

# 구간값 퍼지집합 추론의 퍼지 Pr/T 네트 표현

조상엽<sup>†</sup>

## 요약

본 논문에서는 구간값 퍼지집합 추론의 퍼지 Pr/T 네트 표현을 제안한다. 여기에서 퍼지생성규칙은 지식표현을 위해 사용하고, 퍼지생성규칙의 믿음값은 구간값 퍼지집합으로 표현한다. 제안한 구간값 퍼지집합 추론 알고리즘은 퍼지생성규칙의 전제부와 결론부에 있는 퍼지개념에 따라서 적절한 믿음값평가함수를 사용하기 때문에 다른 방법보다 사람이 사용하는 직관과 추론에 더 가깝다.

## Fuzzy Pr/T Net Representation of Interval-valued Fuzzy Set Reasoning

Sang Yeop Cho<sup>†</sup>

## ABSTRACT

This paper proposes a fuzzy Pr/T net representation of interval-valued fuzzy set reasoning, where fuzzy production rules are used for knowledge representation, and the belief of fuzzy production rules are represented by interval-valued fuzzy sets. The presented interval-valued fuzzy reasoning algorithm is much closer to human intuition and reasoning than other methods because this algorithm uses the proper belief evaluation functions according to fuzzy concepts in fuzzy production rules.

**키워드 :** 추론 알고리즘(Reasoning Algorithm), 퍼지 Pr/T 네트(Fuzzy Pr/T Net), 퍼지생성규칙(Fuzzy Production Rule), 구간값 퍼지집합(Interval-valued Fuzzy Set)

## 1. 서 론

Zadeh가 퍼지집합이론을 제안한 이후로 퍼지집합을 다루기 위한 다양한 방법이 연구되었다[12]. Turksen, I. B.는 정규형식(normal form)에 기반을 둔 결합 개념(combined concept)을 표현하기 위해 구간값(interval-valued) 퍼지집합의 정의를 제안하였다[10]. Gorzalczany, M. B.는 구간값 퍼지집합에 기반을 둔 구간값 퍼지집합 추론방법을 제안하고 퍼지값 퍼지집합 추론의 여러 가지 속성을 기술하였다[5, 6]. Chen, S. et al.에서는 구간값 퍼지집합에 기반을 둔 근사추론 방법을 다루고 있다[2, 3].

본 논문에서는 구간값 퍼지집합을 기반으로 하는 술어논리 수준의 퍼지 Pr/T 네트를 이용한 구간값 퍼지집합 추론의 표현을 제안한다. 퍼지하지 않은 Pr/T 네트에서는 퍼지생성규칙의 믿음값의 계산이 필요가 없다[7, 9]. 퍼지개념을 포함하고 있는 퍼지 Pr/T 네트에서의 퍼지추론에서는 퍼지생성규칙의 믿음값을 계산하는 것이 필요하다[11, 16]. 본 연구에서는 퍼지생성규칙의 믿음값을 기존의 퍼지집합이 아닌 구간값 퍼지집합으로 표현하는 구간값 퍼지집합 추론의 퍼지 Pr/T 네트 표현을 제안한다. 추론 알고리즘에서는 규칙의 전제부와 결론부에 있는 퍼지개념에 따라 적절한 믿음값평가 함수를 사용하기 때-

문에 기존의 방법보다 사람이 하는 직관과 추론에 더 가깝다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 구간값 퍼지집합을 기술하고, 3장에서는 지식표현과 퍼지추론방법에 대하여 설명하고, 4장에서는 퍼지 Pr/T 네트를 정의한다. 그리고 5장에서는 퍼지추론 알고리즘을 제안하고, 예를 보여준다. 마지막으로 6장에서는 결론을 내린다.

## 2. 구간값 퍼지집합

만일 퍼지집합이 구간값 소속함수로 표현된다면 이러한 집합을 구간값 퍼지집합이라고 부른다[2, 3, 10]. 전체집합(universe of discourse)  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 의 구간값 퍼지집합 A는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = \{(u_1, [a_{11}, a_{12}]), (u_2, [a_{21}, a_{22}]), \dots, (u_n, [a_{n1}, a_{n2}])\}$$

여기에서 구간  $[a_{ij}, a_{ij}]$ 은 구간값 퍼지집합 A에  $u_i$ 의 소속 정도가  $a_{ij}$ 과  $a_{ij}$  사이에 있다는 것을 가리킨다.  $0 \leq a_{ij} \leq a_{ij} \leq 1$ ,  $1 \leq i \leq n$ .

A와 B가 전체집합 U의 구간값 퍼지집합이라고 하자. 여기에서,

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\},$$

$$\begin{aligned} A &= \{(u_1, [a_{11}, a_{12}]), (u_2, [a_{21}, a_{22}]), \dots, (u_n, [a_{n1}, a_{n2}])\} \\ &= \{(u_i, [a_{ij}, a_{ij}]) \mid 1 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

\* 본 논문은 청운대학교 교내연구비 지원 과제임.

† 종신회원 : 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수

논문접수 : 2002년 6월 25일, 심사완료 : 2002년 9월 27일

$$\begin{aligned} B &= \{(u_i, [b_{i1}, b_{i2}]), (u_2, [b_{21}, b_{22}]), \dots, (u_n, [b_{n1}, b_{n2}])\} \\ &= \{(u_i, [b_{i1}, b_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

구간값 퍼지집합의 합집합, 교집합 그리고 여집합은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{(u_i, [c_{i1}, c_{i2}]) \mid c_{i1} = \text{Max}(a_{i1}, b_{i1}), \\ &\quad c_{i2} = \text{Max}(a_{i2}, b_{i2}), \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\} \\ A \cap B &= \{(u_i, [d_{i1}, d_{i2}]) \mid d_{i1} = \text{Min}(a_{i1}, b_{i1}), \\ &\quad d_{i2} = \text{Min}(a_{i2}, b_{i2}), \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\} \\ A' &= \{(u_i, [x_{i1}, x_{i2}]) \mid x_{i1} = 1 - a_{i2}, x_{i2} = 1 - a_{i1} \text{ 그리고 } 1 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

만일  $\forall i \ a_{i1} = b_{i1}$  그리고  $a_{i2} = b_{i2}$ 라면 구간값 퍼지집합 A와 B는 동치( $A = B$ )이다.  $1 \leq i \leq n$ .

Zwick, R. E.는 19가지의 퍼지집합의 유사척도(similarity measure)를 살펴보고 이들의 성능을 비교하였다[13]. Chen, S. M., et al.는 유사도 함수 S를 정의하였다[2, 3].

