

## FVM과 반무한체 해석을 이용한 표면온도예측에 관한 연구

김태완<sup>†</sup> · 이상돈\* · 조용주<sup>‡</sup>

부산대학교 기계기술연구소  
\*부산대학교 대학원 정밀기계공학과  
\*\*부산대학교 기계공학부

### A Study for Estimation of the Surface Temperature Rise Using the FVM and Semi-Infinite Solid Analysis

Tae Wan Kim<sup>†</sup>, Sang Don Lee\* and Yong Joo Cho<sup>‡</sup>

Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

\*Graduate School, Pusan National University

\*\*School of Mechanical Engineering, Pusan National University

**Abstract** – The surface temperature at the interface of bodies in a sliding contact is one of the most important factors influencing the behavior of machine components. The calculation of the surface temperature at a sliding contact interface has been an interesting and important subject for tribologist. Temperature analyses were usually performed under the consideration contacted two bodies as semi-infinite. But the analysis was difficulty in being applied to finite body and considering the boundary condition. In this study, contact temperature rise of two finite bodies and surfaces due to frictional heating under the rectangular and the circular sliding contact is calculated. Heat partition factor is calculated using semi-infinite solid analysis and the temperature of the finite bodies is calculated using FVM. It will be shown that Most frictional heat in the fore part of contact region for sliding direction is conducted into body that has a moving heat source and the site of the maximum temperature rise moves to the opposite direction of sliding during sliding.

**Key words** – flash temperature, heat partition factor, finite volume method, semi-infinite solid analysis.

#### 1. 서 론

베어링, 기어, 캠 등과 같이 미끄럼 접촉을 하는 기계요소들은 높은 하중, 속도에서 작동하기 때문에 접촉 표면에서는 높은 마찰열이 발생한다. 특히 접촉부에서 과도하게 발생한 마찰열은 윤활막의 파손, 재료의 성질 변화, 표면 용융 등으로 스키핑을 일으키기 때문에 두 접촉면의 상승온도를 예측하는 것은 기계 시스템의 설계에 아주 중요하다.

접촉표면의 상승온도를 예측함에 있어서 관심이 되는 것은 접촉면 전반에 걸친 평균온도(bulk tempera-

ture)와 실접촉면에서 순간적으로 발생하는 섬광온도(flash temperature)이다. 이 중 평균온도는 여러 가지 방법으로 측정이 가능하나 섬광온도는 그 발생구역이 두 물체가 접촉해 있는 영역이고, 발생시간 또한 매우 짧기 때문에 실제적으로 섬광온도를 측정한다는 것은 매우 어려운 것으로 알려져 있다.

따라서 이러한 섬광온도는 이론적인 해석을 이용한 시뮬레이션을 통해 구할 수 있다. 이론적인 계산을 통해 표면상승온도를 구하기 위한 방법이 꾸준히 연구되어 왔다.

Blok[1]은 단일 사각 열원을 가지는 접촉면의 온도분포를 마찰열은 미끄럼 마찰로부터 발생하고 열분할 계수(heat partition factor)는 두 접촉면의 최대온도가 같다는 가정 하에서 구하였고 Jaeger[2]는 반무한체 표면

<sup>†</sup>주저자 : tw0826@hanmail.net

<sup>‡</sup>책임저자 : yjcho@pusan.ac.kr

위를 일정한속도로 움직이는 다양한 형태의 열원에 대한 연구를 통해 돌기를 고려한 실접촉 열원에 대한 접촉 표면온도 공식의 기초를 확립하였다.

Archard[3]는 원형의 열원 상에서 접촉점들이 같은 평균온도를 가질 경우에 대한 표면온도상승 공식을 유도하였고, Francis[4]는 Hertzian 접촉에서 마찰력, 속도, 접촉환경, 재료의 열적 성질, 물체의 평균온도 관점에서 정상상태 계면온도 분포의 해석적 표현을 유도하였다.

