

유한 베어링 모델링을 이용한 왕복동형 압축기 크랭크축의 동적 거동 및 윤활특성 해석

김 태 종*

부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소

Dynamic Behavior and Lubrication Characteristics of a Reciprocating Compressor Crankshaft by a Finite Bearing Model

Tae-Jong Kim*

School of Mechanical Engineering, Pusan National University

Abstract – In this study, a hydrodynamic analysis of the reciprocating compressor crankshaft considering a finite bearing modelling of the journal bearings used in small refrigeration compressors is performed. In the problem formulation of the compression mechanism dynamics, all corresponding hydrodynamic forces and moments are considered using the finite bearing analysis in order to determine the crankshaft trajectory at each step. The solution of the Reynolds' equation is determined numerically using a finite difference method and a Newton-Raphson procedure was employed in solving the dynamic equations of the crankshaft. The crankshaft orbits for the finite bearing model and short bearing theory were used to compare the effect of the hydrodynamic forces of the journal bearings on the dynamic and lubrication characteristics of the crankshaft-journal bearing system. Results show that the finite bearing model for the journal bearings must be considered in calculating for the accurate dynamic characteristics of the reciprocating compressor crankshaft.

Key words – reciprocating compressors, crankshaft-journal bearing system, finite bearing model, short bearing model, shaft locus, friction losses, oil leakages.

1. 서 론

냉매기체의 압축력, 피스톤의 관성력, 축 균형무게 (balancer weight)의 원심력은 저널 베어링으로 지지 되는 크랭크축에 하중으로 작용하여 축의 휘돌림 운동을 발생시킨다. 동하중이 작용하는 저널 베어링 지지 크랭크축 중심의 운동 궤적 해석은, 초기에는 레이놀즈 방정식을 적절한 가정을 통해 단순화[1] 하거나 해석적으로 계산한 값들을 이용하여 궤적을 찾아가는 방법[2], 유한요소법[3] 등이 사용되고 있다. 또, 동하중이 작용하는 유체윤활의 저널 베어링에서 레이놀즈 방정식의 해를 질량보존이 성립되는 Elrod 공동 알고리즘[4,5,6]이 적용된 유한체적법을 사용하여 수

치적으로 계산할 수 있다. 이와 같은 모델링으로 유한 베어링 이론을 이용한 압축기 크랭크축의 동적 거동 해석[7]에 관한 내용이 있다. 하지만, 이 모델의 해석에 있어서 윤활유의 체적계수(혹은 압축율)에 관한 값이 필요하지만 점도와 같이 그 값의 측정 및 환산이 곤란하고 또, 잘 알려져 있지 않으므로 일반적인 적용이 어렵다.

베어링의 정적 및 동적 하중용량의 계산을 위한 레이놀즈 방정식의 해석에는 긴 베어링 혹은 짧은 베어링 가정에 의한 근사해, 유한 베어링의 근사해, 수치계산에 의한 유한 베어링의 엄밀해 등이 있다. 긴 베어링의 경우에는 이 방정식에서 축방향의 유동항을 원주방향의 유동항과 비교하여 무시하는 것이고, 직경비(L/D)가 5 이상인 경우 신뢰성있게 적용할 수 있는 것으로 알려져 있다. 짧은 베어링 이론은 원주방향의 유동을

*주저자 · 책임저자 : tjong@pusan.ac.kr

무시하는 가정으로 베어링의 양단에서 유동에 대해 저항이 없다고 할 수 있는 베어링의 길이가 짧은 경우에 그 적용이 가능하다. 직경비가 0.5~3인 영역의 베어링에 이 이론을 적용하는 경우 원주방향의 압력유동이 무시되므로 실제보다 더 높은 유막 압력이 계산된다. 해석 대상 왕복동형 압축기의 주 베어링은 직경비가 0.82, 보조 베어링은 0.6이므로 유한 베어링 이론이 적용되어야 한다.

본 연구의 압축기는 소형 구조이므로 미소한 마찰손실의 저감 및 성능의 향상도 중요시된다. 또, 진동 소음의 저감 및 성능 향상을 위한 크랭크축의 동적 궤적 측정과 같은 실험에도 많은 어려움이 있다. 그러므로, 크랭크축-저널 베어링시스템의 동적 궤적 및 미소한 윤활 특성의 변화를 이론적으로 엄밀하게 예측할 수 있는 해석 모델의 개발이 필요하다. 본 논문에서는 크랭크축의 동적 거동을 이론적으로 정확하게 구하기 위해 유한 베어링 모델링을 적용하여 축의 궤적 및 윤활 특성을 이해하고자 한다. 압축하중을 받는 왕복동형 압축기구의 운동방정식을 유도하여 크랭크축에 작용하는 하중을 구한다. 압축기 크랭크축의 동적 해석에 필요한 유막 압력의 계산에는 유한 베어링의 모델링의 적용을 위해 유한차분법 및 Gumbel 경계조건을 이용하였다. 동하중이 작용하는 저널 베어링의 유막 반력 및 모멘트를 계산하여 Newton-Raphson방법[8,9]으로 크랭크축의 동적 거동을 수치적으로 해석하였다. 또, 베어링에서의 유막 압력에 의한 반력과 반력에 의한 모멘트, 축의 궤적, 마찰손실 및 누설유량을 유한 베어링 모델링에 의한 해석 결과와 저널 베어링의 짧은 베어링 이론[10,11]을 이용하여 구한 결과를 비교하여 그 차이를 나타내었다.