### [정의 2.1]

$\bar{a}$ 와  $\bar{b}$ 는  $R^n$ 에 있는 두 벡터라고 하자. 여기에서 R은 0과 1사이의 실수집합이다. 즉,

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \\ \bar{b} &= \langle b_1, b_2, \dots, b_n \rangle \end{aligned}$$

여기에서  $a_i \in [0, 1]$ ,  $b_i \in [0, 1]$ ,  $1 \leq i \leq n$ . 그래서 벡터  $\bar{a}$ 와  $\bar{b}$ 사이의 유사정도는 다음과 같은 유사성함수(similarity function) S로 측정할 수 있다.

$$S(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\text{Max}(\bar{a} \cdot \bar{a}, \bar{b} \cdot \bar{b})}$$

여기에서  $S(\bar{a}, \bar{b}) \in [0, 1]$ .  $S(\bar{a}, \bar{b})$ 의 값은  $\bar{a}$ 와  $\bar{b}$ 사이의 유사정도를 가리킨다.  $S(\bar{a}, \bar{b})$ 의 값이 더 크면 클수록 벡터  $\bar{a}$ 와  $\bar{b}$  사이의 유사성은 더 크다.

전체집합  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 이고 A는 U의 구간값 퍼지집합이라고 하자.

$$A = \{(u_i, [a_{i1}, a_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\}$$

그래서 구간값 퍼지집합 A의 하한과 상한은 아래첨자 벡터  $\underline{A}$ 와 위첨자 벡터  $\overline{A}$ 로 각각 표현할 수 있다. 여기에서

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \langle a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1} \rangle \\ \overline{A} &= \langle a_{12}, a_{22}, \dots, a_{n2} \rangle \end{aligned}$$

구간값 퍼지집합 사이의 유사정도를 측정하는 매칭함수 M은 다음과 같다. 전체집합  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 이고 A와 B는 U의 구간값 퍼지집합이라고 하자. 여기에서,

$$\begin{aligned} A &= \{(u_i, [a_{i1}, a_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\} \\ B &= \{(u_i, [b_{i1}, b_{i2}]) \mid 1 \leq i \leq n\} \end{aligned}$$

구간값 퍼지집합 A와 B의 하한과 상한은  $\underline{A}$ ,  $\overline{A}$ ,  $\underline{B}$  그리고  $\overline{B}$ 로 각각 표현한다.

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \langle a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1} \rangle \\ \overline{A} &= \langle a_{12}, a_{22}, \dots, a_{n2} \rangle \\ \underline{B} &= \langle b_{11}, b_{21}, \dots, b_{n1} \rangle \\ \overline{B} &= \langle b_{12}, b_{22}, \dots, b_{n2} \rangle \end{aligned}$$

그래서 구간값 퍼지집합 A와 B사이의 매칭정도  $M(A, B)$ 은 다음과 같이 측정할 수 있다.

$$M(A, B) = \frac{S(\underline{A}, \underline{B}) + S(\overline{A}, \overline{B})}{2}$$

여기에서  $M(A, B) \in [0, 1]$ .  $M(A, B)$ 의 값이 더 크면 클수록 구간값 퍼지집합 A와 B의 매칭정도가 더 크다.

### 3. 지식표현과 추론

퍼지생성규칙을 이용하면 실세계에서 사람이 사용하는 불확실하고 애매한 지식을 표현할 수 있다. 퍼지생성규칙은 두 개의 술어논리공식사이의 퍼지관계를 기술한다고 생각할 수 있다. 간단한 퍼지생성규칙의 형식은 다음과 같다.

$$\text{Rule}_i : d_j \Rightarrow d_k \ (\text{Bel} = [\beta_{j1}, \beta_{j2}])$$

여기에서  $\text{Rule}_i$ 는 규칙의 이름이고,  $d_j$ 와  $d_k$ 는 각각 퍼지술어  $d_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 과  $d_k(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 을 표현한다. m과 n은 양의 정수이다.  $x_p$ 와  $y_q$ 는 같을 수도 있고 다를 수도 있으며, 변수이거나 상수이다.  $1 \leq p \leq m$ ,  $1 \leq q \leq n$ .  $\beta_{j1}$ ,  $\beta_{j2}$ 는 믿음의 강도를 표시하는 믿음값이다.  $0 \leq \beta_{j1} \leq \beta_{j2} \leq 1$ .  $\lambda$ 를 임계값이라고 하자.  $\lambda \in [0, 1]$ .  $d_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 의 한 인스턴스의 믿음값이  $[\beta_{j1}, \beta_{j2}]$ ,  $0 \leq \beta_{j1} \leq \beta_{j2} \leq 1$ 이다.  $\beta_{j1} \geq \lambda$ 면 규칙은 실행가능하고,  $\beta_{j1} < \lambda$ 면 규칙은 실행되지 않는다.

퍼지생성규칙을 많이 사용하는 분야로는 제어분야와 지식공학분야가 있다. 각 분야에서 사용하는 퍼지생성규칙의 분류는 [1, 8, 14, 15] 등에서 찾아 볼 수 있다. 본 논문에서는 지식공학분야에서 사용하는 퍼지생성규칙을 논리연결자의 유무에 따라 <표 1>과 같이 9가지의 형으로 논리적인 구분을 하였다. 1형은 단순 퍼지생성규칙이라고 하고, 2형에서 9형은 합성 퍼지생성규칙이라고 한다.

본 연구에서는 9가지의 퍼지생성규칙 중에서 1형에서 4형까지만 사용한다. 2형과 4형은 1형과 3형으로 축소할 수 있지만 퍼지생성규칙의 표현성을 위해 그대로 사용한다. 5형과 6형은 퍼지생성규칙을 다루기 쉽게 하기 위해 1형과 2형으로 각각 축소하여 표현한다. 7형, 8형 그리고 9형은 의미있는 연역추론을 할 수 없으므로 사용하지 않는다.

〈표 1〉 퍼지생성규칙의 분류

형	퍼지생성규칙
1	$d_j \Rightarrow d_k [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
2	$d_j \Rightarrow d_{k1} \wedge d_{k2} \wedge \dots \wedge d_{kn} [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
3	$d_{j1} \wedge d_{j2} \wedge \dots \wedge d_{jm} \Rightarrow d_k [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
4	$d_{j1} \wedge d_{j2} \wedge \dots \wedge d_{jm} \Rightarrow d_{k1} \wedge d_{k2} \wedge \dots \wedge d_{kn} [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
5	$d_{j1} \vee d_{j2} \vee \dots \vee d_{jm} \Rightarrow d_k [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
6	$d_{j1} \vee d_{j2} \vee \dots \vee d_{jm} \Rightarrow d_{k1} \wedge d_{k2} \wedge \dots \wedge d_{kn} [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
7	$d_j \Rightarrow d_{k1} \vee d_{k2} \vee \dots \vee d_{kn} [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
8	$d_{j1} \wedge d_{j2} \wedge \dots \wedge d_{jm} \Rightarrow d_{k1} \vee d_{k2} \vee \dots \vee d_{kn} [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$
9	$d_{j1} \vee d_{j2} \vee \dots \vee d_{jm} \Rightarrow d_{k1} \vee d_{k2} \vee \dots \vee d_{kn} [\beta_{j1}, \beta_{j2}]$

퍼지생성규칙을 이용한 퍼지추론을 할 때에는 퍼지합성추론을 사용한다. 퍼지합성추론이 적용될 때 결론의 믿음값을 계산하기 위한 함수들이 사용된다. 여기에서는 퍼지합성추론과 믿음값함수에 대하여 기술한다.

