

## 스크류 운동을 하는 다면체의 스융 볼륨 생성

김재정\*, 정채봉\*\*, 서경천\*\*, 감민우\*\*\*

### Swept Volumes Generated by Polyhedral Objects Through Screw Motions

Kim, J. J.\*, Jung, C. B.\*\* and Seo, K. C.\*\* and Kang, M. W.\*\*\*

#### ABSTRACT

Swept volumes have been used in a wide variety of applications, and the literature contains much discussion of methods for computing the swept volumes in many situations. However, the commercially available CAD systems do not support the operations of generating the swept volumes enough to satisfy a variety of users' needs. In this paper, we present a new, simple and efficient algorithm for computing the swept volume of moving a polyhedron in 3-D region. The screw motion is used to describe the sweep motion of a polyhedron, because of its simplicity and computational advantages. The boundary of a swept volume is the result of combining the envelope surfaces and the partial boundaries at the initial and final position of a polyhedron. Some portions of these boundaries are inside the swept volume. We develop the algorithm to remove these interior portions. Then, to implement our algorithm, it is performed to integrate our program with the commercial CAD software, CATIA.

**Key words** : Swept volume, envelope, screw motion

#### 1. 서 론

스위핑(sweeping)이란 폐쇄된 평면 영역이 단면이 되어 직진 이동 혹은 회전 이동시켜 솔리드 모델을 만드는 CAD 시스템의 한 솔리드 모델링 기법이다. 이를 바탕으로, 폐쇄된 평면 또는 곡면으로 이루어진 3차원 물체가 주어진 시간 간격 동안 임의의 궤적을 따라 공간 상에 스위핑되어 형성되는 기하학적인 영역을 스융 볼륨(swept volume)이라 한다. 이 스융 볼륨은 기계 부품들의 조립 및 해체 경로 설계 등의 어셈블리 설계 또는 로봇이나 NC 공구의 유효 경로 설계에서, 각각 이동되는 부품간 또는 작업 공구와 피삭재 간의 간섭이나 충돌 검사 등에 중요한 도구로 사용되고 있다.

스융 볼륨의 경계(boundary)는 물체의 경계를 이루는 모서리, 면, 꼭지점 등이 각각 운동 방향에 따라 스위핑되어 생성되는 엔벨롭(envelope)이라 불리는 곡면

들의 집합으로 정의될 수 있다. 엔벨롭은 물체의 형상이 복잡해지면 그 계산이 어려워지고, 임의의 운동 경로를 따라 운동하는 물체에 대해서는 시간에 따라 그 모양이 동적으로 변화하는 특성이 있다<sup>[1]</sup>. 엔벨롭은 물체의 경계가 단순한 형상을 이룰 경우 그 자체로 스융 볼륨의 경계를 표현할 수도 있으나, 일반적으로 물체의 경계 형상이 복잡한 경우 생성된 엔벨롭의 일부는 스융 볼륨의 내부에 묻히게 되어 나머지 일부만이 스융 볼륨의 경계를 표현하게 된다. 따라서 정확한 스융 볼륨을 생성하기 위해서는 엔벨롭 곡면 중 스융 볼륨의 경계에 해당되는 부분을 계산하는 과정들이 선행되어야 한다.

이에 관한 기존 연구들로는, Martin<sup>[2]</sup>은 하나의 이동하는 곡면에 대한 엔벨롭을 계산한 후 이를 다시 여러 개의 곡면으로 이루어진 3차원 솔리드 물체의 스융 볼륨 계산에 적용할 수 있는 이론적인 배경을 제시하였으며, Weld와 Leu<sup>[3]</sup>는 이동하는 다면체가 생성하는 스융 볼륨의 기하학적인 표현에 대한 이론을 제시하였다. 이들은 스융 볼륨 생성의 선행 과정인 엔벨롭 계산을 미분 방정식을 이용하여 해석적으로 풀이하였으며, 이를 바탕으로 스융 볼륨 생성을 위한 이론적 배경을

\*중신회원, 한양대학교 기계공학부  
\*\*학생회원, 한양대학교 기계공학부  
\*\*\*정회원, 한국 IBM System 사업부  
- 논문투고일: 2002. 01. 24  
- 심사완료일: 2002. 06. 03

