점성 계수 C_{PTR} 을 설정하기 위해 예비계산을 수행한 결과, 압력구배의 영향은 거의 없고 자유유동 난류강도의 영향을 크게 받는다는 것을 확인하였다. 따라서 C_{PTR} 은 백성구 등⁽¹¹⁾에서와 마찬가지로 앞전에서의 자유유동 난류강도에 의한 것으로 설정하고, 백성구 등에서 사용한 계수를 그대로 사용하였다. T3C1의 경우는 6.0×10^{-4} , T3C2는 3.0×10^{-4} , 그리고 T3C5의 경우에는 T3C2보다 작은 값인



(a) T3C1 Case



(b) T3C2 Case



(c) T3C5 Case

Fig. 2 The variations of skin friction coefficient with three intermittency correlations

2.5×10^{-4} 으로 설정하였다.

3.3 간헐도의 적용과 거동

세 가지 형태의 간헐도 실험식을 각각의 경우에 대하여 적용한 결과를 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 2(b)의 T3C2에서 Solomon 등⁽⁷⁾의 결과와 Fig. 2(c)의 T3C5에서 Steelant와 Dick⁽¹⁰⁾의 결과를 제외하면, 천이의 길이는 길게 예측되었다. 특히 천이

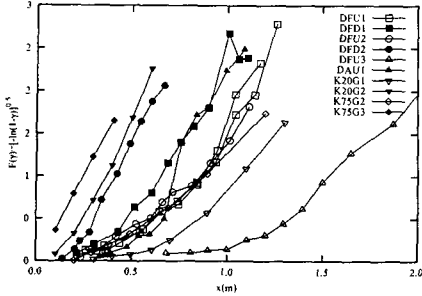


Fig. 3 Intermittency data from various flows

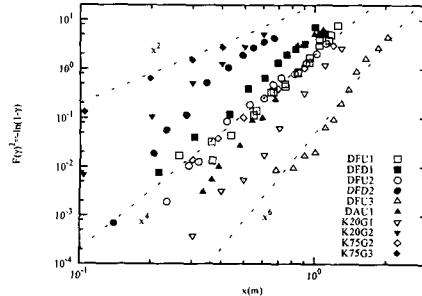


Fig. 4 The behavior of intermittency factor in transition region

영역에서 압력구배가 순압력구배에서 역압력구배로 변하는 T3C2의 경우(Fig. 2(b)), Steelant와 Dick, Gostelow 등의 식을 이용할 경우 실험 값과 많은 차이를 보였다. 이러한 이유는 천이영역에서 각 간헐도 실험식이 실제 간헐도 실험 값의 거동을 제대로 예측하지 못한 데 있다.

압력구배가 없다면 $F(\gamma) = [-\ln(1-\gamma)]^{1/2}$ 의 값은 x 에 비례하게 된다. Narashima 등⁽⁶⁾과 Blair⁽³⁾의 실험 결과를 바탕으로 천이영역동안 압력구배가 일정하거나 변하는 경우 $F(\gamma)$ 의 거동을 살펴보았다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 압력구배가 존재할 경우에, γ 값이 작을 때와 클 때의 $F(\gamma)$ 의 직선 형태가 꺾이는 형태인 sub-transition⁽²²⁾현상이 발생하고 더 이상 선형적 관계를 형성하지 못한다.⁽⁵⁾ Fig. 4는 Fig. 3의 $F(\gamma)$ 를 $F^2(\gamma)$ 에 대한 주유동 방향 x 에 관하여 나타내었다. Fig. 4에서 $F^2(\gamma)$ 의 거동이 압력구배의 영향에 따라 x^2 에서 x^6 까지 임을 알 수 있다. 순압력구배가 작은 경우 (DFU3와 K20G1)와 역압력구배의 경우 (DAU1)는 간헐도가 x^6 에 비례하고, 그 보다 압력구배가 클수록 x^4 에서 x^2 (K75G3의 경우)에 비례하는 거동을 보이고 있다.

