임펄스 노이즈 환경에서 웨이브렛을 이용한 노이즈 제거 방법에 관한 연구

배상범* · 김남호*

A Study on Denoising Method using Wavelet in Impulse Noise Environment

Sang-Bum Bae* · Nam-Ho Kim*

요 약

본 논문에서는 웨이브렛을 이용한 임펄스 노이즈 제거 방법을 제시하며, 노이즈 제거에서 웨이브렛의 시간과 주파수 국부성은 신호의 상세 정보를 포함하고 있으므로, 기존의 방법들에 비해 우수한 결과를 제공한다. 임계치에 의한 노이즈 제거와 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용하여, 노이즈 제거 효과를 최대로 함과 동시에 원신호의 edge를 인식하도록 하였다. 객관적인 판단을 위해, 테스트 신호로서 HeaviSine과 DTMF를 사용하였으며, 서로 다른 크기를 갖는 임펄스 노이즈를 동일한 시간에 원신호에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

ABSTRACT

This paper presents the new method for removing impulse noise using wavelet. Time and frequency-localization capabilities in denoising can provide excellent specialties comparing with the existing methods, because of including detail information of signal. The method in this paper, using denoising by threshold and slope of signal by wavelet, has superior denoising effect and can recognize edge of original signal. For objective judgement, the test signals are used HeaviSine and DTMF and this paper simulated by test signals which have added to impulse noise of different size individually.

키워드

wavelet, time and frequency-localization, denoising, threshold

Ⅰ. 서 론

데이터를 디지털화하거나 전송하는 과정에서 여러 가지 원인에 의해 임펄스 노이즈와 가우시안 노이즈 등이 발생하고 있다. 이러한 노이즈 제거는 신호처리 분야에 필수적이다. 기존의 노이즈제거 방법으로는 선형과 비선형 필터 등을 적용한 방법이 있다.

그러나, 이러한 접근은 지속시간을 갖는 임펄스 노이즈와 인접해서 발생하는 노이즈에 대해서, 노이즈가 검출되지 않거나 원신호의 심한 왜곡을 초래하며, 노이즈를 국부적으로 필터링하기가 곤란하다[1].

웨이브렛은 신호의 상세 정보를 포함하고 있으므로, 상대적으로 저주파수 대역을 갖는 신호성분과 고주파수 대역을 갖는 가우시안 및 임펄스 노이즈를 국부적으로 필터링할 수 있다.

일반적으로, 가우시안 노이즈 환경에서 임계치는 상대적으로 큰 웨이브렛 계수를 갖는 신호의 edge를 판단하기 위해 사용되며, noisy 데이터의 표준편차를 이

* 부경대학교 공과대학 제어계측공학과

접수일자 : 2002. 6. 19

용하여 노이즈를 제거한다[2].

그러나, 임펄스 노이즈 환경에서의 임계치 적용은 임펄스 노이즈를 검출하기 위해 사용되지만, 복합적으로 검출되는 노이즈와 edge를 분리하기 위해 새로운 파라메타 도입이 필요하다.

따라서, 본 논문에서는 noisy 데이터로부터 임펄스 노이즈를 제거하기 위해, B-wavelet에 기초한 알고리즘을 사용하였다. Denoising 과정에서 FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘을 이용하여 노이즈를 제거하였으며, 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용하여 edge를 검출하였다[3].

그리고, 객관적인 판단을 위해 테스트 신호로서 HeaviSine과 DTMF(dual tone multi frequency) 신호를 사용하였다.

II. 웨이브렛

신호 $f(t)\in L^2(R)$이면, 연속 웨이브렛 변환(CWT)은 식 (1)과 같이 정의된다.

$$(W_\psi f)(b,a) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)dt \quad (1)$$
$$a,\ b \in L^2(R) \quad a\neq 0$$

여기서, *는 공액 복소를 의미하며, $\psi(t)$는 mother wavelet이다[3].

MRA에서, 부공간들은 식 (2)의 제곱적분 가능한 함수 공간상에서 나타내어지며, 데이터는 이러한 부공간상에 함수를 사용해서 표현된다[4].

$$\cdots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \cdots \subset L^2 \quad (2)$$

그리고, 모든 scale 레벨에 대해서 다음의 식 (3)으로 정의되는 scaling 함수는 이것의 선형결합으로 이루어지는 식 (4)와 같은 부공간들을 발생시킨다.

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\phi(2^j t-k), \quad k\in Z \quad (3)$$

$$V_j = \mathrm{Span}_k\{\phi_{j,k}(t)\} \quad (4)$$

따라서, V_0의 기저함수 $\phi(t)$는 V_1의 기저함수 $\phi(2t)$의 선형결합으로 나타낼 수 있다.

