
폴리토프 모델을 이용한 독립진자의 다목적 H_2 / H_∞ 제어기의 LMI 설계

이상철*

LMI Design of Multi-Objective H_2 / H_∞ Controllers for an Inverted Pendulum on the Cart Using Polytope Models

Sang-Cheol Lee*

요 약

본 논문은 선형 행렬 부등식 (LMI) 기법을 이용하여, 독립진자 시스템의 안정화 조절 제어 및 추종 제어 특성을 만족하는 다목적 제어기를 설계하기 위하여, 독립진자의 모델을 복수개의 모델을 원소로 가진 폴리토프 모델(polytopic model)로 표현하고, 극점 배치 H_2 / H_∞ 제어기를 설계하는 과정을 예시한 것이다. 독립진자의 진폭이 비교적 큰 경우, 하나의 동작점에서 구한 선형 시불변 모델의 오차를 불확실성으로 고려하여 설계한 제어기가 가지기 쉬운 보수성(conservativeness)을 극복하기 위하여, 독립진자 시스템에 대하여 다수의 경사 각도를 선형화의 동작점으로 취하여 복수개의 선형시불변 모델로써 이루어진 하나의 폴리토프 모델(polytopic model)을 구성하였다. 이 모델에 대하여, 볼록 최적화(convex optimization) 알고리즘을 사용하는 LMI 소프트웨어를 사용하여 다목적 성능을 만족하는 제어기를 설계하였다. 폴리토프 모델에 대하여 설계된 제어기로써 제어된 독립진자는, 비교적 큰 경사 각도의 초기치에 대한 실험에서, 안정하게 연직 위치로 복원되는 제어 효과를 관찰할 수 있었다.

ABSTRACT

This paper deals with the linear matrix inequality (LMI) design procedures for multi-objective H_2 / H_∞ controllers with pole-placement constraints for an inverted pendulum system modeled as convex polytopes to ensure the stabilizing regulator and tracking performances. Polytopic models with multiple linear time-invariant models linearized at some operating points are derived to design controllers overcoming the conservativeness such as a controller may have when it is designed for a model linearized at a single operating point. Multi-objective controllers are designed for polytopic models by the LMI design technique with convex algorithms. It is observed that the inverted pendulum controlled by any controller designed for each polytopic model is stabilizingly restored to the vertical angle position for initial values of larger tilt angles.

* 재능대학 정보통신계열

접수일자: 2002. 2. 15

1. 서론

도립진자 시스템은, 집중 매개변수의 비선형 시스템 방정식의 모델로 표현하고, 이로부터, 도립진자가 직립으로 서 있는 경우를 동작점으로 잡아, 하나의 선형 시불변 모델로 근사화할 수 있다. 그러나 이 모델은 도립진자가 연직축에 대하여 기울어진 각도 θ 가 미소한 경우를 전제로 한 것이다. 비교적 큰 θ 로 진동하는 도립진자 시스템을 제어하는 경우, 도립진자가 연직축에서 벗어난 경사각도 θ 가 커질수록, 비선형 모델에 포함된 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $(d\theta/dt)^2$ 등의 비중을 무시할 수 없으며, 따라서, $\theta=0$ 의 동작점으로 근사화한 선형 시불변 모델의 모델 오차는 커진다.

본 논문에서는, 초기치 진폭이 비교적 큰 도립진자를 연직 위치로 되돌려 세우는 안정화 제어기를 설계하기 위하여, 연직축에 대하여 여러개의 경사 각도를 동작점으로 하여 복수의 선형 시불변 모델을 만들고, 이들 모델로 구성된 집합에 대하여, LMI 기법으로 강건한 H_2/H_∞ 제어기를 설계하는 방법을 다룬다.

II. 도립진자 시스템 모델

2.1 도립진자 시스템 비선형 모델

도립진자 시스템(inverted pendulum on the cart)은 기계적인 불안정한 모드를 갖는 시스템으로, 제어 시스템, 인체 및 항공역학, 로봇 시스템 등의 해석에 광범위하게 응용되는 실험장치이다. 본 논문에서 고려한 도립진자 시스템은 캐나다의 Quanser Consulting 회사에서 제작하여 제공한 IP-01 실험장치로서, 구성은 그림 1과 같다 [1].