만약 천이영역동안 압력구배의 변화가 크지 않다고 가정한다면 K 는

$$K = \frac{\nu}{U_e^2} \frac{dU_e}{dx} = \frac{1}{2} (K_1 x^* + K_0) \quad (28)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 x^* 는 무차원 변수이며 $x^* = (x - x_t)/L_t$ 로 정의되고, $L_t = x_T - x_t$ 이

다. 여기서 x_T 는 난류영역의 시작점이다. 식 (28)을 속도에 관하여 천이의 시작점 x_t 에서 그 이후의 임의지점 x 까지 적분하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{U_{tr}}{U_e} = 1 - Re_{L_t} (K_1 x^{*2} + K_0 x^*) \quad (29)$$

여기서 $Re_{L_t} = U_t L_t / \nu$ 이고 U_{tr} 은 천이의 시작점에서의 속도이고 U_e 는 임의의 위치에서의 속도 성분이다. 이를 이용하여 각 간헐도 실험식에 대입하여 간헐도의 거동을 살펴보자.

Gostelow 등⁽⁴⁾의 경우;

$$F_{Go}^2(\gamma) \sim (x - x_t)^2 \quad (30)$$

Solomon 등⁽⁷⁾의 경우;

천이영역에서 압력구배의 변화가 작으므로 난류 반점 파라미터 σ 와 α 는 일정한 값을 지닌다고 가정하면 다음과 같이 된다.

$$F_{So}^2(\gamma) \sim (x - x_t) \int_{x_t}^x \frac{dx}{U_e} \sim \{x^{*2} - Re_{L_t} (K_1 x^{*4} + K_0 x^{*3})\} \quad (31)$$

Steelant와 Dick⁽¹⁰⁾의 경우;

$$F_{ST}^2(\gamma) \sim (Re_x - Re_{x_t})^2 \sim \left(\frac{x}{1 - Re_{L_t} (K_1 x^{*2} + K_0 x^*)} - x_t \right)^2 \quad (32)$$

위 식 (30)에서 (32)까지에 대하여 압력구배가 일정한 경우와 압력구배가 변하는 경우에 대하여 각 식들의 거동을 실험값과 비교해 보고자 한다. 먼저 압력구배가 일정한 경우 ($K_1 = 0$), 천이영역동안 가속계수 K 에 대한 척도분석을 하면,

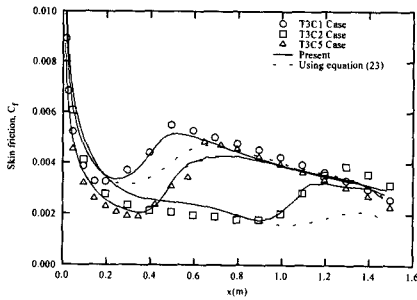


Fig. 5 The variation of skin friction coefficient with present model

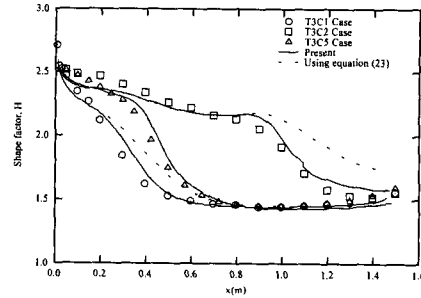


Fig. 6 The variation of skin friction coefficient with present model

$K \sim (\nu/U_{tr}^2)(\Delta U/L_t)$ 가 되고 $Re_{L_t} K \sim \Delta U/U_{tr}$ 로 표현할 수 있다. 여기서 bypass 천이동안 $\Delta U/U_{tr}$ 의 크기를 살펴보면 다음과 같다. 천이가 $Re_x \approx 1.0 \times 10^6$ 지점에서 시작된다고 가정하면 (bypass의 천이의 경우에는 이보다 훨씬 빨리 발생한다), 천이의 길이에 대한 실험식인 Abu-Ghannam과 Shaw⁽²³⁾의 $Re_{L_t} = 16.8 Re_{x_t}^{0.8}$ 과 Mayle⁽¹⁾의 $Re_{L_t} = 75 Re_{x_t}^{5/4}$ 에 의하면, Re_{L_t} 의 최대값은 대략 1.0×10^6 정도이다. 즉 압력구배계수 K 의 값이 1.0×10^{-6} 정도 보다 작은 경우, $\Delta U/U_{tr} \ll 1$ 의 조건을 만족하게 된다. Fig. 4에서 이 조건을 만족하는 경우(K20G1, K20G2, K75G2, K75G3)를 살펴보고자 한다.