그리고, 다음의 식 (5)를 만족하는 웨이브렛 부공간 W_j가 존재하며, 식 (6)의 선형결합으로 이루어지고, 식 (2)와 식 (5)로부터 확장된 식 (7)이 얻어진다.

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1} \quad (5)$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t-k), \quad k\in Z \quad (6)$$

$$\begin{aligned} L^2 &= V_j \oplus W_j \oplus W_{j+1} \oplus \cdots \\ &= \cdots \oplus W_{j-1} \oplus W_j \oplus W_{j+1} \oplus \cdots \\ &= \bigoplus_{j\in Z} W_j \end{aligned} \quad (7)$$

L^2에서의 모든 함수 $f(t)$는 적당한 scaling 함수와 scale 레벨을 선택함으로써 $f_N(t)\in V_N$에 의해서 표현되며, 식 (5)와 부공간들의 관계로부터 식 (8)이 얻어진다.

$$f_N(t) = f_{N-1}(t) + g_{N-1}(t) \quad (8)$$

여기서, $g_N(t)\in W_N$이며, 각각의 성분들은 다음의 식 (9)와 식 (10)과 같다.

$$f_j(t) = \sum_{k\in Z} c_k^j \phi_{j,k}(t) \quad (9)$$

$$g_j(t) = \sum_{k\in Z} d_k^j \psi_{j,k}(t) \quad (10)$$

만약, $\phi(t)$가 MRA를 발생시킨다면, 그때 $\phi(t)$는 scaling function으로 불려지고, 전형적

인 scaling function의 예가 m차 B-spline N_m 이다. 그리고, 다음의 식 (11), 식 (12), 식 (13)은 1차 B-spline과 상호 간의 관계, 중심에 대한 대칭성을 나타내고 있다.

$$N_1(t) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \le t < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{11}$$

$$N_m(t) = \frac{t}{m-1} N_{m-1}(t) + \frac{m-t}{m-1} N_{m-1}(t-1) \tag{12}$$

$$N_m\left(\frac{m}{2}+t\right) = N_m\left(\frac{m}{2}-t\right), \quad t \in R \tag{13}$$

III. 알고리즘

Spline 함수는 우수한 기하학적 특성과 수학적 특성들을 가지고 있으므로, 노이즈 감소 알고리즘에 유용하게 사용되며, 3차 이상의 B-wavelet은 최적에 가까운 시간-주파수 창을 가진다.

1. 분 해

노이즈가 존재하는 수열 $\{r(t_k)\}$는 spline 공간상에서 처리되기 위해서, 식 (14)의 콘볼루션에 의해 spline 공간상에 mapping된다.

$$\{c_k^N\} = \{s_n\} * \{r(t_k)\} \; (\uparrow 2) \tag{14}$$

그리고, spline과 웨이브렛 계수는 식 (15)와 식 (16)의 콘볼루션에 의해 각 scale 레벨에 대해서 계산된다. 각 scale 레벨에서 구해진 spline과 웨이브렛 계수들은 신호에 첨가된 임펄스 노이즈를 제거하기 위해 사용된다.

$$\{c_k^j\} = [\{a_n\} * \{c_k^{j+1}\}] \; (\downarrow 2) \tag{15}$$

$$\{d_k^j\} = [\{b_n\} * \{c_k^{j+1}\}] \; (\downarrow 2) \tag{16}$$

식 (15)와 식 (16)의 가중수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$의 길이는 이론적으로 무한대이지만, 이들 수열들은 대칭성을 갖고 지수적으로 감쇠하므로, 실행에서 알맞게 절단되어 사용된다[4].

2. 노이즈 제거

각 scale 레벨에서 임펄스 노이즈는 원신호에 비해 상대적으로 큰 웨이브렛 계수 값을 갖는다. 그러나, 노이즈에 상응하는 spline 계수 수열은 전체적으로 일정하게 존재하지 않는다. 그러므로, 노이즈의 임계를 정하기 위해, 더 작은 부분으로 분할된 국부 임계를 적용하여, 각 부분에서의 임계치를 다르게 하였다. 임계치는 σ, 2σ, 3σ, … 가 신호의 68.26%, 95.44%, 99.74% …를 포함하므로, $3\sigma \sim 4\sigma$ 사이의 값을 사용하여, 각 부분에서의 임계치를 계산하였다. 그리고, 임계치를 초과한 계수들의 index를 제외한 편차를 다시 계산하여, 원신호와 임펄스 노이즈를 최대한 분리할 수 있도록 하였다. 일반적으로 임펄스 노이즈와 신호의 edge 성분은 웨이브렛 계수에서 그 특징들이 잘 나타난다. 그리고, 동일한 index k와 scale 레벨 j에서 spline과 웨이브렛 계수는 일치하므로, 노이즈가 존재하는 웨이브렛 계수의 index는 spline 계수에서 노이즈를 제거하기 위해 사용된다. 최종적으로 구해진 임계치와 웨이브렛 계수를 비교하여, 노이즈에 상응하는 웨이브렛 계수를 0으로 reset하며, 동일한 index의 spline 계수는 그림 1의 FFT에 기초한 보간법을 사용하여 대체하였다.

