

## 평금형 압출공정에 대한 변형이방성 예측 알고리즘의 적용

이창희\*·양동열\*·이용신\*\*  
(2002년 9월 2일 접수)

### Observation of the Deformation-Induced Anisotropy in the Square-Die Extrusion Process

C. H. Lee, D. Y. Yang and Y. S. Lee

#### Abstract

Due to extremely large reduction of area or extrusion ratio in ordinary production of extruded profiles, anisotropy is naturally induced by large severe deformation during the extrusion process. Therefore, the anisotropic properties play a great role in the post processing of extruded profiles, such as in bending. Moreover, undesirable deformation will be involved when the deformation-induced anisotropy is ignored. In order to observe the deformation-induced anisotropy of the thin-walled product, the proposed algorithm is applied to some chosen industrial extrusion processes. In the present work, the method for prediction of deformation-induced anisotropy employing the Barlat's six-component yield potential to the rigid-plastic finite element method is proposed. The proposed algorithm is verified with the comparison to the crystallographic texture analysis, and then applied to the C-section extrusion process using a square die. The predicted anisotropy is then compared with the experimental and computational observations for validating the proposed algorithm.

**Key Words:** Deformation-Induced Anisotropy, Barlat's Six-Component Yield Potential, Rigid Plastic Finite Element Method

#### 1. 서 론

압출, 인발, 단조 등과 같은 금속 성형 공정에서, 소성 변형은 재료의 기계적 성질을 변화시키는 가장 중요한

원인 중의 하나가 된다. 성형 공정에 의한 재료의 변형을 통해, 금속에 존재하는 미끄럼계(slip system)에 의해 재료의 방향성이 변화하게 되며, 이는 변형의 특성에 따라 특정한 우선방위(preferred orientation)를 형성한다.

\* 한국과학기술원 기계공학과  
\*\* 국민대학교 기계공학과

변형에 적용되어 형성되는 이러한 우선방위는 '변형 집합조직(deformation texture)'이라고 불리며, 이는 성형공정에서 발생하는 소성변형을 통해 재료에 형성되는 이방성과 매우 밀접한 관계를 지닌다. 미시적으로 재료의 방위 변화에 의해 나타나는 변형 이방성은, 거시적으로 제품의 방향에 따른 기계적 성질의 차이로써 나타나게 되고, 이러한 방향성은, 특히, 제품의 2차 성형 시 성형성에 중요한 인자가 된다.

지금까지의 연구를 통해, 유한요소 해석에서의 재료 이방성은 여러 종류의 구성방정식을 통해 표현할 수 있다. 일반적으로, 금속의 소성변형을 표현하기 위한 구성방정식은 항복식, 응력-변형률 관계식 (또는 변형경화), 직교성(normality)을 만족하는 유동응력식의 세 가지 부분으로 이루어지며, 여러 연구를 통해, 이방성 특성은 재료의 이방성을 잘 묘사할 수 있는 적절한 항복식을 선정함으로써 표현할 수 있다고 보고되어져 왔다.

그러나, 이러한 방법은 변형에 의해 재료에 유도되는 이방성에 대한 접근보다는, 박판 성형과 같은 공정에서 1차 공정을 통해 얻어진 판재의 이방성을 2차 성형시 고려하기 위한 방법에 제한되어 있었다. 그러므로, 본 연구에서는 실제적인 소성가공 공정을 거치는 동안 원소재의 등방성 성질이 어떻게 변화하여 성형된 제품에 이방성을 주게 되는지에 대한 고찰을 수행할 수 있도록 한다. 이를 위해, 재료에 적합한 항복식을 도입하고, 변형에 의한 항복식의 변화를 추적함으로써 변형에 의해 재료에 발생하는 이방성을 예측할 수 있는 알고리즘을 제안하고, 그 타당성을 검증한 후, 이를 실제의 평균형 압출공정에 적용하도록 한다.

