

목표계획법을 이용한 방어제공 임무의
항공기 최적할당에 관한 연구
(A Study on the Optimal Allcation of Aircrafts
to Defensive Counter Air by Goal Programming)

김 선 하, 강 성 진¹⁾

Abstract

This paper deals with assigning defensive counter air aircraft to the moving target in the air. Recently various kinds of allocation problems have been researched for fixed targets using offensive aircrafts. However, the counter air allocation problems for attacking aircrafts with considering the time and the threat have not been studied much. The main objective of this study is to minimize the time to intercept and the threat values simultaneously by using goal programming. The optimal solution by using an integer goal programming and a branch and bound algorithm is found and analyzed. By applying this model to real situation, we expect to reduce the time and number of sorties for destroying enemy aircraft, respectively.

1) 국방대학교 관리대학원

1. 서 론

현대전에 있어서 공군력은 전쟁 초기 적항공기의 기습에 대한 아군 항공기의 신속하고 효율적인 대응은 공중작전 지역내에서의 공중우세 확보와 나아가 전쟁을 승리로 이끌수 있는 결정적인 역할을 한다고 할 수 있다. 우리나라와 같은 상황에서는 적 항공기 침투에 대한 아군 항공기의 신속하고 효율적인 대응의 중요성은 더욱 의미가 크다고 할 수 있다.

그러나 지금까지 항공기 최적할당모형에 관한 연구가 다수 있었지만, 대부분이 적의 지형지물, 국가 주요시설, 주요 군사기지 등의 고정표적에 공격과 같은 공세제공임무에 대한 항공기 할당모형연구가 그 중심이었다. 그러나 적 항공기의 선제 기습공격에 대한 아군 항공기의 신속하고 효과적인 대응을 위한 항공기 최적할당에 대한 연구는 제한되어 있었다.

본 연구는 전시 또는 우발사태시 다수의 적항공기 기습침투에 대한 아군 항공기의 효과적인 대응을 위한 최적할당 모형에 관한 연구이다. 적 항공기 침투시 아군의 제한된 전력으로 적항공기에 대한 요격 시간과 아군 항공기와 교전후 잔류하는 적항공기의 위협치를 동시에 최소화하고, 전술조치관의 기설정된 목표우선순위요구를 반영할 수 있는 최적 항공기 할당모형을 구축하는데 있다.

2. 기존모형의 연구

2.1. Lemus-David의 위협치 최소화 모형[9]

Lemus-David[9]는 여러종류의 표적이 집결되어 있는 지역에 아군이 보유하고 있는 가용무기를 어떻

게 할당하면 위협치를 최소화시킬 수 있는가 하는 표적 할당 문제를 연구 발전시켰다. 이들은 모형에서 아군의 무기 i 로 적 표적 j 를 공격할 때 명중 확률과 명중시켰을 때의 조건부 파괴 확률을 알고 있다고 하였다. 또한 교전시간이 너무 짧으므로 개개 교전에 대한 성과를 평가할 시간이 없기 때문에 모든 가용한 아군 무기를 표적에 할당한다고 가정하였다. 그리고 고정된 적 표적은 분산되어 있으며 1발로 1개 표적이상을 파괴할 수 없다는 전투상황하에서 적용될 수 있는 무기 할당 문제를 해결하기 위한 모형을 구성하였다. 이 모형은 표적에 군사적 가치가 부여될 때 아군의 가용한 무기범위내에서 잔류 표적의 위협치를 최소화하도록 표적에 할당되는 무기수를 결정하는 것이다.

2.2 윤현욱의 위협치 최소화 모형[4]

윤현욱[4]은 제한된 항공자원을 가지고 선정된 표적이 파괴 요구 수준에 도달될 때까지 파괴하면서 잔류표적의 위협치가 최소화되도록 항공기 할당 모형을 구성하였다. 이 모형에서는 표적별 요구 파괴 수준을 달성하고 기종별 가용 항공자원내에서 항공기가 할당된다는 제약 조건하에서 잔류표적의 위협치를 최소화시키는 항공기 할당 쏘티수를 결정하였다. 이 모형은 Lemus-David 모형에서 파괴확률(P_{ij})을 기대 파괴 확률(P_{ij}) = 도달 확률(P_{Aij})×파괴확률(P_{Dij})로 확장하였으며, 표적별 파괴 요구 수준을 달성하기 위한 제약 조건을 추가하였다.

또한 정병주[5]는 윤현욱의 모형을 기초로 제한된 자원으로 표적의 위협치 최소화와 요구파괴수준을 달성하면서 손실비용을 최소화하는 목표계획법을 이용한 항공기 최적할당모형을 제시하였다.

그러나 기존의 연구논문에서 적용된 상황은 모두 공세제공임무로 제한되었고, 적 지역의 지상표적 즉 주요 군사시설, 군수산업시설, C4I¹⁾ 시설등의 고정표적에 대해서만 항공기가 할당되었다. 현대전에 있어서 전시 제공권 장악을 위한 공군작전은 공세제공(OCA)²⁾작전과 방어제공(DCA)³⁾작전으로 구분할 수 있으며, 적의 항공작전지역에서 이루어지는 공세제공 작전을 통한 제공권 장악도 중요하지만, 아축의 항공작전지역내에서 이루어지는 방어제공작전을 통한 제공권 장악은 공세제공작전을 위한 기본이 될 만큼 매우 중요하다고 할 수 있다.