그림 1의 도립진자 시스템에 대한 수학적 모델링을 위해서, 먼저 수레에 가해지는 힘 f 를 입력으로 하여, 수학적 모델을 만든다 [2].

이 모델에, 시스템 방정식의 입력을 수레를 구동하는 전동기의 단자전압 $u(t)$ 로 표현하여, 시스템 방정식에는 전동기 전압 $u(t)$ 와 수레에 가해지는 힘 사이의 관계를 포함시키면, 도립진자 시스템의 수학적 모델은 식(1)과 같다.

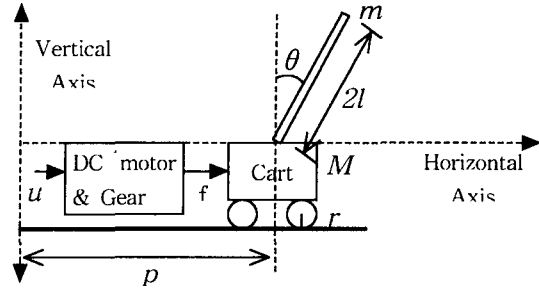


그림 1 도립진자 시스템
Fig. 1 Inverted pendulum on the cart

$$\begin{aligned}
 [m \cos^2 \theta - \frac{4}{3}(M+m)] \ddot{p} &= mg \cos \theta \sin \theta \\
 &\quad - \frac{4}{3} ml \sin \theta \dot{\theta}^2 \\
 &\quad + \frac{4}{3} \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} \dot{p} - \frac{4}{3} \frac{K_g K_m}{Rr} u \\
 [m \cos^2 \theta - \frac{4}{3}(M+m)] \ddot{\theta} &= m \cos \theta \sin \theta \dot{\theta}^2 \\
 &\quad - \frac{g}{l} (M+m) \sin \theta \\
 - \frac{1}{l} \cos \theta \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} \dot{p} &+ \frac{1}{l} \cos \theta \frac{K_m K_g}{Rr} u
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, 각각의 변수와 매개변수의 정의 및 실제값은 표 1과 같다.

도립진자 시스템의 비선형 모델 식(1)은, 그림 2와 같이, MATLAB의 SIMULINK 모델로 표현된다.

식(1)의 2개의 방정식은 SIMULINK의 2개의 비선형 함수블록 $f(u)$ 에 포함된다[3]. 비선형의 SIMULINK 모델은, 일차적으로 비선형 시스템 모델의 모의 실험에 이용하고, 또한 이 모델로부터 도립진자의 여러 동작점, 즉, 경사각에 대한 시불변 선형화 모델들도 계산된다.

2.2 도립진자 시스템의 폴리티포프 모델

강건 제어 설계 문제에 있어서, 모델의 불확실성 또는 모델링 오차의 표현은 설계과정에 사용되는 매우 중요한 요소로서 다양한 방법이 소개되고 있으며, LMI 설계법 [4]에서는 모델 불확실성을 표현하는 방법으로서 폴리티포프 모델(polytopic model), 아핀 매개변수 종속 모델(affine parameter dependent model) 및 선형 분수 모델(linear fractional model) 표현법 등

을 제공하고 있다.

표 1 독립진자 시스템의 변수와 매개변수
Table 1 inverted pendulum variables and parameters

기호	설명	값	단위
θ	수직축을 기준으로한 진자 각도		rad
p	수레의 위치		m
u	수레를 움직이는 직류전동기의 입력전압		V
m	진자 질량	0.210	Kg
M	수레 질량	0.455	Kg
l	회전점에서 무게중심점까지의 진자 길이	0.305	m
g	중력 가속도	9.8	m/s ²
K_m	전동기 상수	0.00767	Nm/A
K_u	치차 비	3.7	
R	진기자 저항	2.6	Ω
r	수레 바퀴의 반지름	0.00635	m