2. 이론적 해석

2-1. 크랭크축의 운동방정식

2개의 저널 베어링으로 지지되는 크랭크축의 해석 모델 Fig. 1(a)에서 전동기 회전자는 축에 열박음 공정으로 결합되며, 전동기 고정자는 압축기 본체에 강체적으로 연결된다. 이 해석 모델에서 축의 편심질량에 의한 불평형 하중과 전동기 회전자의 자이로 모멘트를 고려하여 강체 축의 운동방정식을 유도한다. 베어링의 중심과 일치하는 크랭크축의 기하학적 중심에 XY고정 좌표계를 설정한 다음, 축방향의 무게중심 위치에 좌표계의 원점 O를 둔다. 축의 운동은 X 방향으로 X_0 ,

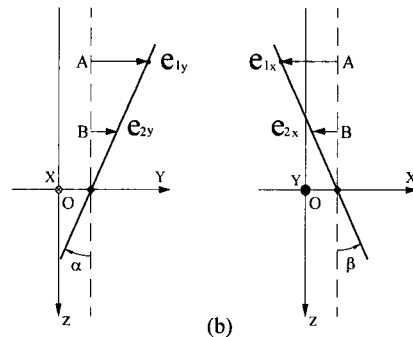
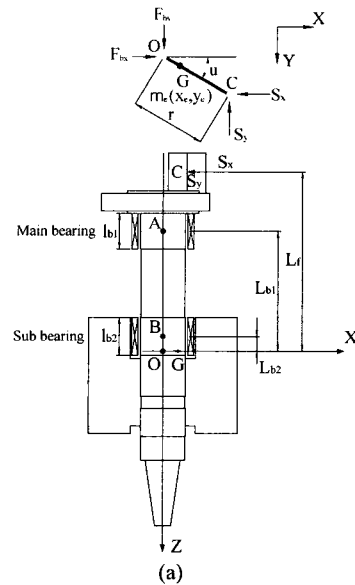


Fig. 1. Analysis model for the crankshaft-journal bearing system.

Y방향으로 Y_0 의 병진운동성분 및 X 축 회전 α , Y 축 회전 β 의 회전운동을 하는 경사운동성분의 강체운동으로 가정하고, α, β 의 양은 미소하다고 한다. X-Y 평면상에서 살펴보면 기하학적 중심으로부터 축의 무게중심이 편심되어 있으므로 편심질량에 의한 불평형 하중을 고려한다. 편심질량의 편심반경을 r 로 나타내면, 편심질량의 위치는 기하학적 중심으로부터, $X_0 - r \cos(\theta + \varphi)$, $Y_0 - r \sin(\theta + \varphi)$ 인 곳으로 표시된다. 오른손의 법칙에 의해 X 축 방향의 세차운동 $\dot{\alpha}$, Y 축 방향의 세차운동 $\dot{\beta}$ 가 존재하므로 X 축 방향으로 $T_x = I_x \omega \dot{\alpha}$, Y 방향으로 $T_y = -I_y \omega \dot{\alpha}$ 의 자이로 모멘트가 각각 작용하게 된다. 여기서, ω 는 크랭크축의 각속도, I_x, I_y, I_z 는 크랭크축의 X, Y, Z 축 방향의 회전 관성모멘티

다. 축의 병진 및 회전의 무차원 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{m}_e \ddot{X}_0 = -\bar{S}_x + \bar{F}_{bx} - \bar{m}_e E_u \cos(T + \varphi) \quad (1)$$

$$\bar{m}_e \ddot{Y}_0 = -\bar{S}_y + \bar{F}_{by} - \bar{m}_e E_u \sin(T + \varphi) \quad (2)$$

$$\bar{I}_x \ddot{\alpha} = -\bar{I}_z \dot{\beta} + \bar{M}_x + \bar{M}_{bx} \quad (3)$$

$$\bar{I}_y \ddot{\beta} = \bar{I}_z \dot{\alpha} + \bar{M}_y + \bar{M}_{by} \quad (4)$$

$$\text{무차원 변수 } \bar{m}_e = \frac{\omega C^3}{\lambda R^4} m_e, \quad E_u = \frac{r_e}{C}, \quad \bar{X}_0 = \frac{X_0}{C}, \quad \bar{Y}_0 = \frac{Y_0}{C}$$

$$\bar{t} = \omega t, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{C/R}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{C/R}, \quad \bar{I} = \frac{\omega}{\lambda R^3} \left(\frac{C}{R}\right)^3 I, \quad \bar{S}_x = \frac{\omega}{\lambda \omega R^2} \left(\frac{C}{R}\right)^2 S_x$$

$$\bar{S}_y = \frac{\omega}{\lambda \omega R^2} \left(\frac{C}{R}\right)^2 S_y, \quad \bar{M}_x = \frac{1}{\lambda \omega R^3} \left(\frac{C}{R}\right)^2 M_x, \quad \bar{M}_y = \frac{1}{\lambda \omega R^3} \left(\frac{C}{R}\right)^2 M_y$$

이다. 여기서, λ 는 냉동기유의 점도, C 는 축과 베어링의 중심이 일치할 때의 반경 틈새, t 는 유차원 시간, R 은 크랭크축의 반지름이다. 또, S_x, S_y 는 X, Y 방향으로 크랭크축에 작용하는 하중을 나타내고, 하중에 의

한 모멘트는 $\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \pm \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \end{Bmatrix} L_f$ 이다.

Fig. 1(b)를 이용하여 크랭크축의 X, Y 방향의 병진운동 가속도 \ddot{X}_0, \ddot{Y}_0 와 X, Y 방향의 회전운동 각가속도 $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}$ 를 무차원화 하여 표시하면 다음과 같다.

$$\ddot{X}_0 = \ddot{\varepsilon}_{2x} - \frac{\ddot{\varepsilon}_{2x} - \ddot{\varepsilon}_{1x}}{L_b} \cdot \bar{L}_{b2} \quad (5)$$

$$\ddot{Y}_0 = \ddot{\varepsilon}_{2y} - \frac{\ddot{\varepsilon}_{1y} - \ddot{\varepsilon}_{2y}}{L_b} \cdot \bar{L}_{b2} \quad (6)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{\ddot{\varepsilon}_{1y} - \ddot{\varepsilon}_{2y}}{L_b} \quad (7)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{\ddot{\varepsilon}_{2x} - \ddot{\varepsilon}_{1x}}{L_b} \quad (8)$$

$$\text{무차원 변수 } \bar{L}_b = \frac{L_b}{R}, \quad \bar{L}_{b2} = \frac{L_{b2}}{R}, \quad \varepsilon_{1x} = \frac{e_{1x}}{C}, \quad \varepsilon_{1y} = \frac{e_{1y}}{C}$$