그러므로 본 연구에서는 기존의 항공기 할당모형을 기본으로하여 방어제공임무에 공통적으로 적용될 수 있는 고려사항과 방어제공 임무의 특성에 대한 제한사항을 조합하여 최적의 할당모형을 구성하였다. 먼저 공통적으로 적용되는 고려사항으로 제한된 전력하에서 잔류표적의 위협치를 최소화하고 방어제공임무의 특성인 요격임무시간을 최소화하는 항공기 최적할당모형을 구축하였으며, 그 해법으로는 다수의 목표들이 운영상황 변화에 따라 우선순위를 결정하여 그 목표치를 충족시킬수 있는 목표계획법을 이용하였다.

따라서 기존모형은 적 고정표적에 대하여 항공기를 할당하는 모형으로 공세제공임무에 적용할 수 있는 모형이지만, 본 연구모형은 이동표적에 대하여 항공기를 할당하는 것으로 방어제공임무에 적용할

수 있는 할당모형이다. 또한 현행 방어제공작전에서 요격시간만을 고려하여 항공기를 할당하였으나, 본 연구모형에서는 요격시간과 표적의 위협치를 동시에 고려하여 항공기를 할당함으로써 현행 작전의 할당방법보다 효과적인 할당결과를 얻을 수 있다.

3. 목표계획법에 의한 항공기 할당모형 설정

본 연구에서 사용되는 가정 사항은 다음과 같다.

- 침투하는 적 항공기는 여러대의 동일기종인 표적군으로 구성되어 있다.
- 표적군을 구성하는 적 항공기의 기종 및 대수를 알 수 있다.
- 적 항공기에 대한 아군 항공기의 기종별 격추율을 알고 있다.
- 개별 표적이 아군에게 주는 위협치는 의사결정권자에 의해 결정된다.
- 표적에 대한 공격무장의 선정은 아군 항공기 공대공 기본무장으로 한다.
- 아군 항공기의 가용 최대출격소티수는 일일 전시정비현황에 의하여 주어진다.

본 연구에서 사용되는 상수 및 변수들은 다음과 같이 정의한다.

- 1) Command, Control, Communication, Computer and Intelligence System : 지휘관이 주어진 임무를 완수하기 위해 부대를 계획, 지시, 조정, 및 통제하고 각급부대에 필요한 정보를 효율적으로 제공하기 위한 지휘통제, 통신체계 및 군사정보체계가 통합된 체계.
- 2) Offensive Counter Air : 공중우세를 확보하기 위하여 적의 제공체계와 지원시설을 파괴 또는 무력화하는 작전.
- 3) Defensive CountZer Air : 우군영공을 침투하거나 우군에 대하여 공격을 시도하는 적 공군력을 탐지, 식별, 요격, 격파하는 작전.

i : 항공기(형태), $i = 1, 2, \dots, m$.
 j : 표적(형태), $j = 1, 2, \dots, n$.
 X_{ij} : 항공기 i 가 표적군 j 에 할당되는 쏘티수,
 T_{ij} : 항공기 i 가 표적군 j 와 요격하는데 소요되는 시간,
 T_j : 표적군 j 를 요격하는데 필요한 최대 허용시간,
 P_{ij} : 항공기 i 가 표적군 j 의 한 개 표적을 파괴시킬 확률,
 $P_{ij}(a)$: 항공기 j 가 표적군 j 에 대하여 요격에 실패할 확률,
 A_j : 표적군 j 의 표적수,
 Z_{ij} : 항공기 i 가 표적군 j 의 요격에 성공한 쏘티수,
 W_j : 표적군 j 의 한 개 표적이 갖는 상대적 위협치,
 TW : 잔류표적의 최소요구 위협치,
 SR_i : 항공기 i 의 일일 최대 출격쏘티수,
 K_j : 표적군 j 에 할당되는 아군 항공기의 최소 대수.

3.1 목표 계획 모형의 설정

3.1.1 목표 제약식(goal constraints)

가. 표적기에 대한 요격시간 최소화에 관한 제약식

표적기에 대한 요격시간을 최소화한다는 것은 표적기에 대한 아군 항공기의 대응시간을 최소화하는 것을 의미한다. 따라서 제약식은 아군의 각 항공기와 각각의 적 항공기들이 조우하는데 소요되는 시

간을 고려하여 각 항공기들간의 조우소요시간의 합이 최대 허용시간을 초과하지 않도록 구성하여야 한다.

따라서 표적기에 대한 요격시간에 관한 제약식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^m T_{ij} \cdot X_{ij} \leq T_j, \quad \forall j \quad (5)$$

여기에서 최대허용시간(T_j)는 표적군 j 와 교전 가능한 요격기중 가장 빠른 요격기의 요격시간과 표적군(j)의 대수의 곱으로 표현된다.

식(5)에 목표치에 미달 및 초과를 나타내는 편차를 추가하여 제약조건식을 구성하면 식(6)과 같다.

$$\sum_{i=1}^m T_{ij} \cdot X_{ij} - d_j^+ + d_j^- = T_j, \quad \forall j$$

단, $X_{ij}, d_j^+, d_j^- \geq 0$ (6)

나. 잔류표적 위협치에 관한 제약식

잔류 표적의 위협치를 최소화한다는 것은 가용한 항공기로 할당된 적항공기를 파괴하여 잔류하는 적 항공기가 가지는 위협치를 최소화한다는 것이다. 따라서 제약식은 각 표적이 갖는 상대적인 위협치와 각 표적에 대한 아군항공기의 격추확률을 적용하여 잔류 표적의 위협치가 최소 요구 위협치를 초과하지 않도록 구성하여야 한다.