웨이브렛을 이용한 여러 가지 노이즈 제거 알고리즘에서, 가우시안 노이즈와 원신호의 edge 성분은 웨이브렛 계수와 임계치를 사용하여 분리한다. 그리고, 임펄스 노이즈 환경에서 노이즈와 원신호의 edge 성분은 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용하여 간단하게 분리할 수 있다.

3. 복 원

임펄스 노이즈가 섞인 계수는 denoising 과정

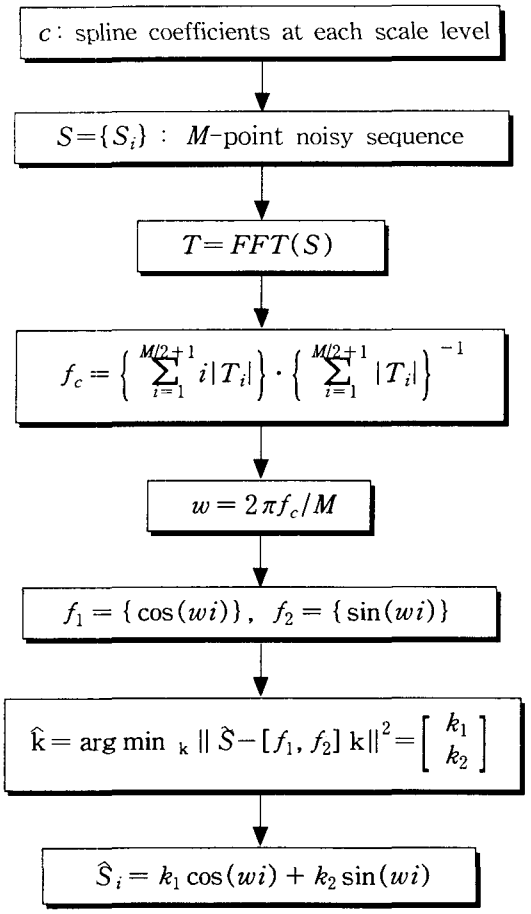

그림 1. FFT에 기초한 계수교체 알고리즘
Fig. 1. FFT-based coefficient replacement algorithm.

을 거친 후, 추정된 계수 $\{\tilde{d}_k^j\}$와 $\{\tilde{c}_k^j\}$로 교체된다. 그리고, 추정된 새로운 두 계수들은 식 (17)의 두 scale 사이의 관계를 사용하여, fine scale의 spline 계수를 복원하기 위해 사용된다.

$$\{\tilde{c}_k^j\} = \{p_n\} * \{\tilde{c}_k^{j-1}\}_{(\uparrow 2)} + \{q_n\} * \{\tilde{d}_k^{j-1}\}_{(\uparrow 2)} \quad (17)$$

여기서, 가중 수열 $\{p_n\}$과 $\{q_n\}$은 식 (18)과 식 (19)에 의해 구해지며, 결과적으로 얻어진 추정된 $\tilde{c}_k^N$는 식 (20)에 의해 복원된 신호를 만든다. 식 (20)의 수열 $\{v_n\}$은 m차 B-spline이다.

$$p_k = p_{m,k} = \begin{cases} 2^{-m+1}\binom{m}{k}, & \text{for } 0 \le k \le m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

$$q_k = q_{m,k} = \begin{cases} \dfrac{(-1)^k}{2^{m-1}} \cdot \displaystyle\sum_{l=0}^{m}\binom{m}{l} N_{2m}(k+1-l), \\ \qquad \text{for } 0 \le k \le 3m-2 \\ 0, \quad \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

$$\hat{r}(t_k) = \{v_n\} * \{\tilde{c}_k^N\}_{(\downarrow 2)} \quad (20)$$

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 사용된 알고리즘의 유효성을 증명하기 위해, 테스트 신호로서 HeaviSine과 DTMF 신호(NO. 7)를 사용하였다. 그리고, sample rate는 200㎑, 신호의 길이는 11264 sample(약 56.3㎳), 노이즈는 각기 다른 크기와 4 sample의 지속시간을 갖도록 하였으며, 동일한 시간에 원신호에 중첩하여 시뮬레이션 하였다.