그러면 Gostelow 등의 경우는

$$F_{GO}^2(\gamma) \sim (x - x_t)^2 \propto x^2$$

이다. 그리고, Solomon 등의 경우는

$$F_{SO}^2(\gamma) \sim (\dot{x}^2 - Re_{L_t} K x^3) \propto x^3$$

이며, Steelant와 Dick의 경우는

$$F_{ST}^2(\gamma) \sim \left(\frac{x}{1 - Re_{L_t} K x^*} - x_t \right)^2 \propto x^n (n \geq 3)$$

가 된다. 위 세 실험식과 Fig. 4와 비교해 보면 Steelant와 Dick의 실험식의 거동이 실험 값의 거동과 매우 흡사함을 알 수 있다.

그리고 압력구배가 낮지만 천이영역동안 서서히 변할 때 즉 $K_1 \neq 0$ 인 경우, 각각의 간헐도 실험식은 식 (30)에서 (32)는 각각

$$F(\gamma)_{GO}^2 \propto x^2$$

$$F(\gamma)_{SO}^2 \propto x^4$$

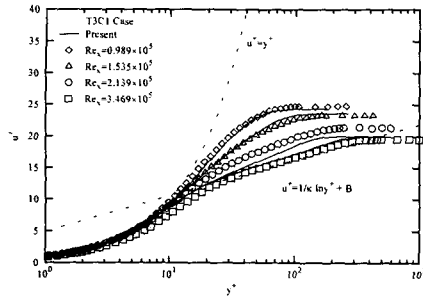
$$F(\gamma)_{ST}^2 \propto x^n (n \geq 4)$$

와 같이 된다. 이를 Fig. 4에서 압력구배가 서서히 변하는 경우(DFU1, DFU2, DFU3, DAU1)와 비교해 보면 특히 기울기가 다양하게 변하는 천이 영역의 전반부에서 Steelant와 Dick의 실험식이 실험 값과 가장 근사한 거동을 보임을 알 수 있다.

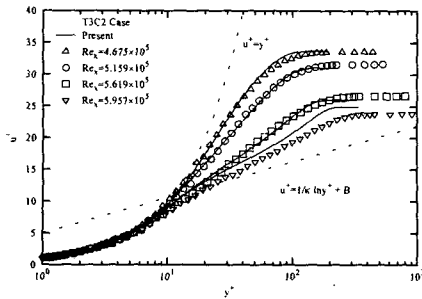
3.4 간헐도의 적용방법

3.3절에서 살펴본 결과 간헐도의 거동이 가장 좋은 Steelant와 Dick⁽¹⁰⁾의 실험식을 이용하여 본 연구에서 제시된 천이 $k-\epsilon$ 모형에의 적용에 대하여 엄밀히 다루고자 한다.

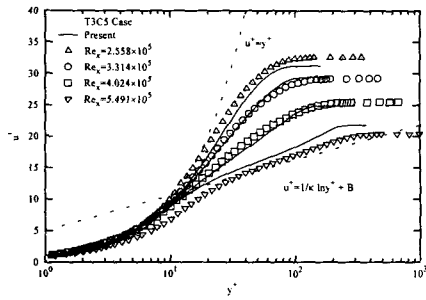
역압력구배의 경우 실험식에 사용된 천이의 시작점은 일반적으로 사용되는 $\gamma \approx 0.01$ 에서의 값이 아니라, $\gamma > 0.5$ 영역에서 $F(\gamma)$ 값을 직선으로 연장했을 때 그 연장선이 x 축과 만나는 점을 천이의 시작점으로 삼고 있다. 이 때를 "effective" 천이 시작점이라 한다.⁽⁵⁾ 이 위치는 Narashima와 Dey⁽²⁴⁾에서 언급하고 있듯이 실제 천이가 발생하는 지점 ($\gamma \approx 0.01$)과 $\gamma = 0.25$ 가 되는 위치의 사이에 있는 지점으로, 대략 표면마찰계수가 최소가 되는 지점에 해당한다. 이러한 effective 천이 시작점은 Abu-Ghannam과 Shaw⁽²³⁾의 천이 시작에 대한 실험식이 잘 예측하고 있음이 보고되었다. 본 연구에서는 압력구배의 값인 가속계수의 값만 effective 천이 시작점에서의 값을 사용하였다. 그리고 실험식에서는 자유유동장 난류강도의 값을 앞전에서의 값을 사용하였지만, 본 논문에서 이용한 Test case의 경우 천이가 발생하는 영역에서의 자유유동 난류강도를 기준으로 하여 앞전까지 확장하여 본 결과 천이의 시작점에서의 자유유동



(a) T3C1 Case



(b) T3C2



(c) T3C5 Case

Fig. 7 Mean velocity profiles in transition region

난류강도의 거의 같은 값을 지니고 있어, 천이의 시작점에서의 난류강도를 그대로 이용하였다.

