

## 내압이 작용하는 원주방향 관통균열 배관의 비선형 파괴역학 해석법

허남수\* · 김윤재\* · 김영진†

(2001년 8월 24일 접수, 2002년 3월 14일 심사완료)

### An Engineering Method for Non-Linear Fracture Mechanics Analysis of Circumferential Through-Wall Cracked Pipes Under Internal Pressure

Nam-Su Huh, Yun-Jae Kim and Young-Jin Kim

**Key Words :** Circumferential Through-Wall Crack (원주방향 관통균열), Crack Opening Displacement (균열열림변위), Enhanced Reference Stress Method (개선된 참조응력법), Hoop Stress (원주방향 응력), Leak-Before-Break (파단전누설), *J*-integral (*J*-적분)

#### Abstract

This paper provides engineering *J*-integral and crack opening displacement (COD) estimation equations for circumferential through-wall cracked pipes under internal pressure and under combined internal pressure and bending. Based on selected 3-D finite element calculations for the circumferential through-wall cracked pipes under internal pressure using the idealized power law materials, the elastic and plastic influence functions for fully plastic *J*-integral and COD solutions are found as a function of the normalized crack length and the mean radius-to-thickness ratio. These developed GE/EPRI-type solutions are then re-formulated based on the enhanced reference stress method. Such re-formulation not only provides simpler equations for *J*-integral and COD estimations, but also can be easily extended to combined internal pressure and bending. The proposed equations are compared with elastic-plastic finite element results using actual stress-strain data, which shows overall excellent agreement.

#### 1. 서론

원자력 배관은 일반적으로 내압이 작용하므로 축방향 응력(axial stress)과 원주방향 응력(hoop stress)이 발생하여 2축응력 상태가 된다. 따라서 내압이 작용하는 원자력 배관의 파단전누설(leak-before-break; LBB) 해석을 위한 *J*-적분과 균열열림 변위(crack opening displacement; COD) 계산 시에는 내압으로 인한 축방향 응력과 원주방향 응력의 영향을 정확히 고려해야 한다. 그러나 LBB 해석에 사용되는 GE/EPRI법<sup>(1,2)</sup>과 같은 기존의 공학적 계산식에서는 원주방향 응력의 영향을 무시하고 인장하중만이 작용하는 경우(1축응력)의 식을 이용

하여 내압이 작용하는 배관의 *J*-적분과 COD를 계산하므로, 이로 인해 *J*-적분과 COD 계산 결과가 부정확할 수 있다. 특히 내압이 크거나 내압만으로도 파괴가 발생할 수 있는 고온(elevated temperature) 환경에서 운전되는 배관의 경우에는 원주방향 응력의 영향이 커지게 되므로 이를 무시하면 해석결과가 비보수적이 될 수 있다는 문제가 있다. 따라서 내압을 직접적으로 고려한 새로운 *J*-적분 및 COD 계산식이 제시되어야 한다.

현재 가장 일반적으로 사용되고 있는 GE/EPRI 법으로 내압에 의한 원주방향 응력의 영향을 고려한 공학적 계산식을 제시하기 위해서는 다양한 배관 및 균열의 크기, 재료물성치, 그리고 하중 형태(순수 내압, 내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우 등)를 고려하여 많은 유한요소(finite element; FE) 해석을 수행해야 한다. 뿐만 아니라 계산식이 제시되어도 입력 조건으로 사용되는 Ramberg-Osgood(R-O) 상수가 응력-변형률 곡선의

\* 회원, 성균관대학교 기계공학부

† 책임저자, 회원, 성균관대학교 기계공학부

E-mail : yjkim@yurim.skku.ac.kr

TEL : (031)290-5274 FAX : (031)290-5276

**Table 1** Summary of FE calculations for the present work

Loading condition	$R_m/t$	$\theta/\pi$	$n$
Internal pressure with crack face pressure	5	0.125	1, 3, 7
		0.25	1, 3, 7
		0.5	1, 3, 7
	20	0.125	1, 3, 7
		0.25	1, 3, 7
		0.5	1, 3, 7

곡선 적합 구간에 따라 변하며 이로 인해 해석 결과도 크게 영향을 받는다는 문제점이 있다.<sup>(3)</sup>

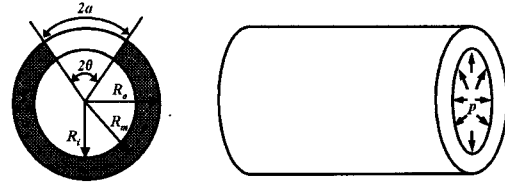
저자들은 최근 원주방향 관통균열이 존재하는 원자력 배관의  $J$ -적분과 COD 계산을 위한 새로운 공학적 계산식인 개선된 참조응력(enhanced reference stress; ERS)법을 제시하고, 배관 실험 및 3차원 유한요소해석 결과와 비교하여 기존의 공학적 계산식보다 정확하고 안정적임을 입증한 바 있다.<sup>(3,4)</sup> ERS법은 응력-변형률 곡선에 대한 R-O 곡선 적합을 수행할 필요가 없기 때문에 인장 특성의 이상화로 인한 오차를 줄일 수 있다는 장점이 있다. 또한 해석 대상에 관계없이  $J$ -적분 및 COD 계산식은 동일하며 구조물의 탄성해와 최적참조 하중(optimized reference load)만이 필요하므로 확대 적용이 용이하고, 이는 GE/EPRI법과는 달리 제한된 유한요소해석으로 쉽게 도출이 가능하다는 장점도 있다.