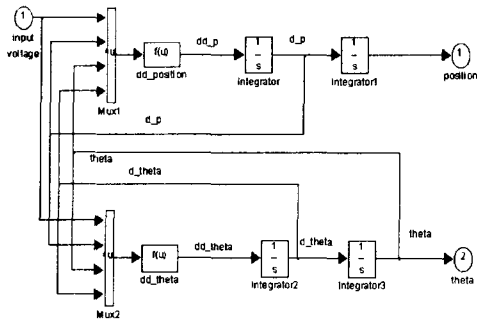


그림 2 독립진자 시스템의 SIMULINK 모델
Fig. 2 SIMULINK model for the inverted pendulum

본 논문에서는, 선형 행렬 부등식(LMI)을 이용한 강건 제어 설계문제에서 고려하여야 할 모델의 불확실성의 표현 방법중에서, 서론에서 언급한 바와 같이 폴리토프 모델 방법을 선택하여, 시스템의 다중모델(multi-model) 표현을 통하여, 선형 시변(time varying) 또는 비선형 모델을 시불변 선형화함에 따른 모델 오차(불확실성)의 최소화를 시도한다 [4,5,6].

도립진자 시스템의 비선형 수학적 모델을 여러 동

작점에서 각각의 선형 시불변 (linear time invariant) 시스템 모델의 집합으로 표현하기 위해서, 그림 2의 비선형 SIMULINK 모델에서 각각 세 개의 동작 상태, 즉 입력이 영일 때, 진자각도가 각각 -30° , 0° 그리고 $+30^\circ$ 에서 선형화 한 모델을 얻는다. 비선형의 SIMULINK 모델에 대하여, linmod 명령어를 사용함으로써, 선형 상태공간 모델로 구한다. 이와 같이 얻은 3개의 선형 시불변 시스템을 각각, 진자각도 -30° 일 때 선형화 하여 얻어진 시스템을 S_{-6} , 0° 일 때 얻어진 시스템을 S_0 , 그리고 $+30^\circ$ 일 때를 S_6 로 표기한다. 표 1의 매개변수 수치를 이용하여 얻어진 시스템 S_{-6} , S_0 및 S_6 는 식(2)와 같다.

$$S_k: \begin{cases} \dot{x}_S = A_{S_k}x_S + B_{S_k}u \\ y_S = C_{S_k}x_S + D_{S_k}u \end{cases} \quad (k=-6, 0, 6) \quad (2)$$

여기서, $x_S = [p \ \theta \ \dot{p} \ \dot{\theta}]^T$ 및

$$A_{S_{-6}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.1064 & -14.0471 & 0 \\ 0 & 21.7234 & 29.9142 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{S_{-6}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.1431 \\ -6.6935 \end{pmatrix}$$

$$A_{S_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3.0414 & -15.1369 & 0 \\ 0 & 31.5772 & 37.2219 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{S_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.3870 \\ -8.3287 \end{pmatrix}$$

$$A_{S_6} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.1064 & -14.0471 & 0 \\ 0 & 21.7231 & 29.9142 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_{S_6} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.1431 \\ -6.6935 \end{pmatrix}$$

C_{S_k} 는 상태 피드백을 고려하여 4x4 단위행렬로 설정하며, D_{S_k} 는 4x1 영행렬이다.

다만, 식(2)에서 관찰 할 수 있듯이, 독립진자 시스템의 경우에, -30° 와 $+30^\circ$ 에서 선형화한 모델인 S_{-6} 과 S_6 는 서로 같다는 것을 알 수 있다. 따라서, 독립진자

시스템의 진자각도 동작범위를 -30° 에서 $+30^\circ$ 까지 고려할 때, 양의 각도 방향만 고려한다.

또한, 0° 에서 $+30^\circ$ 까지 5° 간격으로 나누어 각각의 동작점에서 선형화 하여 S_0 에서 S_6 까지 7개의 선형 시불변 모델을 구하였으나, 수치 해석 결과 S_1 에서 S_5 에 이르는 5개의 모델은 모두 S_0 와 S_6 의 볼록 결합(convex combination)으로 판단되었다. 결과적으로, 본 논문에서는 S_0 와 S_6 를 꼭지점(vertex)으로 하는 폴리토프(polytope) 시스템을 제어대상의 모델로 고려한다. 여기서, 꼭지점 시스템 S_0, S_6 의 고유치는 각각 아래와 같다.

$$A_{S_0} \text{의 고유치} = \{ 0.0, 5.0973, -4.5679, -15.6663 \}$$

$$A_{S_6} \text{의 고유치} = \{ 0.0, 4.4649, -4.2818, -14.2302 \}$$

S_0 와 S_6 의 고유치에서 보듯이, 독립전자 시스템의 불안정한 모드가 존재하며, 선형화의 동작점에 따라 시스템 모드의 변동이 관찰된다.