항공기 i 가 표적군 j 에 있는 한 개의 표적을 파괴시킬 확률을 P_{ij} 라고 하면 표적군 j 의 한 개 표적이 잔류할 확률은 $1 - P_{ij}$ 라고 표시할 수 있다. 여기에서 표적군 j 의 표적수가 A_j 이고, 항공기 i 가 표적군 공격에 성공한 성공한 쏘티수를 Z_{ij} 라 한다면 표적군 j 의 한 개 표적이 모든 아군 항공기

의 공격으로부터 잔류할 확률은 다음과 같다.

$$P(S_j) = \prod_{i=1}^m (1 - P_{ij})^{Z_{ij}/A_j} \quad (7)$$

여기에서,

$\frac{Z_{ij}}{A_j}$: 표적군 j 의 한 개 표적에 할당되는
항공기 i 의 쏘티수.

또한, 요격임무시 표적기의 경로, 고도, 속도의 변화 등의 이유로 요격기가 표적기와 공격단계에서 조우하지 못할 확률, 즉 항공기 i 가 표적군 j 에 대하여 요격에 실패할 확률 $P_{ij}(a)$ 를 고려할 경우, 요격실패 및 공격 가능한 항공기 대수는 $P_{ij}(a) \cdot X_{ij}$ 및 $(1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij}$ 가 된다. 실제 공격에 성공한 쏘티수는 $Z_{ij} = (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij}$ 가 되므로 표적군 j 의 한 개 표적이 잔류할 확률은 식 (8)과 같이 표시할 수 있다.

$$P(S_j) = \prod_{i=1}^m (1 - P_{ij})^{(1 - P_{ij}(a))X_{ij}/A_j} \quad (8)$$

식(8)은 비선형이므로 이를 선형으로 전환하기 위하여 양변에 자연대수를 취하면 다음과 같다.

$$\ln P(S_j) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{A_j} (1 - P_{ij}(a)) X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) \quad (9)$$

이 때 표적군 j 의 한 개 표적이 갖는 상대적 위협치를 W_j 라 하고 표적군 j 의 표적수가 A_j 라 하면, 표적군 j 가 갖는 총 위협치는 $A_j \times W_j$ 로 표

시할 수 있다. 따라서 잔류한 표적군 j 가 갖는 위협치는

$$\begin{aligned} & A_j \cdot W_j \cdot \ln(P(s)) \\ &= A_j \cdot W_j \cdot \sum_{i=1}^m \frac{1}{A_j} (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) \\ &= W_j \cdot \sum_{i=1}^m (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) \end{aligned} \quad (10)$$

이며, 적 전체 표적군($j = 1, 2, \dots, n$)이 아군의 모든 항공기($i = 1, 2, \dots, m$)의 공격으로부터 잔류하여 아군에게 주는 총 위협은 잔류한 각 표적군 위협치의 합이라 할 수 있으므로, 잔류한 적 표적의 총 위협치는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n A_j \cdot W_j \cdot \ln(P(s)) \\ &= \sum_{j=1}^n W_j \cdot \sum_{i=1}^m (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) \end{aligned} \quad (11)$$

만약 전시에 작전 지휘관이 잔류표적에 대한 위협치 최소화를 작전운용의 목표로 설정하였다면 달성하고자 하는 최소 요구 위협치가 설정되어야 한다. 따라서 항공기의 할당이 이루어질 때 잔류 표적의 위협치는 최소 요구 위협치(TW)를 초과하지 않도록 해야 한다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n A_j \cdot W_j \cdot \ln(P(s)) \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_j \cdot (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) \leq TW \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서 최소요구 위협치(TW)는 모든 표적군 위협치의 합중에서 작전지휘관에 의해 임의로 설정

된 파괴하고자 하는 목표치로 표현된다.

식(12)에 목표치에 미달 및 초과를 나타내는 편차 변수를 추가하여 제약 조건식을 구성하면 식(13)과 같다.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_j \cdot (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) - d_Y^+ + d_Y^- = TW \quad (13)$$

여기에서 d_Y^+ , d_Y^- 는 잔류 표적의 위협치 최소화에 대한 미달 및 초과를 나타내는 편차이고, 잔류한 표적의 위협치는 작전지휘관에 의해 설정된 최소요구 위협치이하가 되도록 표적을 파괴하여야 한다는 것이다.

3.1.2 체계 제약 조건식(system constraints)

가. 일일 최대 할당쏘티수에 관한 제약식

기종별로 공대공 임무에 할당되는 항공기의 수는 추가 전력은 고려하지 않으므로 한정적이다. 적 항공기 j 를 공격하기 위한 아군 항공기 i 의 할당 쏘티수는 기종별 가용 항공기 대수와 출력률에 의하여 결정되는 최대 출력 쏘티수(SR_i)의 범위 내에서 이루어져야 한다. 따라서 방어제공 임무에 할당되는 항공기 쏘티수에 관한 제약식은 식(14)과 같다.

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq SR_i, \quad \forall i \quad (14)$$

결국 식(14)은 목표달성을 위한 방어제공 임무에 할당되는 항공기 쏘티수는 기종별 최대 출력 쏘티수 범위 내에서 이루어져야 한다는 것을 의미한다.