본 논문의 목적은 내압으로 인한 원주방향 응력의 영향을 고려한 새로운 공학적  $J$ -적분 및 COD 계산식을 제시하는 것이다. 이를 위해 먼저 인장 하중이 아닌 내압을 직접 작용시킨 제한된 유한요소해석을 수행하여 원주방향 응력의 영향이 고려된 GE/EPRI법의 소성영향함수(plastic influence function)를 결정하였으며, 해석 결과를 재정리하여 ERS법 기반의 공학적 계산식을 새롭게 제시하였다. 또한 3차원 유한요소해석을 수행하여 제시된 계산식의 타당성을 검증하였다.

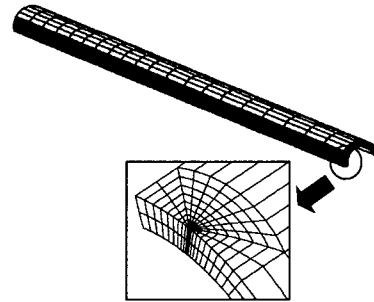
## 2. GE/EPRI법을 기반으로 한 $J$ -적분 및 COD 계산식

### 2.1 유한요소해석

Fig. 1은 내압( $p$ )이 작용하는 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 기하학적 형상을 나타낸 것이다. GE/EPRI법의 탄성 및 소성영향함수를 구하기 위해 유한요소해석에 사용된 배관의  $R_m/t$ 값은 5와 20이며, 균열길이는 배관 원주의 12.5%( $\theta/\pi=0.125$ ), 25%( $\theta/\pi=0.25$ ), 그리고 50%( $\theta/\pi=0.5$ )의 세가지 경우를 고려하였다. Table 1에 해석 조건을 정리하여 나타내었다. 유한요소해석은 범용 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS 프로그램<sup>(5)</sup>을 이용하여 수행



**Fig. 1** Circumferential through-wall cracked pipes under internal pressure



**Fig. 2** A 3-D FE mesh for the circumferential through-wall cracked pipe

하였다. Fig. 2는 해석에 사용된 대표적인 유한요소 모델을 나타낸 것으로 대칭성을 고려하여 1/4만을 모델링하였으며, 20절점 등계수 사각주요소(20-nodes isoparametric brick reduced integration element)를 사용하였다. 배관 모델에 사용된 요소의 수는 936개이며, 소규모 변형률 해석(small strain analysis)을 적용하였다. 내압은 배관 내부에 분포 하중의 형태로 작용시켰으며, 배관의 끝단에는 상당 인장 하중을 작용시켰다. 또한 균열면에도 내압의 50%에 해당하는 압력을 작용시켰다.

GE/EPRI법을 기반으로 공학적 계산식을 제시하기 위해서는 재료의 응력-변형률 관계를 다음과 같은 R-O 관계로 이상화하여야 한다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad (1)$$

여기서,  $\alpha$ 와  $n$ 은 각각 R-O 상수와 가공경화지수이며,  $\sigma_y$ 는 재료의 항복강도이다. 또한  $\epsilon_0$ 는  $\sigma_y/E$ 이다.

본 논문에서는  $\alpha$ 는 1,  $\sigma_y$ 는 165MPa로 고정하였다. 또한 가공경화지수는 1, 3, 7의 세가지로 변화시켜 전체 18가지에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하였다.

### 2.2 해석결과

내압이 작용하는 경우,  $J$ -적분의 탄성 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$J_e = \frac{K^2}{E} = \frac{1}{E} \left( \frac{pR_i}{2t} \right)^2 \pi a \cdot F^2 \quad (2)$$

여기서,  $R_i$ 는 배관의 내반경이며,  $a$ 는 균열길이의 1/2, 그리고  $F$ 는 응력확대계수 계산을 위한

Table 2 Resulting values of  $F$  and  $h_1$ -function

$R_m/t$	$\theta/\pi$	$F$	$h_1(n=1)$	$h_1(n=3)$	$h_1(n=7)$
5	0.125	1.326	2.893	7.099	27.985
	0.25	1.818	3.033	4.698	6.063
	0.5	4.224	2.522	1.769	0.705
20	0.125	1.436	3.983	11.297	51.354
	0.25	2.149	4.972	8.543	11.744
	0.5	5.017	4.177	3.425	1.750

Table 3 Resulting values of  $V$  and  $h_2$ -function

$R_m/t$	$\theta/\pi$	$V$	$h_2(n=1)$	$h_2(n=3)$	$h_2(n=7)$
5	0.125	1.333	3.611	7.981	31.377
	0.25	2.033	3.806	5.251	6.686
	0.5	7.090	4.254	2.252	0.768
20	0.125	1.560	4.577	11.887	53.247
	0.25	3.024	6.133	9.629	13.096
	0.5	11.586	7.531	4.463	1.995

GE/EPRI법의 형상함수이다. 탄성 유한요소해석 결과( $n=1$ 인 경우)를 식 (2)에 대입하면  $F$ 값을 구할 수 있으며 계산된 값을 Table 2에 정리하여 나타내었다. Fig. 3(a)에는 본 논문에서 제시한 원주방향 응력의 영향을 고려한  $F$ 값( $R_m/t=5$ 인 경우)을 GE/EPRI법의 순수 인장하중에 대한  $F$ 값<sup>(2)</sup>과 비교하여 나타내었다. 그림에 나타낸 바와 같이 원주방향 응력의 영향을 고려한 경우가 순수 인장하중인 경우보다 크게 나타났다. 탄성의 경우, 본 논문에서 고려된 균열 형상에 대해서는 1축하중(인장하중)과 2축하중(내압) 하의  $J_e$ 값이 동일해야 하나, 균열면에 작용시킨 압력의 영향으로 인해 내압이 작용하는 경우의  $F$ 값이 크게 나타났다.