제시하였다. 또한 단일 직선운동이나 회전운동에 대하여 다면체의 B-rep을 이용한 위상 공간 정렬에 기초한 스웰볼륨 계산 방법이 소개되기도 하였다<sup>14,15</sup>. 반면에, Zeng과 Ling<sup>16</sup>은 물체의 일반적인 스위핑 이동을 ISA (Instantaneous Screw Axis)를 이용하여 스크류 운동(screw motion)으로 근사화한 후, 이동하는 물체를 2차 곡면체(원통, 원뿔, 구 등)로 제한하여 보다 쉽게 엔벨롭을 계산할 수 있는 이론을 제시한 바 있다. 특히 Kim과 Rossignac<sup>17,18</sup>은 스크류 운동의 기하학적인 특성을 이용하여 3차원 다면체의 엔벨롭을 생성한 후 이를 어셈블리(assembly) 설계 시 각 부품간의 유효한 조립 경로를 생성하는데 적용시켰다. 이는 일반적인 이동 경로 대신 임의의 운동 경로를 직진 운동과 회전 운동의 특수한 조합의 형태로 표현되는 스크류 운동으로 대체하여 운동하는 다면체의 엔벨롭을 보다 쉽게 계산할 수 있게 한 것이다. 그러나 적용 분야를 조립체의 시뮬레이션이나 애니메이션 등에 활용할 수 있는 pose기반의 가시화(visualization) 영역에 국한하였으므로 정확한 스웰 볼륨 계산은 불필요하였고 단지 엔벨롭을 구성하는 곡면들의 생성만으로 만족한 결과를 얻어낼 수 있었다. 하지만 본 논문에서는 보다 폭넓은 응용 분야에 사용될 수 있도록 스크류 운동을 하는 다면체의 스웰 볼륨을 생성하는 방법을 제안하였다. 이를 위해, Kim과 Rossignac<sup>17,18</sup>의 엔벨롭 곡면 생성 방법에 기반을 두고, 추가로 곡면의 분할(decomposition)과 분류(sorting)를 통한 스웰 볼륨 생성 알고리즘을 개발하였다.

## 2. 엔벨롭 생성

### 2.1 엔벨롭(envelope)

엔벨롭 이론의 개념은 원래 전통적인 미분 기하학(differential geometry)에서 수학적으로 정립되었으며, 이를 응용한 예로는 스크류 운동을 하는 곡면체의 엔벨롭 생성<sup>19</sup> 및 NC 작업 공구에 의한 피삭재의 절삭 곡면을 계산하는 데에 엔벨롭 이론이 적용되고 있다<sup>10</sup>.

엔벨롭 이론의 수학적인 개념을 살펴보면, 운동하고 있는 물체를 둘러싸고 있는 임의의 곡면 방정식을  $x, y, z$  좌표축에서  $F(x, y, z)=0$ 이라고 표현했을 때, 엔벨롭은 다음과 같은 시간  $t$ 에서의 곡면의 위치 방정식과 미분식을 연립으로 풀어 구해지는 해가 된다.

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial F(x, y, z, t)}{\partial t} = 0 \quad (1b)$$

하지만 미분 방정식을 이용한 엔벨롭 생성 이론은 원통형이나 구면과 같은 해석적인 함수들로 표현되는 부드러운 곡면체들에만 적용될 수 있기 때문에 평면을 가지고 있는 다면체인 경우에는 적용될 수 없다. 따라서 다면체에 대해서는 엔벨롭 곡면의 기하학적인 특성을 이용하여 엔벨롭 생성에 기여하는 특징점과 특징 곡선을 구하고 이로부터 엔벨롭을 계산하는 방법이 사용된다<sup>16,19</sup>.

기하학적으로, 이동하는 곡면  $F$ 에 의해 생성되는 엔벨롭 곡면  $E$ 는 전체 시간 도메인에서 계산되는 모든 특징점들에 접하게 된다. 이는 이동하는 곡면  $F$  위의 특징점  $p$ 에서의 미소 접평면  $q_p$ 와 엔벨롭 곡면이 서로 일치하고 있음을 의미한다. 즉, 주어진 시간  $t$ 에서 이동하는 곡면  $F$  위의 점  $p$ 가 엔벨롭에 기여하는 특징점이 되려면 그 점에서의 속도 벡터(velocity vector)  $v_p$ 와 이동하는 곡면  $F$ 에 대한 수직 벡터(surface unit normal vector)  $h_p$ 가 서로 수직이어야 하며, 따라서 다음 조건식을 만족하여야 한다.

$$v_p \cdot h_p = 0 \quad (2)$$

식 (2)를 살펴보면, 엔벨롭 계산은 이동하는 곡면의 형상으로부터 구해지는 수직 벡터  $h_p$ 와 이동 방향에 따라 결정되는 속도 벡터  $v_p$ 에 의해 좌우됨을 알 수 있다. 만약 곡면이 임의의 궤적을 따라 이동하게 되면, 속도 벡터가 시간에 따라 변하게 되고 각 시각에서의 엔벨롭을 구성하는 특징 곡선도 동적으로 변하게 되므로 이를 계산하는 데에는 많은 수치적 부담이 요구된다. 하지만 스크류 운동의 경우, 몸체 좌표계에 대하여 물체 위의 임의의 점의 속도 벡터는 항상 일정하게 유지되는 특성이 있으므로 스크류 운동을 하는 물체로부터의 특징 곡선과 엔벨롭 계산은 효율적으로 이루어질 수 있다.

### 2.2 엔벨롭 생성에 기여하는 요소

물체의 경계 중에 엔벨롭에 기여하는 요소로는 크게 두 가지로 분류된다. 하나는 물체의 경계면으로부터 생성되는 특징 곡선(characteristic curve)이고 다른 하나는 물체의 경계 모서리로부터 생성되는 실루엣 모서리(silhouette edge)가 그것이다<sup>17,18</sup>. 본 논문에서는 이들 엔벨롭에 기여하는 요소들을 엔벨롭 생성자(envelope generator) 또는 간단히 생성자(generator)라고 부른다. 이 절에서는 스크류 운동을 하는 다면체의 특징 곡선과 실루엣 모서리를 계산하는 알고리즘이 소개된다.