Fig. 5에서는 표면마찰계수를 나타내었다. 천이의 시작과 길이 그리고 성장에 대한 예측이 매우 향상되었다. T3C5의 경우에는 실험 값보다 낮게 예측되는데, 이는 간헐도 값이 실험 값보다 낮게 예측되어 와점성이 늦게 난류의 값으로 회복되기 때문이다. 이러한 현상은 T3C2의 경우에도 나타난다.

전체 경계층의 형상계수 변화는 Fig. 6에 나타내었다. 천이이전영역과 천이영역에서의 변화를 실험 값과 근사하게 예측하고 있다. T3C2와 T3C5의 경우, $x < 0.2m$ 인 영역에서 낮게(약 1%) 예측되는데 이는 천이이전영역의 모형화에서 압력의 영향을 고려하지 않았기 때문인 것으로 사료된다.

Fig. 7에 나타난 천이영역에서 평균 속도 분포를 보면, 대체로 천이 후반부에서 각 경우마다 오차를 보임을 알 수 있다. Fig. 7(a)는 속도가 빨리 난류로 천이해 가고, Fig. 7(b)에서는 천이 속도가 마지막에 늦어짐을 알 수 있다. 한편 Fig. 7(c)의 경우는 후반부에서 난류로의 천이가 빨랐다가 다시 늦어지고 있다. 즉 천이의 후반부($\gamma > 0.5$)에서 천이의 성장 예측 결과가 압력구배의 변화에 따라 빨라지거나 느려지는 현상이 발생하는 이유는 Steelant와 Dick⁽¹⁰⁾의 간헐도 실험식에서 난류반점형성률이 일정하다는 가정 때문이다. 그러므로, x^* 가 1.0에 근사해 가는 경우 $F^2(\gamma)$ 의 거동이 실험과 다소 차이게 보이게 된다. 이를 해결하기 위해서는 Solomon 등⁽⁷⁾의 경우처럼 천이가 진행됨에 따라 난류반점형성률이 변하는 실험식을 개발해야 한다.

4. 결론

본 연구에서는 압력구배가 있는 천이를 포함하는 경계층을 예측하는 모형을 제시하였다. 천이영역에서 두 가지의 서로 다른 척도를 표현할 수 있는 천이 $k-\varepsilon$ 모형을 이용하였다. 천이이전영역에서의 압력구배 영향은 거의 나타나지 않았으며, 천이영역에서의 압력구배 영향은 간헐도 실험식을 이용하여 고려하였다. 세 가지 형태의 간헐도 실험식과 천이영역에서의 간헐도 실험 값과의 거동을 비교한 결과, 압력구배의 변화에 따라 $F^2(\gamma) = -\ln(1-\gamma)$ 의 값이 x^2 에서 x^6 까지 비례함을 알 수 있었다. 이러한 거동을 잘 나타내고 있는 간헐도 실험식을 본 연구에서 제시된 모형에 적용하여 압력구배가 있는 세 가지의 실험 결과와 비교하였다. 표면마찰계수, 형상계수, 그리고 평균 속도장의 예측에서 천이영역의 전반부에서는 실험 값과 대체로 일치하나, 천이영역의 후반에서는 압력구배에 따라 약 2~3% 정도

의 오차가 발생하였다.