$\varepsilon_{2x} = \frac{e_{2x}}{C}, \quad \varepsilon_{2y} = \frac{e_{2y}}{C}$ 이다. 여기서, $L_b = (L_{b1} - L_{b2})$ 는 베어링 중심 사이의 거리, L_{b2} 는 X, Y, Z 좌표계에서 보조 베어링의 중심 B까지의 거리를 나타낸다. 또, $(\varepsilon_{1x}, \varepsilon_{1y}), (\varepsilon_{2x}, \varepsilon_{2y})$ 는 주 베어링의 중심 A, 보조 베어링의 중심 B에서의 X, Y 방향의 편심을 (무차원 편심 위치)을 각각 나타낸다. 크랭크축의 운동방정식을 무차원의 행렬형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{m}_e \left(\frac{\bar{L}_{b2}}{\bar{L}_b}\right) & \bar{m}_e \left(1 - \frac{\bar{L}_{b2}}{\bar{L}_b}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m}_e \left(\frac{\bar{L}_{b2}}{\bar{L}_b}\right) & \bar{m}_e \left(1 - \frac{\bar{L}_{b2}}{\bar{L}_b}\right) \\ 0 & 0 & \bar{I}_x \frac{1}{\bar{L}_b} & -\bar{I}_x \frac{1}{\bar{L}_b} \\ -\bar{I}_y \frac{1}{\bar{L}_b} & \bar{I}_y \frac{1}{\bar{L}_b} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varepsilon}_{1x} \\ \ddot{\varepsilon}_{2x} \\ \ddot{\varepsilon}_{1y} \\ \ddot{\varepsilon}_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{S}_x + \bar{F}_{bx} - \bar{m}_e E_u \cos(T + \varphi) \\ -\bar{S}_y + \bar{F}_{by} - \bar{m}_e E_u \sin(T + \varphi) \\ -\bar{I}_z \dot{\beta} + \bar{M}_x + \bar{M}_{bx} \\ -\bar{I}_z \dot{\alpha} + \bar{M}_y + \bar{M}_{by} \end{bmatrix} \quad (9)$$

크랭크축의 X, Y 방향의 동적 제적을 Newton-Raphson 방법으로 계산하기 위해 무차원의 크랭크축 운동방정식을 다음과 같은 비선형방정식으로 가정한다.

$$f_1(\dot{\varepsilon}_{1x}, \dot{\varepsilon}_{2x}, \dot{\varepsilon}_{1y}, \dot{\varepsilon}_{2y}) = \quad (10)$$

$$-\bar{S}_x + \bar{F}_{bx} - \bar{m}_e E_u \cos(T + \varphi) - \bar{m}_e \left[\ddot{\varepsilon}_{2x} - \left(\frac{\ddot{\varepsilon}_{2x} - \ddot{\varepsilon}_{1x}}{\bar{L}_b}\right) \bar{L}_{b2} \right] = 0$$

$$f_2(\dot{\varepsilon}_{1x}, \dot{\varepsilon}_{2x}, \dot{\varepsilon}_{1y}, \dot{\varepsilon}_{2y}) = \quad (11)$$

$$-\bar{S}_y + \bar{F}_{by} - \bar{m}_e E_u \sin(T + \varphi) - \bar{m}_e \left[\ddot{\varepsilon}_{2y} - \left(\frac{\ddot{\varepsilon}_{1y} - \ddot{\varepsilon}_{2y}}{\bar{L}_b}\right) \bar{L}_{b2} \right] = 0$$

$$f_3(\dot{\varepsilon}_{1x}, \dot{\varepsilon}_{2x}, \dot{\varepsilon}_{1y}, \dot{\varepsilon}_{2y}) = -\bar{I}_z \dot{\beta} + \bar{M}_x + \bar{M}_{bx} - \bar{I}_x \left(\frac{\ddot{\varepsilon}_{1y} - \ddot{\varepsilon}_{2y}}{\bar{L}_b}\right) = 0 \quad (12)$$

$$f_4(\dot{\varepsilon}_{1x}, \dot{\varepsilon}_{2x}, \dot{\varepsilon}_{1y}, \dot{\varepsilon}_{2y}) = \bar{I}_z \dot{\alpha} + \bar{M}_y + \bar{M}_{by} - \bar{I}_y \left(\frac{\ddot{\varepsilon}_{2x} - \ddot{\varepsilon}_{1x}}{\bar{L}_b}\right) = 0 \quad (13)$$

주 및 보조 베어링의 축방향 중심에서, 크랭크축 중심의 무차원 편심율과 속도는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{ix} \\ \varepsilon_{iy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_0 + \bar{\beta} \cdot \bar{Z}_{ii} \\ \bar{Y}_0 - \bar{\alpha} \cdot \bar{Z}_{ii} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{ix} \\ \dot{\varepsilon}_{iy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\bar{X}}_0 + \dot{\bar{\beta}} \cdot \bar{Z}_{ii} \\ \dot{\bar{Y}}_0 - \dot{\bar{\alpha}} \cdot \bar{Z}_{ii} \end{Bmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (15)$$

$\bar{Z}_{11} = -\bar{L}_{b1}, \quad \bar{Z}_{12} = -\bar{L}_{b2}$ 이고, $i=1, 2$ 는 각각 주 및 보조 베어링을 표시한다.

2.2. 유한 베어링 모델링

크랭크축과 저널 베어링의 벽면 사이 유체윤활의 무차원 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = 6 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + 12 \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\bar{h} = 1 - (\varepsilon_{ix} \cos \theta + \varepsilon_{iy} \sin \theta) \quad (17)$$

무차원 변수 $\bar{h} = \frac{h}{C}$, $\bar{z} = \frac{z}{R}$, $\bar{p} = \frac{p}{\lambda \omega (C/R)^2}$ 이다. 여기서,

h 는 크랭크축과 베어링 사이의 반경방향 간극, p 는 유막의 동수력 압력을 나타낸다. 베어링 벽면의 윤활면에서 유한차분법 계산을 위한 격자계는 Fig. 2와 같이 구성할 수 있다. 유한차분법으로 이산화된 레이놀즈 방정식은 다음과 같다.

$$A_{i,j} p_{i-1,j} + B_{i,j} p_{i,j} + C_{i,j} p_{i+1,j} + D_{i,j} p_{i,j-1} + E_{i,j} p_{i,j+1} = F_{i,j} \quad (18)$$

여기서, $A_{i,j} = \frac{\bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3}{(\Delta \theta)^2}$,

$$B_{i,j} = - \left[\frac{\bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3 + \bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3}{(\Delta \theta)^2} + \frac{\bar{h}_{i,j-\frac{1}{2}}^3 + \bar{h}_{i,j+\frac{1}{2}}^3}{(\Delta \bar{z})^2} \right]$$

$$C_{i,j} = \frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3}{(\Delta \theta)^2}, \quad D_{i,j} = \frac{\bar{h}_{i,j-\frac{1}{2}}^3}{(\Delta \bar{z})^2}, \quad E_{i,j} = \frac{\bar{h}_{i,j+\frac{1}{2}}^3}{(\Delta \bar{z})^2},$$

$$F_{i,j} = 6 \left(\frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j} - \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta \theta} \right) - 12 (\dot{\varepsilon}_{ix} \cos \theta_{i,j} + \dot{\varepsilon}_{iy} \sin \theta_{i,j})$$

SOR scheme에 의해 over-relaxation parameter ω 를 이용하여 표시하면 다음과 같다.