Tian과 Kennedy[5]는 모든 범위의 Peclet Number에 대하여 움직이는 열원에 기인한 반무한체의 접촉표면온도 해석을 수행하였다. Qui와 Cheng[6]은 혼합유향 상태에서 여러 가지 형태의 접촉상황에서의 온도해석 및 측정된 실제 3차원 거친 표면의 상승온도를 구하였다.

이러한 기존 연구의 대부분은 Blok과 Jaeger의 공식들을 바탕으로 접촉한 두 물체를 반무한체라 가정하고 온도해석을 수행한 것들이다. 그러나 이러한 방법들은 형태를 가진 실제 물체의 시뮬레이션을 수행하기에 어렵고, 또한 표면에서의 대류 열손실과 같은 주위환경을 고려하기가 어렵다는 단점이 있다. 이러한 주위환경을 고려하지 않은 해석결과는 실제 실험으로 해석의 정밀도를 검증하기에 매우 어렵다. 주위환경을 고려한 유한체의 온도해석을 수행하여야 실제 실험과의 비교가 가능할 것이다.

최근에는 컴퓨터의 발달로 인하여 유한 요소법, 유한 체적법과 같은 수치해석적 기법들이 많이 개발되고 있다. 이러한 방법들은 실제 물체의 시뮬레이션을 수행하기엔 유리하지만, 접촉면에서의 열유속의 분할이 경계조건으로 입력되어야 하기 때문에 접촉온도를 계산하기엔 어려운 단점이 있다.

본 연구에서는 이러한 두 기법의 장단점을 상호보완하여 접촉면의 열유속 분할은 반무한체 해석을 이용하고, 이렇게 구해진 열유속 분할계수를 유한체적법에서 모델링한 격자의 경계조건으로 입력하여 접촉온도 해석을 수행하였다.

## 2. 이 론

### 2-1. 반무한체 온도해석

Fig. 1은 두 움직이는 물체의 접촉 모델을 나타낸 것이다. 접촉면의 경계에서의 열 손실이 없다고 가정할 때 접촉면적 위의 점의 입력열량에 기인한 유한 시간 동안 한 점에서의 상승온도는 Carslaw와 Jaeger

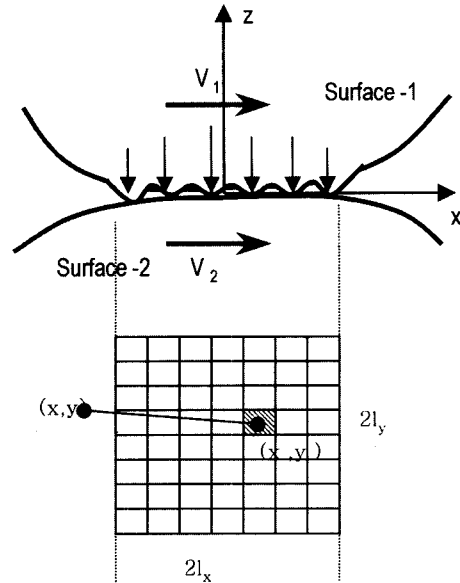


Fig. 1. Model of surface contact.

에 의해 유도된 다음 식에 의하여 계산된다.

$$dT = \frac{q(x', y', 0, t') dx' dy' dt'}{4\rho c [\pi\alpha(t-t')]^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{4\alpha(t-t')}\right] \quad (1)$$

식(1)을 무차원화 하면 다음과 같다.

$$d\bar{T} = \frac{\bar{q}(\bar{x}, \bar{y}, 0, \bar{t}) d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{(t-t')^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\bar{x}')^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{(t-t')}\right] \quad (2)$$

발생된 열은 열 분할 계수 \$f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})\$에 의해 두 접촉표면으로 전도된다. \$\bar{t}\$에서 단일 열원에 의해 영향을 받는 표면에 대한 온도 상승은 다음과 같이 표현되는데, 표면 1의 온도상승은

$$d\bar{T}_1 = [1 - f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})] \frac{\bar{q}(\bar{x}, \bar{y}, 0, \bar{t}) d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{(t-t')^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{(\bar{x}-\bar{x}') - \bar{V}_1(\bar{t}-\bar{t}') + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{(t-t')}\right] \quad (3)$$