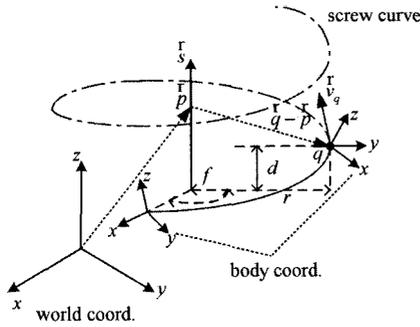


Fig. 1. Screw motion.

2.2.1 특징 곡선

특징 곡선은 이동하는 물체의 경계면 위에 존재하면서 엔벨롭 생성에 기여하는 곡선을 말한다. 이 특징 곡선을 이루고 있는 점들의 속도 벡터는 경계면에 접(tangent)하는 특성을 가지고 있다. 이동하는 물체가 다면체인 경우, 특징 곡선은 특징 곡선의 필요 조건식인 식 (2)에 의해 일단 직선의 형태로 계산되는데, 경계면 상을 벗어나는 특징 곡선은 엔벨롭 생성에 기여하지 못하므로 이는 다시 실루엣 모서리라 불리는 경계면의 모서리에 의해 경계면 위의 선분으로 잘려지게 된다.

이제 스크류 운동을 하는 다면체의 임의의 경계면 F로부터 특징 곡선을 구하여 보자. 여기서 표기되는 스크류 운동의 좌표계와 파라미터 기호 등은 참고논문<sup>[7]</sup>을 따르기로 한다.

스크류 운동 M은 Fig. 1과 같이, 스크류 축 s를 따라 일어나는 직선 운동과 같은 축을 중심으로 하는 회전 운동의 조합으로 다음과 같이 네 개의 파라미터로 정의된다.

$$M = M(s, p, d, \phi) \tag{3}$$

- s: 스크류축 방향의 단위 벡터
- p: 스크류축 상의 임의의 점의 위치 벡터
- d: 직진 운동 거리
- φ: 회전 각

스크류 운동 궤적을 따르는 경계면 F상의 임의의 점 q에서의 속도 벡터 v<sub>q</sub>는 스크류 축 방향으로의 속도 성분과 스크류 운동 궤적을 s에 수직인 평면으로 투영하였을 때 생기는 원의 접선 방향으로의 속도 성분의 합 벡터로 다음과 같이 표현될 수 있다(Fig. 2 참조).

$$v_q = ds + \phi s \times (q - p) \tag{4}$$

점 q가 경계면 F에서 특징 곡선의 한 점이 되려면

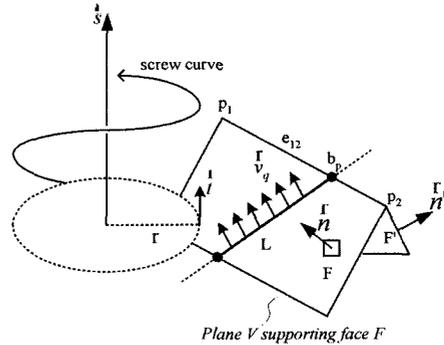


Fig. 2. Characteristic line and Silhouette edge.

식 (4)은 특징 곡선 조건식인 식 (2)를 만족시켜야 한다. 따라서, 경계면 F에서의 수직 벡터를 h이라고 하면, 특징 곡선 조건식은 식 (2)와 (4)에 의해

$$h \cdot (ds + \phi s \times (q - p)) = 0 \tag{5a}$$

이 되고, 이를 정리하면

$$\phi q \cdot (h \times s) = h \cdot ds - \phi h \cdot (s \times p) \tag{5b}$$

으로 표현될 수 있다. 식 (5b)는 특징점 q를 포함하고 있는, 수직 벡터가 (h×s)인 평면의 방정식임을 알 수 있다. 이 평면을 U라고 한다면, 결국 다면체의 경계면 F에서의 특징 곡선은 경계면 F를 포함하는 평면 V와 평면 U가 만나서 이루는 교차 직선 L 위에 있음을 알 수 있다(Fig. 2 참조).

위와 같은 과정을 통하여 결정된 특징 곡선의 후보 중 실제로 물체의 경계면 위에 놓여 특징 곡선이 되는 부분의 계산은 다음 절에 설명되는 실루엣 모서리와 절점 계산을 통하여 완료된다.

2.2.2 실루엣 모서리와 절점

운동하는 물체의 경계면에 소속되어 있는 임의의 모서리가 엔벨롭 생성에 기여하는 경우, 이를 실루엣 모서리라 부른다. 실루엣 모서리는 임의의 경계 모서리의 전부 또는 일부분일 수 있으며, 블록 모서리만이 실루엣 모서리의 후보가 된다<sup>[7]</sup>. 물체가 다면체인 경우 실루엣 모서리는 물론 직선이 된다.