COD의 탄성 성분도  $J$ -적분의 경우와 동일하게 다음과 같이 표현된다.

$$\delta_e = \frac{4}{E} \left( \frac{pR_i}{2t} \right) a \cdot V \quad (3)$$

여기서,  $V$ 는 COD의 탄성 성분을 계산하기 위한 형상함수로 탄성 유한요소해석 결과를 식 (3)에 대입하여 구한다. 계산된  $V$ 값을 Table 3에 정리하여 나타내었다. Fig. 3(b)에는 본 논문에서 제시한 원주방향 응력의 영향을 고려한  $V$ 값( $R_m/t=5$ 인 경우)을 GE/EPRI법의 순수 인장하중에 대한  $V$ 값<sup>(2)</sup>과 비교하여 나타내었다. 이 경우도  $F$ 값과 동일하게 원주방향 응력의 영향을 고려한 경우가 순수 인장하중인 경우보다 크게 나타났다.

내압이 작용하는 경우에 대한  $J$ -적분의 소성 성분( $J_p$ )과 COD의 소성 성분( $\delta_p$ ) 계산식은 다음과 같이 표현된다.

$$J_p = \alpha \sigma_o \varepsilon_o \frac{\theta}{\pi} R_m (\pi - \theta) h_1(n) \left( \frac{p}{p_L} \right)^{n+1} \quad (4)$$

$$\delta_p = \alpha \varepsilon_o a h_2(n) \left( \frac{p}{p_L} \right)^n \quad (5)$$

여기서,  $p_L$ 는 소성 한계 압력으로 순수 인장하중에

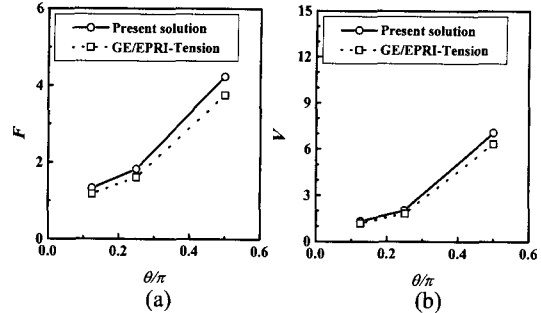


Fig. 3 Comparison of the shape factors for the stress intensity factor and elastic COD with the present FE analysis with the FE solutions in Ref. (2) for axial tension ( $R_m/t=5$ )

대한 소성 한계 하중식<sup>(6)</sup>을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$p_L = \frac{2t}{\pi R_m} \sigma_o \left\{ \pi - \theta - 2 \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \sin \theta \right) \right\} \quad (6)$$

식 (4)와 식 (5)에서 소성영향함수인  $h_1$ 과  $h_2$ 는 배관의 형상( $R_m/t$ ), 균열길이( $\theta/\pi$ ), 그리고 가공경화 지수( $n$ )의 함수로 유한요소해석 결과를 이용하여 다음과 같이 구한다. 먼저  $J$ -적분과 COD의 소성 성분은 유한요소해석으로 구한 전체  $J$ -적분과 COD에서 탄성 성분을 제외하여 다음과 같이 구한다.

$$J_p^{FE} = J^{FE} - \frac{1}{E} \left( \frac{pR_i}{2t} \right)^2 \pi a \cdot F^2 \quad (7)$$

$$\delta_p^{FE} = \delta^{FE} - \frac{4}{E} \left( \frac{pR_i}{2t} \right) a \cdot V \quad (8)$$

여기서,  $J^{FE}$ 와  $\delta^{FE}$ 는 각각 유한요소해석으로 구한 전체  $J$ -적분과 COD를 의미하며,  $J_p^{FE}$ 와  $\delta_p^{FE}$ 는 유한요소해석으로 구한  $J$ -적분과 COD의 소성 성분을 의미한다.

따라서 식 (7)과 식 (8)에서 구한 결과를 식 (4)와 식 (5)로 정리하면 원주방향 응력의 영향이 고려된 소성영향함수를 구할 수 있다. 소성영향함수는 작용 하중의 크기에 따라 변하므로 소성영향함수가 특정 값으로 수렴하는 범위까지 해석을 수행하여 더 이상 하중의 크기에 영향을 받지 않는 구간에서의 값을 소성영향함수로 정의하였다. 이와 같이 구한 소성영향함수  $h_1$ 과  $h_2$ 값을 각각 Table 2와 Table 3에 정리하여 나타내었다.