와 같고, 표면 2의 온도상승은

$$d\bar{T}_2 = [f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})] \frac{\bar{q}(\bar{x}, \bar{y}, 0, \bar{t}) d\bar{x}' d\bar{y}' d\bar{t}'}{(t-t')^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{[(\bar{x}-\bar{x}') - \bar{V}_2(\bar{t}-\bar{t}')]^2 + (\bar{y}-\bar{y}')^2}{(t-t')}\right] \quad (4)$$

와 같다. 시간  $\bar{t}=0$ 에서부터  $\bar{t}=\bar{t}$  까지 모든 마찰 열원에서 발생한 표면온도 상승은 접촉 열원 면적의 적분에 의해 구할 수 있다. 접촉면적  $\Omega$ , 시간  $\bar{t}$ 에서 임의의 점  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})$ 의 온도상승은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta T_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \int_{\Omega} d\bar{T}_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}') \quad (5)$$

$$\Delta T_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \int_{\Omega} d\bar{T}_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}') \quad (5)$$

$$\bar{T}_{1b} + \Delta T_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \bar{T}_{2b} + \Delta T_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) \quad (6)$$

식 (6)에서 열분할 계수  $f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})$ 는 접촉점에서의 표면온도의 갑작스러운 변화가 없다는 가정 하에서 둘 기 접촉에서의 최대온도가 같다는 가정에 의하여 구할 수 있다.

2-2. 유한체적해석(FVM)

유한체적법은 운동량 및 질량보존의 법칙을 만족시키기에 용이하도록 적분하여 기초방정식을 이산화하는 방법이다. 구체적으로는 고려하고 있는 격자점을 중심으로 한 미소영역 내에서 방정식을 적분하고, 그 경계값을 인접 격자점을 이용하여 요구되는 정확도로 주어 적분식을 이산화 하는 것이다.

Fig. 2에서 검사체적을 일차원 정상상태라 가정하면 에너지보존법칙에 의하여 이 검사체적에서의 에너지 방정식은 식 (7)과 같다.

$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} = 0 \quad (7)$$

식 (7)을 검사체적에서 적분하면 다음과 같고

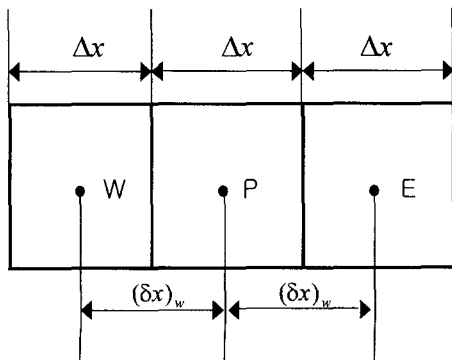


Fig. 2. Control volume (1-dimension).

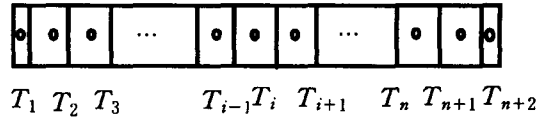


Fig. 3. Index notation.

$$\int_w^E \left[ \frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} \right] dx = 0 \quad (8)$$

식 (8)은 각각의 항을 식 (9)(10)과 같이 적분하여,

$$\int_w^E d \left( k \frac{dT}{dx} \right) = \left( k \frac{dT}{dx} \right)_E - \left( k \frac{dT}{dx} \right)_w \quad (9)$$

$$\int_w^E S dx = \bar{S} \int_w^E dx = \bar{S} \Delta x \quad (10)$$

의 항으로 정리하면 다음과 같다.

$$\left( \frac{k_E}{(\delta x)_E} + \frac{k_w}{(\delta x)_w} \right) T_P = \left( \frac{k_E}{(\delta x)_E} \right) T_E + \left( \frac{k_w}{(\delta x)_w} \right) T_W + \bar{S} \Delta x \quad (11)$$

이 식을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$a_P T_P = a_E T_E + a_w T_W + b \quad (12)$$

Fig. 3과 같이 온도를 구하고자 하는 물체를 N+2개의 노드로 자르면 식 (12)는 다음과 같은 이산화방정식으로 나타낼 수 있다.