나. 모든 표적에 대한 항공기 할당에 관한 제약식

방어제공 임무에 있어서 반드시 고려해야 할 사항중의 하나가 모든 표적에 대한 항공기의 할당이 다. 이는 어느 한 표적에 대하여 항공기 할당이 누락되어서는 안된다는 것이다. 방어제공 임무중 주요 고려요소인 요격시간 및 잔류표적의 위협치 최소화만 고려할 경우 요격시간이 빠르거나 표적의 위협치가 작은 즉, 대응하기 쉬운 표적에만 항공기가 할당될 수가 있다. 또한 작전지휘관에 의해 결정된 표적의 위협치는 표적기의 기종, 비행경로, 고도 및 속도 등의 자료를 근거로 작전지휘관이 추정한 값이므로 다소 객관성이 결여될 수 있으므로 모든 표적에 최소한의 요격기가 투입되어야 한다. 따라서 모든 표적에 대한 항공기 할당에 관한 제약식은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} \geq K_j, \quad \forall j \quad (15)$$

결국 식(15)은 모든 표적군 j 에 항공기가 할당되어야 하며, 각각의 표적군에 할당되는 항공기의 대수는 K 대 이상이 되어야 한다는 것을 의미하며, 여기에서 K 는 요격임무에 투입하는 요격기의 최소 대수이다.

3.1.3 목적함수(Objective Function)

본 모형의 우선 순위는 작전 지휘관의 전력운영 방침에 의하여 목표우선순위를 다음과 같이 설정하기로 한다.

우선순위 1(P_1) : 첫 번째 우선순위는 표적기에 대한 요격시간을 최소화하는 것으로써 각 항공기

들간의 조우소요시간의 합이 작전지휘관이 설정한 최대허용시간을 초과하는 것을 최소화하는 것이다.

$$\sum_{i=1}^m T_{ij} \cdot X_{ij} - d_j^+ + d_j^- = T_j, \quad \forall j \quad (16)$$

여기서 d_j^- , d_j^+ 는 표적기에 대한 요격시간 최소화에 대한 미달 및 초과를 나타내는 편차이고, 목표는 각 항공기들간의 조우소요시간의 합이 작전지휘관이 설정한 최대허용시간보다 초과되는 값을 최소화한다. 따라서 목적 함수는 우선 순위에 의해서 요격임무의 최대허용시간을 초과하는 편차 (d_j^+)를 최소화 할 수 있도록 구성하여야 한다. 그러므로 첫 번째 목표에 대한 목적함수는 다음과 같이 설정한다.

$$\text{Min} \quad \{ P_1 \cdot \sum_j d_j^+ \} \quad (17)$$

d_x^+ : 첫 번째 목표에 대한 양(Positive)의 편차 변수의 값

우선순위 2(P_2) : 두 번째 우선순위는 잔류표적의 위협치 최소화로서 작전지휘관이 설정한 최소 요구 위협치를 초과하는 것을 최소화하는 것이다.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_j \cdot (1 - P_{ij}(a)) \cdot X_{ij} \cdot \ln(1 - P_{ij}) - d_Y^+ + d_Y^- = TW \quad (18)$$

여기서, d_Y^- , d_Y^+ 는 잔류표적의 위협치 최소화에 대한 미달 및 초과를 나타내는 편차이고, 목

표는 잔류표적의 위협치가 최소 요구 위협치보다 초과되는 값을 최소화해야 한다. 따라서 목적 함수는 우선 순위에 의해서 최소 요구 위협치에 초과하는 편차(d_Y^+)를 최소화 할 수 있도록 구성하여야 한다. 그러므로 두 번째 목표에 대한 목적함수는 다음과 같이 설정한다.

$$\text{Min} \quad \{ P_2 \cdot d_Y^+ \} \quad (19)$$

d_Y^+ : 두 번째 목표에 대한 양(Positive)의 편차 변수의 값

3.2 목표 계획 모형

목적 함수와 제약 조건식을 조합하여 방어제공 임무의 항공기 할당에 대한 목표 계획모형을 구성하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad Z = [P_1 \cdot \sum_j d_j^+] + [P_2 \cdot d_Y^+] \quad (20)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^m T_{ij} \cdot X_{ij} - d_j^+ + d_j^- = T_j, \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_j (1 - P_{ij}(a)) X_{ij} \ln(1 - P_{ij}) - d_Y^+ + d_Y^- = TW$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} \leq SR_i, \quad \forall i$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} \geq K_j, \quad \forall j$$

$$X_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

$$d_j^+, d_j^-, d_Y^+, d_Y^- \geq 0$$

위의 항공기 할당모형의 해법은 목표계획법과 분지 및 한계법(branch and bound)을 이용하였으며,

최적해를 산출하기 위하여 ILOG CPLEX를 이용하였다.

가. 표적기의 대수 및 위협치

표적기의 대수는 모델구성을 위한 가정사항에 기술한 바와 같이 방공관제부대의 레이다 포착자료를

4. 모형의 적용 및 결과 분석

4.1 적용을 위한 입력자료의 분석

4.1.1 항공기 가용도

기종별 항공기 가용도는 일일 전시 정비 현황에 의해 제시되는 가용 항공기 대수 및 작전 운영 방침에 따르는 기종별 할당 소티수에 의하여 산출된 최대출격소티수를 근거로 구한다. 본 모형에서는 비핵탄소요분석서(NCAA)¹⁾ 공식인 식(21)과 <표1>의 항공기 가용도 산출입력자료를 사용하여 최대 출격소티수를 구하며, 여기서 항공기 가용도 입력자료는 자료의 성격상 일부 수정하여 적용하였다.

$$SR_i = \frac{A_i \cdot a_i [1 - \exp(-L_i \cdot R_i \cdot N)]}{L_i} \quad (21)$$

여기에서

- SR_i : 최대출격소티,
- A_i : 기종별 보유 대수,
- a_i : 가동률,
- L_i : 단계별/기종별 항공기 손실률(피격률)
- R_i : 단계별/기종별 항공기 출격률,
- N : 작전일수

4.1.2 표적정보

1) 공군본부, 미공군 NCAA 비핵탄 소요분석서, 전투발전단, 1993.

