■ 論 文 ■

변동부등식을 이용한 가변수요 다사용자계층 통행배정문제의 해석

Multiple User Class Traffic Assignment based on Variational Inequality Formulation in Variable demands

임 용 택
(여수대학교 교통물류시스템공학부 조교수)

목 차

Key Words : 변동부등식, 다사용자계층, 가변수요, 비대칭통행배정, Wardrop 균형

요 약

다사용자계층 통행배정(Multiple User Class Assignment) 문제란 교통망을 이용하는 통행자들이 이질적인 통행계층으로 구성된 경우, 이들 각 계층의 통행수요를 교통망에 배정하는 문제를 의미한다. 이는 기존 통행배정모형들이 모든 통행자의 통행특성이 동질적이라고 가정함으로서 발생하는 불합리한 통행배정 결과를 완화시키기 위한 방법이다. 또한, 최근 지능형교통체계(Intelligent Transportation Systems, ITS)사업에서 교통정보제공시스템이 구현될 예정임에 따라, 교통정보를 제공받는 계층과 그렇지 못한 계층간의 영향을 분석하거나 혼잡통행료부과 등과 같은 교통관리전략을 정확히 평가하기 위해서 다사용자계층 통행배정모형에 대한 관심이 증가하고 있다.

그러나, 다사용자계층 통행배정모형의 경우, 사용자간의 상호영향으로 통행비용함수의 1차 편미분행렬(Jacobian matrix)이 비대칭(Asymmetric)이 되어 동등 수리최소화문제(Equivalency mathematical Minimization program)로 구성할 수 없고 또한 수치적으로 풀기가 어렵다는 문제가 있다. 본 연구는 이런 문제점을 극복할 수 있는 모형식과 알고리듬을 제시코자 한다. 본 연구에서 제시된 모형은 2가지 특징이 있다. 먼저, 각 사용자계층간의 상호영향을 모형내에 반영하며, 기종점쌍간의 통행시간변화에 따른 수요변화를 고려한다는 점이다. 이를 위하여 변동부등모형(Variational Inequality Model, VI)으로 문제를 구성하며, 이에 대한 해석 알고리듬도 제시한다. 또한, 변동부등모형으로 구축된 다사용자계층 모형이 다사용자계층 균형조건과 동일함을 보여주는 동등성조건(Equivalency condition)도 제시한다.

Ⅰ. 서론

다사용자계층 통행배정 모형(Multiple User Class Assignment)이란 복수의 통행자 계층이나 복수의 통행수단을 하나의 교통망에 배정하는 것이다. 따라서, 링크의 통행비용함수가 하나 이상의 교통량 변수를 갖게 되는데 이런 변수들의 상호영향에 의해 비대칭(Asymmetric)문제나 비분리(Nonseparable)문제가 발생하게 된다. 예를 들어 승용차와 트럭을 교통망에 배정하는 경우 1대의 트럭이 승용차의 비용에 미치는 영향과 1대의 승용차가 트럭의 통행비용에 미치는 영향과는 분명한 차이가 나게 된다. 이 경우 통행비용의 1차 편미분행렬(Jacobian matrix)은 비대칭이 되는데, 이런 문제를 비대칭 통행배정문제(Asymmetric Traffic Assignment problem)라 하며, 일반적인 최적화 알고리듬으로는 풀기가 어렵다.

다사용자계층 통행배정모형은 각 계층별 이질적인 통행특성을 고려할 수 있다는 측면에서 기존 통행배정모형에 비해 많은 장점을 갖고 있다. 단일사용자계층 통행배정모형의 경우, 각 계층별 특성이 하나로 환산되어 고려됨에 따라 평균적인 통행특성만을 보여주는 데 비해 다사용자계층 통행배정모형은 각 계층별 특성을 고려할 수 있기 때문이다. 특히, 각 사용자계층별 상호영향을 고려할 필요가 있는 경우, 예를 들어 통행자의 소득계층별 통행특성의 차이를 분석하거나, 교통정보를 제공받는 그룹과 그렇지 못한 그룹간의 경로선택의 차이를 분석해야 하는 경우 등은 다사용자계층 통행배정모형이 필요한 경우다.

그러나 다사용자계층 통행배정모형의 경우, 앞에서 기술한 바와 같이 사용자간의 상호영향으로 통행비용함수의 1차 편미분행렬(Jacobian matrix)이 비대칭(Asymmetric)이 되어 동등 수리최소화문제(Equivalency mathematical Minimization program)로 구성할 수 없고 수치적으로 풀기가 어렵다. 본 연구는 이런 문제점을 극복할 수 있는 가변수요 변동모형식과 풀이 알고리듬을 제시코자 한다. 본 연구에서 개발되는 모형은 2가지 특징이 있다. 먼저, 각 사용자계층간의 상호영향을 모형내에 반영하며, 기종점쌍간의 통행시간변화에 따른 수요변화를 고려한다는 점이다. 이를 위하여 변동부등모형(Variational Inequality Model, VI)으로 문제를 구성하며, 이에 대한 해석 알고리듬도 제시한다. 변동부등모형으로 구축된 다사용자계층 모형이 다사용자계층 균형조건과 동일함을 보여주는 동등성조건(Equivalency condition)도 제시된다. 또한 간단한 예제 교통망을 대상으로 모형을 평가한다.