## 2. 변형 이방성 예측 알고리즘

### 2.1 알고리즘의 소개

본 연구를 통해 제안한 변형 이방성 예측 방법은 Barlat의 현상학적 항복식의 이방성 계수를 예측함으로써 고려할 수 있도록 하였다. 그간의 연구를 통해 Barlat의 항복식이 알루미늄 재료에 대해 매우 적합하게 사용될 수 있음이 보고되어져 왔고, 본 연구에서 적용대상으로 선택한 공정도 알루미늄 합금의 압출공정이므로 선정의 타당성을 부여할 수 있다.

최근까지 재료의 변형을 통해 발생하는 변형이방성은 단결정 재료의 모델링에 의한 미끄럼면의 거동 분석 및 예측을 통해 이루어져왔다. 그러나, 이러한 방법은 단결정 모델을 실제적인 다결정 재료로 평균화시키는 과정에서 단순화를 위해 수반되는 많은 가정에 의한 오차를 받

생시킨다거나, 단결정 및 다결정에 대한 정확한 해석을 위해서는 필연적으로 매우 큰 계산량이 요구되기 때문에, 실제적인 성형 공정에 대해 그 적용의 한계를 나타내 온 것이 사실이다. 그러나, 본 연구를 통해 제안된 방법에 의하면 일반적인 소성가공 공정의 해석에 손쉽게 적용이 가능하고, 변형 공정을 통해 발생하는 이방성을 매우 적은 계산량만으로 예측이 가능하게 하는 장점을 지닌다. 따라서, 본 연구에서 제안된 방법은 대변형을 포함하는 소성 가공 공정에서, 변형을 통해 유도되는 이방성을 효과적으로 예측하기 위한 매우 편리한 방법이라고 할 수 있다.

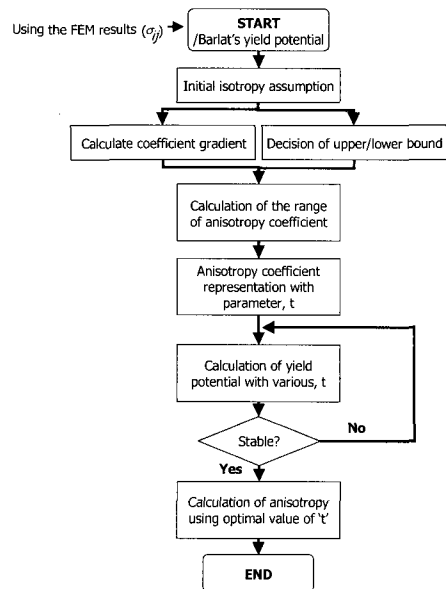


Fig. 1 Flow chart of the proposed algorithm

### 2.2 변형 이방성 예측 알고리즘의 가정

본 연구에서 도입된 알고리즘에 대한 가정은 다음과 같고, 이는 재료의 변형에서 발생할 수 있는 여러 현상에 대한 고찰에 기반을 둔다.

- (a) 항복면은 급작스럽게 변하지 않고 연속적이고 순조로운 변화를 가진다.
- (b) 재료가 공정을 통해 변형할 때, 항복면은 이방성 계수의 변화에 대해 매우 다양한 변화의 가능성을 지닌다
- (c) 이방성 계수의 변화 방향은 이방성 계수에 대한 항복면 구배(yield surface gradient)의 방향으로 지배적으로 변화한다.
- (d) 이방성 계수의 변화 정도는 일정한 상계와 하계 사이의 안정적인 상태의 선정을 통해 결정할 수 있다.

이와 같은 가정 하에, 제안된 변형 이방성 예측을 위한 알고리즘은 순서도 Fig. 1에 표현된 과정을 따른다.