또한 탄성 성분의  $J$ -적분과 COD를 식 (4)와 식 (5)의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$J_e = \alpha \sigma_o \varepsilon_o \frac{\theta}{\pi} R_m (\pi - \theta) h_1(n=1) \left( \frac{p}{p_L} \right)^2 \quad (9)$$

$$\delta_e = \alpha \varepsilon_o a h_2(n=1) \left( \frac{p}{p_L} \right) \quad (10)$$

여기서,  $h_1(n=1)$ 과  $h_2(n=1)$ 은 탄성인 경우의  $h_1$ 과  $h_2$ 를

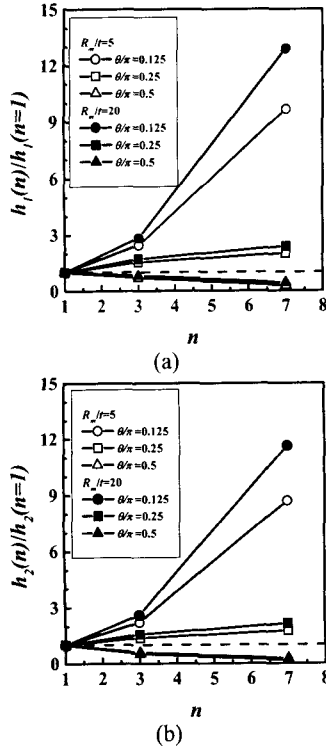


Fig. 4 Variations of (a)  $h_1(n)/h_1(n=1)$  and (b)  $h_2(n)/h_2(n=1)$  with  $n$  for  $R_m/t=5$  and 20

의미한다. 탄성 해석 결과를 식 (9)와 식 (10)에 대입하면  $h_1(n=1)$ 과  $h_2(n=1)$ 을 구할 수 있으며 그 결과도 Table 2와 Table 3에 나타내었다.

또한 식 (9)와 식 (10)을 이용하여 식 (4)와 식 (5)를 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \left( \frac{p}{p_L} \right)^{n-1} \quad (11)$$

$$\frac{\delta_p}{\delta_e} = \alpha \frac{h_2(n)}{h_2(n=1)} \left( \frac{p}{p_L} \right)^{n-1} \quad (12)$$

여기서, 가공경화지수의 변화에 따른  $h_1(n)/h_1(n=1)$ 과  $h_2(n)/h_2(n=1)$ 값의 변화를 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에 나타난 바와 같이  $h_1(n)/h_1(n=1)$ 과  $h_2(n)/h_2(n=1)$ 은 가공경화지수가 1~7로 변화함에 따라 0.1~13정도까지 변하여 가공경화지수에 매우 민감하였다.

본 절에서는 내압에 의한 원주방향 응력의 영향을 고려한  $J$ -적분과 COD 계산식을 GE/EPRI법을 이용하여 새롭게 제시하였다. 그러나 앞서 언급한 바와 같이 GE/EPRI법은 재료의 응력-변형률 곡선을 R-O 관계식으로 이상화하여야 하며 이로 인해 계산 결과가 부정확해진다는 문제점이 있다. 뿐만 아니라 내압과 굽힘 모멘트가 동시에 작용하는 경우에 대한 해를 구하기 위해서는 작용하중비, 배관과 균열의 크기, 재료 물성치 등을 고려하여

많은 유한요소해석을 재수행해야 하며 이 결과도 위에서 언급한 문제점으로 인해 실제 적용은 어렵다. 이에 본 절의 제한된 유한요소해석으로 구한 소성영향함수를 재정의하여 ERS법을 기반으로 한 새로운  $J$ -적분 및 COD 계산식을 제시하였다.

### 3. ERS법을 기반으로 한 $J$ -적분 및 COD 계산식

#### 3.1 $J$ -적분 및 COD 계산식

앞서 언급한 바와 같이 ERS법의 장점은 해석 대상에 관계없이 계산식은 동일하며 구조물의 탄성해와 최적참조하중만 새롭게 정의하면  $J$ -적분과 COD를 계산할 수 있다는 것이다. 따라서 내압이 작용하는 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의  $J$ -적분과 COD 계산식도 순수 인장하중이나 굽힘 모멘트가 작용하는 경우의 계산식과 동일하며  $J$ -적분의 경우 다음과 같이 표현된다.<sup>(3,4)</sup>

$$\frac{J}{J_e} = \frac{E \epsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \right)^2 \frac{\sigma_{ref}}{E \epsilon_{ref}} \quad (13)$$

여기서,  $\epsilon_{ref}$ 는 참조응력( $\sigma_{ref}$ )에서 정의되는 참조변형률로 진응력-진변형률 곡선에서 구한다.

또한 참조응력은 최적참조하중을 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_{ref} = \frac{Q}{Q_{OR}} \sigma_y \quad (14)$$

여기서,  $Q$ 는 일반화된 작용 하중(generalized load, 압력, 인장하중, 굽힘모멘트)이며  $Q_{OR}$ 은 일반화된 최적참조하중이다.