Ⅱ. 다사용자계층 통행배정연구 검토

1. 다사용자계층 문제

다사용자계층 문제를 구분하는 기준에는 여러 가지가 있으나 크게 통행자의 통행특성을 기준으로 나누는 방법과 통행자들이 이용하는 교통수단의 특성을 기준으로 나눌 수 있다. 통행자의 통행특성을 기준으로 통행수요를 나눌 경우, 먼저 통행자의 교통망 정보 접근가능여부에 따라 차내에서 실시간 교통정보를 이용할 수 있는 운전자와 실시간 정보 시스템을 갖추지 못한 통행자들로 구분할 수 있다. 혼잡통행료 최적 징수지점이나 최적 통행료 결정을 위한 모형을 구축할 경우에도 통행자들의 소득 수준에 따라 계층을 분류할 수 있다. 이 경우 부과되는 혼잡통행료의 크기는 각 소득계층마다 다르게 인식되기 때문에 각 계층별로 통행패턴이 달라지게 된다.

다사용자계층 통행배정문제를 사용하는 교통수단에 따라 구분하면, 복수수단 통행배정 문제(Multi-mode assignment problem)가 된다. 대표적으로 예로, 동일한 링크에 승용차와 트럭이 동시에 존재하는 경우, 일반적인 교통수요 분석의 경우 승용차환산단위(Passenger car unit)로 트럭교통량을 승용차 교통량 단위로 환산하여 분석하는 방법을 이용하는데, 이런 경우 승용차와 트럭간의 상호작용(Interaction)을 묘사할 수 없으므로 정확한 분석을 위해서는 다사용자계층 통행배정 모형을 이용해야 한다.

다사용자계층 통행배정문제를 수학적으로 구성하려는 연구가 그간 지속적으로 진행되었다. 최초의 연구는 Dafermos(1972)였는데, 그녀는 다사용자 통행배정에 대한 기본적인 이론을 제시하였다. 이후 Van Vliet et al.(1986)는 Beckmann et al.(1956)의 동등최소화문제(Equivalency minimization problem)를 수정하여 다사용자 통행배정문제를 구성하고 이의 알고리듬을 제시하였다. 이 방법은 일반화비용(Generalized travel cost)이라는 개념으로 사용자간의 영향을 고려하였는데, 각 사용자계층간의 영향을 일정한 상수

값으로 가정한 한계가 있다. 이후 Mahmassani et al.(1988)는 복수차량간 통행배정 문제를 수학적 모형으로 제시하고 풀이 방법으로 대각화 알고리듬(Diagonalized algorithm)을 제시하였다. 최근Nagurney et al.(2002a, b,c)은 가변수요를 고려한 다사용자 다판단 통행배정모형(Multiclass, Multicriteria traffic assignment)을 발표하였는데, Nagurney et al.(2002a,b)의 경우, 본 연구에서 제시하는 모형식과 유사한 형태로 모형식을 제시하였으나 구체적으로 Wardrop의 균형상태와 일치함을 증명하지는 않았으며, 변동부등모형을 풀기 위한 해석 알고리즘도 본 연구와 다른 Modified projected method를 사용하고 있다. 또한 Nagurney et al(2002c)는 Supply chain에 대한 화물교통의 균형상태를 정의하고 모형식을 제시하였으며 Liu(2002)는 가변수요를 고려하면서 한계비용함수를 사용하여 최계최적(System-optimal) 변동부등식을 제시하였다.

2. 비대칭 통행배정문제

다사용자계층 통행배정문제의 경우, 통행비용함수의 Jacobian matrix가 비대칭(Asymmeric)형태를 갖기 때문에 다수의 해를 갖을 수 있다. 일반적으로 통행배정모형이 유일한 균형상태의 해(unique stable solution)를 갖기 위해서는 통행비용함수가 자신의 링크 통행량만의 함수인 분리(separable)형태이며 통행량에 대하여 단조증가(monotone increasing)해야 한다. 따라서 다사용자계층 통행배정모형과 같이 비대칭통행비용함수를 갖는 경우, 하나의 해(equilibrium)가 아닌 다수의 해(equilibria; multiple solutions)가 존재할 수 있다. 그러나 다음 2가지 조건을 만족하는 비대칭 통행비용으로 구성된 통행배정문제는 유일한 해를 갖는 것으로 알려져 있다(Sheffi,1985).