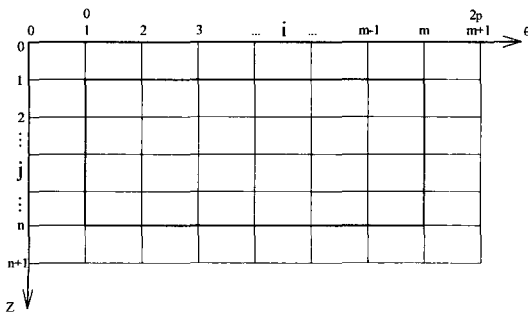


Fig. 2. Grid system for FDM analysis.

$$p_{i,j}^{k+1} = p_{i,j}^k - \omega \frac{R_{i,j}}{B_{i,j}} \quad (19)$$

$$R_{i,j} = (A_{i,j} p_{i-1,j}^{k+1} + B_{i,j} p_{i,j}^k + C_{i,j} p_{i+1,j}^k + D_{i,j} p_{i,j-1}^{k+1} + E_{i,j} p_{i,j+1}^k) - F_{i,j}$$

일반적으로 윤활유는 8~12%의 용해된 공기를 포함하므로 확산되는 유막 영역에서 압력이 포화압력 보다 낮아지면 공기가 용해에서 빠져 나오게 된다. 대부분의 경우, 윤활유의 포화압력은 베어링 주변의 경계압력과 비슷하므로 확산되는 유막에서 방출되는 기체는 주변압력과 비슷한 수준의 압력을 유지하게 된다. 발산하는 유막에서의 압력은 모두 주변압력보다 낮지만 실제 베어링의 유막에서 발생되지는 않는다. 그러므로, 유막의 공동현상이 발생되면 Gumbel 경계조건을 이용하여 유막의 압력을 계산하였다. 계산과정에서 해의 원주방향 주기성 조건 $p_{o,j} = p_{m,j}$, $p_{m+1,j} = p_{1,j}$ 및 반복 계산과정에서 $p_{i,j}^{k+1} = p_{i,j}^k$, $p_{m,j}^{k+1} = p_{m,j}^k$ 을 가정한다.

크랭크축 표면에 작용하는 무차원 유막 반력 및 반력에 의한 X, Y 축방향의 모멘트는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{Bmatrix} \bar{F}_{bxi} \\ \bar{F}_{byi} \end{Bmatrix} = - \int_0^{2\pi} \int_0^{j_n} \bar{p}_i(\theta, \bar{z}_i) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} d\bar{z}_i d\theta \quad (20)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{M}_{bxi} \\ \bar{M}_{byi} \end{Bmatrix} = \pm \int_0^{2\pi} \int_0^{j_n} \bar{p}_i(\theta, \bar{z}_i) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} \cdot \bar{z}_i d\bar{z}_i d\theta \quad (21)$$

여기서, $\begin{Bmatrix} \bar{F}_{bx} \\ \bar{F}_{by} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \begin{Bmatrix} \bar{F}_{bxi} \\ \bar{F}_{byi} \end{Bmatrix}$, $\begin{Bmatrix} \bar{M}_{bx} \\ \bar{M}_{by} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \begin{Bmatrix} \bar{M}_{bxi} \\ \bar{M}_{byi} \end{Bmatrix}$ 이고,

$\bar{z}_{i,j}$ 는 XYZ 좌표계의 중심 O에서 각 격자점(i,j)까지의 무차원 거리 $\bar{z}_{i,j} = \frac{z_{i,j}}{R}$ 를 나타낸다. 크랭크축의 회전 반대방향으로 작용하는 무차원의 점성 마찰력과 마찰토크는 다음과 같다.

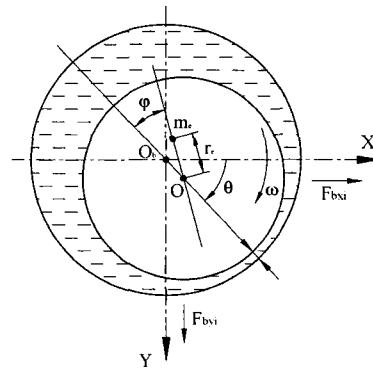


Fig. 3. Crankshaft and journal bearing notation.

$$\bar{F}_{\bar{r}} = \frac{C}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^{h_c} \frac{\bar{h}}{2} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \right) dz d\theta \quad (22)$$

$$\bar{T}_{\bar{r}} = \bar{F}_{\bar{r}} \cdot \bar{R} = \bar{F}_{\bar{r}} \quad (23)$$

여기서, $\bar{F}_{\bar{r}} = \frac{F_{\bar{r}}}{\lambda \omega R^2 \left(\frac{R}{C}\right)^2}$, $\bar{T}_{\bar{r}} = \frac{T_{\bar{r}}}{\lambda \omega R^3 \left(\frac{R}{C}\right)^2}$ 이다.

무차원의 순간 마찰손실 및 크랭크축 회전운동의 한 주기동안 평균 마찰손실은 다음과 같다.

$$\bar{W}_i = \bar{F}_{\bar{r}} \cdot \bar{U} = \bar{F}_{\bar{r}} \quad (24)$$

$$(\bar{W}_i)_{avg} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{W}_i d\theta \quad (25)$$

여기서, $\bar{W}_i = \frac{W_i}{\lambda \omega^2 R^3 \left(\frac{R}{C}\right)^2}$, $W_i = F_{\bar{r}} \cdot \omega R$ 이다.