내압이 작용하는 경우의 COD 계산식은 다음과 같이 표현된다.<sup>(3,4)</sup>

$$\delta_e = \begin{cases} \frac{E \epsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \right)^2 \frac{\sigma_{ref}}{E \epsilon_{ref}} & \text{for } 0 \leq \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \leq 1 \\ \left( \frac{\delta}{\delta_e} \right)_{\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y}=1} \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \right)^{n_1-1} & \text{for } 1 < \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \end{cases} \quad (15)$$

식 (15)에서 재료의 가공경화지수는 다음의 식으로 구한다.

$$n_1 = \frac{\ln \left\{ \left( \frac{\epsilon_{u,t} - \sigma_{u,t}/E}{0.002} \right) \right\}}{\ln \left( \frac{\sigma_{u,t}}{\sigma_y} \right)} \quad (16)$$

여기서,  $\sigma_{u,t}$ 와  $\epsilon_{u,t}$ 는 진 인장강도(true tensile strength)와 그때의 변형률을 의미한다. 식 (16)은 0.2% 순수 소성응력과 인장강도 사이의 응력-변형률 곡선을 곡선 적합한 것이다.<sup>(4)</sup>

식 (13)~식 (16)을 이용하여  $J$ -적분과 COD를 계산하기 위해서는 각각의 탄성 성분( $J_e, \delta_e$ )과 최적

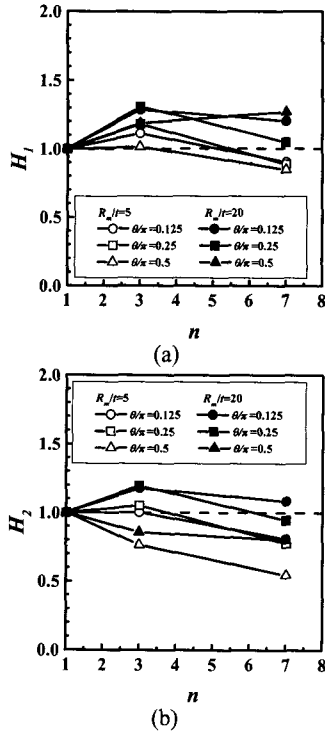


Fig. 5 Variations of (a)  $H_1$  and (b)  $H_2$  with  $n$  for  $R_m/t=5$  and 20

참조하중( $Q_{or}$ )을 정의하여야 하며, 내압이 작용하는 경우의 최적참조하중식은 3.2절과 3.3절에 자세히 기술하였다.

3.2 내압이 작용하는 경우의 최적참조압력

입의의 기준 압력인  $p_{ref}$ 를 도입하여 식 (11)과 식 (12)를 재정리하면 다음과 같다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha \left\{ \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \left( \frac{p_{ref}}{p_L} \right)^{n-1} \right\} \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{n-1} \quad (17)$$

$$\frac{\delta_p}{\delta_e} = \alpha \left\{ \frac{h_2(n)}{h_2(n=1)} \left( \frac{p_{ref}}{p_L} \right)^{n-1} \right\} \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{n-1} \quad (18)$$

여기서,  $h_1(n)/h_1(n=1)$ ,  $h_2(n)/h_2(n=1)$ 와  $p_{ref}/p_L$ 은 무차원 상수이므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{J_p}{J_e} = \alpha H_1 \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{n-1} \quad (19)$$

$$\frac{\delta_p}{\delta_e} = \alpha H_2 \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{n-1} \quad (20)$$

여기서, 무차원 상수인  $H_1$ 과  $H_2$ 는 가공경화지수에 의존하는 함수이다.

Ainsworth<sup>(7)</sup>가 제시한 참조응력 개념에 기초한  $J$ -적분 및 COD 계산식의 기본 개념은  $H_1$ 과  $H_2$ 의

가공경화지수 의존성을 줄일 수 있도록 기준 하중( $p_{ref}$ )을 정의하는 것이다. Ainsworth는 현장 적용성을 고려하여 소성 한계 하중(plastic limit load)을 기준 하중으로 제시하여 R6 평가법<sup>(8)</sup> 등에 적용되고 있으나, 이는  $H_1$ 과  $H_2$ 의 가공경화지수 의존성을 최소화하지 못하여 계산 결과가 일반적으로 부정확하다는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 내압에 의한 원주방향 응력의 영향을 고려한 ERS법 기반의  $J$ -적분 및 COD 계산식을 제시하기 위해서 2절에서 제시한 GE/EPRI법의 소성영향함수를 다음의 관계로 재정리하여 최적참조압력( $p_{or}$ )식을 제시하였다.

$$p_{ref} = Q_{or} = p_{or} = \left\{ \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \right\}^{1/(1-n)} p_L \quad (21)$$

식 (21)의 관계를 이용하여 구한 최적참조압력식은 다음과 같다.

$$p_{ref} = Q_{or} = p_{or} = \gamma(\theta) \cdot p_L \quad (22)$$

$$\gamma(\theta) = 0.45 + 1.88 \left( \frac{\theta}{\pi} \right) - 0.75 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^2 \quad (23)$$

식 (22)의  $p_{or}$ 을 식 (17)과 식 (18)에 대입하여 가공경화지수에 따른  $H_1$ 과  $H_2$  함수의 변화를 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 4에서  $h_1(n)/h_1(n=1)$ 과  $h_2(n)/h_2(n=1)$ 는 가공경화지수가 1~7로 변화함에 따라 0.1~13정도까지 변화하였으나  $H_1$ 과  $H_2$ 는 0.5~1.3까지 변화하여 본 논문에서 새롭게 제시한 최적참조압력에 의해 소성영향함수의 가공경화지수 의존성이 최소화됨을 알 수 있다.