① 각 링크의 통행비용함수는 해당 링크의 통행량에 대해 단조증가관계를 가져야 한다.

$$\frac{\partial c_a(x)}{\partial x_a} > 0, \quad \forall a \neq b$$

여기서, $c_a(x)$는 통행량 x를 변수로 하는 링크 a의 통행비용이며, x_a는 링크 a의 통행량이다.

② 각 링크의 통행비용은 해당 링크의 교통량에 주로 의존적이어야 한다. 즉, 통행비용함수의 Jacobian matrix의 주대각 요소(diagonal elements)의 값이 다른 요소(off-diagonal elements)의 값보다 매우 커야 한다는 것이다.

$$\frac{\partial c_a(x)}{\partial x_a} \gg \frac{\partial c_a(x)}{\partial x_b}, \quad \forall a \neq b$$

따라서 만약, 이들 두 조건이 만족되지 않으며, 통행배정모형의 목적함수가 비볼록(Non-convex)형태가 될 수 있어 유일한 균형해(equilibrium)를 보장할 수 없게 된다.

Ⅲ. 다사용자 VI모형과 해석 알고리듬

앞에서 살펴본 바와 같이 다사용자계층 통행배정문제가 비대칭 통행비용함수로 이루어지기 때문에 일반적인 동등 수리최소화문제가 존재하지 않는다(Sheffi, 1985). 따라서 본 연구에서는 변동부등식(Variational Inequality, VI)을 이용하여 다사용자계층 통행배정모형을 구축하며 이를 풀기 위한 알고리듬을 제시한다. 먼저, 본 연구에서 사용되는 주요 변수는 다음과 같다.

〔변수의 정의〕

x_a^m : 사용자계층 m의 링크 a 통행량
f_k^m : 사용자계층 m의 경로 k 통행량
q_{rs}^m : 사용자계층 m의 기종점쌍 rs간의 OD통행량
c_a^m : 사용자계층 m의 링크 a 통행비용
C_k^m : 사용자계층 m의 경로 k 통행비용

위 기본변수들간에는 몇가지 교통량 보존조건이 성립하는데, 먼저 OD통행량과 경로 통행량간에는 다음 관계가 성립한다.

$$q_{rs}^m = \sum_k f_k^m \tag{1}$$

또한, 링크 통행량과 경로 통행량간에는 다음과 같은 조건이 있다.

$$x_a^m = \sum_k f_k^m \delta_{ak} \tag{2}$$

여기서, δ_{ak}는 상보조건(Incidence relationship)으로, 링크 a가 경로 k에 속하면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다. 마찬가지로 링크 통행비용과 경로 통행비용간에는 다음조건이 만족된다.

$$C_k^m = \sum_a c_a^m \delta_{ak} \tag{3}$$

본 논문에서 링크 통행비용함수는 링크 통행량의 함수로 가정하며, 다음과 같이 표현된다.

$$c_a = c_a(x) \tag{4}$$

여기서, $x + \{\cdots, x_a, \cdots\}$이며, x_a는 다음과 같다.

$$x_a = \sum_m x_a^m \tag{5}$$

1. 다사용자계층 통행배정모형

본 연구에서는 통행자들이 Wardrop의 경로선택원리(Wardrop, 1952)를 따른다고 가정한다. 즉, 사용된 모든 경로의 통행비용은 동일하고, 사용하지 않은 경로의 통행비용보다 작다는 원리를 이용한다. 이를 다사용자계층(Multiple User Class)으로 확장할 경우, 다음과 같이 표현된다.

〔다사용자계층 균형조건〕

모든 사용자계층 m과 OD쌍 rs 그리고 모든 경로 k에 대하여, 다음 조건이 만족되면, 이때 경로 통행량 f_k^m는 균형통행량이다.

$$C_k^m \begin{pmatrix} = \lambda_{rs}^m, & \text{if } f_k^m > 0 \\ \geq \lambda_{rs}^m, & \text{if } f_k^m = 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

여기서, C_k^m은 사용자계층 m의 경로 k에 대한 통행비용이며, λ_{rs}^m는 사용자계층 m의 기종점 rs간 최단통행비용(비효용)으로 OD통행량의 함수이다. 만약 기종점쌍 rs간 통행수요 q_{rs}^m이 λ_{rs}^m의 함수라면(즉, $q_{rs}^m = D_{rs}^m(\lambda_{rs}^m)$), $\lambda_{rs}^m = D_{rs}^{m^{-1}}(q_{rs}^m)$이 된다. 위 다사용자계층 균형조건은 변동부등식(Variational Inequality)으로 모형화 될 수 있다. 여기서, Beckmann et al. (1956)의 동등수리최소화문제(Equivalency mathematical minimization problem)로 모형화되지 못하는 이유는, 동일한 링크를 사용하는 사용자들이 서로 영향을 미쳐 통행비용함수의 Jacobian matrix가 비대칭(Asymmetric)이기 때문이다. 식(6)의 다사용자계층 균형조건에 따라 본 연구에서 구축되는 다사용자 변동부등문제는 다음과 같다.