이제 스크류 운동을 하고 있는 다면체의 임의의 경계면 F로부터 실루엣 모서리를 구해보자. Fig. 2에서, 경계면 F의 꼭지점 p<sub>1</sub>과 p<sub>2</sub>를 잇는 모서리 e<sub>12</sub> 위에 특징 곡선과의 교점 bq가 존재한다고 하면, bq는 실루엣 모서리의 절점으로 정의되며

$$b_q = p_1 + \alpha(p_2 - p_1) \tag{6}$$

과 같이 모서리  $e_{12}$ 를 포함하는 직선의 매개변수 방정식(parametric equation)으로 표현될 수 있다. 이 때, 절점  $b_p$ 는 특징 곡선 상의 점이기도 하므로 식 (5b)에서 특징점  $q$  대신 절점  $b_p$ 를 대입한 후 매개변수  $\alpha$ 에 대하여 정리하면

$$\alpha = \frac{h \cdot ds - \phi h \cdot (s \times p) - \phi p_1 \cdot (h \times s)}{\phi(p_2 - p_1) \cdot (h \times s)} \quad (7)$$

으로 표현되고, 식 (7)을 다시 식 (6)에 대입하면 절점  $b_p$ 를 구할 수 있다. 일단  $b_p$ 가 구해지면  $b_p$ 를 포함하고 있는 모서리  $e_{12}$ 는 이 점을 중심으로 두 부분으로 나뉘어지는데, 이 중 어느 부분이 실루엣 모서리가 되는지의 결정은  $e_{12}$  상의 임의의 점  $p$ 와  $e_{12}$ 를 공유하는 물체의 두 면  $F$ 와  $F'$ 의 각각의 면 수직단위벡터  $h$ 과  $h'$ 를 이용하여 구할 수 있다. 즉, 점  $p$ 를 포함하는 모서리가 실루엣 모서리가 되려면 실루엣 모서리를 공유하는 두 면의 수직단위벡터를 점  $p$ 에서의 속도 벡터에 투영시켰을 때, 투영된 두 수직단위벡터의 방향이 서로 반대가 되어야 한다. 이는 다음과 같이

$$(v_p \cdot h)(v_p \cdot h') \leq 0 \quad (8)$$

으로 표현될 수 있으며, 식 (8)은 점  $p$ 를 포함하는 모서리가 실루엣 모서리가 되기 위한 조건식이 된다.

위의 특징 곡선과 실루엣 모서리 생성 알고리즘을 전체 시간 도메인에서 시간 간격  $\Delta t$ 마다 위치하는 다면체의 모든 경계면에 적용시키면 각 위치에서의 특징 곡선들과 실루엣 모서리들이 생성되고, 이들을 다시 곡면 모델링 분야에서 이미 잘 알려진 룰드 곡면(ruled surface) 기법으로 선형 보간(linear interpolation)시키면 스웍 볼륨의 경계를 이루는 엔벨롭 곡면들이 생성된다. 하지만 이들 생성자에 의해 생성된 엔벨롭 곡면간에는 서로 교차가 일어날 수 있으며, 이럴 경우 교차된 각각의 엔벨롭 곡면들은 교차 곡선을 중심으로 스웍 볼륨의 내부에 묻히는 부분이 발생한다. 따라서, 정확

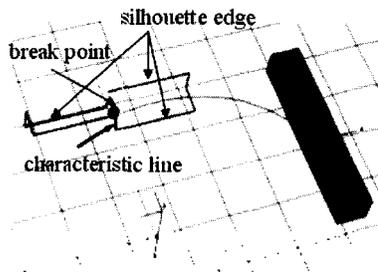


Fig. 3. Characteristic line, silhouette edge and break point.

한 스웍 볼륨의 경계를 생성하기 위해서는 생성된 엔벨롭 곡면들로부터 스웍 볼륨 내부에 묻히는 부분들을 제거하여야 한다.

### 3. 스�크류 운동을 하는 다면체의 스웍 볼륨

#### 3.1 스웍 볼륨의 경계

초기 위치(initial pose)로부터 최종 위치(final pose)로 운동하는 임의의 다면체  $P$ 를 고려해보자. 다면체  $P$ 가 스윙핑되면서 생성되는 스웍 볼륨( $SV_p$ )은 크게 세 개의 영역으로 구성된다. 첫번째는 다면체  $P$ 가 초기 위치에서 경계면들에 의해 둘러싸인 영역(A)이고, 두번째는  $P$ 가 움직이는 임의의 스�크류 운동에 따른 생성자들이 운동 궤적을 따라 스윙핑 되면서 생성하는 엔벨롭 곡면들(ES)로 둘러싸인 영역(EV)이다. 세번째는 운동이 끝나는 최종 위치에서 역시  $P$ 의 경계면들로 둘러싸인 영역(B)이 된다. 따라서 스웍 볼륨은 이들 세 영역의 합집합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$SV_p = (A \cup B \cup EV) \quad (11)$$

하지만 순수 스웍 볼륨의 경계만을 생성하기 위해서는 스웍 볼륨의 세가지 영역을 둘러싸고 있는 각각의 경계 중 스웍 볼륨 내부에 묻히는 부분들을 빼주어야 한다.

$$bSV_p = bA \cup bB \cup ES - I(bA \cup bB \cup ES) \quad (12a)$$

여기서,  $b$ 는 다면체  $P$ 가 차지하는 영역의 경계 생성 인자이며,  $I$ 는 각각의 영역을 둘러싸고 있는 경계 중 스웍 볼륨의 내부에 묻히는 부분을 의미한다.