퍼지합성추론 퍼지변수를 가지고 있는 퍼지생성규칙을 이용하여 추론을 하기 위해 개발된 추론규칙이 퍼지합성추론이다. 퍼지합성추론의 형식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{«규칙» : } x \text{ is } A \Rightarrow y \text{ is } B [\beta_{rl}, \beta_{r2}] \\ &\text{«사실» : } x \text{ is } A' [\beta_{fl}, \beta_{f2}] \\ &\text{«결론» : } y \text{ is } B' [\beta_{cl}, \beta_{c2}] \end{aligned}$$

여기에서  $A, A'$ ,  $B$  그리고  $B'$ 는 퍼지집합이거나 비퍼지집합이다.  $[\beta_{rl}, \beta_{r2}], [\beta_{fl}, \beta_{f2}]$  그리고  $[\beta_{cl}, \beta_{c2}]$ 는 각각 «규칙», «사실» 그리고 «결론»의 믿음값이다.  $[\beta_{cl}, \beta_{c2}]$ 를 구하기 위해 사용하는 함수가 믿음값함수이다[1, 4].

믿음값평가함수 단순 퍼지생성규칙의 믿음값을 계산할 때 사용하는 믿음값함수  $\beta : ([\beta_{rl}, \beta_{r2}], [\beta_{fl}, \beta_{f2}]) \rightarrow [\beta_{cl}, \beta_{c2}]$ 이다. 규칙의 전제부가 비퍼지하면  $\beta_{cl} = \beta_{fl} \times \beta_{rl}$ 과  $\beta_{c2} = \beta_{f2} \times \beta_{r2}$ 를 사용하고, 전제부가 퍼지하고 결론부가 비퍼지하면  $\beta_{cl} = \beta_{fl} \times \beta_{rl} \times M$ 과  $\beta_{c2} = \beta_{f2} \times \beta_{r2} \times M$ 을 사용한다.  $M$ 은 매칭정도이다. 전제부와 결론부가 모두 퍼지하면  $\beta_{cl} = \beta_{fl} \times R_{sg}$ 와  $\beta_{c2} = \beta_{f2} \times R_{sg}$  사용한다.  $R_{sg}$ 는 인간의 추론과정을 가장 적절히 표현하는 퍼지관계이다.

믿음값합성함수 합성 퍼지생성규칙의 믿음값을 평가하기 위해 다음과 같은 믿음값합성함수를 사용한다.

$$\begin{aligned} \beta_{cl} &= \beta_{comp}(\beta(\beta_{fl}, \beta_{rl})) = \min_q(\max_p(\beta(\beta_{flp}, \beta_{rlpq}))) \\ \beta_{c2} &= \beta_{comp}(\beta(\beta_{f2}, \beta_{r2})) = \min_q(\max_p(\beta(\beta_{f2p}, \beta_{r2pq}))) \end{aligned}$$

여기에서  $1 \leq p \leq m$ ,  $1 \leq q \leq n$ .  $m$ 과  $n$ 은 각각 전제부와 결론부에 있는 퍼지술어의 수이다.

믿음값결합함수 퍼지생성규칙의 5형과 6형의 축소된 1형과 2형은 서로 다른 추론 통로를 통해 같은 노드, 즉 같은 결론에 도달할 수가 있다. 이 때에 두 개 이상의 서로 다른 믿음값을 결론이 나타날 수 있으므로 결론의 믿음값을 다시 계산하기 위해 사용하는 함수가 믿음값결합함수이다.

$$\begin{aligned} \beta_{cl} &= \beta_{comb}(\beta_{cl}, \beta_{cl}^{old}) = \max(\beta_{cl}, \beta_{cl}^{old}) \\ \beta_{c2} &= \beta_{comb}(\beta_{c2}, \beta_{c2}^{old}) = \max(\beta_{c2}, \beta_{c2}^{old}) \end{aligned}$$

여기에서  $\beta_{cl}^{old}$ 과  $\beta_{c2}^{old}$ 는 이미 추론통로를 통해 도달한 결론의 대한 믿음값이고,  $\beta_{cl}$ 과  $\beta_{c2}$ 는 다른 추론통로를 통해서 도달한 또 다른 결론의 믿음값이다.

#### 4. 퍼지 Pr/T 네트

퍼지생성규칙을 표현하기 다음과 같은 FPN(fuzzy Pr/T net)을 정의한다[11].

$$FPN = (P, T, F, D, V, \pi, A_P, A_T, A_F, f, a, M_0)$$

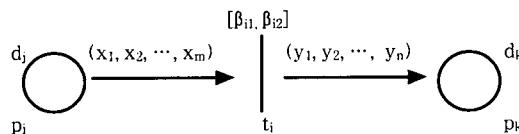
여기에서  $P$ ,  $T$ 와  $F$ 는 각각 플레이스, 트랜지션 그리고 흐름관계의 유한집합이다.  $P \cup T \neq 0$ ,  $P \cap T = 0$ ,  $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ ,  $\text{dom}(F) \cup \text{ran}(F) = P \cup T$ .  $D$ 는 공집합이 아닌 유한집합인 개체(individual)집합이다.  $\Omega$ 는  $D$ 의 연산자집합이다.  $V$ 는  $D$ 상의 변수집합이다.  $\pi$ 는  $D$ 상의 술어 집합이다.  $A_P : P \rightarrow \pi$ ,  $A_P$ 는 전단사사상이다.  $\forall p \in P$ , 만일  $A_P(p)$ 가  $n$ -항 술어라면  $p$ 는  $n$ -항 술어라고 한다.  $A_T : T \rightarrow f_D$ ,  $f_D$ 는  $D$ 상의 공식집합이다.  $\forall t \in T$ 에 대해 만일  $A_T(t)$ 는 유일한 술어가 되거나  $\Omega$ 내의 연산자가 될 수 있다.  $A_F : F \rightarrow f_S$ ,  $f_S$ 는  $D$ 상의 기호합집합(symbolic sum set).  $\forall p \in P$ , 만일  $(t, p) \in F$  또는  $(p, t) \in F$ 라면  $A_F(t, p)$  또는  $A_F(p, t)$ 는  $n$ -항 기호합(symbolic sum)이거나  $A_F(t, p)$  또는  $A_F(p, t)$ 는 널이다.  $\forall t \in T$ 에 대해서  $A_T(t)$ 안의 자유변수(free variable)들은 방향성아크의 양끝 중 하나가  $t$ 를 갖는 이 아크에서 단지 한번만 발생한다.  $f : T \rightarrow [\beta_{rl}, \beta_{r2}]$ 는 결합함수이다.  $\forall t \in T$ ,  $f(t) = [\beta_{rl}, \beta_{r2}]$ 이다.  $0 \leq \beta_{rl} \leq \beta_{r2} \leq 1$ .  $a : P \rightarrow [\beta_{rl}, \beta_{r2}]$ 는 결합함수이다.  $\forall p \in P$ ,  $a(p)$ 는 술어  $p$ 의 모든 인스턴스의 믿음값을 나타낸다.  $p$  내의 어느 토큰  $tok_i$ 에 대해,  $a'(p(tok_i)) \in a(p)$ 이다. 여기에서  $a'(p(tok_i))$ 는  $p$ 의 인스턴스  $tok_i$ 의 믿음값을 표시한다.  $M_0 : P \rightarrow N$ 는 마킹함수이다.  $N$ 은 음이 아닌 양의 정수이다.