〔다사용자계층 변동부등문제〕

다음 부등식을 만족하면, (x^*, q^*)는 균형상태의 교통류 패턴이다.

$$c(x^*) \cdot (x - x^*) - \lambda(q^*) \cdot (q - q^*) \geq 0 \tag{7}$$

여기서, (x^*, q^*)는 균형상태의 링크 통행량벡타(Equilibrium link flow vector)와 OD 통행량벡타(OD flow vector)이며, (x, q)는 가능통행량벡타(Feasible flow vector)이다. 위 변동부등모형은 다음과 같은 교통량제약식과을 갖는다.

$$\sum_k f_k^m = q_{rs}^m \qquad \forall r, s$$
$$f_k^m \geq 0 \qquad \forall k, m$$
$$x_a^m = \sum_k f_k^m \delta_{ak} \qquad \forall a$$

여기서, x_a^m은 사용자계층 m의 링크 a 통행량을, f_k^m는 사용자계층 m의 경로 k 통행량을 나타내며, δ_{ak}는 링크 a가 경로 k에 속하면 1, 그렇지 않으면 0인 가변수(dummy variable)를 나타낸다.

위 변동부등문제(7)이 식(6)의 다사용자계층 균형조건과 동일함은 다음과 같이 보일 수 있다.

(증명)

(1) 필요조건 :

다사용자 균형조건(6)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$[C_k^m - \lambda_{rs}^m] \cdot [f_k^m - f_k^{m*}] \geq 0 \tag{8}$$

식(8)은 임의의 비음(Nonnegative) 경로통행량 f_k^m에 대하여, 만약 $f_k^{m*} > 0$이면 $[C_k^m - \lambda_{rs}^m] = 0$이고, $f_k^{m*} = 0$

이면 $[C_k^m - \lambda_{rs}^m] \geq 0$이 성립한다. 즉, 식(6)과 동등하다.

식(8)은 모든 경로에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_k [C_k^m - \lambda_{rs}^m] \cdot [f_k^m - f_k^{m*}] \geq 0$$

위 식에 식(1)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_k C_k^m \cdot (f_k^m - f_k^{m*}) - \lambda_{rs}^m \cdot (q_{rs}^m - q_{rs}^{m*}) \geq 0 \qquad (9)$$

위 식에 식(2),(3)을 대입하고, 모든 사용자계층 m와 기종점쌍 rs에 대하여 더하면 다음과 같이 정리된다.

$$\sum_m \sum_a c_a^m \cdot (x_a^m - x_a^{m*}) - \sum_m \sum_{rs} \lambda_{rs}^m \cdot (q_{rs}^m - q_{rs}^{m*}) \geq 0 \qquad (10)$$

위 식(10)는 식(7)과 동등하므로 필요조건이 만족되었다. 만약, OD수요의 변화를 고려하지 않는다면(즉, 고정수요라면), $q_{rs}^m = q_{rs}^{m*}$가 되어 식(10)의 왼쪽 두 번째항은 없어진다.

(2) 충분조건 :

충분조건은 식(7)과 동일한 식(9)가 다사용자 균형조건인 식(6)과 동일함을 보이면 된다. 두 개의 경로 1,2를 제외하고 모든 가능 통행량패턴 $\{f_k^m, q_{rs}^m\}$을 균형 통행량패턴 $\{f_k^{m*}, q_{rs}^{m*}\}$이라고 가정하자. 이 경우 균형상태에서 2가지의 경우를 고려해 볼 수 있다.

① 먼저, 두 경로통행량이 양인 경우(즉, $f_1^m > 0$, $f_2^m > 0$), 경로 1에서 경로 2로 $0 < \triangle \leq f_1^m$인 작은 경로통행량 $\triangle$를 이동시키면 두 경로의 통행량은 다음과 같다.

$$f_1^m = f_1^{m*} - \triangle$$
$$f_2^m = f_2^{m*} + \triangle$$

위 경로 교통량을 식(9)에 대입하면 다음과 같다.

$$C_1^m \cdot (f_1^{m*} - \triangle - f_1^{m*}) - \lambda_{rs}^m \cdot (q_{rs}^{m*} - q_{rs}^{m*})$$
$$+ C_2^m \cdot (f_2^{m*} + \triangle - f_2^{m*}) - \lambda_{rs}^m \cdot (q_{rs}^{m*} - q_{rs}^{m*}) \geq 0$$

따라서 다음과 같이 정리된다.

$$C_2^m \geq C_1^m \qquad (11)$$

이와 동일하게, 경로2에서 경로1로 $0 < \triangle \leq f_2^m$인 작은 경로통행량 $\triangle$를 이동시켜 식(9)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_1^m \geq C_2^m \qquad (12)$$

식(11)과 식(12)로 부터 다음 관계가 있음을 알 수 있다.

$$C_1^m = C_2^m, \quad \text{if } f_1^m > 0,\ f_2^m > 0 \qquad (13)$$

즉, 각 경로에 통행량이 발생하면 이들 경로의 통행비용은 동일하다.