#### 3.2 스웍 볼륨의 후보 경계 생성

운동하는 물체의 초기 위치와 최종 위치에서 각각의 경계인  $bA$ ,  $bB$ 로부터 스웍 볼륨 경계에 기여하는 부분은 Fig. 4에서 보는 것처럼, 엔벨롭 생성자인 특징 곡선과 실루엣 모서리들을 기준으로 엔벨롭 영역(EV) 내에 묻히거나, 아니면 묻히지 않는 부분으로 구분될 수 있다. 이를 엄밀히 살펴보면,  $bA$ 와  $bB$ 는 엔벨롭 생성자들을 중심으로 두 부분으로 나뉘어진다. 그 중 첫번째는 스웍볼륨 내부에 완전히 묻히게 되는 부분이며, 두 번째는 스웍 볼륨 경계를 구성하는데 기여하는 부분이다. 하지만 후자도 전부 또는 일부가 스웍 볼륨의 경계를 생성하는데 기여하게 되므로 본 논문에서는 이들을 ‘후보 경계’라 정의하였다(Fig. 5, 7 참조).

엔벨롭 생성자들에 의해 나뉘어진 두 부분 중 어느

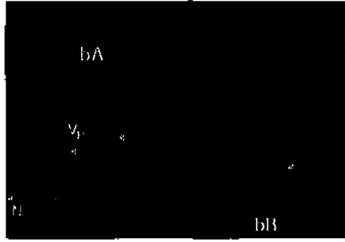


Fig. 4. Candidate boundaries at Initial and final poses.

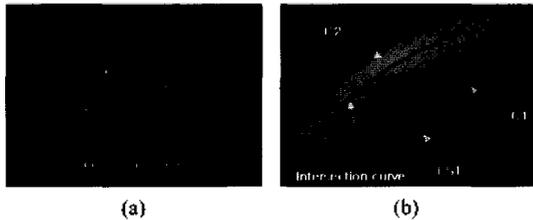


Fig. 5. Cell decomposition with intersection curves.

부분이 스왑 볼륨의 경계에 기여하게 될 후보경계가 될지를 결정하는 방법은, 물체의 경계면 상의 임의의 한 점에서의 속도 벡터와 수직 단위 벡터의 내적을 이용하여 다음과 같이 판단될 수 있다.

$$v_p \cdot h_p < 0 \quad (\text{initial pose}) \quad (13a)$$

$$v_p \cdot h_p > 0 \quad (\text{final pose}) \quad (13b)$$

즉, Fig. 4에서와 같이, bA로부터 나뉘어진 부분 중 한 경계면 상의 임의의 점 p에서 속도 벡터  $v_p$ 와 수직 단위 벡터  $h_p$ 의 내적을 구한 값이 초기위치에서는 음수, 최종위치에서는 양수가 되는 부분이 바로 스왑 볼륨의 후보 경계가 된다.

엔벨롭 곡면(ES)들 역시, 그들 중 일부는 스왑 볼륨의 경계에 묻히게 된다(그림 5참조). 따라서 본 논문에서는 식 (13)에 의해 찾아진 후보 경계외에, 엔벨롭 생성자에 의해 만들어진 엔벨롭 곡면들도 후보 경계로 정의하였다. 그러므로, 물체의 초기위치와 최종위치에서 식 (13)에 의해 찾아진 면들과 엔벨롭 생성자에 의해 만들어진 모든 엔벨롭 곡면들이 후보 경계가 된다.

### 3.3 스왑 볼륨 경계 생성

후보 경계로부터 스왑 볼륨의 경계에 해당하는 부분만을 추출하기 위해서는 각각의 후보 경계들 간의 교차 검사가 이루어져야 한다. 후보 경계들간에 교차가 전혀 발생되지 않는 경우는, 스왑 볼륨의 경계는 당연히 후보 경계들만으로 간단히 표현될 수 있다. 그러나

일반적인 경우에, 이러한 후보 경계들이 서로 교차하게 되고, 각 교차 곡선을 중심으로 후보 경계들은 스왑 볼륨의 내부에 묻히는 부분과 스왑 볼륨의 경계에 해당하는 부분으로 분류되어야 한다. 본 논문에서는 후보 경계 상에서, 교차 곡선들을 기준으로 분리되는 작은 부분들을 각각 셀(cell)이라 정의하며, 분해된 셀들 중에서 스왑 볼륨의 내부에 묻히는 것을 내부 셀(inner cell), 스왑 볼륨의 경계에 기여하는 것을 외부 셀(outer cell)이라고 구분하여 정의한다.

