

광열변위법을 이용한 반무한 고체의 열확산계수 결정에 대한 이론적 연구

전필수[†] · 이광재^{*} · 유재석^{**} · 박영무^{**} · 이종화^{**}
(2002년 7월 15일 접수, 2002년 10월 17일 심사완료)

A Theoretical Study for the Thermal Diffusivity Measurement of Semi-Infinite Solid Using Photothermal Displacement Method

Pilsoo Jeon, Kwangjai Lee, Jaisuk Yoo, Youngmoo Park and Jonghwa Lee

Key Words: Photothermal Displacement Method(광열변위법), Thermal Diffusivity(열확산계수), Phase (위상차), Deformation Gradient(변형구배), Thermal Diffusion Length(열확산길이), Zero-Crossing Position(제로 교차점)

Abstract

A complete theoretical treatment of the photothermal displacement technique has been performed for thermal diffusivity measurement in semi-infinite solid materials. The influence of the parameters, such as radius and modulation frequency of the heating beam and the thermal diffusivity, was studied. Usually, thermal diffusivity was determined by the deformation angle and phase angle as the relative position between the heating and probe beams. In this study, we proposed the simple analysis method based on the real part of deformation gradient as the relative position between two beams. It is independent in the parameters such as power of heating beam, absorption coefficient, reflectivity, Poisson's ratio, and thermal expansion coefficient.

기호설명	
a : 가열빔의 반경 (m)	r : 반경방향의 거리 (m)
f : 변조주파수 (Hz)	u : 변위 벡터 (m)
ω : 각주파수($=2\pi f$) (Hz)	α : 열확산계수 (m^2/sec)
J_0, J_1 : 0차, 1차 Bessel 함수	α_{th} : 열팽창계수 ($1/K$)
k : 열전도계수 ($W/m \cdot K$)	λ : 광흡수계수 ($1/m$)
Q : 열원 (W)	ν : Poisson 비
L_{th} : 열확산길이 (m)	β, δ : 적분변수
P : 가열빔의 출력 (W)	Φ : 변형구배
T : 온도 (K)	θ : 위상차 (degree)

1. 서론

열물성 측정 기술은 기초 산업에서 첨단산업에 이르기까지 광범위한 분야에서 기반이 되는 중요 기술 분야로서 산업 기술의 혁신을 위해서 필수

[†] 회원, 아주대학교 대학원 기계공학과
E-mail : storm94@orgio.net
Tel: (031)219-2350 Fax: (031)213-7108
^{*} 회원, 아주대학교 대학원 기계공학과
^{**} 회원, 아주대학교 기계 및 산업공학부

적으로 요구된다. 특히, 광열효과를 이용한 열물성 측정 기술은 신소재의 개발, 재료표면의 연구, 재료의 비파괴 검사 그리고 고체와 유체의 열물성 측정 등에 있어서 매우 유용하다. 이러한 광열효과와 가장 중요한 특징으로는 재료에 대하여 기계적이나 전기적인 접촉이 없는 방법으로 기존의 접촉식 방법보다 비교적 정확하고 제약이 적으며, 재료의 연구에 응용 및 적용이 쉽다.

광열효과를 이용한 열물성 측정방법에는 photothermal radiometry, photothermal refraction, photothermal deflection, 그리고 photothermal displacement 등이 제시되었으며 계속해서 많은 연구가 진행중이다. 본 연구에서 사용한 광열변위법은 일정한 주기를 가지는 광 에너지가 재료의 표면에 조사되면 그 일부가 흡수되어 열탄성 변형을 야기하는데 이러한 변형의 위상차나 변형구배 측정에 그 기초를 두고 있다. 고체재료의 열확산계수를 결정하기 위한 광열변위법의 해석적 및 실험적 연구가 많이 수행되고 있다.