② 두 번째 경우로, 하나의 경로 통행량은 양이고, 다른 하나는 0인 경우(즉, $f_1^m > 0$, $f_2^m = 0$)를 살펴보자. 앞①과 동일하게 경로1에서 경로2로 $0 < \triangle \leq f_1^m$인 작은 경로통행량 $\triangle$를 이동시켜 식(9)에 대입하여 정리하면 $C_2^m \geq C_1^m$를 얻을 수 있다. 이 결과로부터, 사용된 경로의 통행비용은 사용되지 않은 경로의 비용보다 크지 않음을 알 수 있다. 위 ①,②로부터 충분조건이 만족된다.

따라서 다사용자계층 변동문제(식(7))가 다사용자계층 균형조건(식(6))과 동일함이 증명되었다.

그런데, 위 모형식(7)은 최근 발표된 Nagurney et al.(2002a)와 유사하다. Nagurney et al.는 가변수요와 다판단, 다사용자계층을 고려하여 변동부등식으로 모형화하였는데, 만약 다판단기준을 제외할 경우, 본 연구의 모형식과 동일하게 된다. 그러나 위 모형식을 풀기 위한 해석알고리즘에는 차이가 있으며, 본 연구와 다른 Modified projected method를 사용하고 있다.

2. 해석 알고리듬(Solution Algorithm)

다사용자계층 통행배정문제는 앞에서 기술한 바와 같이 각 사용자계층간의 상호 영향으로 인해, 통행비용의 Jacobian matrix가 비대칭이 된다. 따라서, 일

반적으로 동등 최소화문제의 해석법으로 주로 사용되는 Frank-Wolfe기법으로 직접 풀 수 없다. 본 연구에서는 다사용자계층 변동부등문제(식(7))를 풀기 위하여 다음과 같은 Relaxation method를 사용한다. 이방법은 통행량부하(Loading)시, 해당 사용자계층의 통행량만을 변수로 고려하고 나머지 사용자계층의 통행량은 고정시켜 푸는 방법으로 대각화기법(Diagonalized method)과 동일하다.

〔단계 0〕 초기화

초기 가능통행패턴설정 : (x^0, q^0)

반복수 : $n=1$

〔단계 1〕 Relaxation

(1.1) 링크비용 relaxation :

$$\widehat{c_a}^m = c_a^m(x_a^{1,n-1}, \ldots, x_a^m, \ldots, x_a^{M,n-1})$$

(1.2) λ_{rs}^m의 relaxation :

$$\widehat{\lambda_{rs}}^m = \lambda_{rs}^m(q_{rs}^{1,n-1}, \ldots q_{rs}^m, \ldots, q_{rs}^{M,n-1})$$

여기서, m은 사용자계층의 수를 의미한다 ($m=1,2,\ldots,M$).

(1.3) 각 사용자계층 m에 대하여 $\widehat{c_a}^m$, $\widehat{\lambda_{rs}}^m$를 가지고 통행배정실시

$$\hat{c}^m(x^{m*}) \cdot (x^m - x^{m*}) - \hat{\lambda}^m(q^{m*}) \cdot (q^m - q^{m*}) \geq 0$$

〔단계 2〕 수렴성 검토

만약, $|x^n - x^{n-1}| \leq \varepsilon$ 이면 정지, 그렇지 않으면 $n=n+1$후 〔단계1〕로 진행.

여기서, ε은 수렴을 위해 미리 설정된 작은 값이다.

위 알고리듬에서 (1.3)단계의 변동부등식은 각 사용자계층 m에 대하여 다음과 같은 문제를 푸는 것과 동등하다.

$$Minimize \quad Z(x,q) = \sum_a \int_0^{x_a^m} \widehat{c_a}^m(w)\,dw - \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}^m} \widehat{\lambda_{rs}}^m(w)\,dw \qquad (14)$$

여기서, 기종점 rs간의 통행수요 q_{rs}^m 이 $\widehat{\lambda_{rs}}^m$의 함수라면, $\lambda_{rs}^m = D_{rs}^{m^{-1}}(q_{rs}^m)$이 된다. 위 문제는 Frank-Wolfe 기법으로 쉽게 풀 수 있다. 만약 통행수요의 변동을 고려하지 않는 경우, 위 식(14)의 2번째 항은 0이 되어 고정수요(Fixed demand) 동등최소화문제와 동일한 문제가 된다. 식(14)문제의 알고리듬은 다음과 같다. 여기서 편의상 사용자계층 m은 생략한다.