폴리토프 시스템을 독립전자 시스템의 선형화 모델에 적용한 구체적인 폴리토프 모델 S 는 S_0 와 S_6 를 꼭지점 시스템(vertex systems)으로 하여 식(3)과 같이 표현된다. 다시 말해, S 는 S_0 와 S_6 의 볼록 결합(convex combination)이다 [4].

$$S \in \text{Co}\{ S_0, S_6 \} \quad (3)$$

이와 같이 비선형항을 포함하는 독립전자 시스템은 동작점에 따라서 여러개의 선형 시불변 시스템의 집합으로 표현된다. 그러므로, 선형 미분 포함(LDI) [7,8]에 토대를 둔 폴리토프 시스템 S 의 도입의 의미는, 비선형 모델을 가진 실제의 독립전자 시스템의 특성이 선형 시불변 모델의 볼록 결합에 포함된다고 가정하는데 있다. 또한, 폴리토프 S 는 진자 각도가 영도일 때 선형화한 시스템 S_0 를 공칭 모델(nominal model)로 하고, 다른 동작점에서의 선형화 시스템 S_6 를 공칭모델 S_0 에 대한 매개변수 변동을 갖는 시스템으로 고려할 수 있다. 이와 같이 매개변수의 변동을 가지는 시스템의 제어를 위하여 강건제어(robust control)가 필요하다.

다음으로, 식(3)으로 표현된 독립전자 시스템에 대한 강건 제어를 설계하기 위하여, 선형 행렬 부등식을 이용한 극점배치 H_2 / H_∞ 제어를 아래와 같이 설계한다.

III. 선형 행렬 부등식을 이용한 극점배치 H_2 / H_∞ 제어기

3.1 제어기 설계 방법

본 논문에서는, 독립전자 시스템의 비선형의 항을 불확실성으로 설정하여, 제어대상에 대한 모델링 과정에 적극적으로 반영함으로써, 모델 불확실성에 대해 강건 안정한 제어시스템을 구성하는 것이 목적이다. 또한, 독립 전자의 본질적인 불안정성을 빠른 시간 내에 안정화하면서, 또한 수레의 위치를 원하는 곳으로 이동하는 것을 제어목적으로 설정한다. 이러한 목적을 위해서, 극점배치 H_2 / H_∞ 제어를 설계한다.

본 논문에서 고려한 일반적인 극점배치 H_2 / H_∞ 제어 구조는 그림 3과 같다.

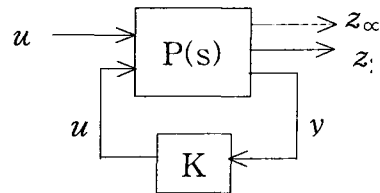


그림 3 제어 구조
Fig. 3 control structure

그림 3에서 제어대상인 $P(s)$ 시스템은 식(4)의 형태를 갖는 상태 공간 방정식으로 주어진다.

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 &= C_2 x + D_{22} u \\ y &= x \end{cases} \quad (4)$$

입력 w 에서 출력 z_∞ 및 z_2 의 폐경로 전달함수를 각각 $T_\infty(s)$ 와 $T_2(s)$ 로 표기한다. 이때, 설계목적은 평가함수, $\alpha \|T_\infty\|_\infty^2 + \beta \|T_2\|_2^2$ 를 최소로 하는 상태 피드백 이득 $K (u = Kx)$ 를 구하는 것이다. 여기서, α 와 β 는 각각 $\|T_\infty\|_\infty^2$ 과 $\|T_2\|_2^2$ 에 대한 상수하중으로서, 설계할 때 각각의 노름에 대한 비중을 결정해준다. 비록 일차적인 목적은 불확실성을 고려한 강건