1983년 Olmstead 등⁽¹⁾은 사인파로 변조한 가열빔을 가지는 2차원 모델을 제시하고 표면의 변형구배와 위상차를 계산하였으며 실험결과와 비교한 결과를 바탕으로 광열변위를 이용하여 열물성을 측정할 수 있다는 가능성을 제시하였다. 1991년에 Li 등⁽²⁾은 사각파로 변조한 가열빔을 가지는 2차원 모델을 제시하여 한 지점에서 가열빔의 변조주파수를 변화시키면서 구한 변형의 크기가 급격하게 감소하기 시작하는 변조주파수를 특성주파수로 정의하였다. 이들은 특성주파수와 열확산계수, 시편의 두께 그리고 가열빔 반경의 관계를 이용하여 열확산계수를 구할 수 있는 간단한 관계식을 제시하였지만 특성주파수의 기준이 모호하고 실제로 실험을 통하여 정량적인 열물성을 구하지 못하였다. 1999년 Ogawa 등⁽³⁾은 Olmstead 등이 제시한 변형구배식을 이용하여 한 지점에서 변조주파수를 변화에 대한 변형구배의 위상각의 관계로부터 박막의 열확산계수를 결정하였으나, 오차가 비교적 큰 단점이 있다. 2000년 Eunho Lee 등⁽⁴⁾은 가열빔과 검사빔의 상대거리에 대한 위상곡선과 위상곡선이 최소가 되는 상대거리의 관계를 이용하여 열확산계수를 결정할 수 있는 관계식을 제시하였다. 2002년에 전필수 등⁽⁵⁾은 가열빔의 파형이 사인파로 변조된 2차원 모델을 제시하고 변형구배와 위상차를 계산하였으며, 가열

빔과 검사빔의 상대거리에 대한 위상각과 열확산길이와 변형구배의 실수부의 관계를 이용하여 간편하게 열확산계수를 측정할 수 있는 방법을 제시하였다. 이러한 방법들은 시편의 두께가 일정한 고체 재료에 대한 것으로 제시된 변형구배식은 0에서 ∞ 까지의 적분이 존재하며, 적분내의 항은 진동하는 형태의 함수이다. 무한대까지의 적분은 해석이 불가능하므로 적분항 내부값이 수렴하는 구간까지 적분을 수행한다. 그러나 시편의 두께(L)의 값이 증가하면 적분항 내부의 함수의 진동이 더욱 심하게 되어 수렴하는 적분구간이 더욱 커지게 되어 계산시간이 증가하게 되거나 계산할 수 없게 된다. 다른 조건에 따라 약간은 다르지만 보통 시편의 두께가 3mm 이상의 조건에서는 수렴이 되지 않기 때문에 시편의 두께가 두꺼운 경우에 대해서는 해석이 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 기존의 광열변위법의 해석결과에서 시편의 두께로 인한 해석의 어려움을 피하기 위하여 반무한 고체에 대한 이론적인 연구를 수행하였으며, 수치적분을 통하여 간편한 해석방법을 제시하였다.

2. 측정원리 및 이론

2.1 측정원리

Fig. 1은 광열변위법의 측정원리를 개략적으로 나타낸 것이다. 임의의 주파수로 변조된 가열빔이 시편의 표면에 조사되면 단속된 에너지의 일부는 반사되고 일부는 시편내부로 흡수되어 온도변화를 야기시킨다. 이러한 온도변화는 시편내의 체적상호간의 팽창으로 인한 열탄성으로 인하여 시편 표면의 변형을 유발시킨다. 이러한 열탄성 변형은 재료의 열확산계수와 같은 열적 성질과 광흡수계수와 같은 광학적 성질에 따라 다르게 나타난다. 시편 표면 위의 공기에 의한 굴절을 무시하면, 검사빔의 입사각과 반사각의 차이는 변형의 기울기에 비례한다.

$$\phi = 2 \frac{du}{dr} \Big|_{z=0} \quad (1)$$

여기서 du/dr 은 변형의 기울기이다.

일반적으로 광열변위법을 이용하여 열확산계수를 결정하는 방법에는 식 (1)과 같이 시편의 표면에서의 변형구배를 이용하는 방법과 열탄성 변형

이 발생하면 가열빔의 중심으로부터 거리가 멀어질수록 위상지연이 발생하여 나타나는 위상차를 이용한다. 이러한 위상차는 식 (1)이 복소수로 구성되므로 적분항내의 값에만 의존하며 위상차 θ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\theta(r, f, a, \alpha) = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Imag}[\Phi]}{\text{Real}[\Phi]} \right] \quad (2)$$

이러한 방법들은 실험과 이론해석을 통하여 얻은 변형구배와 위상차의 결과를 비교하여 열확산계수를 결정할 수 있다.