〔단계 0〕 초기화

초기값 설정 : $\{x_a^u\}$, $\{q_{rs}^u\}$

반복수 $u=1$

〔단계 1〕 통행시간 갱신(Update)

$\widehat{c_a^u} = \widehat{c_a}(x_a^u)$로 놓고, $\widehat{\lambda_{rs}^u} = D_{rs}^{-1}(q_{rs}^u)$ 계산

〔단계 2〕 방향탐색

(2.1) ① $\left\{\dfrac{\partial Z(x,q)}{\partial x_a}\right\}$를 기초로 각 기종점쌍 rs 사이의 최단경로탐색후,

② All-or-Nothing배정법으로 $\{y_a^u\}$ 계산.

(2.2) ① $\left\{\dfrac{\partial Z(x,q)}{\partial q_{rs}}\right\}$를 기초로 각 기종점쌍 rs사이의 최단경로시간($\widehat{\lambda_{rs}^u}$) 계산,

② $v_{rs}^u = D_{rs}(\widehat{\lambda_{rs}^u})$ 계산.

〔단계 3〕 이동크기(α_u)결정 : 다음 문제를 풀어 이동크기 결정

$$\min\ z(\alpha) = \sum_a \int_0^{x_a^u + \alpha(y_a^u - x_a^u)} \widehat{c_a^u}(\omega)\,d\omega - \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}^u + \alpha(v_{rs}^u - q_{rs}^u)} \widehat{\lambda_{rs}^u}(\omega)\,d\omega$$

$$subject\ to, \qquad 0 \leq \alpha \leq 1$$

〔단계 4〕 교통량갱신

$$x_a^{u+1} = x_a^u + \alpha_u(y_a^u - x_a^u)$$

$$q_{rs}^{u+1} = q_{rs}^u + \alpha_u(v_{rs}^u - q_{rs}^u)$$

〔단계 5〕 수렴검토

통행량 패턴 (x^u, q^u)의 변화가 적으면 정지

그렇지 않으면, $u=u+1$후 〔단계1〕로 진행

Ⅳ. 모형의 평가

본 연구에서 구축된 다사용자계층 통행배정모형과 제시된 알고리듬을 평가하기 위하여 단순한 예제 교통망을 대상으로 모형을 평가해 본다. 본 연구는 이

론 개발연구이기 때문에 사용되는 비용함수와 통행수요함수도 이해하기 쉬운 형태를 이용한다. 그러나, 현실적인 비용함수와 수요함수가 획득가능할 경우, 이를 적용할 수도 있을 것이다(이 분야는 향후 연구로 남겨두고자 한다).

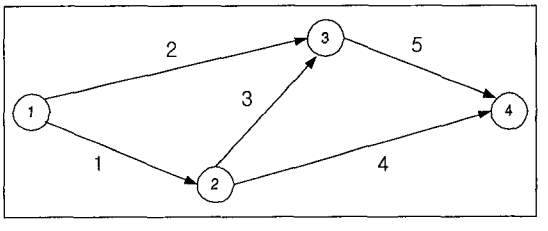
평가 교통망은 〈그림 1〉과 같이 기종점쌍이 1개이며 경로가 3개인 단순교통망으로 각 링크의 사용자계층별 통행비용함수는 다음과 같다. 이런 형태의 비용함수는 다사용자 계층문제에 자주 사용되는 형태로 동일한 링크에 여러 사용자계층을 함께 표현할 수 있다는 장점이 있다(Mahmassani et al., 1988 참고).

$$\text{사용자계층1} : c_a^1 = c_{a0}\left(1+0.15\left(\frac{2x_a^1+x_a^2}{C_a}\right)^4\right)$$

$$\text{사용자계층2} : c_a^2 = c_{a0}\left(1+0.15\left(\frac{x_a^1+1.5x_a^2}{C_a}\right)^4\right)$$

여기서, c_{a0}는 링크 a의 초기 자유통행시간을 나타내며 C_a는 링크 a의 용량이다. 본 연구에서 사용하는 통행비용함수는 1차 미분행렬의 주대각요소가 부대각요소보다 크기 때문에 제Ⅱ절 2. 비대칭 통행배정문제에서 기술한 2개의 조건을 만족하여 각 사용자계층별로 유일한 균형해가 존재한다.

본 연구에서는 통행수요가 고정된 경우(Fixed demand)와 가변수요인 경우(Variable demand)로 나누어 분석한다. 사용된 초기 입력값은 〈표 1〉과 같다.