### 2.3 이방성 예측 알고리즘의 수식화

다음과 같은 현상학적 항복식의 일반형을 생각해보자.

$$\Phi = \Phi(\sigma_{ij}, c_i) \quad (1)$$

일정한 변형 공정을 거치는 동안 재료의 변형이 정해지게 되고, 이러한 변형 정도를 공정의 수치모사를 통해 얻어낼 수 있다고 할 때, 항복식은 항복식을 표현하기 위한 상수,  $c_i$ 에 의해 변화될 수 있고, 이러한 경우, 항복식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Phi = \Phi(\sigma_{ij}, c_i) = \Phi(\sigma_{ij} = \text{known}, c_i) = \Phi'(c_i) \quad (2)$$

즉, 특정 변형 공정에 대한 유한요소 해석의 결과로써 변형 특성이 알려져 있을 때, 항복면의 변화는 방향성을 나타내는 이방성 계수에 따라 나타난다고 볼 수 있다. 이러한 개념을 이용하여 변형이 이루어진 후의 항복면을 찾아내는 방법을 이용하면, 변형이 주어진 상태에 대해 이방성계수를 예측할 수 있고, 이렇게 구해진 이방성 계수를 통해 변형에 의해 유도되는 이방성 특성을 고찰할 수 있다. 이때, 주어진 변형상태에 대해 적합한 항복면을 찾아내기 위해, 이방성계수에 대한 항복면 구배,  $\partial\Phi/\partial c_i$  를 이용하였다.

항복면을 찾아내는 방법은 다음과 같다.

먼저, Barlat의 응력기반 항복식에서 이방성 계수에 대한 항복식 구배를 계산하고, 이를 이방성 계수의 주된 변화방향으로 가정한다. 이때, 항복면은 일정한 변형 상태에서의 상계와 하계사이에서 변화한다고 볼 수 있으므로, 본 연구에서는 다음의 식 (3)에서와 같이, 일정한 범위 내에서의 이방성 계수의 변화를 고려한다.

$$R_{\Phi, Tresca} \leq R_{\Phi, Barlat} \left[ \frac{\partial\Phi}{\partial c_i} \right] \leq R_{\Phi, von-Mises} \quad (3)$$

$$\left[ \frac{\partial\Phi}{\partial c_i} \right] \equiv \left( \frac{\partial\Phi}{\partial c_i} / \left\| \frac{\partial\Phi}{\partial c_i} \right\| \right) \quad (4)$$

식 (3)에서 이방성 계수의 변화량은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\Delta c_i = \Delta c_{lower} + t(\Delta c_{upper} - \Delta c_{lower}) \quad (5)$$

여기서,  $\Delta c_{lower}$ 와  $\Delta c_{upper}$ 는 식 (3)에서 계산되고, 매개변수  $t$ 는 0과 1사이의 범위에서 결정된다. 따라서, 이방성 항복식에 대한 계수의 변화는 매개변수  $t$ 만으로 나타낼 수 있다. 2차원 X-Y 평면상에서, 매개변수의 변화에 따른 항복면의 변화를 관찰하면 Fig. 2와 같다.

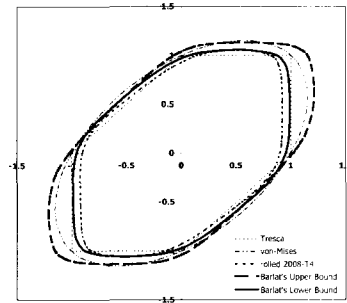


Fig. 2 Change of yield potential with variation of parameter,  $t$

Fig. 3은 식 (6)과 같은 특정한 평면 응력상태에 대해 매개변수의 변화에 따른 해의 변화를 나타낸다. 이를 통해 0.97을 찾고자 하는 항복면에 대한 매개변수 값으로 선정할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

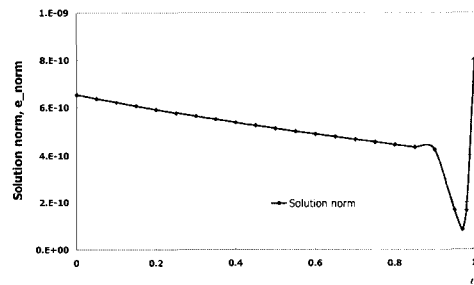


Fig. 3 Determination of the optimal value of parameter

### 2.4 단순 변형 모드에 대한 검증

우선 본 연구를 통해 제안된 이방성 예측 알고리즘의 타당성을 검증하기 위해, 가장 간단한 변형 모드인 단축인장과 순수전단 응력 상태에 대해 적용하였다. 이때, 평면 응력상태에 대한 Barlat의 3항 항복식(tri-component yield potential)을 도입하였으며, 예측된 결과를 결정확