트랜지션의 실행 퍼지 Pr/T네트에서 트랜지션의 실행 조건은 다음과 같다. (1) 만일  $\forall p \in \bullet t$ ,  $M(p) \geq 1$ 이라면 트랜지션  $t$ 는  $M$ 에서 실행가능하다(enable). (2) 만일 트랜지션  $t$ 가  $M$ 에서 실행가능하다면  $t$ 의 실행은  $M$ 을 새로운 마킹  $M'$ 으로 변환시킨다. 즉,  $M'$ 은  $M$ 에서 도달가능하다(reachable).  $\forall p \in P$  대해 만일  $p \in \bullet t$  그리고  $p \not\in \bullet t$ 이라면  $M'(p) = M(p) + 1$ ; 만일  $p \in \bullet t$  그리고  $p \not\in \bullet t$ 이라면  $M'(p) = M(p) - 1$ ; 그렇지 않으면  $M'(p) = M(p)$ 이다. 이규칙은 퍼지 Pr/T네트의 동적인 동작을 정의한다.  $\bullet t$  와  $t \bullet$ 는  $t$ 의 모든 입력플레이스와 출력플레이스의 집합을 각각 표시한다.

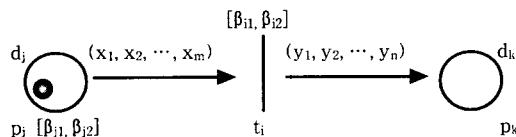
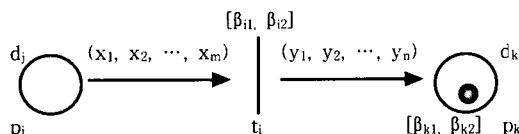
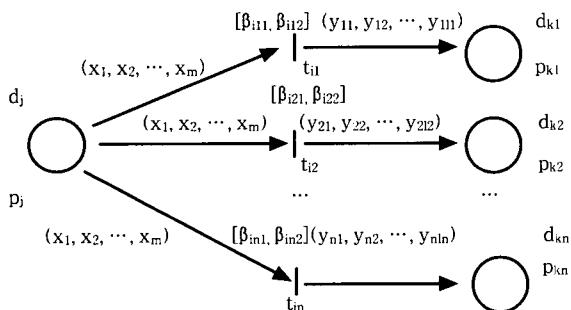
투사행렬 FPN이  $m$ 개의 플레이스와  $n$ 개의 트랜지션을 갖는 Pr/T 네트라고 하자. FPN의 투사행렬(incidence matrix)은  $n \times m$  정수행렬  $C_1 = [c_{ij1}]$ 와  $C_2 = [c_{ij2}]$ .  $C_1 = [c_{ij1}]$ 에 대해 FPN의 투사행렬은  $c_{ij1} = w(t_i, p_j) - w(p_j, t_i) = (A_F(t_i, p_j))\beta_{rl} - A_F(p_j, t_i)\beta_{r2}$ . 여기에서  $t_i$ 와  $p_j$ 는 각각 트랜지션과 플레이스이다.  $\forall t \in T$ ,  $f(t) = [\beta_{rl}, \beta_{r2}]$ 이다.

(그림 1-3)은 1형 퍼지생성규칙에 대한 퍼지 Pr/T 네트 표현이다.  $\beta_{kl} = \beta(\beta_{jl}, \beta_{il})$ 과  $\beta_{k2} = \beta(\beta_{j2}, \beta_{i2})$ 이다. (그림 4-6)은 2형 퍼지생성규칙에 대한 퍼지 Pr/T 네트 표현이다.  $p_j$ 에 있는 토큰은  $p_k$  중 오직 한곳에만 나타난다.  $\beta_{ks1} = \beta_{comp}(\beta(\beta_j, \beta_i)) = \beta(\beta_{jl}, \beta_{is1})$ 과  $\beta_{ks2} = \beta_{comp}(\beta(\beta_j, \beta_i)) = \beta(\beta_{j2}, \beta_{is2})$ .  $1 \leq s \leq n$ . (그림 7-9)는 3형 퍼지생성규칙에 대한 퍼지 Pr/T 네트 표현이다.  $\beta_{kl} = \beta_{comp}(\beta(\beta_j, \beta_i)) = \min(\max_q(\beta(\beta_{jp1}, \beta_{il})))$ 과  $\beta_{k2} = \beta_{comp}(\beta(\beta_j, \beta_i)) = \min(\max_q(\beta(\beta_{jp2}, \beta_{i2})))$ .  $1 \leq p \leq n$ . (그림 10-12)는 4형 규칙에 대한 퍼지 Pr/T 네트 표현이다.  $\beta_{ks1} = \beta_{comp}(\beta(\beta_j, \beta_i)) = \min(\max_q(\beta(\beta_{jp1}, \beta_{is1})))$ 과  $\beta_{ks2} = \beta_{comp}(\beta(\beta_j, \beta_i)) = \min(\max_q(\beta(\beta_{jp2}, \beta_{is2})))$ .  $1 \leq p \leq n$ ,  $1 \leq s \leq o$ .