H_∞ 제어가이지만, 폴리토프모델(polytopic model)을 고려한 본 논문의 독립진자 시스템의 경우 특별히 시간 응답 성능을 위한 H_2 노름의 평가 함수를 제약 조건으로 추가했다. 본 논문에서 고려한 독립진자 시스템은 불안정한 시스템으로, 특히 강건 안정성에 대한 하중 요소를 크게 고려하고, 독립진자 시스템이 안정화된 상태에서 임의의 위치로 이동할 때의 응답성능을 그 다음의 순위로 고려하면, α 값이 β 보다 커야한다. 따라서, 본 논문에서는 $\alpha=2$, $\beta=1$ 로 설정하였다.

또한, 폐경로 시스템(closed-loop system)의 극점이 적절한 영역에 배치되도록 제한을 가해주면, 만족할 만한 시간응답과 폐경로 감쇠 등과 같은 성능을 얻을 수 있다. 이때, 폐경로 시스템이 배치될 영역의 제약조건은 선형 행렬 부등식 표현을 이용하여, 반평면(half plane), 원판(disk), 원뿔 부채꼴(conic sector), 타원(ellipsoid) 등의 형태로 나타낼 수 있다 [4]. 본 논문에서는 이 중에서, 시스템의 빠르기와 감쇠 특성을 고려하여 반평면과 원뿔 부채꼴의 영역에 극점을 배치하는 것으로 고려하였다.

이상의 내용을 종합하여, 본 논문에서는 극점배치 H_2 / H_∞ 제약조건을 갖는 볼록 최적화(convex optimization) 문제를 고려한다. 이 문제는 선형 행렬 부등식(LMI)으로 공식화된다 [5,9,10]. 식(5)는 다중 모델에 대한 다목적 상태 피드백 제어기 설계의 선형 행렬 부등식 표현식이다. 즉, $\|T_\infty\|_\infty \leq \gamma$ 및 $\|T_2\|_2 \leq \sqrt{\text{Trace}(Q)}$ 의 관계를 가질 때, 위의 문제는 식(5)의 선형 행렬 부등식을 제약조건으로 하여 평가함수 $2\gamma^2 + \text{Trace}(Q)$ 를 최소화하는 최적해를 구하는 것이다.

$$\begin{pmatrix} A_k X + X A_k^T + B_{2k} Y + Y^T B_{2k}^T & B_{1k} & X C_{1k}^T + Y^T D_{12k}^T \\ & B_{1k}^T & -I & D_{11k}^T \\ C_{1k} X + D_{12k} Y & D_{11k} & -\gamma^2 I & \\ & & & X \end{pmatrix} < 0 \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} Q & C_{2k} X + D_{22k} Y \\ X C_{2k}^T + Y^T D_{22k}^T & X \end{pmatrix} > 0$$

$$[\lambda_{ij} + \mu_{ij}(A_k X + B_{2k} Y) + \mu_{ji}(X A_k^T + Y^T B_{2k}^T)]_{1 \leq i, j \leq m} < 0$$

여기서, $k=0,6$ 은 식(3)에서 사용된 S의 꼭지점 시스템의 지표(index)이다.

선형 행렬 부등식으로 표현된 폐경로 시스템의 극점 영역은 식(6)과 같다.

$$D = \{ z \in C : L + M z + M^T \bar{z} < 0 \} \quad (6)$$

여기서, $L = L^T = [\lambda_{ij}]_{1 \leq i, j \leq m}$ 및

$$M = [\mu_{ij}]_{1 \leq i, j \leq m} \text{이다.}$$

일단 선형 행렬 부등식(LMI)으로 표현되면, 위의 문제는 효율적인 볼록 최적화 해법(convex optimization method)인 내부점 다항식 알고리즘(interior-point polynomial algorithm)으로 풀 수 있다 [11]. 즉 선형 행렬 부등식인 식(5)를 제약조건으로 하여, 평가함수 $2\gamma^2 + \text{trace}(Q)$ 를 최소로 하는 최적해 X, Y를 구하면, 우리가 원하는 상태 피드백 이득 K는 $K = YX^{-1}$ 로서 주어진다.