적 조직 해석(crystallographic texture analysis)에 의해 예측된 결과와 비교함으로써 그 타당성에 대해 검증하였다. 다음의 Fig. 4는 제안된 이론을 단축인장 응력상태에 대해 적용한 결과를 비교한 그림이다. 이방성의 유도에 따른 항복면의 거동 변화를 관찰하여 보았는데, 두 개의 항복면 모양에서 알 수 있듯이 결정학적 소성이론을 도입한 예측된 항복면의 변화 경향과 본 연구를 통해 제안된 알고리즘에 의해 예측된 항복면이 변화경향이 상당히 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

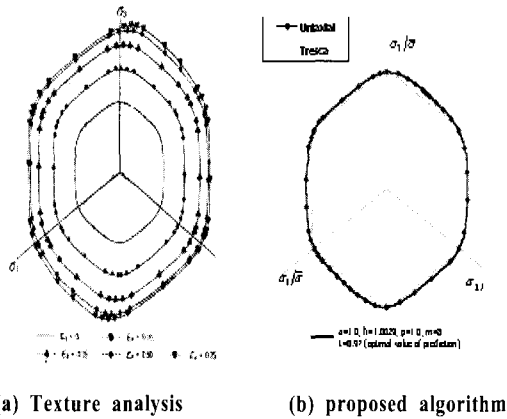


Fig. 4 Comparison of change in yield potential under the uniaxial stress state

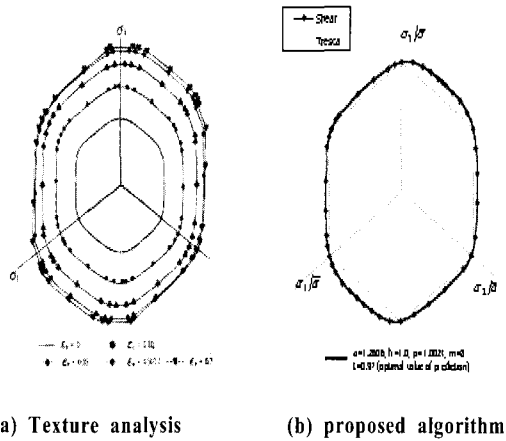


Fig. 5 Comparison of change in yield potential under the pure shear stress state

또한 Fig. 5는 순수 전단의 경우 예측되는 결과인데, 이번 경우에 대해 변화하는 항복면을 도시하여 결정소성학에 기반을 둔 변형 조직 해석의 결과와 본 연구를 통해

제안된 방법의 결과가 상당히 일치된 경향을 나타내고 있음을 확인할 수 있다. 따라서, 본 결과들을 통해 현상학적 항복식을 도입한 이방성 계수의 예측이 타당성을 지니고 있음을 확인할 수 있다.

이상에서와 같이 제안되고 검증된 이방성 예측 알고리즘을 실제적인 소성가공공정에 적용하여, 그 효과를 고찰해보고자 한다. 본 연구에서는 알루미늄 합금에 대한 평균형 압출을 선택하였으며, 압출 공정에서 발생하는 변형에 의해 제품에 어떠한 형태의 이방성이 나타나지를 관찰하여 보았다.

### 3. 평균형 압출 공정에의 적용

#### 3.1 평균형 압출 공정의 고찰을 위한 인자

평균형 압출은 다음의 Fig. 6과 같이 개략적으로 나타낼 수 있으며, 이는 중실형 제품의 생산을 위해 매우 효과적으로 사용되는 공정이다. 본 연구에서는 실제적인 소성변형 공정 중 알루미늄 합금의 평균형 형상 압출에 본 알고리즘을 적용해 보기로 한다.