2.2 온도해석

시편에서의 온도분포와 변형구배를 구하기 위하여 Fig. 1과 같이 r 방향으로는 무한하고 z 방향으로는 유한한 길이를 가지는 2차원 고체 모델을 선정하였다. 온도해석에서 지배방정식은 각 영역에 대하여 식 (3)과 같이 열원이 있는 2차원 원통좌표계의 열전도방정식을 사용하였다.^(5,6)

$$\nabla^2 T_i - \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} = -\frac{1}{k_i} Q_i \quad (i=f, s) \quad (3)$$

여기서 T 는 온도, k 는 열전도계수, α 는 열확산계수 그리고 Q 는 가열빔에 의하여 발생하는 열원을 나타내며, 온도와 열원은 반경방향(r), 수직방향(z), 그리고 시간(t)의 함수이다. 그리고 하첨자 f 는 시편 전면의 공기(front gas)를 나타내고, 하첨자 s 는 시편의 영역(sample)을 나타낸다. 적용되는 경계조건은 식 (4)에 나타난 것처럼 영역사이의 열유속과 온도가 일정하며, 수직방향으로 무한대로 접근하면 가열빔에 의한 열영향이 미치지 않기 때문에 0에 접근한다고 가정하였다. 복사의 영향은 가열빔에 의한 시편의 온도상승이 매우 작기 때문에 무시하였다. 또한 대류 및 시편주위의 매질에 의한 영향을 알아보기 위하여 진공상태(20 mTorr)와 대기상태에서 실험적으로 변형구배를 취득하였을 때 두 신호가 오차범위에서 동일하게 나타나는 것을 알 수 있었다. 이로부터 대류 및 시편주위의 매질에 의한 열전달 효과는 무시할 수 있을 것으로 판단된다.^(1,3)

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial z} \Big|_{z=0} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (4)$$

$$T_f \Big|_{z=0} = T_s \Big|_{z=0}, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} T_f = \lim_{z \rightarrow \infty} T_s = 0$$

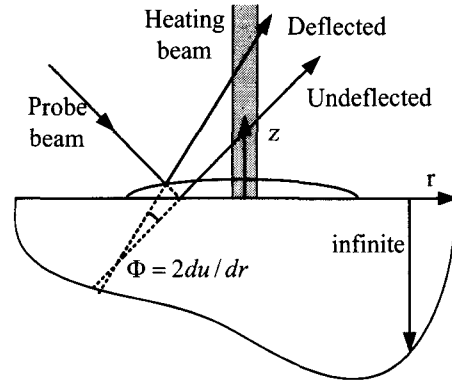


Fig. 1 The principle of measurement and theoretical model

열원은 공간에 대하여 Gaussian 분포를 가지는 레이저빔으로 변조주파수(f)로 단속되고, 최대 강도의 $1/e$ 이 되는 지점까지를 빔의 반지름(a)으로 고려하였으며, 광에너지가 시편에 흡수되는 깊이를 나타내는 광흡수계수(λ)는 광흡수의 지수법칙을 이용하여 정의하였다. 시편 전면의 공기 영역에서는 광에너지가 흡수되지 않으므로 식 (5a)과 같고, 시편에서는 식 (5b)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_f = 0 \quad (5a)$$

$$Q_s = \frac{P\lambda_s}{4\pi a^2} e^{-r^2/a^2 + \lambda_s z} [1 + \cos(\omega t)] \quad (5b)$$

여기서 P 는 시편에 흡수된 에너지를 나타낸 것으로 가열빔의 출력과 시편의 반사율에 의하여 결정된다. 열원 $Q(r, z, t)$ 는 시간에 독립적인 항과 일정한 주기를 가지고 계속해서 진동하는 항으로 구성된다. 시간에 대하여 독립적인 항은 변형의 위상에 영향을 주지 않으므로 고려하지 않고 시간에 대하여 종속적인 부분만을 고려하였다.

열전도 방정식의 해석은 시간에 주기적인 함수를 정상상태함수로 변환시켜 해석을 간단하게 하고, 변형구배의 위상차를 손쉽게 구하기 위해서 complex method를 적용하면, 식 (3)의 열전도 방정식은 식 (6)과 같이 변형된다

$$\nabla^2 \tilde{T}_f - \frac{i\omega}{\alpha_f} \tilde{T}_f = 0 \quad (6)$$

$$\nabla^2 \tilde{T}_s - \frac{i\omega}{\alpha_s} \tilde{T}_s = -\frac{P\lambda_s}{4\pi a^2 k_s} e^{-r^2/a^2 + \lambda_s z}$$