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \quad (13)$$

여기서, 각각의 계수값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} b_i &= \frac{k}{(\delta x_i + \delta x_{i+1})/2} \\ c_i &= \frac{k}{(\delta x_{i-1} + \delta x_i)/2} \\ a_i &= b_i + c_i \quad d_i = S_i \delta x_i \end{aligned} \quad (14)$$

$T_1$ 과  $T_{N+2}$ 는 경계조건으로부터 구할 수 있고 구하고자 하는 온도는  $i=2, \dots, N+1$ 을 대입하여 얻은 N개의 방정식을 계산함으로써 구할 수 있게 된다. 이 방법을 2차원 및 3차원에도 적용하여 유한체의 온도해석을 수행할 수 있다.

2-3. 반무한체 온도해석과 FVM과의 결합

Fig. 4는 반무한체 해석과 유한체적법을 조합하여 3차원 미끄럼 접촉시 두 물체의 온도를 구하는 플로우 차트를 도시한 것이다. 유한체적법은 앞에서 기술한 바

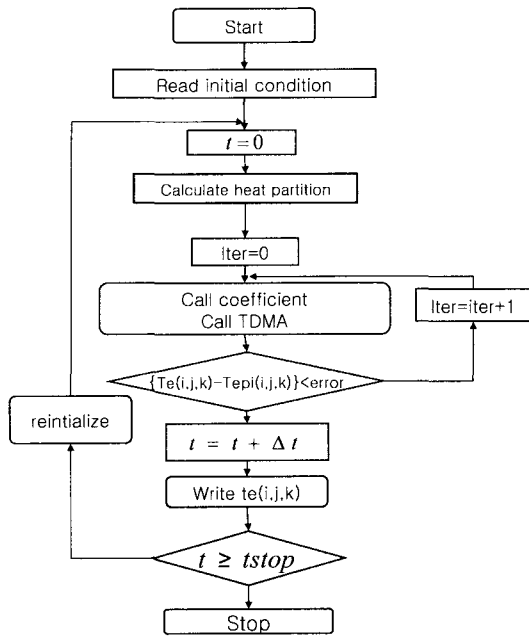


Fig. 4. Flowchart of temperature analysis.

와 같이 형태를 가진 물체의 온도해석과 주위의 대류 열손실과 같은 요건들을 반영하기에 쉽다는 장점이 있지만, 미끄럼 접촉에서 발생한 열원의 크기가 경계조건으로 주어져 있어야만 계산할 수 있다는 단점이 있다. 두 물체의 접촉면에서 발생한 마찰열은 열 분할 계수  $f(m, n)$ 에 의해  $q \times f(m, n)$ 과  $q \times (1 - f(m, n))$ 으로 두 물체의 접촉면에 나누어져 전달된다. 본 연구에서는 열 분할 계수  $f(m, n)$ 을 반무한체 해석을 수행하여 구한 후 이 값을 유한체적법의 경계조건으로 하여 미끄럼 접촉시 두 물체의 온도해석을 수행하였다.