결국 후보 경계들로부터 스왑 볼륨의 경계에 해당하는 부분만을 찾아내려면, 후보 경계들간의 교차 곡선 계산을 수행하고, 찾아진 교차 곡선들을 이용하여 후보 경계를 여러 개의 셀로 분해(cell decomposition)한 뒤, 다시 적절한 테스트를 통하여 분해된 셀들 중 스왑 볼륨의 경계에 기여하는 셀들만을 분류(cell sorting)하는 절차가 요구된다.

#### 3.3.1 셀 분해(cell decomposition)

셀 분해 과정을 Fig. 5의 예제를 통해 설명하기로 한다. 하나의 후보 경계인 ES1이 두 부분으로 나누어지는 경우에, 후보 경계 ES1의 모서리 정보는 반드시 변경되어야 한다. 즉, 분리된 두 셀(C1, C2)의 모서리 정보로 재구성되어야 한다.

Fig. 5(a)에서 특정 실루엣 모서리에 의해 생성된 후보 경계(엔벨롭 곡면) ES1은, 다른 실루엣 모서리에 의해 생성된 또 다른 후보 경계(엔벨롭 곡면)인 ES2와 최종 위치에서의 후보 경계 중 하나인 FC1과 교차하고 있다. 따라서 후보 경계 ES1은 두 개의 교차 곡선을 기준으로 두 개의 셀 C1과 C2로 나뉘어진다(Fig. 5(b)).

두 개의 셀(C1, C2)로 분할되는 엔벨롭 곡면 ES1의 모서리 정보를 살펴보자. ES1의 모서리 정보는 이중 연결 리스트(doubly linked list)로 연결한 하나의 루프 구조로 표현될 수 있다(Fig. 6(a) 참조). 즉, ES1은 모

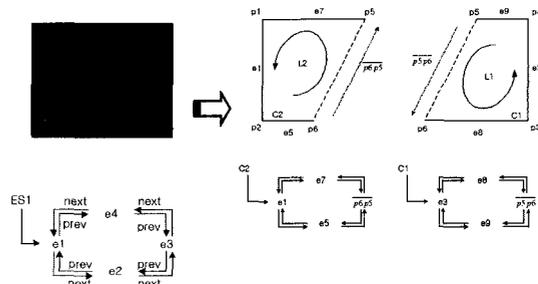


Fig. 6. Loop structure change in a cell decomposition.

든 모서리들의 정보를 갖는 대신 단순히 루프 구조의 시작 모서리(e1)에 대한 포인터만을 가지게 하고, 각 모서리들은 리스트 내의 다음 모서리와 이전 모서리에 대한 포인터를 가지고 있다. 이를 통해, 하나의 루프가 시작되는 모서리가 가리키는 다음 모서리에 대한 포인터를 계속 따라감으로써 셀의 전체 모서리 구조를 표현할 수 있다.

하지만 하나의 후보 경계가 다른 후보 경계와 교차가 발생하여 여러 개의 셀로 분리되는 경우, 교차 곡선은 두 셀이 공유하는 모서리 정보로 추가되고 이 공유된 모서리는 특정 셀의 루프 구조에서 독립적으로 쓰일 수 없다. 따라서 Fig. 6(b)와 같이 공유하는 모서리를 반쪽으로 잘라 원래의 모서리를 공유하는 두 개의 셀에 각각 사용되도록 하는 반 모서리(half-edge) 자료 구조를 사용하였다.

3.3.2 셀 분류(cell sorting)

교차 곡선에 의해 분리된 셀들 중 어느 셀이 스융 볼륨의 경계에 기여하는 외부 셀(outer cell)이 되는지에 대한 결정 방법은, Fig. 7(a)에서 보이는 것처럼, 후보 경계들간의 교차 곡선으로 분리된 임의의 셀 위의 한 점에서 스크류 운동 궤적의 정 또는 역 방향으로 다면체의 운동 경로를 따른 헬릭스 곡선을 생성해봄으로써 판정할 수 있다. 만약 헬릭스 곡선이 A 또는 B와 간섭을 일으키게 되면, 해당 헬릭스 곡선은 스융 볼륨의 내부에서 생성된 곡선임을 알 수 있다. 따라서, 그 헬릭스 곡선을 생성하였던 셀은 스융 볼륨의 내부에 존재하는 내부 셀(inner cell)인 것이다. 반대로, 헬릭스 곡선이 A 또는 B와 교차하지 않는다면 그 셀은 스융 볼륨의 경계가 되는 외부 셀임을 알 수 있다. 마찬가지로, 초기 위치 또는 최종 위치에서 추출된 후보 경계들도 엔벨롭 곡면과의 교차 곡선 계산을 통해 여러 개의 셀로 분할되고 나면, 어떤 셀이 외부 셀인지 내부 셀인지를 동일한 방법으로 판별할 수 있다(Fig. 7(b) 참조).