3.2 독립진자 시스템에 대한 제어기 설계 결과

앞에서, 일반적인 제어구조에 대해서 제어기를 구하는 방법을 언급하였다. 이제, 2장에서 설명한 제어대상에 대한 제어기를 얻기 위하여 구체적인 내용을 살펴본다. 먼저, 그림 3의 일반화 대상(generalized plant) P(s)의 구체적인 상태변수는 그림 4와 같이 고려했다. 여기서, w 는 수레의 기준 위치, 그리고 e 는 수레의 위치 오차다. 수레의 추종 성능을 얻기 위해서 적분기를 추가했다. 그림 4에서, 일반화 제어대상 P(s)의 상태변수는 식(7)과 같다.

$$x = [e \ \theta \ \dot{\theta} \ \int e \, dt]^T \quad (7)$$

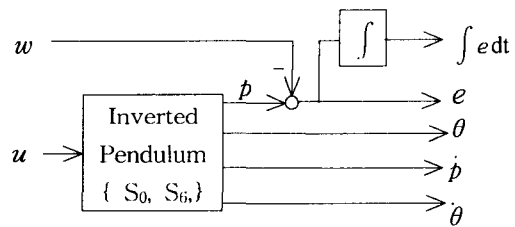


그림 4 일반화 제어대상 P(s)의 상태변수
Fig. 4 state variable of generalized plant P(s)

또한, 그림 3에서 표현된 제어량, z_2, z_∞ 의 구체적인 내용은 식(8)과 같다.

$$z_\infty = [5.8\theta, 0.1u]^T$$

$$z_2 = [2.5e, 5.8\theta, 0.0025 \int e dt, 0.1u]^T \quad (8)$$

각 변수에 고려된 상수 하중은 신호의 물리적인 의미를 고려하여 스케일링(scaling)한 것이다. 스케일링은 각 변수의 예상 최대치 혹은 최대 변동 가능치로 나누어 주는 작업이다. 진자 각도는 최대 오차가 0.173 [rad] (약 10 도), 수레 위치는 최대 오차가 0.4 [m], 적분 오차는 최대 400 [m·sec], 시스템에 가해질 수 있는 최대 전압의 크기는 10 [V] 인 상황을 고려하여 상수 하중을 선정하였다.

이상의 내용으로 얻어진 일반화 제어대상 식(4)의 구체적인 내용은, S0 시스템의 경우, 식 (9)와 같다.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1.1064 & -14.0471 & 0 & 0 \\ 0 & 21.7234 & 29.9142 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.1431 \\ -6.6935 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 5.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 2.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0025 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \quad D_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

실제시 고려한 극점배치 영역은 실수부가 -0.03보다 작은 좌반면과 꼭지점이 원점에 있고 각도가 135도인 원뿔이 공존하는 영역으로 지정한다. 극점배치 제한영역을 이와 같이 설정한 이유는, -0.03보다 작은 좌반면으로 제약함으로써, 폐경로 시스템의 응답속도를 개선하고, 원뿔 형태의 영역으로 감쇠 특성을 개선하고자 한 것이다. 이러한 형태의 폐경로 극점지정 제한영역은 LMI control toolbox의 `lmireg` 명령을 이용하여 지정할 수 있으며, 결과로서 식(6)의 선형 행렬 부등식 형태가 된다.

상태 피드백 이득 K 는 LMI control toolbox의

`msfsyn` 함수를 이용해서 구한다. 결과적으로 얻어진 상태 피드백 이득 K 는 식(10)과 같다. 이때, 제어를 얻는 과정에서 계산된 H_2 성능은 0.371 값을 가지며, H_∞ 성능은 0.04이다.

$$K = [26.1170 \ 110.0279 \ 36.0062 \ 21.3233 \ 0.8240] \quad (10)$$

식(10)으로 얻어진 제어기를 이용하여 실험실험을 수행한 내용은 다음과 같다.

IV. 실험장치 실험

본 논문에서 제시한 제어기의 실제 성능을 평가하기 위한 실험장치 실험 구성은 그림 5와 같다.