### 3. 해석결과 및 고찰

#### 3-1. 시각열원

Fig. 5는 사각의 접촉면을 가지는 두 물체의 접촉 모델이다. 평판위를 사각단면을 가진 핀이 슬라이딩하는 이 모델에서 아래의 물체인 Body 1은 이동열원을 가지게 되고, 슬라이딩하는 위의 물체 Body 2는 정지 열원을 가지게 된다. 해석에 사용된 접촉모델은  $10 \times 4 \times 2(\text{mm})$ 의 평판에  $2.1 \times 2.1 \times 4(\text{mm})$ 의 핀이  $10 \text{ mm/s}$ 의 속도로 이동할 때이다. 마찰계수는 0.4로 계산하였고, 접촉압력은 접촉면에서  $100 \text{ MPa}$ 로 일정하다고 가정하였다. 접촉면을 제외한 다른면은 외부공기에 의한

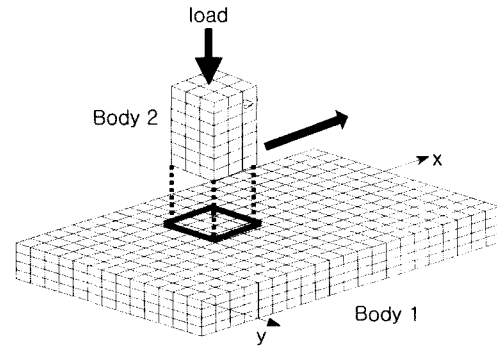


Fig. 5. Sliding contact model.

Table 1. Material property

	$\rho (\text{kg/m}^3)$	$C_p (\text{J/kg} \cdot \text{K})$	$k (\text{W/m} \cdot \text{K})$
Body 1	7870	447	80.2
Body 2	"	"	"

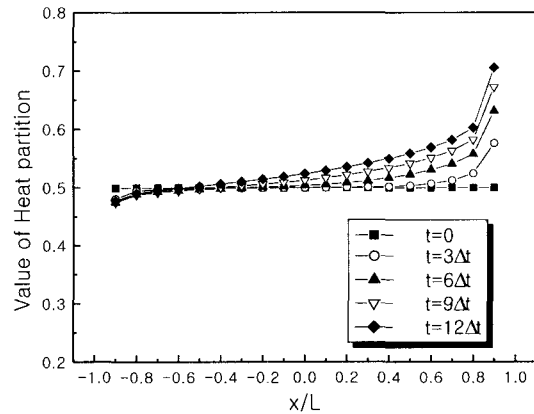


Fig. 6. Relationship of heat partition with time and position.

대류조건으로 두었고, 단 접촉면의 반대면은 단열조건으로 두었다. 해석에 사용된 두 물체는 순철으로 가정하였고, 물성치는 다음의 Table 1과 같고 물체의 온도 변화에 따라 변하지 않는다고 가정하였다.

접촉면에서 두 물체의 마찰에 의해 발생된 열은 열분할계수  $f(m, n)$ 에 의해 Body 1에는  $q \times f(m, n)$ 이 Body 2에는  $q \times (1 - f(m, n))$ 의 열이 전도되게 된다.

Fig. 6은 열원이 이동했을 때 열원의 y축 중심선 상의 열분할 계수의 변화를 나타낸 그래프이다. x축은 접촉면의 x좌표를 나타내고 오른쪽이 열원의 이동방향 이 된다.  $t=0$ 일 때는 두 물체의 온도가 같으므로 열