저널 베어링의 축방향 양쪽 끝단에서의 무차원의 누설유량은 다음과 같다.

$$\bar{Q}_{zi} = - \int_0^{2\pi} \frac{\bar{h}_i^3}{12} \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial z_i} \Big|_{z_i=0} d\theta - \int_0^{2\pi} \frac{\bar{h}_i^3}{12} \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial z_i} \Big|_{z_i=h_i} d\theta \quad (26)$$

여기서, $\bar{Q}_{zi} = \frac{Q_{zi}}{\omega CR^2}$, $Q_{zi} = \omega CR^2 \bar{Q}_{zi} (3.6 \times 10^9) (cm^3/h)$ 이다.

3. 해석 과정 및 결과

3-1. 수치적 해석 과정

계산 단계 k 에서 초기조건 $\varepsilon_{ix}(t), \varepsilon_{iy}(t), \dot{\varepsilon}_{ix}(t), \dot{\varepsilon}_{iy}(t)$ ($i=1, 2$)를 가정하고, 압축기구의 구속력 S_x, S_y 를 Newton-Raphson방법으로, 유한 베어링 모델링에 의한 베어링의 유막반력 및 모멘트를 SOR 방법으로 계산한다. 또, 비선형 방정식 (10), (11), (12), (13)이 만족되는 $\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t), \dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t)$ 를 quasi-Newton 방법으로 구하고,

$$\ddot{\varepsilon}_{ix}^k(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t) - \dot{\varepsilon}_{ix}(t)}{\Delta t}, \quad \ddot{\varepsilon}_{iy}^k(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t) - \dot{\varepsilon}_{iy}(t)}{\Delta t} \text{ 도}$$

계산한다. 계산 단계 $k+1$ 에서, 앞 단계 k 의 초기조건을 이용하여 비선형 방정식계가 만족되는 $\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t), \dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t), \ddot{\varepsilon}_{ix}^{k+1}(t), \ddot{\varepsilon}_{iy}^{k+1}(t)$ 를 계산한다.

수렴조건이 만족되면, $\varepsilon_{ix}(t+\Delta t) = \varepsilon_{ix}(t) + \Delta t \dot{\varepsilon}_{ix}(t) + \varepsilon_{iy}(t+\Delta t) = \varepsilon_{iy}(t) + \Delta t \dot{\varepsilon}_{iy}(t)$, $\dot{\varepsilon}_{ix}(t+\Delta t), \dot{\varepsilon}_{iy}(t+\Delta t)$ 를 이용하여 다음 시간 단계 $t+\Delta t$ 로 진행한다. 수렴조건

이 만족되지 않으면 앞 단계의 계산 과정을 반복한다. 계산 프로그램의 전체 흐름도는 Fig. 4와 같다.

3-2. 해석 결과 및 토의

해석 대상의 압축기는 축동력이 150 W급인 소형 모델로서 흡입압력 $P_s=0.132$ MPa, 토출압력 $P_d=1.352$ MPa 조건에서 3570 rpm으로 운전된다. 크랭크축, 커넥팅 로드, 피스톤으로 구성되는 압축기구부의 운동방정식[11]에서 크랭크축에 반경방향으로 작용하는 가진력 S_x, S_y 가 계산된다. X 방향의 작용힘 S_x 와 유한베어링 모델링과 짧은 베어링 근사에 의한 유막 반력 F_{bx} 을 Fig. 5에 나타내었다. 이 결과에서 유한 베어링 모델과 짧은 베어링 근사의 유막 반력은 거의 같게 계산되지만, 식 (10)에서 고려된 편심질량의 불평형 하중만큼

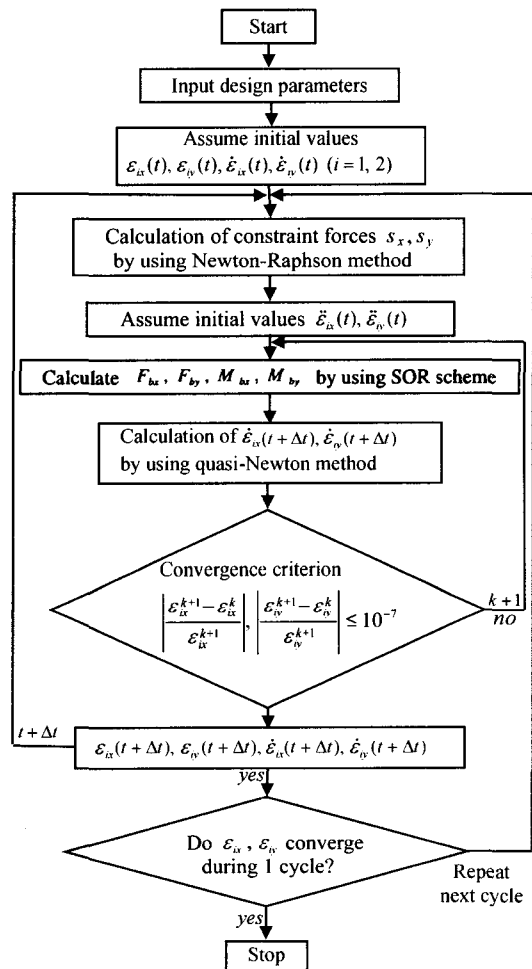


Fig. 4. Flow chart for the calculation procedure.

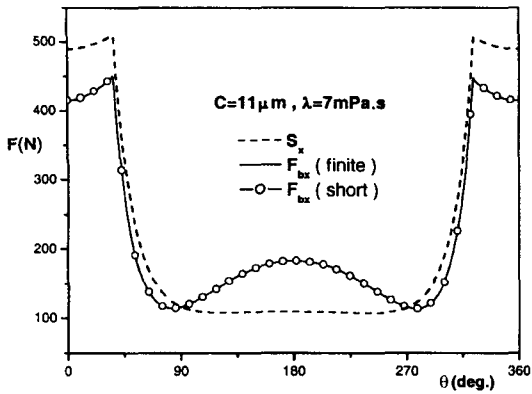


Fig. 5. Applied load S_x on the crankshaft and hydrodynamic reaction forces F_{bx} versus crank angle θ .