3.3 내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우의 최적참조하중

내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우의 최적참조하중식을 유도하기 위해서는 먼저 항복 궤적(yield locus)이 정의되어야 하며 본 논문에서는 이 경우도 인장하중과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우<sup>(9)</sup>와 동일한 형태의 항복 궤적이 사용될 수 있다고 가정하여 다음과 같이 항복 궤적을 정의하였다.

$$\left( \frac{p}{p_{or}} \right)^2 + \frac{M}{M_{or}} = 1 \quad (24)$$

여기서,  $p_{or}$ 은 식 (22)에서 새롭게 정의된 순수 내압이 작용되는 경우의 최적참조압력이며  $M_{or}$ 은 전보<sup>(4)</sup>에서 제시한 순수 굽힘모멘트가 작용하는 경우의 최적참조모멘트이다.

내압과 굽힘모멘트의 비가 일정하게 동시에 작용하는 경우의 작용하중비는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \frac{M}{(\pi R_i^2 p) R_m} \quad (25)$$

따라서 식 (25)를 식 (24)에 대입하면 이 경우에

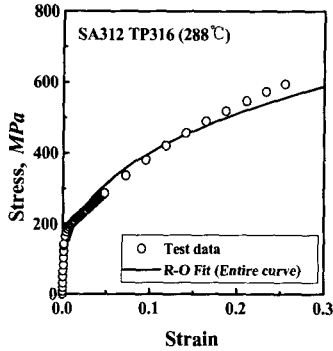


Fig. 6 Stress-strain curve and R-O fitting result for SA312 TP316 steel (288°C)

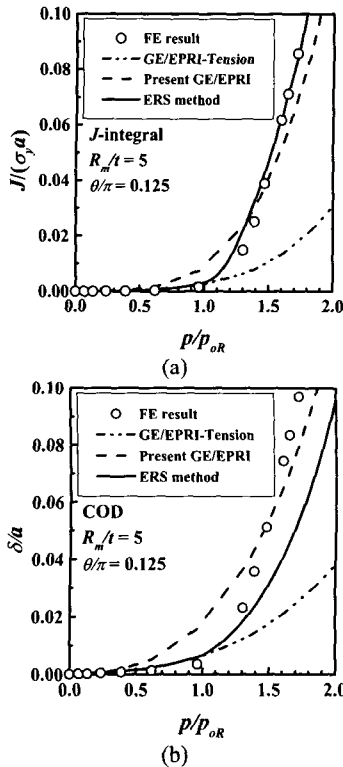


Fig. 7 Comparison of  $J$  and COD for through-wall cracked pipes under internal pressure ( $\theta/\pi=0.125$ )

대한 최적참조모멘트( $Q_{or} = M_{or}^c$ )를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$M_{or}^c = \frac{1}{2} \left[ \frac{(\lambda R_i^2 R_m p_{or})^2}{M_{or}} + \sqrt{\left\{ \frac{(\lambda R_i^2 R_m p_{or})^2}{M_{or}} \right\}^2 + 4(\lambda R_i^2 R_m p_{or})^2} \right] \quad (26)$$

내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우의 탄성해는 각각의 탄성해를 선형중첩하여 구한다.

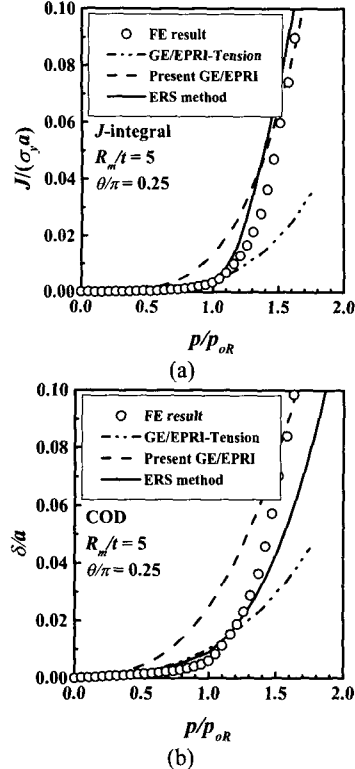


Fig. 8 Comparison of  $J$  and COD for through-wall cracked pipes under internal pressure ( $\theta/\pi=0.25$ )

#### 4. 유한요소해석을 이용한 수치해석적 검증

##### 4.1 유한요소해석

순수 내압이나 내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 원주방향 관통균열이 존재하는 배관의  $J$ -적분과 COD 계산을 위해 본 논문에서 새롭게 제시한 공학적 계산식의 타당성을 검증하기 위해서 3차원 유한요소해석 결과와 비교하였다. 해석에 사용된 배관의 외경과 두께는 각각 355.6mm와 32.3mm이며  $R_m/t$ 값은 5이다. 또한 균열길이는 실제 원자력 배관에 대한 LBB 해석시 주로 사용되는  $\theta/\pi=0.125$ 와 0.25의 두 가지 경우를 고려하였다. 재료는 SA312 TP316 스테인리스강(288°C)으로 항복강도와 인장강도는 각각 165MPa, 455MPa이며 실제 응력-변형률 곡선을 Fig. 6에 나타내었다.