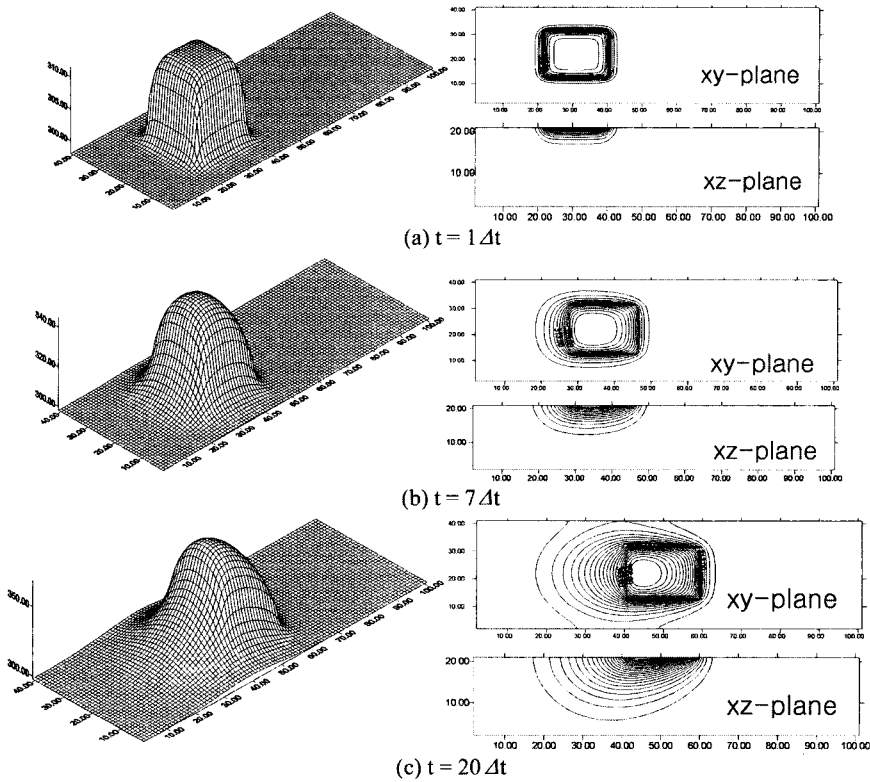


Fig. 7. Temperature distribution of Body 1 under the rectangular sliding contact.

분할 계수는 0.5가 된다. 그러나 시간이 증가할수록 열 분할 계수의 값은 대부분의 구간에서 증가하게 된다. 이는 정지열원을 가지는 Body 2의 표면온도가 이동열원을 가지는 Body 1의 표면온도보다 높기 때문이다.

그리고 같은 시간대에서도 열원의 이동방향 쪽의 열 분할 계수 값이 뒤쪽보다 큰 값을 가지는데 그 이유는 Body 2는 정지열원으로부터 계속 열이 전도되어 표면 온도가 높지만, Body 1은 아직 열이 전도되지 않은 열원의 진행방향 앞쪽의 온도가 표면온도가 되어서 슬라이딩에 의해 발생한 열의 대부분이 Body 1으로 전도되기 때문으로 사료된다.

Fig. 7은 사각열원이 평판 위를 슬라이딩동안 Body 1(평판)의 3차원 표면온도의 분포와 xy-평면 및 xz-평면의 온도의 분포를 나타낸 것이다. 슬라이딩 초기에는 접촉면의 중앙에서 최고온도가 발생하였으나 슬라이딩이 진행될수록 최고온도가 슬라이딩 방향의 뒤쪽으로 점점 이동하고 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 Body 2(사각 핀)의 3차원 표면온도의 분포와 xy-평면의 온도의 분포를 나타낸 것인데, 정지열원을 가지는 Body 2

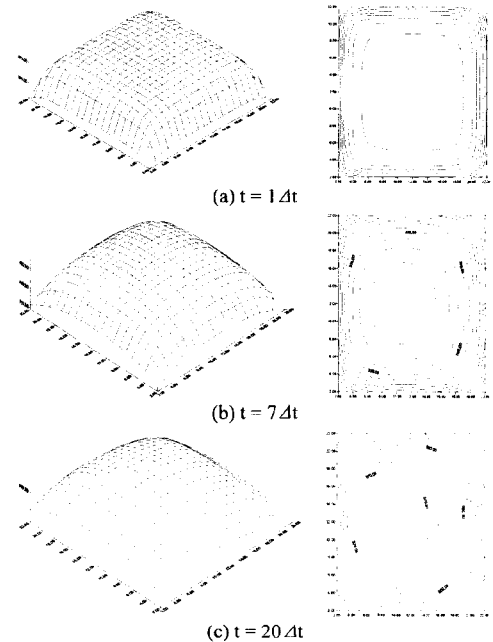


Fig. 8. Temperature distribution of Body 2 under the rectangular sliding contact.