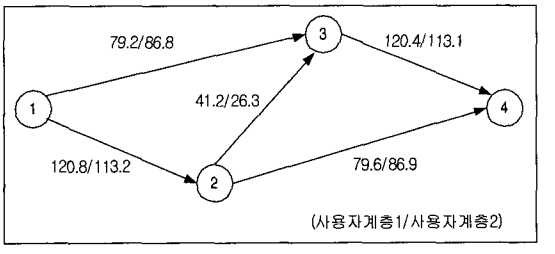
〈그림 1〉 평가 교통망

〈표 1〉 초기 입력치

링크	초기값(c_{a0})	용량(C_a)	비고
1 (1→2)	10	150	
2 (1→3)	10	100	
3 (2→3)	10	150	
4 (2→4)	10	100	
5 (3→4)	10	150	

1. 고정수요인 경우

기종점간 통행수요를 각 사용자계층별로 200trips으로 고정시킨 경우의 다사용자 통행배정 결과가 〈그림 2〉와 〈표 2〉, 〈표 3〉에 나타나 있다. 그림에는 각 계층별로 통행배정된 결과를 보여주고 있으며, 표들은 각 계층별로 사용된 링크의 통행시간과 경로통행시간을 보여주고 있다. 표에서 보듯이 모든 경로의 통행시간이 거의 동일하게 나타나고 있어 각 계층별로 Wardrop의 사용자 균형상태에 도달했음을 보여주고 있다.



〈그림 2〉 다사용자계층 통행배정결과(고정수요)

〈표 2〉 사용자계층별 링크통행시간(고정수요)

계층	링크1 (1→2)	링크2 (1→3)	링크3 (2→3)	링크4 (2→4)	링크5 (3→4)
사용자계층1	55.8	66.1	10.4	66.4	55.7
사용자계층2	31.1	38.9	10.1	39.1	31.0

〈표 3〉 사용자계층별 경로통행시간 비교(고정수요)

계층	경로	사용된 경로	경로통행시간
사용자계층1	경로1	1→2→4	122.2
	경로2	1→2→3→4	121.9
	경로3	1→3→4	121.8
사용자계층2	경로1	1→2→4	70.2
	경로2	1→2→3→4	72.2
	경로3	1→3→4	69.9

2. 가변수요인 경우

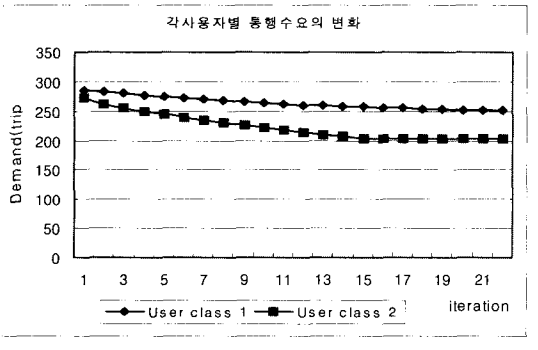
통행수요가 기종점쌍간의 통행시간에 따라 변하는 가변수요인 경우에 대하여 모형을 평가해 보자. 대상 교통망은 고정수요인 경우와 동일하며, 사용되는 통행수요함수는 다음과 같다. 즉, 기종점쌍간의 통행시간이 증가하면 통행수요는 감소하는 형태의 함수다.

사용자계층 1 : $q_{14}^{1} = -0.7\lambda_{14}^{1} + 300$

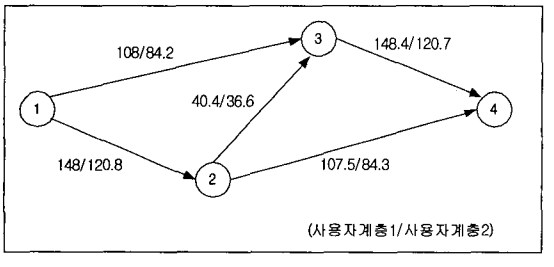
사용자계층 2 : $q_{14}^{2} = -1.2\lambda_{14}^{2} + 300$

〔분석결과〕

가변수요를 고려한 분석결과는 다음과 같다. 먼저, 각 사용자계층별 통행수요의 변화가 〈그림 3〉에 나타나 있다. 기종점간 통행시간이 변함에 따라 통행수요 역시 변하게 되는데, 그림에서 보듯이 최종적으로 각 계층별 통행수요가 일정한 수렴값(사용자계층 1은 256trips, 사용자계층2는 205trips)에 도달하고 있음을 알 수 있다. 최종적으로 배정된 각 사용자계층별 통행량은 〈그림 4〉에 나타나 있으며, 링크통행시간과 각 경로별 통행시간은 〈표 4〉와 〈표 5〉에 나타나 있다. 표에서 보듯이 가변수요를 고려한 경우 역시, 각 계층별로 Wardrop의 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있다.