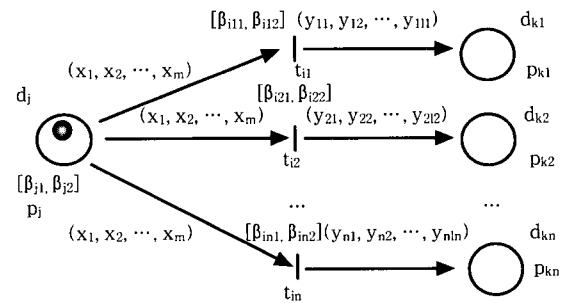
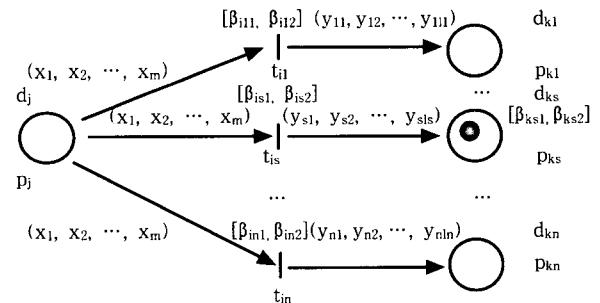
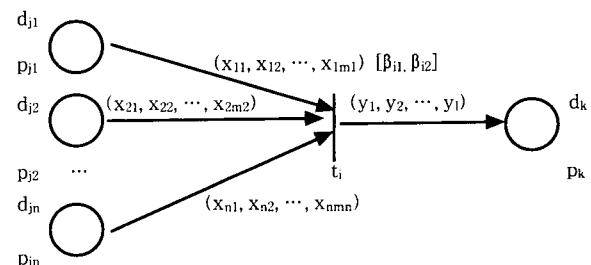
(그림 13)의 (a)와 (b)는 파라메터가 있거나 없는 술어  $d_j$ 의 초기 사실에 대한 인스턴스를 보여준다.  $t_i$ 는 근원(source) 트랜지션이다. 근원 트랜지션은 입력 플레이스가 없는 트랜지션으로, 언제나 실행가능하고 출력 플레이스에 토큰을 출력한다. (그림 14)는 질의어를 표현한다. 이 질의어의 부정형은 증명되어야 하는 목표문장이 된다.  $t_i$ 는 배출(sink) 트랜지션이다. 배출 트랜지션은 출력 플레이스를 가지지 않는다. (그림 15)는 단일화(unification)가 가능한 관계를 표현한 Pr/T 네트이다.



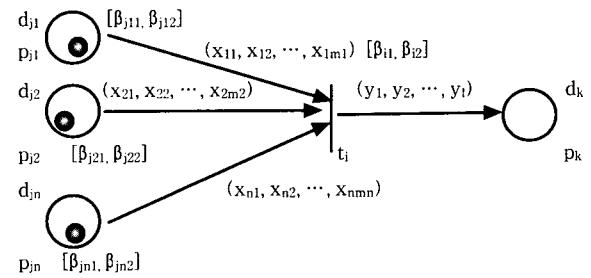
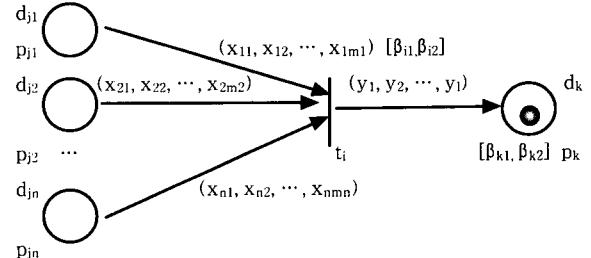
(그림 1) 1형 Pr/T 네트

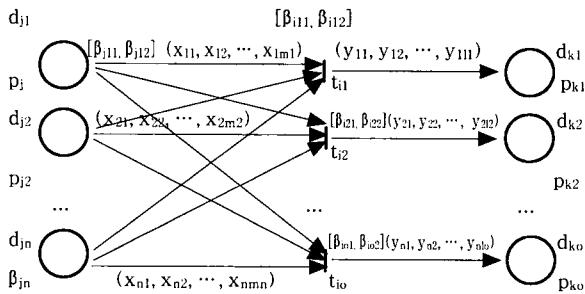
(그림 2)  $t_i$  실행전 1형 Pr/T 네트(그림 3)  $t_i$  실행후 1형 Pr/T 네트

(그림 4) 2형 Pr/T 네트

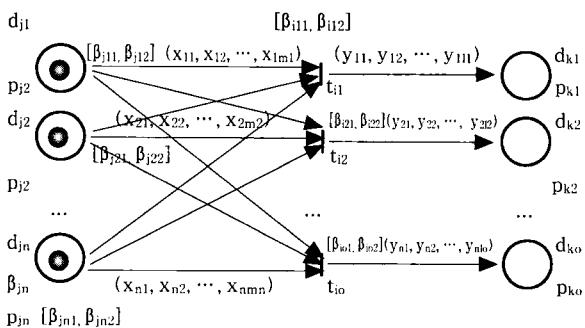
(그림 5)  $t_i$  실행전 2형 Pr/T 네트(그림 6)  $t_i$  실행후 2형 Pr/T 네트

(그림 7) 3형 Pr/T 네트

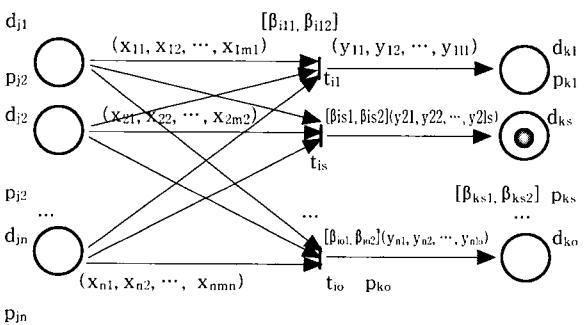
(그림 8)  $t_i$  실행전 3형 Pr/T 네트(그림 9)  $t_i$  실행후 3형 Pr/T 네트



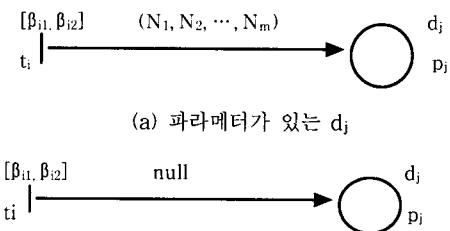
(그림 10) 4형 Pr/T 네트



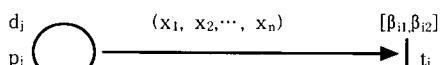
(그림 11) t\_i 실행전 4형 Pr/T 네트



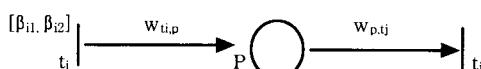
(그림 12) t\_i 실행후 4형 Pr/T 네트



(그림 13) 초기사실의 Pr/T 네트



(그림 14) 질의어의 Pr/T 네트



(그림 15) 단일화가능관계의 Pr/T 네트

## 5. 퍼지추론 알고리즘

### 5.1 알고리즘

구간값 퍼지집합 퍼지추론 알고리즘을 개발하기 위해 혼절추론[7, 9], 퍼지 혼절추론[11, 16]을 기반으로 개발하였다. 단일화(unification)는 일차술어논리의 추론에 필수적이다. 단일화가능관계를 명확히 표현하기 위해 각 플레이스 p에 대한 단일화가능관계집합 U(p)가 필요하다.  $u(\theta) \in U(p)$ ,  $u(\theta) = (w_{ti,p}, w_{p,tj}, \theta_V)$ 는 mgu(most general unifier)  $\theta$ 를 갖는 단일화가 가능한 쌍( $w_{ti,p}$ ,  $w_{p,tj}$ )를 표현한다. 여기에서  $w_{ti,p}$ 는  $t_i$ 에서 p로 들어오는 아크에 관한 기호합이고,  $w_{p,tj}$ 는 p에서  $t_j$ 로 나가는 아크의 기호합이다. 단일화인자(unifier)의 믿음 강도는  $[v_{i1}, v_{i2}]$ 이다. 도출(resolution)을 사용하기 위해 단일화는 보수기호를 갖는 쌍(complementary signed occurrences)에서만 실행된다.