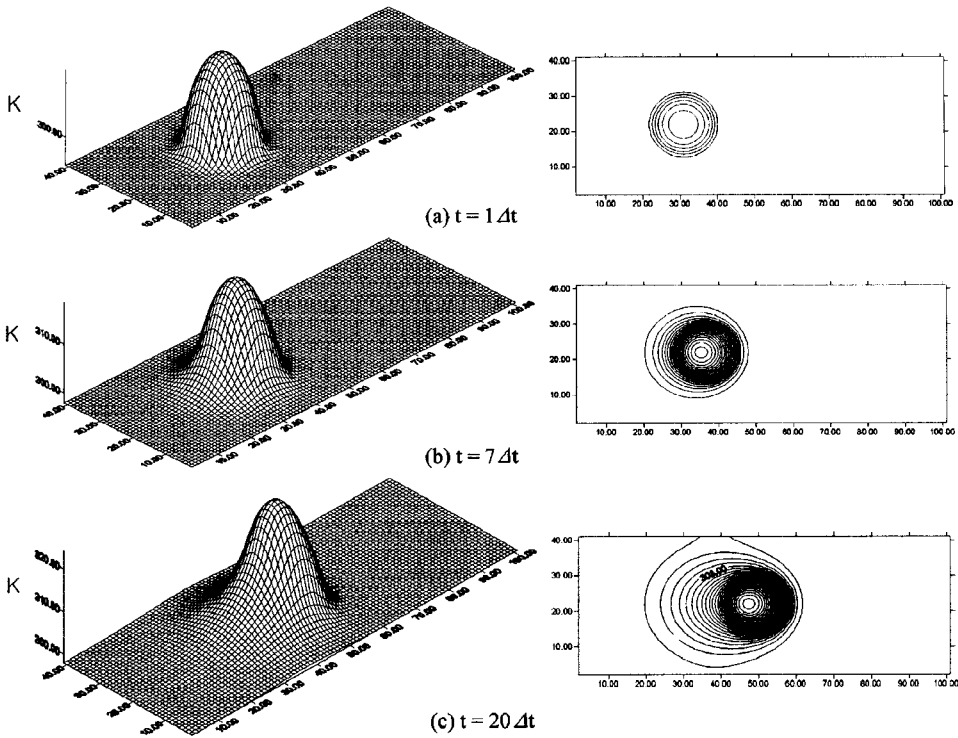


Fig. 9. Temperature distribution of Body 1 under the circular sliding contact.

에서도 최고온도의 발생위치가 슬라이딩방향의 뒤쪽으로 점점 이동함을 알 수 있다.

3-2. 원형 열원

본 절에서는 원형의 접촉단면을 가지는 구와 평판이 접촉하여 슬라이딩하는 경우에 대하여 온도해석을 수행하였다. 본 해석에 사용된 재료의 물성치 및 경계조건은 앞 절의 사각 열원의 경우와 같고, 직경 6.35 mm의 구에 대해 최대 546 MPa의 Hertzian 접촉압력을 가지는 경우에 대해서 해석한 결과이다.

Figs. 9와 10은 구접촉모델에서 각각 Body 1(평판)과 Body 2(구)의 3차원 표면온도의 분포와 xy-평면의 온도의 분포를 나타낸 것이다. 구접촉으로 인한 원형 열원의 경우에도 사각열원의 경우와 같이 슬라이딩이 진행될수록 최고온도가 상승하면서 최고온도의 발생위치가 슬라이딩방향의 뒤쪽으로 이동함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 두 물체가 접촉하여 슬라이딩할 때