내압과 굽힘모멘트의 비가 일정하게 동시에 작용하는 경우에 대한 해석시에는  $\lambda$ (식 (25) 참고)를 0.5, 1, 그리고 2.0의 세가지로 변화시켜 해석을 수행하였다.

##### 4.2 해석결과

Fig. 7과 Fig. 8은  $\theta/\pi=0.125$ 와 0.25이고 순수 내압이

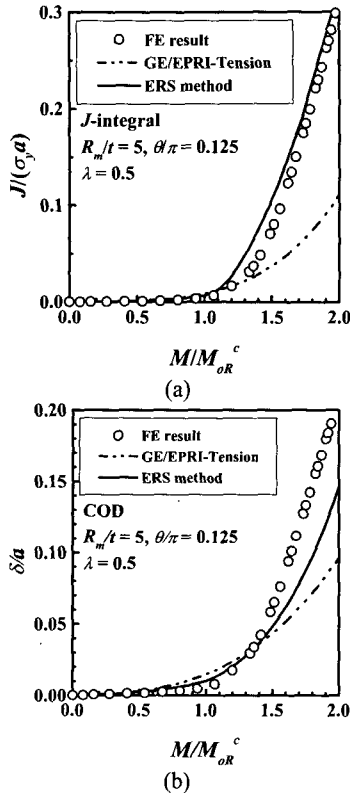


Fig. 9 Comparison of  $J$  and COD for through-wall cracked pipes under combined pressure and bending ( $\theta/\pi=0.125$ ,  $\lambda=0.5$ )

작용하는 경우에 대한  $J$ -적분 및 COD 계산 결과를 나타낸 것이다. 3차원 유한요소해석으로 구한 결과와 본 논문에서 새롭게 제시한 원주방향 응력의 영향을 고려한 GE/EPRI법으로 구한 결과(Present GE/EPRI), 그리고 ERS법으로 구한 계산 결과(ERS method)를 비교하여 나타내었다. 또한 인장하중으로 가정하여 GE/EPRI법의 인장하중해(2)로 구한 결과(GE/EPRI-Tension)도 함께 나타내었다. 하중은 최적참조압력(식 (22))으로 무차원화하여 나타내었으며  $J$ -적분은 항복강도와 균열길이를 무차원화하여 나타내었다. 또한 COD도 균열길이를 무차원화하여 나타내었다. GE/EPRI법으로 계산할 때에는 재료의 R-O 상수로 Fig. 6에 나타낸 바와 같이 전체 응력-변형률 곡선에 대한 곡선 적합 결과를 사용하였다.

해석 결과 두 경우 모두 본 논문에서 새롭게 제시한 ERS법으로 예측한  $J$ -적분은 3차원 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. 그러나 인장하중으로 가정하여 기존의 GE/EPRI법으로 구한 계산 결과는 원주방향 응력의 영향을 고려하지 못하기 때문에  $J$ -적분을 매우 작게 예측하였다. 또한 본 논문에서 원주방향 응력의 영향을 고려하여 새롭게 제시한 GE/EPRI법은 기존의 인장하중해를 사용한

결과보다  $J$ -적분을 정확하게 계산하였다. 그러나 이 방법도 계산 결과가 R-O 상수값에 따라 변한다는 문제가 있다.

본 논문에서 새롭게 제시한 ERS법 기반의 계산식으로 구한 COD 계산 결과는 3차원 유한요소해석 결과를 작게 예측했으나 비교적 잘 일치하였다. 그러나 LBB 해석 측면에서는 보수적인 계산 결과를 제공하는 것으로 나타났다.  $J$ -적분 계산 결과와 마찬가지로 인장하중으로 가정하여 GE/EPRI법으로 구한 계산 결과는 원주방향 응력의 영향을 고려하지 못하기 때문에 COD를 매우 작게 예측하였다. 그러나 원주방향 응력의 영향을 고려하여 새롭게 제시한 GE/EPRI법은 큰 하중 범위에서도 비교적 정확하게 결과를 예측하였다.

Fig. 9는 내압과 굽힘모멘트의 비가 일정하게 동시에 작용하는 경우에 대한 대표적인 계산 결과를 나타낸 것으로  $\theta/\pi=0.125$ 이고,  $\lambda=0.5$ 인 경우에 대한 결과이다. 3차원 유한요소해석 결과와 ERS법으로 구한 결과를 비교하여 나타냈으며, 기존의 인장하중해(2)를 사용하여 GE/EPRI법으로 구한 결과도 비교하여 나타내었다. 해석 결과 ERS법으로 구한  $J$ -적분과 COD는 3차원 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. 또한 모든 경우에 있어서 계산 결과의 경향 및 편차도 일정하였다. 또한  $J$ -적분과 COD 모두 LBB 해석 측면에서는 보수적인 경향을 나타내었다.

그러나 기존의 인장하중해를 사용한 GE/EPRI법은 ERS법에 비해 부정확하였으며 모든 경우에 있어서 3차원 유한요소해석 결과와의 편차도 불규칙하였다. 또한 원주방향 응력의 영향을 고려하지 못하기 때문에 내압의 크기가 증가함에 따라 유한요소해석 결과와의 차이가 더 커지는 것으로 나타났다.