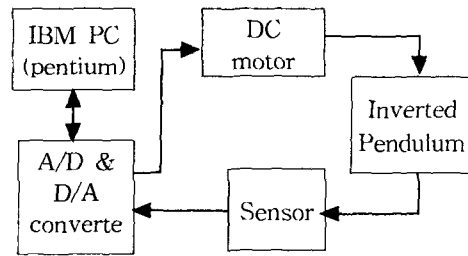


그림 5 실험 구성 블록 선도
Fig. 5 block diagram of experiments

아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하는 A/D 변환기와 디지털 신호를 아날로그 신호로 변환하는 D/A 변환기는 12 비트의 분해능을 갖는다. 표본화 주기는 0.01초로 설정하였다.

실제 실험을 위한 제어기를 구현하기 위해서 Turbo C를 이용하여 실시간 제어 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램에서는 A/D 변환기가 보내주는 가로채기(interrupt) 신호를 받고, 그때의 변환된 자료인 수레 위치와 각도 등의 상태를 계산해 준다. 이는 표본화 순간(sampling instance)마다 동기되어, 시스템 상태의 정보를 얻는 것을 의미한다. 컴퓨터에서 얻어진 상태를 이용하여 제어입력 명령인 $u = -Kx$ 를 계산하고, 계산된 제어입력 명령은 D/A 변환기를 거쳐 구동기(actuator motor)를 동작시키도록 프로그램되었다. 또

한, 획득된 자료는 기억장치에 보관되어 MATLAB에서 이용 가능한 형태의 파일(file)을 생성시키는 기능도 추가 시킴으로써, 실험에서 얻어진 자료를 MATLAB을 이용하여 충분히 분석하고 MATLAB의 모의실험 결과와 비교하기 쉽도록 개발하였다.

첫 번째 실험은, 진자의 초기각도가 영일 때, 수레의 위치를 10초 후에 0.2 [m] 움직이도록 기준 명령을 내린 경우로 설정하였다. 이 실험에 대해서, 그림 6은 수레의 추종 응답 곡선이고 그림 7는 이에 상응하는 진자각도 응답곡선이다. 각 결과는 모의실험 결과 자료와 함께 비교되어 있다.

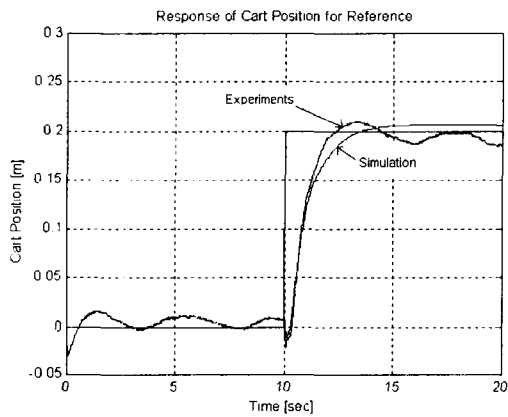


그림 6 기준위치에 대한 수레위치의 응답
Fig. 6 position response of the cart with respect to the reference

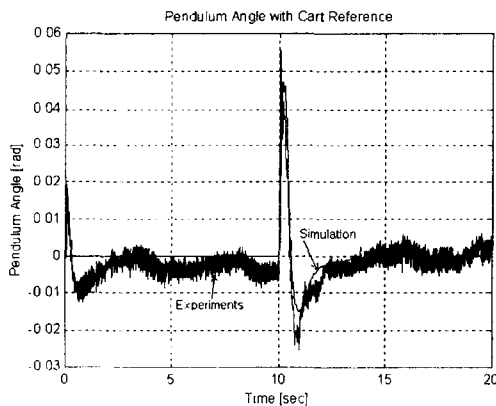


그림 7 수레가 기준위치를 추종할 때 진자각 응답
Fig. 7 angular response of the inverted pendulum when the cart follows the reference position

두 번째 실험은 수레의 위치는 0 [m]를 유지하면서, 진자의 초기각도가 12도 (0.21 [rad])인 경우로 설정하였다. 그 결과로서, 그림 8은 진자 각도의 초기치에 대한 응답 곡선이다.