<표 1> 항공기 가용도 산출 입력 자료1)

기종 (i)	보유 대수	가동률	피격률	출격율 (회/일)	공대공 할당비율	최대 출격 소티	공대공 할당 소티 (SR_i)
1	15	0.9	0.04	2	0.33	28.831	9.514
2	17	0.9	0.04	2	0.55	32.676	17.972
3	20	0.9	0.04	2	0.31	38.442	11.91
4	15	0.9	0.04	2	0.29	28.831	8.361
5	20	0.9	0.04	2	0.31	38.442	11.917
6	18	0.9	0.04	2	0.56	34.596	19.375
7	20	0.9	0.04	2	0.27	38.442	10.379

근거로 적 항공기의 대수를 알 수 있으며, 표적의 위협치는 표적 할당 과정에 미치는 위협치 및 잠재적 위협도로서 그 값은 군사작전의 중요도, 전술상황의 변화, 그리고 작 지휘관의 판단에 따라 결정되며 이는 항시 달라질 수 있다. 본 연구에서 적 항공기에 대한 위협치는 방공관제부대의 레이다 포착자료 즉 적항공기의 침투 방향, 고도, 속도, 대수 등과 적항공기의 성능에 관한 가용 정보자료를 통하여 방공관제부대에 위치한 작전 지휘관이 판단한다.

나. 요격기와 표적군과 거리 및 도달시간

요격기와 표적군과 상대거리는 방공관제부대 레이다 포착자료에 근거하여 산출하며, 도달시간은 거리정보를 바탕으로 요격기와 표적기의 속도자료에 의해 계산되며 그 결과는 <표 3>과 같다.

<표 2> 표적군의 대수 및 위협치

표적기 (j)	1	2	3	4	5	6	합계
표적기수	4	5	5	4	3	4	25
위협치 (W _j)	8	16	25	36	10	5	100
표적군 위협치	32	80	125	144	30	20	431

<표 3> 요격기 VS 표적군 상대거리 및 요격시간
단위 : NM / 분

표적기(j) 요격기(i)		표적기(j)					
		1	2	3	4	5	6
1	거리	90	100	110	120	130	140
	시간	5.4	6	6.6	7.2	7.8	8.4
2	거리	80	70	80	90	100	110
	시간	4.8	4.2	4.8	5.4	6	6.6
3	거리	170	160	150	160	170	180
	시간	10.2	9.6	9	9.6	10.2	10.8
4	거리	140	130	120	110	120	130
	시간	8.4	7.8	7.2	6.6	7.2	7.8
5	거리	140	130	120	110	100	110
	시간	8.4	7.8	7.2	6.6	6	6.6
6	거리	130	120	110	100	90	80
	시간	7.8	7.2	6.6	6	5.4	4.8
7	거리	190	180	170	160	150	140
	시간	11.4	10.8	10.2	9.6	9	8.4
가정 사항		<ul style="list-style-type: none"> • 표적군 : 450 kts • 요격기 : 550 kts 					

다. 기종별 적 항공기 격추 비율

아군 항공기의 침투하는 적 항공기에 대한 기종별 격추비율은 공군 war game model인 THUNDER model의 자료를 참고하여 연구 목적상 임의로 수정한 값을 사용하였으며, 그 내용은 <표 4>와 같다.

<표 4> 기종별 적항공기 격추비율

표적기(j) 요격기(i)		표적기(j)					
		1	2	3	4	5	6
1		0.69	0.62	0.54	0.5	0.65	0.72
2		0.58	0.5	0.47	0.41	0.55	0.62
3		0.5	0.45	0.42	0.38	0.48	0.6
4		0.66	0.59	0.5	0.42	0.6	0.69
5		0.68	0.61	0.52	0.45	0.63	0.7
6		0.57	0.5	0.46	0.4	0.54	0.6
7		0.64	0.57	0.49	0.4	0.58	0.67

4.2 모형 적용 및 결과 분석

4.2.1 모형의 적용

모형 적용을 위한 입력자료 분석 결과를 이용하여 목표계획법에 의한 방어제공임무의 항공기 할당 모형을 구성하면 목적함수와 제약 조건식은 다음과 같다.

제약조건식

표적기에 대한 요격시간 최소화에 관한 목표 제약 조건식은 다음과 같다.

$$5.4X_{11} + 4.8X_{21} + 10.2X_{31} + 8.4X_{41} + 8.4X_{51} + 7.8X_{61} + 11.4X_{71} - d_1^+ + d_1^- = 19.2$$

$$6X_{12} + 4.2X_{22} + 9.6X_{32} + 7.8X_{42} + 7.8X_{52} + 7.2X_{62} + 10.8X_{72} - d_2^+ + d_2^- = 21$$

$$6.6X_{13} + 4.8X_{23} + 9X_{33} + 7.2X_{43} + 7.2X_{53} + 6.6X_{63} + 10.2X_{73} - d_3^+ + d_3^- = 24$$

$$7.2X_{14} + 5.4X_{24} + 9.6X_{34} + 6.6X_{44} + 6.6X_{54} + 6X_{64} + 9.6X_{74} - d_4^+ + d_4^- = 21.6$$

$$7.8X_{15} + 6X_{25} + 10.2X_{35} + 7.2X_{45} + 6X_{55} + 5.4X_{65} + 9X_{75} - d_5^+ + d_5^- = 16.2$$

$$8.4X_{16} + 6.6X_{26} + 10.8X_{36} + 7.8X_{46} + 6.6X_{56} + 4.8X_{66} + 8.4X_{76} - d_6^+ + d_6^- = 19.2$$