$C_1, C_2 : m$  플레이스와  $n$  트랜지션을 갖는 FPN의 투사행렬 ;  $F_{nk}$ ,  
 $F_{nk} :$  믿음강도행렬 ;

Repeat for  $k = 1$  until  $k = n$

1.  $A_k := C_{n \times m_k}$ ,  $D_k := F_{nk}$ ,  $F_{nk}$ 은  $n \times n$  행렬.

$v_{ik} = f(t_i)$ 는 퍼지 생성규칙의 믿음강도( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

$$F_{nk} = \begin{bmatrix} v_{1k} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & v_{2k} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & v_{nk} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & v_{nk} \end{bmatrix}$$

2. Repeat for  $i = 1$  until  $i = n$

만일  $v_{ik} < \lambda$ 이면  $[D_k | A_k]$ 의 i번째 행에 있는 각 요소를 0으로 한다.

3. Repeat for  $i = 1$  until  $i = m$ ;

3.1 i번째 열을 제거한  $[D_k | A_k]$ 에서 단일화가 가능한 행의 쌍들에 대해 음이 아닌 선형조합(nonnegative linear combination)의 결과인 모든 행을  $[D_k | A_k]$ 에 추가한다. 이때 여기에 대응하는 단일화 인자와 단일화 인자의 믿음값  $v_{ik}$ 도 각 행의 쌍에 붙인다. 만일  $v_{ik} < \lambda$ 이면 추가되는 각 행의 요소를 0으로 치환한다.

3.2  $[D_k | A_k]$ 의  $A_k$ 의 i번째 열이 null이 아닌 행을  $[D_k | A_k]$ 에서 제거한다.

믿음값 평균함수를 이용하여 믿음값 v를 계산한다.

(알고리즘)

$n \times n$  믿음강도 행렬과  $n \times m$  투사행렬로 구성된  $n \times (n+m)$  행렬을 가지고 알고리즘을 실행한다. 알고리즘은 플레이스의 수인 m단계로 구성된다. 각 단계에서 투사행렬의 한개 쪽의 열이 음이 아닌 선형조합을 실행하여 제거된다.

### 5.2 예

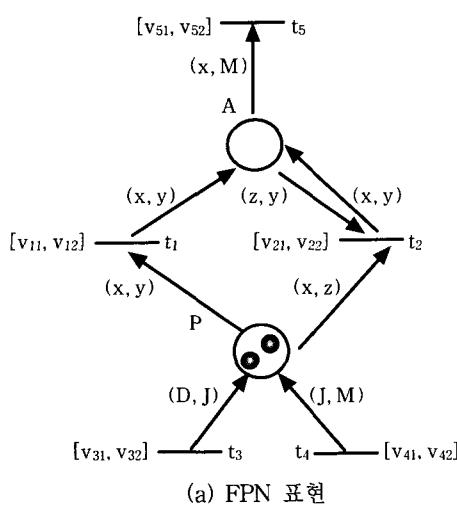
P와 A는 술어 Parent와 Ancestor를 표시한다. D, J 그리고 M은 David, John 그리고 Michael을 각각 표시한다. 예에서 사용하는 생성규칙은 R1과 R2이다.

$$R = \{R_1, R_2\}$$

$$R_1 : P(x, y) \rightarrow A(x, y) \wedge B(x, y) [v_{11} = 0.80, v_{12} = 0.90]$$

$$R_2 : P(x, z) \wedge A(z, y) \rightarrow A(x, y) [v_{21} = 0.70, v_{22} = 0.80]$$

임계값  $\lambda = 0.20$ 이다.  $P(D, J)$ 과  $P(J, M)$ 은 믿음값은 각각  $[v_{31} = 0.80, v_{32} = 0.90]$ 이고  $[v_{41} = 0.70, v_{42} = 0.80]$ 인 사실이다. 질의어는 “Who is/are the ancestor(s) of Michael?” 즉,  $A(x, M)$ 이다. 여기에서 믿음값은  $[v_{51} = 1.00, v_{52} = 1.00]$ 이다. 이 예의 FPN표현과 투사행렬은 (그림 16)(a)~(그림 16)(c)에 있다. 여기에서는 믿음값 계산의 편의상 규칙의 전제부와 결론부에 퍼지개념이 없는 것으로 가정한다.



(그림 16) 예의 FPN 표현과 투사행렬

주어진 예에 대한 알고리즘의 실행은 투사행렬을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

	A						P
$t_1 v_{11}$	$v_{11}$	0	0	0	0	0	$(x, y)v_{11}$
$t_2 v_{21}$	0	$v_{21}$	0	0	0	0	$(x, y)v_{21} - (z, y)$
$t_3 v_{31}$	0	0	$v_{31}$	0	0	0	$0$
$t_4 v_{41}$	0	0	0	$v_{41}$	0	0	$(D, J)v_{31}$
$t_5 v_{51}$	0	0	0	0	$v_{51}$	0	$(J, M)v_{41}$
						$-(x, M)$	0

$$\begin{array}{l} \text{A} \\ \hline (t_1(J/x, M/y)v_{11} + t_4)v_{41} \left[ \begin{array}{cccccc} (J/x, M/y)v_{11}v_{41} & 0 & 0 & v_{41} & 0 & 0 & (J, M)v_{11}v_{41} \\ 0 & (J/x, M/z)v_{21}v_{41} & 0 & v_{41} & 0 & 0 & (J, y)v_{21}v_{41} - (M, y)v_{41} \\ (t_1(D/x, J/y)v_{11} + t_3)v_{31} & 0 & v_{31} & 0 & 0 & 0 & (D, J)v_{11}v_{31} \\ 0 & (D/x, J/z)v_{21}v_{31} & v_{31} & 0 & 0 & 0 & (D, y)v_{21}v_{31} - (J, y)v_{31} \\ t_5v_{51} & 0 & 0 & 0 & 0 & v_{51} & 0 & -(x, M) \end{array} \right] \end{array}$$