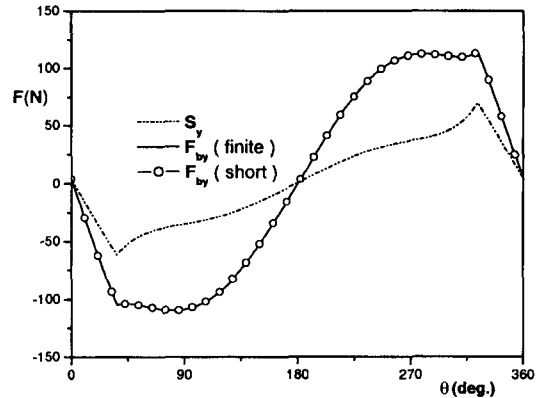


Fig. 7. Applied load S_y on the crankshaft and hydrodynamic reaction forces F_{by} versus crank angle θ .

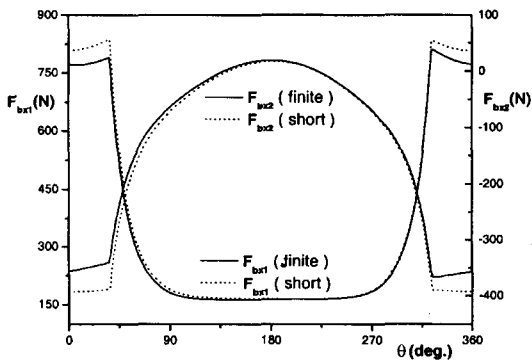


Fig. 6. X-dir. component of the hydrodynamic reaction forces versus crank angle θ .

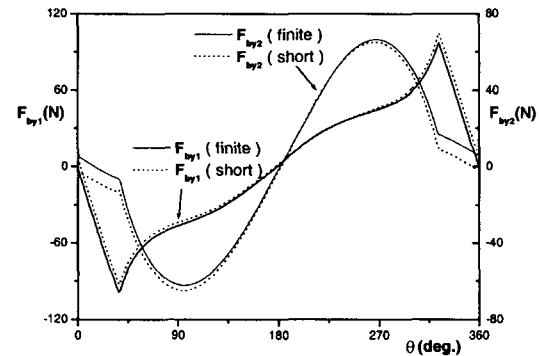


Fig. 8. Y-dir. component of the hydrodynamic forces versus crank angle θ .

작용 하중과 베어링 반력 사이에는 차이가 나타난다. 주 및 보조 베어링에서의 반력의 성분들은 Fig. 6에 나타내었으며 S_x 의 큰 동하중이 불연속적으로 작용하는 크랭크각도 $323.6^\circ \sim 36.9^\circ$ 의 구간에서 유한 베어링 모델과 근사 이론의 베어링 반력 성분의 크기는 서로 다르게 계산된다. Y 방향의 작용 하중 S_y 와 유한 베어링 모델링과 짧은 베어링 근사에 의한 유막 반력 F_{by} 을 Fig. 7에, 주 및 보조 베어링에서의 반력의 성분들은 Fig. 8에 나타내었다. 베어링 해석 모델에 관계없이 반력의 합력은 동일하게 계산되지만 반력의 성분들은 모델에 따라 부분적으로 약간의 차이를 나타내었다. 즉, 과도한 하중이 작용하는 압축행정의 구간에서 베어링 반력 성분은 짧은 베어링 이론의 근사 모델이 유한 베어링 모델보다 크게 계산되지만 이들의 합으로 구해지는 베어링 반력 F_{bx} , F_{by} 는 해석 모델에 관계없이 같은 값으로 구해졌다. 유막 반력의 계산에 이용된 격

자계는 원주방향 75개, 축방향 34개의 격자점으로 구성하였다.

크랭크축의 축방향 질량중심에 대해 작용하는 모멘트 M_x 와 유한 베어링 모델링 및 짧은 베어링 근사에 의한 반력 모멘트 M_{bx} 를 Fig. 9에 각각 나타내었다. 주 및 보조 베어링에서의 모멘트 성분들을 Fig. 10에 나타내었다. 또, 모멘트 M_y 와 유한 베어링 모델링과 짧은 베어링 근사에 의한 반력 모멘트 M_{by} 를 Fig. 11, 모멘트 성분들은 Fig. 12에 표시하였다. 앞서의 베어링 반력과 같이 해석 모델에 관계없이 반력 모멘트의 합은 동일하게 계산되지만 모멘트의 성분들은 모델에 따라 부분적으로 차이를 나타내었다. 반력 성분의 경우와는 반대로 유한 베어링 모델이 근사 모델보다 모멘트 성분이 더 크게 계산되었다. 이와 같은 차이는 유한 베어링 모델은 격자계로 구성되는 유한차분법으로 계산되지만 짧은 베어링 근사는 해석적으로 계산되기

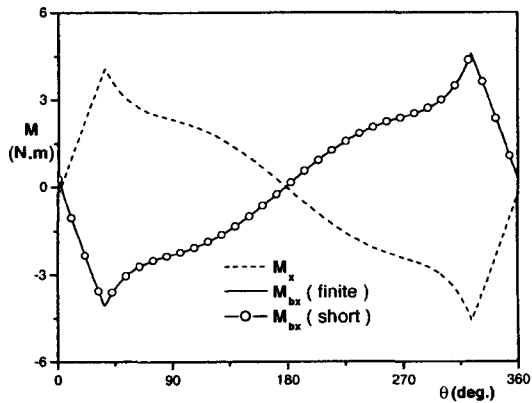


Fig. 9. Load moment M_x and hydrodynamic moments M_{bx} about the mass center of crankshaft.

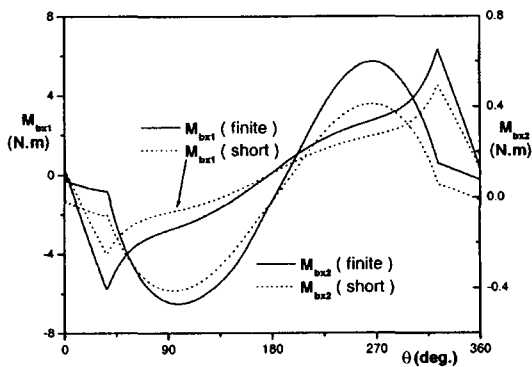


Fig. 10. X-dir. component of the hydrodynamic moments versus crank angle θ .