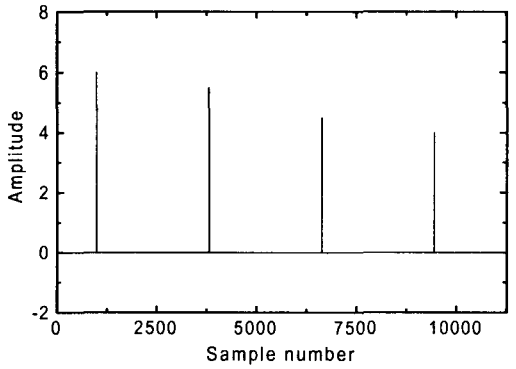

그림 2. 입력 노이즈
Fig. 2. Input noise.

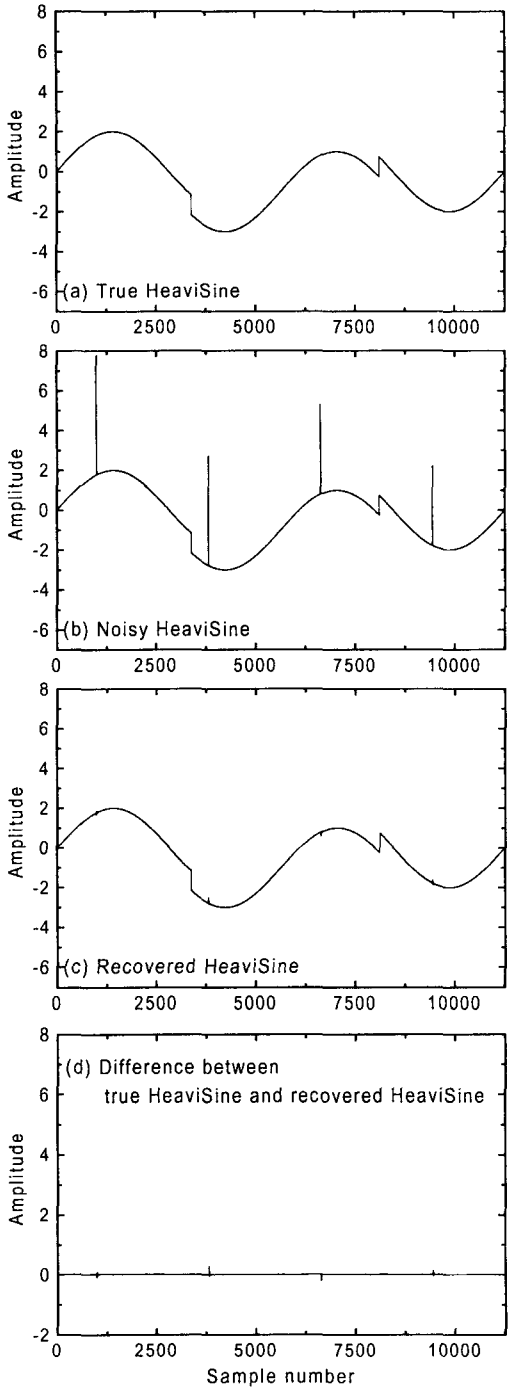

그림 3. HeaviSine 신호
Fig. 3. HeaviSine signal

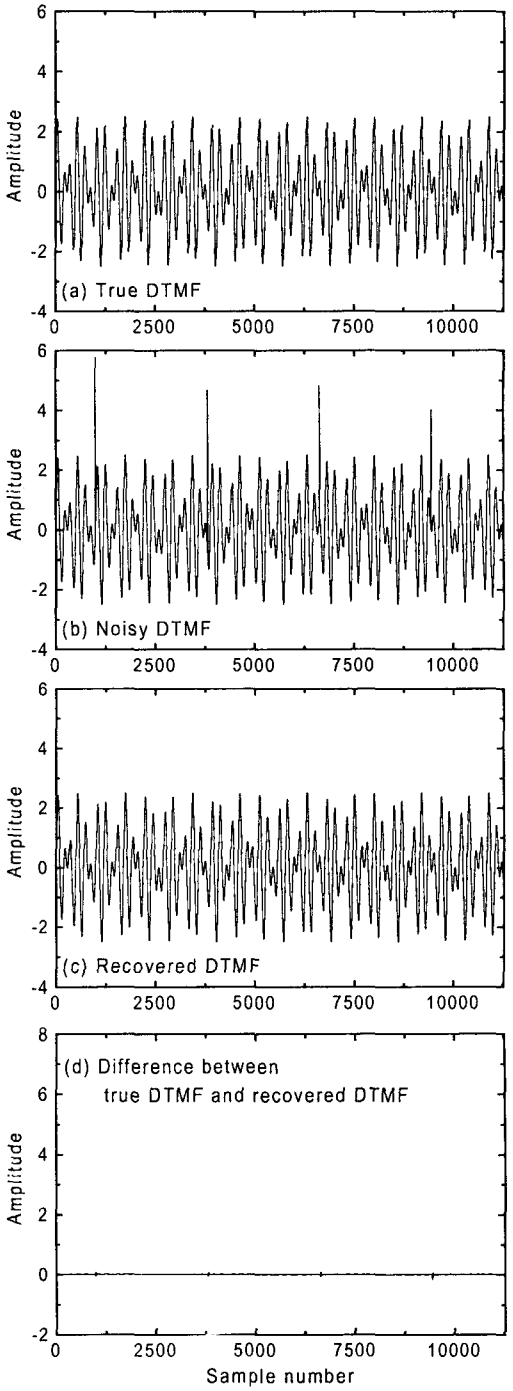

그림 4. DTMF 신호(NO. 7)
Fig. 4. DTMF signal(NO. 7).

그림 2는 원신호에 추가된 임펄스 노이즈를 나타낸 것이며, 그림 3과 그림 4는 각각의 테스트 신호에 대한 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 각각의 그림에서, 그림 (a)는 테스트 신호이며, 그림 (b)는 임펄스 노이즈가 테스트 신호에 첨가된 noisy 신호이다. 그리고, 그림 (c)는 본 논문의 알고리즘에 의해 임펄스 노이즈가 제거된 후 복원된 신호를 나타내고 있으며, 그림 (d)는 노이즈 제거 효과를 시각적으로 판단하기 위해, 그림 2의 임펄스 노이즈와 같은 scale로 나타낸 원신호와 복원된 신호 사이의 오차 신호이다.

시뮬레이션 결과, 임펄스 노이즈 진폭은 본 논문의 알고리즘에 의해 전체적으로 최소 26[dB] 이상 제거되었을 뿐만 아니라, 임펄스 노이즈와 원신호의 edge 성분을 우수하게 분리하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 데이터로부터 임펄스 노이즈를 제거하기 위해, 웨이브렛에 기초한 알고리즘을 사용하였으며, denoising 과정에서 FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘과 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용하여 edge를 검출하였다.

객관적인 판단을 위해 테스트 신호로서 HeaviSine과 DTMF 신호 (NO. 7)를 사용하였으며, 서로 다른 크기를 갖는 임펄스 노이즈를 동일한 시간에 원신호에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