분류된 내부 셀들은 스융 볼륨의 경계 정보에서 제

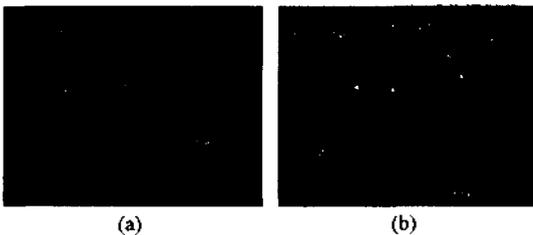


Fig. 7. Helix test in envelopes and final faces.

외되고 나머지 외부 셀 들만으로 최종적인 스융 볼륨의 경계 정보가 된다. 이로부터 스융 볼륨을 생성할 수 있다.

4. 구현

본 논문에서 제시한 스크류 운동을 하는 다면체의 스융 볼륨 생성 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

본 연구에서 제시한 스융 볼륨 생성 알고리즘은 C언어를 이용하여 구현하였으며, 물체의 모델링을 위해 mechanical CAD 시스템으로 널리 사용되고 있는 CATIA V4.1.9를 이용하였다. 또한 특정 곡선 및 엔벨롭 곡면 생성, 후보 경계들 간의 교차 곡선 계산 및 헬릭스 곡선 생성, 스융 볼륨의 경계 표현 등의 기하학적 계산에 필요한 기능들은 CATIA에서 제공하는 API(Application Programming Interface) 서브루틴들의 집합인 CATMSP, CATGEO 등을 이용하였다<sup>[11]</sup>. 또한, 시스템 인터페이스 측면에서는 CATIA의 GUI(Graphic Interactive Interface) 서브루틴과 FSD(Function Definition Language)를 활용하였다<sup>[12]</sup>. 특히, 후보 경계들 간의 교차 곡선 생성을 위해 surface-surface intersection, surface-plane intersection 서브루틴인 GSCXSS와 GSCXPS<sup>[13]</sup>을 사용하였으며, 헬릭스 곡선은 5차 스플라인<sup>[14]</sup> 곡선으로 근사화하여 사용하였다.

먼저, 제안된 알고리즘을 설명하는데 사용된 L-shape 다면체에 적용한 예를 보면, Fig. 9의 (a)는 초기위치와 최종위치에서의 다면체, (b)는 찾아진 엔벨롭 생성자(특정곡선, 실루엣모서리) 및 나누어진 후보 경계, (c)는 운동 경로를 따라 생성된 엔벨롭 곡면들이며, (d)는 셀 분해 및 분류를 거친 스융볼륨의 경계이다.

Fig. 10의 적용사례는 (a)에서 보는 바와 같이 스크

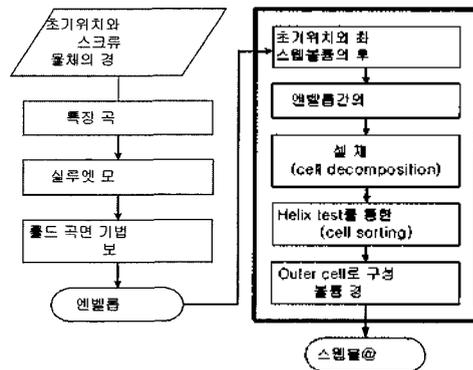


Fig. 8. The proposed swept volume generation process for the polyhedra within a screw motion.

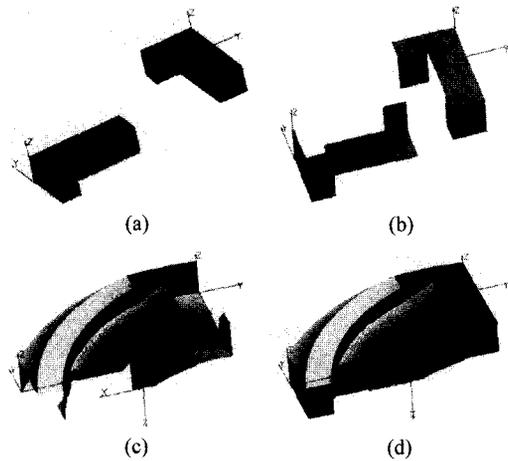


Fig. 9. Volume swept by a L-shape polyhedron through a screw motion.

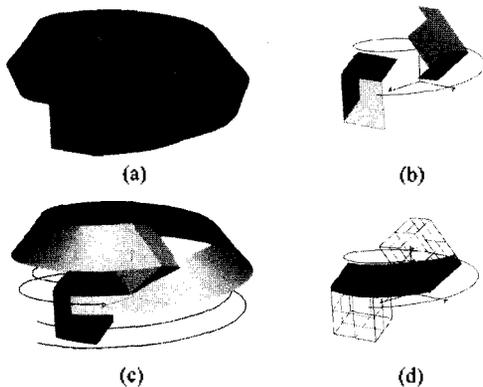


Fig. 10. Volume swept by a cuboid through a small.

류 운동에서 피치가 작아 운동 경로 상에서 초기위치의 물체와 간섭이 발생하는 경우이다. 엔벨롭 생성자인 실루엣모서리를 중심으로 초기위치와 최종위치에서 찾아진 후보경계면들을 (b)에서 보여주고 있다. 엔벨롭 곡면을 포함하는 후보경계면들간의 교차 곡선 계산을 통해 셀 분해 및 분류 과정을 거칠 때, 분해된 특정 셀에 대한 헬릭스 곡선 테스트 과정을 (c)에서 보여주고 있다. 이 경우에 헬릭스 테스트를 통해 스융 볼륨 내부에 묻히는 셀들을 찾아 모두 표시하면 (d)와 같다.