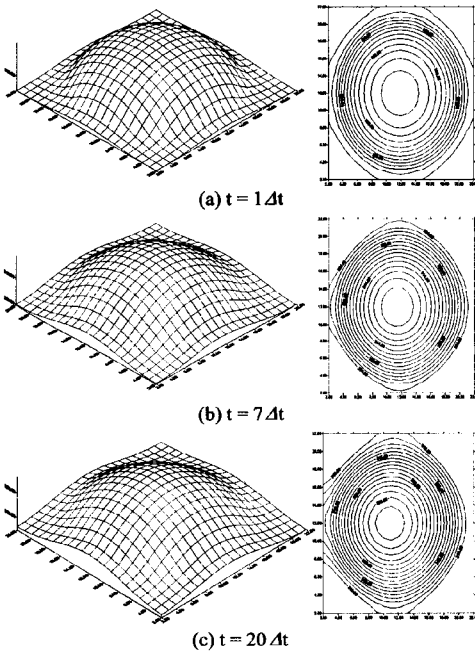


Fig. 10. Temperature distribution of Body 2 under the circular sliding contact.

접촉면에서 발생하는 마찰열에 의한 두 물체의 온도상승을 구하기 위해 반무한체 해석과 유한체적해석을 조합하여 접촉온도 해석을 수행하였다. 사각단면을 가진 핀과 평판과의 접촉, 구와 평판과의 접촉 두 가지 모델의 경우에 대하여 두 물체의 표면온도 및 전체 온도를 구하였고 다음의 결과를 얻을 수 있었다.

1) 반무한체 해석을 통하여 열 분할 계수를 계산하여 이를 유한 체적해석의 경계조건으로 사용함으로써 유한체의 표면 및 전체의 온도를 효율적으로 계산할 수 있는 기법을 개발하였다.

2) 두 물체가 슬라이딩 할 때 초기에는 열분할 계수의 값이 0.5이나 슬라이딩이 진행될수록 슬라이딩 방향의 앞 부분의 접촉영역에서의 열분할 계수의 값은 0.6에서 0.8까지 증가하였다.

3) 슬라이딩 진행될수록 최고 온도 상승점이 접촉면의 진행 반대 방향으로 이동해 감을 알 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 : 2001-1-30400-005-3)지원으로 수행되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 기호설명

$f(x, y, t)$	: heat partition factor
$q(x', y', t')$	: heat flux
$l_{x,y}$	: half contact length
$t$	: time
$T_{1,2}$	: surface temperature
$\Delta T_{1,2}$	: temperature rise
$T_{1b,2b}$	: bulk temperature of bodies
$V_{1,2}$	: velocities of surface

$V_s$	: sliding speed
$x, y$	: coordinates on contact surface
$x', y', t'$	: dummy variables of respectively
$\bar{T}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{t}, \bar{q}, \bar{p}$	: nondimensional variables of $T, x, y, t, q, p$
$\rho$	: density of solid
$\Omega$	: contact area
$\alpha$	: thermal diffusivity of solids
$\mu$	: friction coefficient
$\dot{q} (=S)$	: rate of heat generation per unit volume
$k$	: conductivity

## 참고문헌

1. Blok, H., "Theoretical Study of Temperature Rise at Surfaces of Actual Contact under Oiliness Lubricating Condition," Proc. General Discussion on Lubrication, Inst, Mech, Engrs., London, Vol. 2, pp.222-235, 1937.
2. Jaeger, J.C. "Moving Sources of Heat and the Temperature at Sliding Contacts," J.Proc. Roy, Soc, N.S.W., Vol.76, pp.203-224, 1942.
3. Archard, J.F, "The Temperature of Rubbing Surfaces," Wear, Vol.2, pp.439-455, 1958.
4. Francis, H.A, "Interfacial Temperature Distribution within a Sliding Hertian Contact," ASLE Transaction, Vol.14, pp.41-54, 1970.
5. Tian. x and Kennedy, F.E, "Maximum and Average Flash Temperatures in Sliding Contact," Journal of Tribology, Vol.116, pp.167-174, 1994.
6. Qiu, L and Cheng, H.S, "Temperature Rise Simulation of Three-Dimensional Rough Surface in Mixed Lubricated Contact," ASME Journal of Tribology, Vol.120, pp.310-318, 1998.
7. Patankar, S.V, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," Hemisphere, New York, 1980.