예에 대한 단일화가 가능한 관계집합은

- (1)  $U(\text{Parent}) = \{u(\theta_{11}) = ((D, J), (x, y), (D/x, J/y)v_{31}),$   
 $u(\theta_{21}) = ((D, J), (x, z), (D/x, J/z)v_{31}),$   
 $u(\theta_{31}) = ((J, M), (x, y), (J/x, M/y)v_{41}),$   
 $u(\theta_{41}) = ((J, M), (x, z), (J/x, M/z)v_{41})\}$
- (2)  $U(\text{Ancestor}) = \{u(\theta_{51}) = ((x, y), (x, M), (M/y)v_{a1}),$   
 $u(\theta_6) = (((x, y), (x, M)), ((x, y), (z, y)),$   
 $(M/y, z/x)v_{b1})\}$
- (3)  $U(\text{Parent}) = \{u(\theta_{12}) = ((D, J), (x, y), (D/x, J/y)v_{32}),$   
 $u(\theta_{22}) = ((D, J), (x, z), (D/x, J/z)v_{32}),$   
 $u(\theta_{32}) = ((J, M), (x, y), (J/x, M/y)v_{42}),$

$$C_1 = t_1 \begin{bmatrix} A & P \\ (x, y)v_{11} & -(x, y) \\ (x, y)v_{21} - (z, y) & -(x, z) \\ 0 & (D, J)v_{31} \\ 0 & (J, M)v_{41} \\ -(x, M) & 0 \end{bmatrix}$$

(b) 투사행렬  $C_1$

$$C_2 = t_1 \begin{bmatrix} A & P \\ (x, y)v_{12} & -(x, y) \\ (x, y)v_{22} - (z, y) & -(x, z) \\ 0 & (D, J)v_{32} \\ 0 & (J, M)v_{42} \\ -(x, M) & 0 \end{bmatrix}$$

(c) 투사행렬  $C_2$

$$u(\theta_{42}) = \{(J, M), (x, z), (J/x, M/z)v_{42}\}$$

$$(4) \ U(\text{Ancestor}) = \{u(\theta_{52}) = ((x, y), (x, M), (M/y)v_{a2}),$$

$$u(\theta_6) = (((x, y), (x, M)), ((x, y), (z, y)), \\ (M/y, z/x)v_{b2})\}.$$

여기에서  $v_{a1}$ ,  $v_{a2}$ 과  $v_{b1}$ ,  $v_{b2}$ 는  $t_1$ 과  $t_2$ 가 실행될 때 각각 계산되는 사실의 믿음값이다.

$T_{11}(t_5)$ 와  $T_{21}(t_5)$ 에서  $(J/x)0.56$ 와  $(D/x)0.392$ ,  $T_{21}(t_5)$ 와  $T_{22}(t_5)$ 에서  $(J/x)0.72$ 와  $(D/x)0.576$ 을 각각 얻는다.  $\lambda = 0.20$ 이 고  $0.56 > \lambda$ ,  $0.392 > \lambda$ 이므로 절의어  $A(x, M)$ 에 대한 답은  $A(J, M)[0.56, 0.72]$ 와  $A(D, M)[0.392, 0.576]$ 이다. 이들은 서로 다른 통로를 통해 결론에 도달하였으므로 믿음값결합함수에 의해 최종적인 결론의 믿음값은 다음과 같이 평가된다.

	A						P
$t_1 v_{12}$	$v_{12}$	0	0	0	0	0	$(x, y)v_{12}$
$t_2 v_{22}$	0	$v_{22}$	0	0	0	0	$(x, y)v_{22} - (z, y)$
$t_3 v_{32}$	0	0	$v_{32}$	0	0	0	$0$
$t_4 v_{42}$	0	0	0	$v_{42}$	0	0	$(J, M)v_{42}$
$t_5 v_{52}$	0	0	0	0	$v_{52}$	0	$-(x, M)$
							0

↓

							A
$(t_1(J/x, M/y)v_{12} + t_4)v_{42}$	$(J/x, M/y)v_{12}v_{42}$	0	0	$v_{42}$	0	0	$(J, M)v_{12}v_{42}$
$(t_2(J/x, M/z)v_{22} + t_4)v_{42}$	0	$(J/x, M/z)v_{22}v_{42}$	0	$v_{42}$	0	0	$(J, y)v_{22}v_{42} - (M, y)v_{42}$
$(t_1(D/x, J/y)v_{12} + t_3)v_{32}$	$(D/x, J/y)v_{12}v_{32}$	0	$v_{32}$	0	0	0	$(D, J)v_{12}v_{32}$
$(t_2(D/x, J/z)v_{22} + t_3)v_{32}$	0	$(D/x, J/z)v_{22}v_{32}$	$v_{32}$	0	0	0	$(D, y)v_{22}v_{32} - (J, y)v_{32}$
$t_5v_{52}$	0	0	0	0	$v_{52}$	0	$-(x, M)$

↓

	A					
$t_1(J/x, M/y)v_{12}v_{42} + t_4v_{42} +$	$(J/x, M/y)v_{12}v_{42}$	0	0	$v_{42}$	$(J/x)v_{12}v_{42}v_{52}$	0
$t_5(J/x)v_{12}v_{42}v_{52}$						0
$t_2(J/x, M/z)v_{22}v_{42} + t_4v_{42}$	0	$(J/x, M/z)v_{22}v_{42}$	0	$v_{42}$	0	$(J, y)v_{22}v_{42} - (M, y)v_{42}$
$t_1(D/x, J/y)v_{12}v_{32} + t_3v_{32}$	$(D/x, J/y)v_{12}v_{32}$	0	$v_{32}$	0	0	$(D, J)v_{12}v_{32}$
$t_2(D/x, J/z)(M/y)v_{22}\min(v_{32}, v_{12}v_{42})$ + $t_3(M/y)\min(v_{32}, v_{12}v_{42})$	$(J/x, M/y)$	$(D/x, J/z)(M/y)$	$(M/y)$		$(D/x)$	
+ $t_1(J/x, M/y)\min(v_{32}, v_{12}v_{42}) + t_4v_{42}$ + $t_5(D/x)v_{22}v_{52}\min(v_{32}, v_{12}v_{42})$	$\min(v_{32}, v_{12}v_{42})$	$\min(v_{32}, v_{12}v_{42})v_{22}$	$\min(v_{32}, v_{12}v_{42})$	$v_{42}$	$\min(v_{32}, v_{12}v_{42})$	0
					$v_{22}v_{52}$	0

목표 트랜지션  $t_5$ 를 포함한 다음과 같은 식을 얻는다.