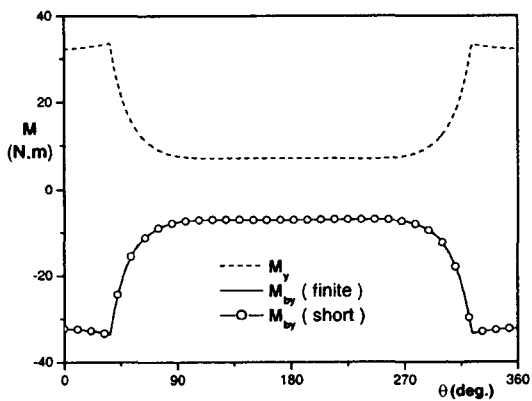


Fig. 11. Load moment M_y and hydrodynamic moments M_{by} about the mass center of crankshaft.

때문으로 이해될 수 있다. 즉, 근사 이론은 유막 반력이 베어링 중심에 작용한다고 가정되므로 반력에 의한

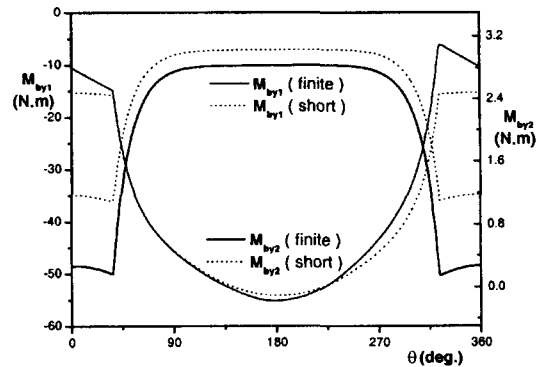


Fig. 12. Y-dir. component of the hydrodynamic moments versus crank angle θ .

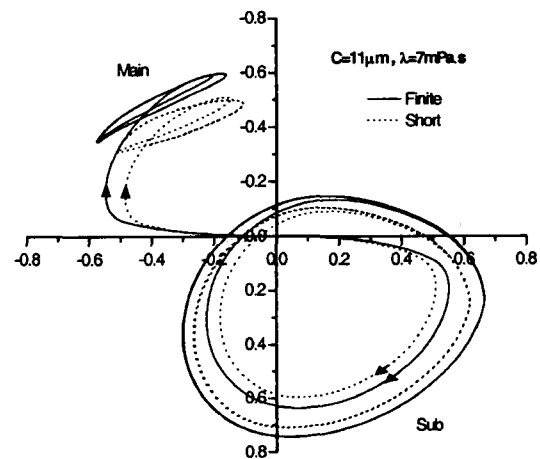


Fig. 13. Comparison of the crankshaft orbits between finite bearing model and short bearing model.

모멘트도 중심점을 기준으로 계산된다. 하지만, 유한 베어링 모델링은 각 격자점에서 발생하는 유막 반력의 모멘트로 구해지므로 모멘트 성분의 경우 반력 성분에 비해 서로 차이가 크게 나타나는 것으로 생각할 수 있다.

크랭크축의 동적 궤적 해석의 수렴에 필요한 주기적 반복 횟수는 3회 이내에서 양호하게 계산되었다. 이 계산에서 크랭크축의 편심율 $\epsilon_{i1}(t)$, $\epsilon_{i2}(t)$ ($i=1, 2$)의 초기값은 0(원점 위치)으로 하였으며, Newton-Raphson 방법의 계산은 3~4회 이내의 과정에서 양호하게 수렴되었다. 윤활유 점도 7 mPa·s 및 베어링의 반경방향 간극 11 μm 의 조건에서 베어링 해석 모델에 대한 축 궤적을 Fig. 13에 나타내었다. 짧은 베어링 근사의 경우 원주방향의 압력 유동이 무시되어 유한 베어링 모델보

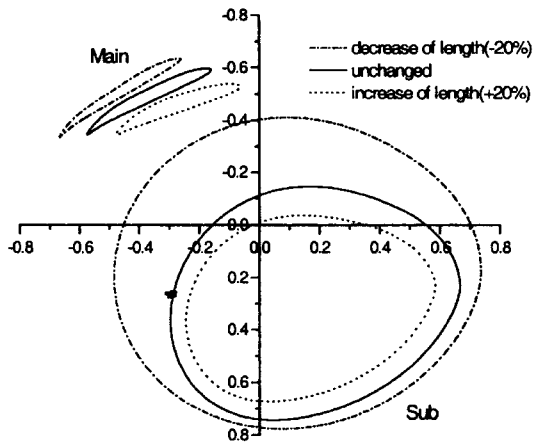


Fig. 14. Comparison of the orbits variation in the bearing length of the crankshaft.

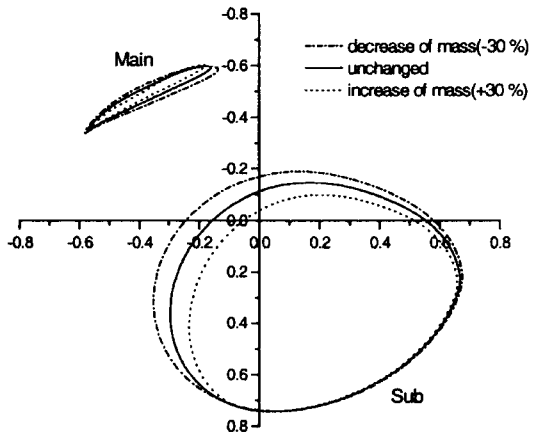


Fig. 15. Comparison of the crankshaft orbits variation in mass of the piston and the connecting rod.

다 더 높은 유막 압력이 계산된다. 그러므로, 작용 하중 및 모멘트에 따라 유막 반력 및 반력의 모멘트는 해석 모델에 관계없이 서로 같게 계산되어야 하지만, 크랭크축의 동적 궤적은 해석 결과와 같이 유한 베어링 모델이 더 크게 나타나야 한다. 같은 조건에서 베어링의 길이를 변화시켰을 때, 유한 베어링 모델을 이용하여 크랭크축의 동적 궤적을 해석하였다. 일반적으로 베어링의 길이가 커짐에 따라 크랭크축의 궤적이 안정되는 것을 Fig. 14에서 관찰할 수 있다. 또, 피스톤과 커넥팅 로드의 질량을 증가 혹은 감소시킨 경우, 질량의 값이 커짐에 따라 크랭크축의 궤적이 안정되는 것을 Fig. 15에서 관찰할 수 있다.