제안된 변형 이방성 예측 알고리즘을 통해 얻어진 이방성 계수를 보다 효과적으로 고찰할 수 있도록 하기 위해, 본 공정을 통해 예측되는 변형 이방성 계수를 이용하여 유효 R-값을 수식화하였다. 그리고, 이렇게 수식화된 유효 R-값을 평판에서의 실험에 의한 결과와 비교함으로써 예측의 타당성에 대해 고찰하였으며, 형상 압출 제품의 결과를 평판 실험에서의 결과와 비교하기 위해 유효 영향 영역(region of influence)과 영역 선정 인자(region sampling factor)를 제안하였다.

평균형 압출에서 대부분의 소성변형이 압출구를 통해 이루어지므로, 압출구 부근에서 유도되는 변형 이방성이 가장 주도적으로 영향을 미칠 것을 예상할 수 있는데, 이를 고려하여 압출구 부근의 영역을 유효 영향 영역이라 하였다. 그리고, 변형에 의해 유도되는 이방성이 평판에서 유도되는 경향과 유사할 것으로 예상되는 부분을 선정하고자 단면 형상을 따라 다음의 식 (7)과 같이 영역 선정 인자를 제안한다.

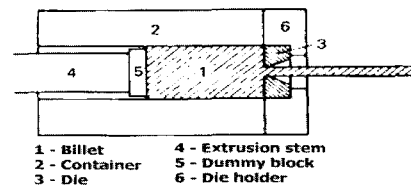


Fig. 6 Schematic diagram of square-die extrusion

$$RSF_e = \left| \left( \frac{1}{\left( \frac{\bar{\epsilon}_e}{\bar{\epsilon}_{max}} \right)_i} \right) - \left( \frac{1}{\left( \frac{\bar{\epsilon}_e}{\bar{\epsilon}_{max}} \right)_{i-1}} \right) \right| \times eFactor \quad (7)$$

영역 선정인자인  $RSF_e$  는 기하학적 특이성을 뜻하는  $eFactor$ 와 변형의 특이성을 대표하는  $deformation\_factor$ 와의 관계를 동시에 포함한다. 이때  $eFactor$ 는 Fig. 7에서 표현되는 바와 같이 제품의 형상 특성을 대표하는 값으로 나타난다. 평균형 압출의 경우, 제품은 압출구에서의 형상을 특징형상으로하여 제품이 형성된다. 이때 제품상의 변형을 세밀하게 조사하기 위해서 압출구를 따르는 특성라인을 정의하면, 특성라인을 따르며 인접한 요소사이의 각을 이용하여 형상의 기하학적 특이성을 표현할 수 있다. 이 때, 형상의 끝단에 대해서는 일정한 특성값을 정의할 수 있도록 가중치가 부여된다.

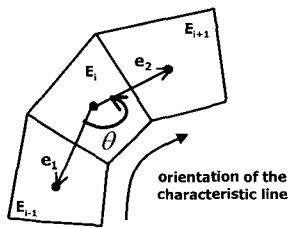


Fig. 7 Definition of the  $eFactor$

3.2 C-형 단면형상에 대한 적용 및 고찰

본 연구에서는 다음의 Fig. 8과 같은 증실형 C-자형 단면 형상에 대한 평균형 압출 공정을 고려하였으며, 이때 발생하는 변형 이방성을 기존의 연구에서 평판 압출에서의 유도되는 변형 이방성과 비교함으로써 고찰하였다.

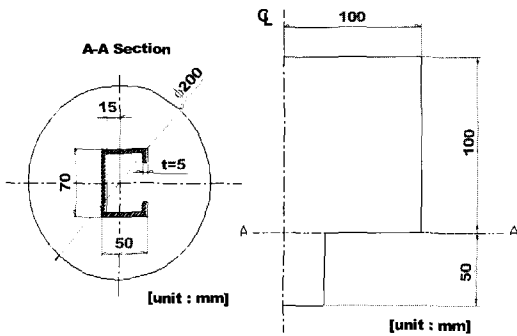


Fig. 8 Schematic diagram of C-section extrusion

다음의 Fig. 9는 강소성 유한요소 해석을 이용한 C-형 압출공정의 해석결과이며, Fig. 10은 본 연구를 통해 제안된 조건을 이용하여 C-형 제품에서의 변형 이방성을 예측한 결과를 나타낸다.