잔류표적 위협치 최소화에 관한 목표 제약 조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &4.685X_{11} + 7.741X_{12} + 9.707X_{13} + 12.477X_{14} + 5.249X_{15} \\ &+ 3.182X_{16} + 3.470X_{21} + 5.545X_{22} + 7.936X_{23} + 9.497X_{24} \\ &+ 3.993X_{25} + 2.419X_{26} + 2.773X_{31} + 4.783X_{32} + 6.809X_{33} \\ &+ 8.605X_{34} + 3.270X_{35} + 2.291X_{36} + 4.315X_{41} + 7.133X_{42} \\ &+ 8.664X_{43} + 9.805X_{44} + 4.581X_{45} + 2.928X_{46} + 4.558X_{41} \\ &+ 7.533X_{52} + 9.175X_{53} + 10.761X_{54} + 4.971X_{55} + 3.010X_{56} \\ &+ 3.376X_{61} + 5.545X_{62} + 7.702X_{63} + 9.195X_{64} + 3.883X_{65} \\ &+ 2.291X_{66} + 4.087X_{71} + 6.752X_{72} + 8.417X_{73} + 9.195X_{74} \\ &+ 4.338X_{65} + 2.772X_{66} + d_7^+ - d_7^- = 215.5 \end{aligned}$$

일일 최대 할당 쏘티수에 관한 체계 제약 제약 조건식은 다음과 같다.

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} \leq 9.514$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} \leq 17.972$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} \leq 11.91$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} \leq 8.361$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + X_{56} \leq 11.917$$

$$X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} \leq 19.375$$

$$X_{71} + X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} + X_{76} \leq 10.379$$

모든 표적에 대한 항공기 할당에 관한 체계 제약조건식은 다음과 같다.

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + X_{61} + X_{71} \geq 2$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + X_{62} + X_{72} \geq 2$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + X_{63} + X_{73} \geq 2$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + X_{64} + X_{74} \geq 2$$

$$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} + X_{65} + X_{75} \geq 2$$

$$X_{16} + X_{26} + X_{36} + X_{46} + X_{56} + X_{66} + X_{76} \geq 2$$

목적함수

우선 순위 1(P_1): 첫 번째 우선 순위는 표적기에 대한 요격시간의 최소화로서 작전 지휘관이 설정한 최대 허용시간을 초과하는 것을 최소화하는 것이다. 목표는 표적기에 대한 요격시간을 최소화해야 하므로 목적 함수는 우선 순위에 의해서 최대 허용시간을 초과하는 편차(d_i^+)를 최소화 할 수 있도록 구성하여야 한다.

우선순위 2(P_2): 두 번째 우선순위는 잔류표적의 위협치의 최소화로서 작전 지휘관이 설정한 최소 요구 위협치를 초과하는 것을 최소화하는 것이다. 목표는 잔류 표적의 위협치가 최소 요구 위협치보다 초과되는 값을 최소화 해야 하므로 목적 함수는 우선 순위에 의해서 최소 요구 위협치를 초과하는 편차(d_7^+)를 최소화 할 수 있도록 구성해야 할 것이다.

따라서 목적 함수는 다음과 같이 구성된다.

Minimize

$$Z = [P_1 \cdot \sum_{j=1}^6 d_j^+] + [P_2 \cdot d_Y^+] \\ = [P_1 \cdot (d_1^+ + d_2^+ + d_3^+ + d_4^+ \\ + d_5^+ + d_6^+)] + [P_2 \cdot d_Y^+]$$

4.2.2 항공기 할당 결과 분석

위의 목적함수와 목표 제약 조건식을 이용한 항공기 할당결과는 ILOG CPLEX를 이용하여 최적해를 산출하였으며, 그 결과는 <표 5>와 같다. 여기서 최적해는 주어진 목표 제약 조건식과 우선순위 구조 하에서 그 목표를 최대한 달성시켜 준다는 것을 의미한다. 예를 들면 $X_{11} = 3$ 의 의미는 기종 1의 항공기가 표적군 1의 적항공기를 격추하기 위하여 3쏘티가 할당되어야 한다는 것이다.

<표 5> 항공기 할당 결과에서 보면 적 항공기 6개 표적군에 대하여 아군 항공기 3개 기종 24쏘티가 할당되었으며 설정된 목표달성여부는 우선순위 1인 요격시간 최소화는 목표치가 달성되었으나, 우선순위 2인 위협치 최소화는 목표치를 달성하지 못하였으며, 그 편차는 75.239 만큼 초과하였다. 본 모형에서 적용한 표적 위협치에 대한 목표치는 전체 표적의 위협치중 50% 만 임의로 설정하였으므로 편차가 다소 크게 발생하였다. 따라서 본 모형에서 적용한 표적 위협치에 대한 목표치는 요격시간 최소화에 필요한 요격기 쏘티수에 비하여 지나치게 낮게 설정되었으며, 모형 적용시 요격시간 최소화에 필요한 요격기 쏘티수와와 관계를 고려하여 표적 위협치에 대한 목표치를 설정한다면 발생하는 편차를 줄일 수 있다. 또한 할당된 아군 항공기의 기종별 쏘티수를 보면 기종 2의 항공기가 14 쏘티, 기종 6의 항공기가 7 쏘티, 기종 1의 항공기가 3 쏘티가 할당되었다.

이것은 <표 3> 요격기와 표적군 상대거리 및 요격 소요시간을 보면, 본 할당모형에서의 목표우선순위 1인 요격시간 최소화의 목표를 달성하기 위하여 표적군과의 상대거리가 가깝고, 요격소요시간이 빠른 기종이 우선적으로 많은 쏘티가 할당되었음을 알 수 있다.