베어링의 반경방향 간극 11 μm 의 조건에서 점도의

Table 1. Comparison of the friction losses and oil leakages w.r.t. the bearing analysis model

Classification	Finite bearing		Short bearing		
	L (W)	Q_c (cm ³ /h)	L (W)	Q_c (cm ³ /h)	
Condition Viscosity (C = 11 μm)	3 mPa·s	4.883	1476.35	2.714	1713.32
	5 mPa·s	6.903	1351.16	4.754	1518.63
	7 mPa·s	8.755	1243.50	6.726	1374.27
	10 mPa·s	11.406	1107.51	9.613	1206.83
	15 mPa·s	15.69	930.93	14.321	1001.82
Clearance ($\lambda = 7 \text{ mPa}\cdot\text{s}$)	5 μ	14.412	254.53	14.421	268.72
	8 μ	10.317	718.08	9.212	775.50
	14 μ	7.957	1771.28	5.1894	2007.81

값을 3, 5, 7, 10, 15 mPa·s으로, 점도 값을 7 mPa·s으로 가정하는 경우 간극 크기를 5, 8, 11, 14 μm 으로 변화시켜 유한 베어링과 짧은 베어링 모델에 대해 해석하였다. 일반적으로 점도가 커짐에 따라, 간극이 작아짐에 따라 동적 특성이 안정되는 일반적 현상을 계산할 수 있었다. 또, 크랭크축의 반경방향 간극의 값을 11 μm 으로 가정한 조건에서 점도값의 변화에 대한 마찰손실 및 누설유량의 특성을 Table 1에 나타내었다. 이 결과에서 소비동력은 점도값의 변화에 따라 선형 비례적으로 증가하지만 누설유량은 비선형적으로 감소한다. 유한 베어링 모델의 축 궤적은 짧은 베어링의 근사 모델에 비해 크게 그려지므로 마찰손실은 유한 베어링 모델이 큰 값으로 계산되고 누설유량은 짧은 베어링 모델이 크게 나타난다. 윤활유의 점도 값을 7 mPa·s으로 가정하여 축의 반경방향 간극 크기를 변화시킨 경우에 대한 한 주기동안의 마찰손실 및 누설유량을 Table 1에 나타내었다. 이 결과에서도 누설유량은 간극의 증가에 대해 비선형적으로 증가하지만 마찰손실은 감소한다. 또, 간극이 감소됨에 따라 해석 모델에 따른 마찰손실 및 누설유량의 차이도 줄어든다.

4. 결 론

저널 베어링의 동수력 유체윤활 모델링 및 수치적 계산 방법을 이용하여 크랭크축의 동적 거동 및 윤활 특성을 해석하였다. 저널 베어링의 유한 베어링 모델과 짧은 베어링 이론 사이의 동수력 윤활특성의 차이를 알기 위해 설계변수의 값을 변화시켜 해석하여

다음의 결론을 구하였다.

(1) 짧은 베어링 근사의 경우 원주방향의 압력 유동이 무시되어 유한 베어링 모델보다 더 높은 유막 압력이 발생되므로 유한 베어링 모델의 축 궤적이 더 크게 나타나는 것을 수치적으로 구하였다. 베어링 해석 모델에 관계없이 반력과 반력의 모멘트는 동일하게 계산되지만 반력의 성분과 반력 모멘트의 성분들은 모델에 따라 부분적으로 차이를 나타내었다.

(2) 베어링의 길이가 커짐에 따라 또, 피스톤과 커넥팅 로드 질량을 증가함에 따라 크랭크축의 궤적은 안정되었다.

(3) 크랭크축과 저널 베어링 사이의 윤활유 점도 값의 변화에 대해 마찰손실은 선형 비례적으로 증가하지만 누설유량은 비선형적으로 감소한다. 마찰손실은 유한 베어링 모델이 크게 계산되고 누설유량은 짧은 베어링 모델이 크게 나타난다. 축의 반경방향 간극 크기를 변화시키면 누설유량은 간극의 증가에 대해 비선형적으로 증가하지만 마찰손실은 감소한다. 간극이 감소됨에 따라 해석 모델에 따른 마찰손실 및 누설유량의 차이도 줄어든다. 이와 같이 유한 베어링 이론이 적용된 크랭크축의 동적 거동과 동수력 유체윤활의 해석 프로그램은 압축기구의 엄밀한 동수력 특성 설계에 활용될 수 있다

참고문헌

1. Kirk, R. G. and Gunter E. J., "Short Bearing Analysis Applied to Rotor Dynamics, Part 1: Theory," *Journal of Lubrication Technology*, April, pp. 319-329, 1975.

2. Booker, J. F., "Dynamically-Loaded Journal Bearings: Numerical Application of the Mobility Method," *ASME Journal of Lubrication Technology*, January, pp.168-176, 1971.
3. Goenka, P. K., "Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 106, pp. 429-439, 1984.
4. Elrod, H. G. and Adams, M. L., "A Computer Program for Cavitation and Starvation Problems, Cavitation and Related Phenomena in Lubrication," *Mechanical Engineering Publications*, New York, pp.37-41, 1974.
5. Elrod, H. G., "A Cavitation Algorithm," *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 103, pp.350-354, 1981.
6. Brewe, D. E., "Theoretical Modeling of the Vapor Cavitation in Dynamically Loaded Journal Bearings," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 108, pp. 628-638, 1986.
7. 김태중, 한동철, "저널 베어링의 공동현상을 고려한 스크롤 압축기 크랭크축의 동적 거동 해석," *대한기계학회논문집 A권*, 제22권 제8호, pp. 1375-1389, 1998.
8. Li, D. F., Rohde, S. M., and Ezzat, H. A., "An Automotive Piston Lubrication Model," *ASLE Transactions*, Vol. 26, No. 2, pp.151-160, 1983.
9. Zhu, D., Cheng, H. S., Arai, T., and Hamai, K., "A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication Part 1: Basic Modeling," *Journal of Tribology*, Vol. 114, pp.553-562, 1992.
10. 服部仁志, 川島教嗣, "大きな動荷重が作用するロ-タ-すべり軸受系の動解析," *日本機械學會論文集(C編)*, 第56巻530號, pp. 2684-2691, 1990.
11. 김태중, "가변속 왕복동형 압축기 크랭크축-베어링계의 동적 거동 해석," *한국윤활학회지*, 제17권 제6호, pp. 426-434, 2001.