$$T_{11} = \begin{cases} t_1 & v_{11} \times v_{41} \\ t_2 & 0 \\ t_3 & 0 \\ t_4 & v_{41} \\ t_5 & v_{11} \times v_{41} \times v_{51} \end{cases} \quad \begin{cases} (J/x, M/y)(v_{11} \times v_{41} = 0.56) \\ (v_{41} = 0.70) \\ (J/x)(v_{11} \times v_{41} \times v_{51} = 0.56) \end{cases}$$

$$T_{21} = \begin{cases} t_1 & \min(v_{31}, v_{11} \times v_{41}) \\ t_2 & \min(v_{31}, v_{11} \times v_{41}) \times v_{21} \\ t_3 & \min(v_{31}, v_{11} \times v_{41}) \\ t_4 & v_{41} \\ t_5 & \min(v_{31}, v_{11} \times v_{41}) \times v_{21} \times v_{51} \end{cases} \quad \begin{aligned} (J/x, M/y)(\min(v_{31}, v_{11} \times v_{41})) &= \min(0.80, 0.56) = 0.56 \\ (D/x, J/z)(M/y)(\min(v_{31}, v_{11} \times v_{41})) \times v_{21} &= 0.392 \\ (M/y)(\min(v_{31}, v_{11} \times v_{41})) &= 0.56 \\ (v_{41} = 0.70) & \\ (D/x)(\min(v_{31}, v_{11} \times v_{41})) \times v_{21} \times v_{51} &= 0.392 \end{aligned}$$

$$T_{12} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{l} v_{12} \times v_{42} \\ 0 \\ 0 \\ v_{42} \\ v_{12} \times v_{12} \times v_{52} \end{array} \right] \left( \begin{array}{l} (J/x, M/y)(v_{12} \times v_{42}) = 0.72 \\ (v_{42}) = 0.80 \\ (J/x)(v_{12} \times v_{42} \times v_{52}) = 0.72 \end{array} \right)$$

$$T_{22} = t_3 \left[ \begin{array}{l} \min(v_{32}, v_{12} \times v_{42}) \\ \min(v_{32}, v_{12} \times v_{42}) \times v_{22} \\ \min(v_{32}, v_{12} \times v_{42}) \\ v_{42} \\ \min(v_{32}, v_{12} \times v_{42}) \times v_{22} \times v_{52} \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} (J/x, M/y)(\min(v_{32}, v_{12} \times v_{42})) = \min(0.90, 0.72) = 0.72 \\ (D/x, J/z)(M/y)(\min(v_{32}, v_{12} \times v_{42})) \times v_{22} = 0.576 \\ (M/y)(\min(v_{32}, v_{12} \times v_{42})) = 0.72 \\ (v_{42}) = 0.80 \\ (D/x)(\min(v_{32}, v_{12} \times v_{42})) \times v_{22} \times v_{52} = 0.576 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}\beta_{c1} &= \beta_{\text{comb}}(0.56, 0.397) = \max(0.56, 0.397) = 0.56 \\ \beta_{c2} &= \beta_{\text{comb}}(0.72, 0.576) = \max(0.72, 0.576) = 0.72\end{aligned}$$

Jack과 David는 Michael의 조상일 수 있고, Jack이 보다 더 Michael의 조상인 것 같다. 이때의 믿음값은 [0.56, 0.72]가 된다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 구간값 퍼지집합을 기반으로 하는 지식 표현과 근사추론을 위한 퍼지 Pr/T 표현을 제안하였다. 이 방법은 기존의 퍼지집합을 기반으로 하는 퍼지 Pr/T 네트의 표현법과는 달리 구간값 퍼지집합을 사용한다. 그러므로 단일한 퍼지값이 아닌 구간값으로 퍼지값을 표현하는 분야에 적합한 지식표현과 추론방법을 제공한다. 알고리즘에서 사용하는 믿음값 함수도 max와 min연산만을 사용하지 않고, 규칙의 전제부와 결론부에 퍼지개념의 유무에 따라 믿음값을 평가하기 때문에 기존의 방법보다 사람들이 문제해결에 사용하는 추론과 직관에 보다 더 유사하다.

## 참 고 문 헌

- [1] Chen, S., Ke, J. and Chang, J., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri-nets," IEEE Trans. on KDE, Vol.2, No.3, pp.311-319, Sep., 1990.
- [2] Chen, Shyi-Ming, Hsiao, Wen-Hoar, and Jong, Hoei-Tzy, "Bidirectional Approximate Reasoning Based on Interval-valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems 91, pp.339-353, 1997.
- [3] Chen, Shyi-Ming, and Hsiao, Wen-Hoar, "Bidirectional Approximate Reasoning For Rule-based Systems Using Interval-valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems 113, pp.185-203, 2000.
- [4] Fukami, S., Mizumoto, M., and Tanaka, K., "Some Considerations on Fuzzy Conditional Inference," Fuzzy Sets and Systems, Vol.4, pp.243-273, 1980.
- [5] Gorzalczany, M. B., "A Method of Inference in Approximate Reasoning Based in Interval-valued Fuzzy Sets," Fuzzy Sets and Systems 21, pp.1-17, 1987.
- [6] Gorzalczany, M. B., "An Interval-valued Fuzzy Inference Method-Some Basic Properties," Fuzzy Sets and Systems 31, pp.243-251, 1989.
- [7] Lin, C., et al., "Logical Inference of Horn Clauses in Petri Net Models," Knowledge and Data Engineering, 5, pp.416-425, 1993.
- [8] Looney, G. C. and Alfize, A. A., "Logical Controls via Boolean Rule Matrix Transformation," IEEE Trans. on SMC, Vol.17, No.6, pp.1077-1082, Nov./Dec., 1987.
- [9] Peterka, G., and Murata, M., "Proof Procedure and Answer Extraction in Petri Net Model of Logic Programs," IEEE Trans. Software Engineering, 15, pp.209-217, 1989.
- [10] Turksen, I. B., "Interval-valued Fuzzy Sets Based on Normal Forms," Fuzzy Sets and Systems 20, pp.191-210, 1986.
- [11] Yu, Sheng-Ke, "Knowledge Representation and Reasoning Using Fuzzy Pr/T net-systems," Fuzzy Sets and Systems, 75, pp.33-45, 1995.
- [12] Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," Information and Control 8, pp. 338-353, 1965.
- [13] Zwick, R. E., Carkstein and Budescu, D. R., "Measures Of Similarity Among Fuzzy Concepts : A Comparison Analysis," International Jl. Approximate Reasoning, 1, pp.221-242, 1987.
- [14] 전명근, 변중남, "Fuzzy Petri Nets를 이용한 퍼지추론 시스템의 모델링 및 추론기관의 구현", 전자공학회논문지, 제29권 제7호, pp.508-519, 1992.
- [15] 조상엽, 김기태, "퍼지페트리네트를 이용한 퍼지생성규칙의 표현", 한국정보과학회논문지, 제21권 제2호, pp.298-306, 1994.
- [16] 조상엽, 이동은, "퍼지 Pr/T 네트를 기반으로 하는 술어논리 수준의 지식표현과 퍼지추론", 인터넷정보학회논문지, 제2권 제2호, pp.117-126, 2001.



## 조 상 엽

e-mail : sycho@chungwoon.ac.kr  
 1986년 한남대학교 전자계산학과(공학사)  
 1988년 중앙대학교 대학원 전자계산학과  
 (이학석사)  
 1993년 중앙대학교 대학원 전자계산학과  
 (공학박사)

1993년~1994년 중앙대학교 컴퓨터소프트웨어 연구소 책임연구원  
 1995년~현재 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수  
 관심분야 : 인공지능, 퍼지이론, 페트리네트 응용, 인터넷