<표 5> 항공기 할당결과

구 분	할 당		기종별 합계
	실수해	정수해	
X_{11}	3.556	3	14
X_{22}	5	5	
X_{23}	5	5	
X_{24}	4	4	
X_{55}	2.7	.	7
X_{65}	.	3	
X_{66}	4	4	
합 계	24.256	24	24
목 적 합 수	70.864	75.239	
편차 d_Y^+	70.864	75.239	
목표달성 여부	P1 : 요격시간 최소화 P2 : 위협치 최소화		달성 미달성

4.2.3 현행 작전시 할당방법과 비교

본 연구모형은 무경고하 적항공기의 선제 공격시 적항공기에 대한 요격시간의 최소화와 잔류표적의 위협치 최소화를 목표우선순위 구조로 구성하여 목표계획법을 적용함으로써 최적 할당쏘티수를 산출하였다. 그러나 현행 작전에서는 동일한 상황의 경우에 적 항공기에 대한 요격시간 최소화만 고려하여 항공기를 할당하고 있으며, 적 항공기에 대한 위협치는 고려하고 있지 않다. 또한 요격시간만 고려하

여 할당된 아군 항공기 쏘티수로는 적 항공기를 어느 정도 격추시킬 수 있는지에 대한 예측이 불가능하다. 본 연구에서는 현행 작전에서의 할당결과와 연구모형에서의 할당결과를 비교분석하고자 하며, 그 결과는 <표 6>과 같다.

<표 6> 현행작전/연구모형의 할당결과 비교

구분	X ₁₁	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₆₄	X ₆₅	X ₆₆	합계	잔류 표적 위협치
현행 작전	·	4	5	5	2	2	3	4	25	291.4
연구 모형	3	·	5	5	4	·	3	4	24	290.7

<표 6>의 결과에서 현행작전에서는 침투하는 적 항공기에 대하여 총 25쏘티가 할당되었고, 동일한 경우 연구모형에서는 24쏘티가 할당되었음을 알 수 있으며, 또한 교전결과 잔류표적 위협치도 연구모형의 결과가 더 작다. 따라서 연구모형은 현행작전에서 보다 더 적은 쏘티수로 더 많은 표적을 격추할 수 있으므로 현행작전의 항공기 할당방법보다 본 연구모형에 의한 항공기 할당방법이 더 효과적이라고 할 수 있다.

4.2.4 감도분석

본 모형을 실제 상황에 적용시 할당되는 쏘티수는 모형에 관련된 여러 가지 변수, 즉 목표 우선순위, 요격시간, 위협치 등에 따라 차이가 발생할 수 있으므로 모형에 관련된 불확실한 변수의 변화가 최적해에 어떠한 영향을 미치는가에 대하여 감도분석을 실시하여 살펴보고자 한다.

가. 목표 우선순위 구조의 변화

일반적으로 방어제공 임무에 있어서 가장 중요시 하는 것은 표적기를 최단시간내에 요격하는 것이다. 그러나 공중상황이나 작전지휘관의 의도에 따라서는 요격시간을 최소화하는 것보다 표적의 위협치를 최소화하는 것이 우선적으로 고려될 수 있으며, 이때 목표 우선순위 구조를 변화시켜야 할 것이다.

만약 목표 우선순위 구조가 변화하여 목적함수식이 아래와 같다고 가정하면,

Minimize

$$\begin{aligned}
 Z &= [P_1 \cdot d_Y^+] + [P_2 \cdot \sum_{i=1}^6 d_i^+] \\
 &= [P_1 \cdot d_Y^+] + [P_2 \cdot (d_1^+ + d_2^+ \\
 &\quad + d_3^+ + d_4^+ + d_5^+ + d_6^+)]
 \end{aligned}$$

목표 우선순위 구조 변경에 대한 항공기 할당 결과는 <표 7>과 같다.

<표 7> 목표 우선순위 구조 변화에 대한 할당 결과에서 6개 표적군에 할당된 아군 항공기의 전체 쏘티수는 목표 우선순위 구조 변경전 24쏘티에서 우선순위 구조 변경후 3쏘티 증가한 27쏘티가 할당되어 요격시간 최소화를 우선순위 1로 했을 때 보다 잔류 표적위협치 최소화를 우선순위 1로 했을 때 더 많은 쏘티의 할당이 이루어짐을 알 수 있다. 또한 표적군 중심으로 보았을 때 <표 2> 표적군의 대수 및 위협치를 보면 알 수 있듯이 잔류 표적의 위협치 최소화를 우선순위 1로 하였을 때 이를 우선적으로 만족시키기 위하여 위협치가 큰 표적군에 우선적으로 많은 쏘티수가 할당되었음을 알 수 있다.

<표 7> 목표우선순위구조 변화에 대한 할당 결과
(우선순위 변경 전 / 변경 후)

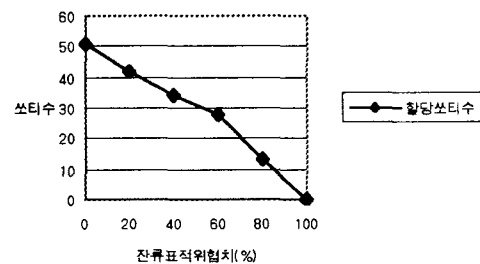
표적군 요격기 (j)	1	2	3	4	5	6	합계
1	3 / 3	3 / 3
2	0 / 1	5 / 5	5 / 5	4 / 6	.	.	14 / 17
3
4
5	0 / 3	.	0 / 3
6	3 / 0	4 / 4	7 / 4
7
합 계	3 / 4	5 / 5	5 / 5	4 / 6	3 / 3	4 / 4	24 / 27

나. 잔류표적의 위협치 변화

본 연구에서는 목표 우선순위 구조에서 요격시간의 최소화를 우선순위 1로, 잔류표적의 위협치를 최소화할 우선순위 2로하여 모형을 구성하였다. 그러나 작전지휘관은 상황에 따라서 잔류표적의 위협치 최소화할 우선순위 1로 고려하면서 잔류표적의 특정 위협치값에서 항공기가 몇 쏘티 할당되어야 하는가를 결정하려고 할 것이다. 따라서 본 감도분석에서는 잔류표적의 위협치를 일정비율로 단계적으로 증가시켜 그 할당결과를 산출하여 분석하였다.