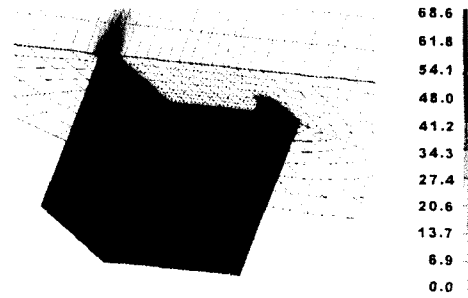


Fig. 9 Distribution of outlet velocity [mm/sec]

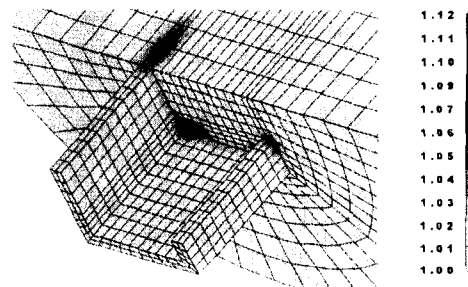


Fig. 10 Distribution of the effective anisotropic coefficient

위의 Fig. 10에서도 볼 수 있듯이 대부분의 이방성은 압출구 부근에서의 극심한 변형에 의해 유도됨을 확인할 수 있고, 이때의 변형에 의해 제품에 대한 이방성이 결정되고 있음을 예상할 수 있다.

또한, 이렇게 예측된 결과를 실험에 의한 결과와 비교하기 위해 영역 선정 인자를 고려하면, 다음의 Fig. 11에서처럼, 평판 압출에서의 이방성 유도와 유사한 경향을 보일 것으로 예상되는 선정된 영역을 구할 수 있다. 이 이후로, 실험 결과에서 나타난 이방성 특성과의 비교는 이와 같은 선정된 영역에서 수행하도록 한다.

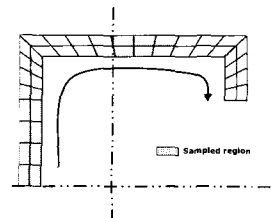


Fig. 11 Sampled region of the extruded C-section

이렇게 선정된 영역에서, 압출 방향으로 정규화된 항복 응력을 평판 압출 실험에서의 항복응력과 비교하여 보았

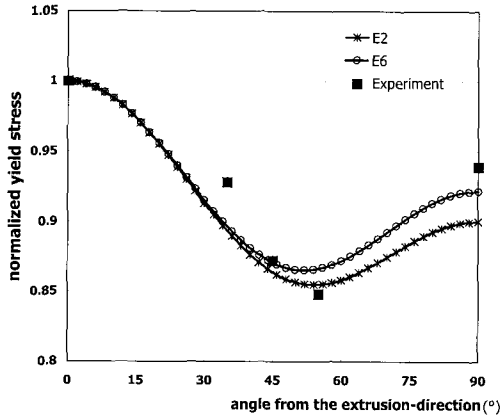


Fig. 12 Comparison of yield stress with the experimental results

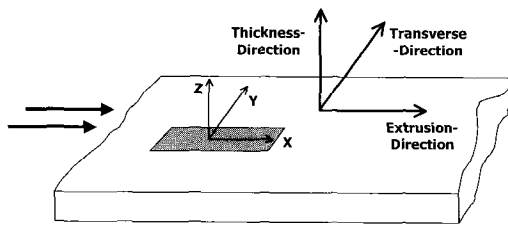


Fig. 13 Coordinate system for R-value calculation

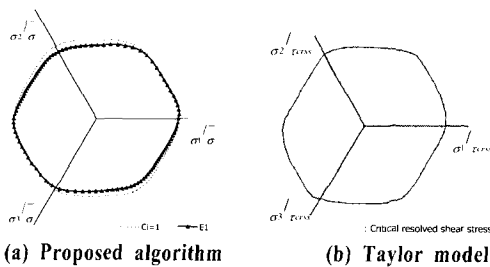


Fig. 14 Change of yield locus of a specified element.