5. 결론 및 향후 연구 과제

본 연구에서는, 운동을 하는 다면체의 초기위치와 최종위치에서의 후보 경계면들과 엔벨롭 곡면들 간의 교

차가 발생하는 일반적인 경우에 대해 스융 볼륨의 내부에 묻히는 부분(영역)을 효과적으로 제거하여 스융 볼륨 경계를 생성하는 새로운 알고리즘을 개발하였다. 또한 간단하고 효율적인 적용을 위해 임의의 운동 제약을 직선 운동과 회전 운동의 조합 형태로 표현할 수 있는 스크류 운동을 채택하였으며, 상용 CAD 시스템(CATIA) 내에 새로운 모델링 기능으로 구현하였다.

향후 연구 과제로는, 경계가 복잡한 곡면체를 표현하는 가장 일반적인 NURBS 곡면체의 스융볼륨 생성에 적용할 수 있도록 제안된 방법을 확장하는 것이다.

6. 후 기

본 연구는 한양대학교 교내연구비 지원을 받아 수행된 결과입니다.

참고문헌

- Hoschek, J., "Fundamentals of Computer Aided Geometric Design," A. K. Peters, 1993.
- Martin, R. R. and Stephenson, P. C., "Sweeping of three-dimensional objects," *Computer-Aided Design*, Vol. 22, No. 4, pp. 223-234, 1990.
- Weld, J. D. and Leu, M. C., "Geometric Representation of Swept Volumes with Application to Polyhedral Objects," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 5, pp. 105-117, 1990.
- Baek, N., Shin, S. Y. and Chwa, K. Y. "On computing translational swept volumes," *International Journal on Computational Geometry and Applications*, Vol. 9, No. 3, pp. 293-318, 1999.
- Baek, N., Shin, S. Y. and Chwa, K. Y., "Three-dimensional topological sweep for computing rotational swept volumes," *International Journal of Computational Geometry and Applications*, Vol. 10, No. 2, pp. 131-156, 2000.
- Hu, Z. J. and Ling, Z. K., "Swept volumes generated by the natural quadric surfaces," *Compute. & Graphics*, Vol. 20, No. 2, pp. 263-274, 1996.
- Kim, J. J. and Rossignac, J. R., "Screw Motions for the Animation and Analysis of Mechanical Assemblies," *JSME International Journal, Series C*, Vol. 44, No. 1, pp. 156-163, 2001.
- Rossignac, J. R. and Kim, J. J., "Computing and visualizing pose-interpolating 3D motions," *Computer-Aided Design*, Vol. 33, No. 4, pp. 279-291, 2001.
- 송수창, 김재정, "자유 곡면체의 엔벨롭 생성," 한국 CAD/CAM학회 논문집, 제6권, 제2호, 2001.
- Blackmore, D., Leu, M. C. and Wang, L. P., "The sweep-envelope differential equation algorithm and its

application to NC machining verification," *Computer-Aided Design*, Vol. 29, No. 9, pp. 629-637, 1997.  
 11. CATIA API Reference Manual, Dassault System, 1999.  
 12. CATIA Surface Design Solutions Reference Guide,

Dassault System, 1999.  
 13. 김재정, CATIA로 배우는 CAD/CAM, 반도체출판사, 1998.



**김 재 정**

1981년 한양대학교 정밀기계학과 학사  
 1983년 George Washington 공학석사  
 1983년~1984년 미국 national Food Processors Association 연구원  
 1989년 미국 MIT 공학박사  
 1989년~1991년 미국 IBM T.J. Watson 연구소 연구원  
 1991년~1993년 한국 IBM 소프트웨어 연구소 연구원  
 1993년~현재 한양대학교 기계공학부 부교수  
 관심분야: Geometric Modeling, CAD/CAM 응용



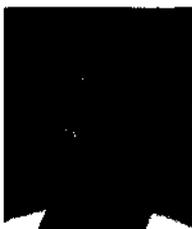
**서 경 천**

1998년 한양대학교 기계설계학과 학사  
 2000년 한양대학교 기계설계학과 석사  
 2000년~현재 한양대학교 기계설계학과 박사과정  
 관심분야: Geometric Modeling, PDM, Computational Geometry



**정 채 봉**

1996년 한양대학교 기계공학과 학사  
 1998년 한양대학교 기계설계학과 석사  
 1998년~현재 한양대학교 기계설계학과 박사과정  
 관심분야: Geometric Modeling, Feature Recognition, Parametric modeling



**강 민 우**

1999년 한양대학교 기계설계학과 학사  
 1999년~2000년 대우국민차 개발팀  
 2002년 한양대학교 기계설계학과 석사  
 2002년~현재 한국 IBM System 사업부  
 관심분야: Computational Geometry, System integration