잔류표적의 위협치 변화에 따른 할당결과는 <그림 1>과 같다. 이 그림에서 잔류표적의 위협치를 0으로 하였을 때는 교전결과 잔류하는 표적이 없고, 모든 표적기가 격추되었음을 의미하며, 모든 표적기를 격추하기 위해서 51 쏘티의 항공기가 할당되어야 한다는 것이다. 또한 일정비율(20%)로 잔류표적의 위협치를 증가시킬 경우, 위협치가 증가하는 만큼 교전 후 표적기가 잔류하는 것을 의미한다. <그림

1>을 보면 잔류표적 위협치를 증가할 때 필요로 하는 요격기의 할당 쏘티수는 일정비율로 감소하나, 잔류표적 위협치를 60%로 설정시 쏘티 감소율이 일시적으로 감소한다. 그러나 이것은 본 모형의 최적해를 실수해에서 정수형으로 변환하는 과정에서 발생하는 편차에 의해 발생하는 일시적인 현상이다. 따라서 잔류표적의 위협치에 대한 목표치를 높게 설정할수록 필요로 하는 요격기의 쏘티수는 일정비율로 감소한다고 할 수 있다.



<그림 1> 잔류표적 위협치 변화에 따른 할당결과

5. 결 론

본 연구에서는 무경고하에 아군 항공작전지역으로 침투하는 적 항공기에 대한 요격시간과 표적의 위협치를 고려하여 표적군에 할당되는 항공기 쏘티수를 결정할 수 있는 방어제공(DCA)임무를 위한 항공기 할당모형을 제시하였다.

기존의 항공기 할당모형들은 공세제공(OCA)임무시 적용할 수 있는 할당모형으로 아군 항공기가 적 지역의 지상표적에 대하여 공격을 하는 상황에서 표적의 위협치, 표적수, 손실비용 등을 고려하여 제

한된 항공전력으로 최대의 공격효과를 얻기 위하여 항공기 쏘티수를 결정해 주는 할당모형이 대부분이었다. 그러나 공세제공(OCA)임무가 그 표적의 대상이 적 작전지역의 지상 고정표적이지만, 방어제공(DCA)임무는 아군 작전지역내로 침투한 적 항공기가 표적이 되므로 이에 대하여 아군 항공기를 할당하기 위해서는 방어제공임무에서 가장 중요시하는 적 항공기에 요격시간의 최소화가 고려되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 방어제공(DCA)임무에서 적용할 수 있는 항공기 할당모형을 구성하였으며, 모형을 구성하기 위한 고려요소로서 제한된 항공전력 범위내에서 적 항공기에 대한 요격시간과 잔류표적의 위협치 최소화를 선정하였다. 또한 그 해법으로는 다수의 목표를 동시에 충족할 수 없을 때, 목표의 우선순위에 따라 만족시켜주는 목표계획법을 적용하였고, 모형의 최적해는 항공기 할당 쏘티수를 나타내는 해의 특성을 고려하여 정수해로 산출하였다. 감도분석으로 지휘관의 판단에 따라 목표구조의 우선순위 및 잔류 표적의 위협치 변화에 따른 항공기 할당결과를 비교 분석하였다.

본 모형은 무경고하에 적 항공기가 아군의 작전지역으로 침투하는 상황에서 공군의 전력 할당에 적용할 경우 제한된 항공 무기체계 내에서 요격시간의 최소화 및 잔류표적의 위협치를 최소화하는 항공기 할당 쏘티수를 결정하는 문제에 활용될 수 있다. 또한 작전지휘관의 전력 운영 변화에 대한 목표 우선순위 구조변화에 대하여 유연성 있게 대처함으로써 효율적인 전력 할당을 할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] 공군본부, "00 계획 계수 및 기준, 공군본부", 2000, pp36.
- [2] 국방대학교, "군사운영분석의 이론과 실제", 국방대학교, 1996, pp270-277.
- [3] 김충영, "선형계획법", 두남출판사, 1999, pp347-362.
- [4] 윤현욱, "적 고정표적 위협의 최소화를 위한 항공기 할당에 관한 연구", 석사학위논문, 국방대학원, 1988.
- [5] 정병주, "목표계획법을 이용한 항공기 최적 할당에 관한 연구", 석사학위논문, 국방대학원, 1993.
- [6] 한미연합군사령부, "연합/합동 작전 용어집", 한미연합군사령부, 2000, pp483, 488, 508.
- [7] Ignizio, J.P., Goal Programming and Extension, D. C., Lexington, MA, 1976.
- [8] ILOG, ILOG CPLEX 7.1-User Manual, ILOG, 2001.
- [9] Lemus, F. and K. H. David, "An Optimum Allocation of Different Weapons to Target Complex", Operations Research, Vol. 11, 1963, pp787-794.
- [10] Manne, A.S., "A Target Assignment Problem", Operations Research, Vol. 6, 1958, pp346-351.