본 연구에서 제시된 천이 $k-\epsilon$ 모형에 적용할 수 있는, 보다 다양한 조건의 압력구배 영향을 표현할 수 있도록 하기 위한 간헐도 실험식의 개발이 요구된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 목적기초연구(98-0020-1201-3)지원과 과학기술부의 국가지정연구실 사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Mayle, R. E., 1991, "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 509~537.
- (2) Morkovin, M. W., "Instability, Transition to Turbulence and Receptivity," *AGARD-AG-236*.
- (3) Blair, M. F., 1992, "Boundary-Layer Transition in Accelerating Flows with Intense Freestream Turbulence; Part 2-The Zone of Intermittent Turbulence," *ASME J. of Fluids Engineering*, Vol. 114, pp. 322~332.
- (4) Gostelow, J. P., Blunden, A. R., and Walker, G. J., 1994, "Effects of Free-Stream Turbulence and Adverse Pressure Gradients on Boundary Layer Transition," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 116, pp. 302~404.
- (5) Narashima, R., Devasia, K. J., Gururani, G., and Badri Narayanan, M. A., 1984, "Transitional Intermittency in Boundary Layers Subjected to Pressure Gradient," *Experiments in Fluids*, Vol. 2, pp. 171~176.
- (6) Dey, J. and Narashima, R., 1990, "Integral Method for the Calculation of Incompressible Two-Dimensional Transitional Boundary Layers," *J. Aircraft*, Vol. 27, No. 10, pp. 859~865.
- (7) Solomon, W. J., Walker, G. J., and Gostelow, J. P., 1996, "Transition Length Prediction for Flows with Rapidly Changing Pressure Gradients," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 118, pp. 744~751.
- (8) Cebeci, T. and Smith, A. M. O., 1974, *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic press, New York, pp. 234~239.
- (9) Sieger, K., Schiele, R., Kaufmann, F., Wittig, S., and Rodi, W., 1995, "A Two-Layer Turbulence Model for the Calculation of Transitional Boundary Layers," *ERCOFTAC Bulletin*, Vol. 24, pp. 21~25.
- (10) Steelant, J. and Dick, E., 1996, "Modeling of Bypass Transition with Conditioned Navier-Stokes Equations Coupled to an Intermittency Transport Equation," *Int. J. for Numerical Method in Fluids*, Vol. 23, pp. 193~220.
- (11) 백성구, 임효재, 정명균, 2000, "압력구배가 없는 평판 천이 경계층 유동을 예측하기 위한 $k-\epsilon$ 모형의 개발," *대한기계학회논문집 B권*, Vol. 25, No. 3, pp. 305~314.
- (12) Baek, S. G., Chung, M. K., and Lim, H. J., 2001, " $k-\epsilon$ Model for Predicting Transitional Boundary-Layer Flows Under Zero-Pressure Gradient," *AIAA J.*, Vol. 39, No. 9, pp. 1699~1706.
- (13) Savill, A. M., 1995, "The SLY RST Intermittency Model for Predicting Transition," *ERCOFTAC Bulletin*, Vol. 24, pp. 37~41.
- (14) Cho, J. R. and Chung, M. K., 1992, "A Proposal of $k-\epsilon-\gamma$ Equation Turbulence Model," *J. of Fluids Mechanics*, Vol. 237, pp. 301~322.
- (15) Mayle, R. E. and Schulz A., 1997, "The Path to Predicting Bypass Transition," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 119, pp. 405~411.
- (16) Volino, R. J. and Simon, T. W., 1994, "An Application of Octant Analysis to Turbulent and Transitional Flow Data," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 116, pp. 752~758.
- (17) Wang, T. and Zhou, D., 1996, "Spectral Analysis of Boundary Layer Transition in a Heated on Flat Plate," *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 12~21.
- (18) Nagano, Y. and Tagawa, M., 1990, "An Improved $k-\epsilon$ Model for Boundary Layer Flows," *ASME, J. of Fluids Engineering*, Vol.

- 102, pp. 33~39.
- (19) Yang, Z. and Shih, T. H., 1993, "New Time Scale Based $k-\epsilon$ Model for Near-Wall Turbulence," *AIAA J.*, Vol. 31, No. 7, pp. 1191~1198.
- (20) Wilcox, D. C., 1998, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc., California.
- (21) Rollce-Royce, 1993, transmittal by J. Coupland of data from Rollce-Royce Applied Science Laboratory.
- (22) Narashima, R., 1985, "Subtransition in The Transition Zone," *IUTAM Symposium*, Novosibirsk, USSR, p. 141.
- (23) Abu-Ghannam, B. J. and Shaw, R., 1980, "Natural Transition of Boundary Layers-The Effects of Turbulence, Pressure Gradient, and Flow History," *J. Mechanical Engineering Science*, Vol. 22, No. 5, pp. 213~228.
- (24) Narashima, R. and Dey, J., 1985, "Transitional Spot Formation Rate in Two-Dimensional Boundary Layers," *Proc. of the Third Symposium on Numerical and Physical Aspect of Aerodynamic Flows*, ed. Cebeci, T., Spring-Verlag, New York, pp. 57~74.