다. Fig. 12는 비교를 통해 실험에 의한 결과와 예측에 의한 결과가 상당히 일치되고 있음을 나타내고 있다.

Fig. 12에서의 angle은 다음의 Fig. 13에서와 같이 정의된다. 이때, 시편의 위치는 그림에서처럼 압출방향으로 놓이게 되고, 시편상의 R-값을 정의하기 위해 시편상의 국부 좌표계를 설정할 수 있다. 이와 같은 경우 시편상

의 x-축으로부터 y-축 방향으로 회전하는 평면상의 각도가 R-값을 정의하기 위한 평면각이 된다.

또한, 본 연구를 통해 제안된 변형 이방성 예측 알고리즘에 의한 결과를 실제적으로 물리적인 모델링에 의거한 결정 소성학 모델에 의한 결과와 비교하기 위해, 특정 요소에 대한 항복면을 비교함으로써 그 결과의 타당성을 고찰할 수 있다. Fig. 14는 특정 요소에 대한 항복면의 변화를 도시한 그림인데 이를 통해서도 볼 수 있듯이, Taylor모델에 기반을 둔 결정 소성학 항복식과 본 연구에 의해 제안된 변형 이방성 항복식의 거동이 상당히 일치하는 것을 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

이상에서 본 연구를 통해 제안된 현상학적 항복식을 이용한 변형 이방성 예측 알고리즘의 타당성에 대해 검증하여 보았으며, 예측 알고리즘을 평금형을 이용한 C-형 단면 압출에 적용시킴으로써 그 효용성에 대해 고찰하여 보았다.

평금형을 이용한 압출공정을 효과적으로 고려하기 위해, 유효 영향 영역 개념과 영역 선정인자를 제안하였으며, 영역 선정 인자에 의해 선정된 영역에서의 이방성 예측 결과를 실제 실험 및 결정소성학 이론에 근거한 평판 압출에서의 변형 이방성 예측 결과와 비교함으로써 그 타당성에 대해 고찰하여 보았다.

이번 연구를 통해 얻어진 제품의 이방성 계수의 변화는, 등방성 변형으로 해석한 경우엔 예측할 수 없는 값이다. 이는 변형의 이방성을 고려한 경우에만 나타나게 되므로, 이를 등방성으로 고려한다면, 본 연구에서 정의한 유효 이방성이나, 방향에 따라 변화하는 R-값, 또한 이방성 항복식의 변화는 예측할 수 없다.

#### 참고 문헌

- (1) Barlat, F., Lège, D. J. and Brem, J. C., 1991, "A six-component yield function for anisotropic materials", Int. J. Plasticity, Vol. 7, p. 693.
- (2) Brlat, F., Chung, K., Richmond, O., 1993. "Strain rate potential for metals and its application to minimum plastic work path calculations". Int J Plasticity 9, p. 51.
- (3) Kim, E. Z., Lee, Y. S., 1996. "Anisotropy due to texture development in FCC polycrystals". J

- of KSME (A) 20(5), p. 1516.
- (4) Fjeldly, A., Roven, H. J., 1996. "Observation and calculations on mechanical anisotropy and plastic flow of an AlZnMg extrusion". *Acta Materialia* 44(9), p. 3497.
- (5) Fjeldly, A. and Roven, H.J., 1997, "Phenomenological modeling of the mechanical anisotropy in AlZnMg extruded profiles", *Mater. Sci. and Engineering A*, Vol. 234-236, p. 606.
- (6) Tryland, T., Hopperstad, O. S., Langseth, M., 2000. "Design of experiments to identify material properties", *Materials and Design* 21, p. 477.