그 결과, 임펄스 노이즈의 진폭은 전체적으로 최소 26[dB] 이상이 제거되었다. 그리고, 원신호의 edge 성분과 임펄스 노이즈를 우수하게 분리·검출하여, 원신호의 edge 성분을 복원하였다. 본 논문에서 사용된 임펄스 노이즈 제거 방법은 알고리즘이 간단하며, 노이즈 제거 특성이 우수하여 신호처리의 여러 분야에 응용되리라 사료된다.

참 고 문 헌

[1] A. K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.

[2] 배상범, 김남호, "AWGN 환경에서 웨이브렛을 이용한 잡음 제거 방법에 관한 연구", 한국해양정보통신학회논문지 제5권 제5호, pp. 853-860, 2001. 9.

[3] P. L. Ainsleigh and C. K. Chui, "A B-Wavelet-Based Noise-Reduction Algori-thm", IEEE Trans., Signal Processing, vol. 44, no. 5, pp. 1279-1284, May 1996.

[4] C. K. Chui, An Introduction to Wavelets. Boston, MA: Academic, 1992.

저 자 소 개

배상범(Sang-Bum Bae)
1999년 8월 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업(공학사)
2002년 2월 부경대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학석사)
2002년 3월~현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 박사과정
※관심분야 : 통신 및 신호처리

김남호(Nam-Ho Kim)
1984년 2월 영남대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1986년 2월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1991년 8월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)
1992년 3월~현재 부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부 부교수
1999년 6월~현재 한국통신학회 부산·경남지부 총무이사
1999년 3월~현재 한국해양정보통신학회 편집위원
※관심분야 : 회로 및 시스템, 신호처리