〈그림 3〉 각 사용자계층별 통행수요의 변화



〈그림 4〉 다사용자계층 통행배정결과(가변수요)

〈표 4〉 사용자계층별 링크통행시간(가변수요)

계층	링크1 (1→2)	링크2 (1→3)	링크3 (2→3)	링크4 (2→4)	링크5 (3→4)
사용자계층1	33.4	43.8	10.1	43.3	33.6
사용자계층2	44.8	55.1	10.2	54.9	44.9

〈표 5〉 사용자계층별 경로통행시간 비교(가변수요)

계층	경로	사용된 경로	경로통행시간
사용자계층1	경로1	1→2→4	76.7
	경로2	1→2→3→4	77.1
	경로3	1→3→4	77.4
사용자계층2	경로1	1→2→4	99.7
	경로2	1→2→3→4	99.9
	경로3	1→3→4	100.0

V. 결론

본 연구에서는 수요변화와 동일한 교통망을 함께 사용하는 다수의 통행자를 동시에 고려하는 가변수요 다사용자계층 통행배정모형을 제시하고 이를 예제가로망에 적용하여 모형의 타당성을 분석하였다. 또한 제시된 모형이 Wardrop의 다사용자 계층 사용자균형조건과 동등함도 보였다. 모형의 적용결과, 사용된 알고리즘이 다사용자 균형해를 도출함을 알 수 있었는데, 먼저 고정수요의 경우 각 계층별로 사용된 모든 경로의 통행시간이 거의 동일하게 나타나 각 계층별로 Wardrop의 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있었다. 가변수요의 경우, 기종점간 통행시간이 변함에 따라 통행수요 역시 변하게 되는데, 최종적으로 각 계층별로 통행수요가 일정한 수렴값으로 수렴함을 알 수 있었다. 또한, 각 사용자계층별로 사용된 경로 통행시간이 동일하게 나타나 가변수요를 고려한 경우 역시, 각 계층별 Wardrop의 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있었다.

그러나 본 연구가 이론중심의 연구로서 앞에서 기술한 바와 같이 사용된 함수형태가 단순하여 비현실적인 측면이 있다. 이를 좀 더 현실적으로 만들기 위해서는 수요함수로 중력모형 등을 적용할 수 있을 것으로 판단되며, 통행비용함수 역시 현장 자료를 통해 정산된 다사용자 계층 비용함수를 구할 수 있다면 이를 적용할 수 있을 것으로 보인다. 또한, 단순한 교통망을 대상으로 연구를 수행하였으나 현장적용을 위하여 이를 확장하는 문제도 남아 있다.

참고문헌

1. Beckmann P. L., McGuire C. B. and Winsten C. B.(1956), "Studies in the economics of

transportation", Yale University Press.
2. Dafermos, S. C.(1972), "The traffic assignment problem of multiclass-user transportation networks", Transportation Science 6, pp.73~87
3. Liu L. N., D. E. Boyce(2002), "Variational inequality formulation of the system-optimal travel choice problem and efficient congestion tolls for a general transportation network with multiple time periods", Reginal Science & Urban Economics Vol.32, pp.627~650.
4. Mahmassani H. S., Moskos M. C.(1988), "Some numerical results on the diagonalization algorithm for network assignment with asymmetric interactions between cars and trucks", Transportation Research 22B, pp. 275~290.
5. Nagurney A., June Dong, P. L. Mokhtarian (2002a), "Multicriteria network equilibrium modeling with variable weights for decision-making in the Information Age with applications to telecommuting and teleshopping", Journal of Economic Dynamics & Control Vol.26, pp.1629~1650.
6. Nagurney A, June Done(2002b), "A multi-class, multicriteria traffic network equilibrium model with elastic demand", Transportation Research 36B, pp.445~469.
7. Nagurney A, June Dong, Ding Zhang(2002c), "A supply chain network equilibrium model", Transportation Research 38E, pp.281~303.
8. Sheffi Y.(1985), "Urban transportation networks", Prentice-Hall.
9. Smith M. J.(1979), "The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria", Transportation Research 13B, pp.295~304.
10. Vliet V. D., Bergman, T., Scheltes, W. H.(1986), "Equilibrium traffic assignment with multiple user classes", Proceedings of the PTRC Summer Annual Meeting.
11. Wardrop J. G.,(1952), "Some theoretical aspects of road traffic research", Proc. Inst. Civil Engineer, Part II, pp.325~378.

♧ 주 작 성 자 : 임용택
♧ 논문투고일 : 2002. 6. 28
논문심사일 : 2002. 8. 21 (1차)
2002. 10. 2 (2차)
2002. 10. 9 (3차)
심사판정일 : 2002. 10. 9
♧ 반론접수기간 : 2003. 2. 28