전술한 바와 같이 내압만으로도 파괴가 발생할 수 있는 고온 환경에서 운전되는 배관의 경우는 원주방향 응력의 영향이 커지게 되어 건전성 평가를 위한 크리프(creep) 매개변수인  $C^*$ -적분이나 COD 계산시 내압을 인장하중으로 가정하여 평가하면 계산 결과가 매우 비보수적이 된다. 따라서 크리프 매개변수 계산시에는 특히 내압으로 인한 원주방향 응력의 영향을 고려해야 하며, 소성과 크리프의 유사성(analogy)을 이용하면 본 논문에서 제시한 결과를 이용하여 원주방향 응력의 영향을 고려한  $C^*$ -적분 및 COD를 계산할 수 있다. 정상상태 크리프 조건 하에서 멱급수(power-law) 크리프 법칙을 따르는 크리프 변형률 속도( $\dot{\epsilon}_c$ )는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n = A \sigma^n \quad (27)$$

이때  $C^*$ -적분은 GE/EPRI법을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$C^* = \alpha \sigma_o \dot{\epsilon}_o \frac{\theta}{\pi} R_m (\pi - \theta) h_1(n) \left( \frac{P}{P_L} \right)^{n+1} \quad (28)$$

여기서,  $h_1(n)$ 은 유한요소해석으로 구해지는 소성영향함수로 Table 2와 Table 3의 결과를 사용하면 내압이 작용하는 경우의 정확한  $C^*$ -적분값을 구할 수 있다.

정상상태 크리프 뿐만 아니라 일반 크리프 법칙의 경우에는 ERS법을 이용하여  $C^*$ -적분과 COD를 구할 수 있으며, 소성과 크리프의 유사성을 이용하면 ERS법의  $C^*$ -적분 및 COD 계산식은 다음과 같이 된다.

$$C^* = \left( \frac{K^2}{E'} \right) \frac{E \dot{\epsilon}_c}{\sigma_{ref}} \quad (29)$$

$$\frac{\dot{\delta}_c}{\delta_e} = \frac{\dot{\epsilon}_c}{\epsilon_e} = \frac{\dot{\epsilon}_c}{(\sigma_{ref}/E)} \quad (30)$$

여기서,  $\dot{\epsilon}_c$ 는 실제 크리프 변형률 데이터에서  $\sigma_{ref}$ 로부터 결정된 크리프 변형률 속도이다. 또한  $\dot{\delta}_c$ 는 크리프 COD 변화율이며,  $\delta_e$ 는 탄성 COD, 그리고  $\epsilon_e$ 는 탄성 변형률이다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 내압이 작용하는 원주방향 관통균열이 존재하는 원자력 배관의  $J$ -적분 및 COD 계산식을 새롭게 제시하였다. 또한 제시된 계산식의 타당성을 입증하기 위해서 순수 내압이 작용하는 경우와 내압과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우에 대해 3차원 유한요소해석으로 구한 결과와 비교하였으며 이를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 내압이 작용하는 원주방향 관통균열이 존재하는 원자력 배관의  $J$ -적분과 COD를 정확하게 계산할 수 있는 공학적 계산식을 새롭게 제시하였다.

(2) 새롭게 제시된 ERS법 기반의 계산식으로 구한  $J$ -적분과 COD는 3차원 유한요소해석 결과와 잘 일치하였으며 계산 결과도 해석 조건에 관계없이 안정적이었다. 따라서 제시된 계산식의 타당성이 입증되었다.

(3) 인장하중해를 사용한 기존의 GE/EPRI법은 원주방향 응력의 영향이 고려되지 않았기 때문에 내압이 작용하는 배관의  $J$ -적분과 COD를 3차원 유한요소해석 결과보다 작게 예측하였으며, 그 차

이는 내압이 증가할수록 커졌다. 또한 3차원 유한요소해석 결과와의 편차도 해석 조건에 따라 크게 변화하였다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Rahman, S., Brust, F.W., Ghadiali, N. and Wilkowski, G., 1998, "Crack-Opening-Area Analyses for Circumferential Through-Wall Cracks in Pipes - Part I : Analytical Models," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, pp. 357~373.
- (2) Kumar, V. and German, M.D., 1988, "Elastic-Plastic Fracture Analysis of Through-Wall and Surface Flaws in Cylinders," EPRI Report NP-5596.
- (3) 허남수, 김윤재, 김영진, 2001, "원자력·배관의 파단전누설 해석을 위한 개선된 참조응력법의 수치해석적 검증," 대한기계학회 논문집 A권, 제25권, 제4호, pp. 741~747.
- (4) 김윤재, 허남수, 김영진, 2001, "원주방향 관통균열이 존재하는 배관의  $J$ -적분 및 COD 계산을 위한 새로운 공학적 계산식," 대한기계학회 논문집 A권, 제25권, 제3호, pp. 548~553.
- (5) "ABAQUS User's manual," Hibbitt, Karlson & Sorensen, Inc., 1999.
- (6) Miller, A.G., 1988, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.
- (7) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.
- (8) "R6: Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," Revision 3, British Energy Generation Ltd., 1999.
- (9) 허남수, 김윤재, 김영진, 2001, "원주방향 관통균열이 존재하는 배관의 새로운  $J$ -적분 및 COD 계산식-인장하중과 굽힘모멘트가 동시에 작용하는 경우," 한국정밀공학회 논문집, 제18권, 제7호, pp. 85~90.