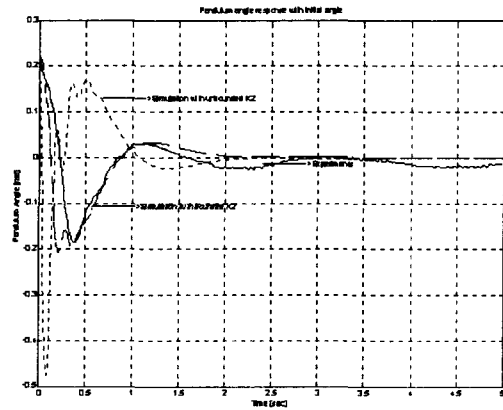


그림 8 영이 아닌 초기치 경사 각도의 경우 도립진자의 각도 응답
Fig. 8 angular response of the inverted pendulum for the non-zero initial angular position

실물장치의 구동기 한계를 고려하여 진자각의 초기 각도 실험은 10°근방으로 제한하였다. 실험의 재현성을 위하여, 초기치 실험에서 도립진자를 경사지게 세워 두는 장치를 사용하였다. 이 장치를 사용하여, 10°근방의 고정된 값으로 실험을 반복하여 수행할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 도립진자의 모델을, 복수개의 모델 원소를 가진 폴리토프 모델(polytopic model)로 표현하고, 극점 배치 H_2 / H_∞ 제어를 설계하였다. 복수개의 제어대상에 다목적 제어성능을 만족하는 제어기 설계문제를 해결하기 위해서, 선형 행렬 부등식(LMI) 기법을 이용하였다. 모의실험을 통해 제어기의 성능을 다각적으로 관찰하였으며, 실물장치 실험을 위해서는 C언어로 프로그램을 개발하여 실측자료를 저장하고 MATLAB에서 그 자료를 분석할 수 있도록 하였다.

결과적으로, 본 연구에서는, 미분 포함 사상(

differential inclusion mapping)에 이론적 토대를 둔 폴리티프 모델에 대하여 제어기를 설계함으로써, 진자 각도의 초기치에 대한 실험을 통하여, 비교적 큰 진폭으로 진동하는 독립 진자를 안정하게 연직 위치로 복원시키는 제어 효과를 관찰할 수 있었다.

IEEE Trans. Aut. Contr., Vol. 36, No. 7, pp 824-837, 1991.

[11] Y. Nesterov, A. Nemirovskii, Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming, SIAM, Philadelphia, U.S.A., 1994.

참고문헌

- [1] J. Apkarian, A comprehensive and modular laboratory for control systems design and implementation, Quanser Consulting, Canada, 1995.
- [2] 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, pp. 97-99, 1994.
- [3] The MATH WORKS, SIMULINK - dynamic system simulation software, The MATH WORKS Inc., mass., U.S.A., 1995.
- [4] P. Gahinet, A. Nemirovski, Alan J. Laub, M. Chilali, LMI Control Toolbox, The MATH WORKS Inc., mass., U.S.A., 1995.
- [5] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM, Philadelphia, U.S.A., 1994.
- [6] S.H. Lee, S.C. Lee, et al., "The robust H_∞ controller design via linear matrix inequalities (LMIs) for an inverted pendulum on the cart", The International Conference on Electrical Engineering, pp.288-290, 1998.
- [7] J. P. Aubin, A. Cellina, Differential Inclusions, Springer, 1984.
- [8] J. P. Aubin, A. Cellina, Differential Inclusions and Viability Theory, Systems & Control Encyclopedia, Volume 2, 1987, pp1023-1033.
- [9] M. Chilali, P. Gahinet, " H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach", IEEE Trans. Aut. Contr., Vol. 41, No. 3, 1996.
- [10] P. P. Khargonekar, M. A. Rotea, "Mixed H_2/H_∞ Control: A Convex Optimization Approach",

저자소개



이상철 (Sang-Cheol Lee)

1990년 : 광운대 대학원 전자공학과 졸업(석사)

1990년~1995년 : 국방과학연구소 근무.

2000년 : 광운대 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사)

2000년~현재 : 재능대학 정보통신계열 전임강사

※관심분야 : 디지털 신호처리, 임베디드 시스템