여기서,

$$T_i(r, z, t) = \tilde{T}_i(r, z) \exp(i\omega t)$$

정상상태함수의 형태로 변환된 미분방정식에 적분변환법(Hankel Transforms)을 적용하면 식 (7)과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t_f}{\partial z^2} - \xi_f^2 t_f &= 0 \\ \frac{\partial^2 t_s}{\partial z^2} - \xi_s^2 t_s &= -\frac{P\lambda_s}{8\pi k_s} e^{-\beta^2 a^2/4 + \lambda_s z} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$t_i(\beta, z) = \int_0^\infty \tilde{T}_i(r, z) r J_0(\beta r) dr$$

$$\xi_{f/s} = \sqrt{\beta^2 + \frac{i\omega}{\alpha_{f/s}}}$$

경계조건은 complex method와 적분변환법에 의해 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} k_f \frac{\partial t_f}{\partial z} \Big|_{z=0} &= k_s \frac{\partial t_s}{\partial z} \Big|_{z=0} \\ t_f \Big|_{z=0} &= t_s \Big|_{z=0} \\ \lim_{z \rightarrow \infty} t_f &= \lim_{z \rightarrow -\infty} t_s = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)은 일차원 미분방정식의 형태로 해는 식 (9)와 같이 표현될 수 있으며, 계수 A, B, C 그리고 D는 식 (8)의 변형된 경계조건을 적용하여 구할 수 있다. 그리고 t_{sp} 는 t_s 의 특해(particular solution)을 나타내는 것으로 식 (7)에 대입하여 미지수 F를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} t_f &= Ae^{-\xi_f z} + Be^{\xi_f z} \\ t_s &= Ce^{-\xi_s z} + De^{\xi_s z} + t_{sp}, \quad t_{sp} = Fe^{-\lambda_s z} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F &= \frac{P\lambda_s}{8\pi k_s} \frac{e^{-\beta^2 a^2/4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} \\ B &= C = 0 \\ A &= \frac{k_s \delta_s - k_s \lambda_s}{k_f \delta_f + k_s \delta_s} F \\ D &= -\frac{k_s \lambda_s + k_f \delta_f}{k_f \delta_f + k_s \delta_s} F \end{aligned} \quad (10)$$

계수 A, B, C, D, 그리고 F를 식 (9)에 대입하

고, 식 (11)과 같은 역적분변환법(Inverse Hankel Transforms)과 complex method를 이용하여 최종적인 온도분포에 대한 식을 얻을 수 있다.

$$\tilde{T}_i(r, z) = \int_0^\infty t_i(\beta, z) \beta J_0(\beta r) d\beta \quad (11)$$

$$\begin{aligned} T_f(r, z, t) &= \frac{P\lambda_s}{8\pi k_s} \int_0^\infty \beta d\beta J_0(\beta r) e^{i\omega t} \\ &\times \frac{k_s \delta_s - k_s \lambda_s}{k_f \delta_f + k_s \delta_s} \frac{e^{-\beta^2 a^2/4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} e^{-\delta_s z} \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} T_s(r, z, t) &= \frac{P\lambda_s}{8\pi k_s} \int_0^\infty \beta d\beta J_0(\beta r) \frac{e^{-\beta^2 a^2/4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} e^{i\omega t} \\ &\times \left(e^{\lambda_s z} - \frac{k_s \lambda_s + k_a \delta_a}{k_f \delta_f + k_s \delta_s} e^{\delta_s z} \right) \end{aligned} \quad (12b)$$

2.3 열탄성 해석

온도해석 결과를 이용하여 이를 열탄성 모델에 적용하고자 한다. 이 때 사용되는 지배방정식은 식 (13)과 같은 열탄성방정식(Navier Equation)이며, 경계조건은 식 (14)와 같이 시편 주위에는 외력이 작용하지 않는다고 가정하였다.^(3,5)

$$\nabla^2 \vec{u} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{u})}{1-2\nu} = \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_{th} \nabla T \quad (13)$$

$$\sigma_{rz} \Big|_{z=0} = 0, \quad \sigma_{zz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (14a)$$

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \vec{u} = 0 \quad (14b)$$

온도변화로 인한 시편의 변형(u)을 특해(u_p)와 일반해(u_h)의 합으로 식 (15)와 같이 나타낼 수 있으며, 특해는 다시 열탄성포텐셜함수(ϕ)로 표현될 수 있다. 이 관계식을 식 (13)의 열탄성방정식에 대입하면 식 (16)과 (17)처럼 특해와 일반해로 분리하여 나타낼 수 있으며, 일반해는 식 (18)과 같이 표현된 Love 함수를 이용하여 식 (19)와 같은 biharmonic equation 형태로 변형된다. 따라서 시편의 변형에 대한 표현은 식 (20)과 같으며, 본 연구에서 고려하는 수직방향의 변형은 식 (21)처럼 표현된다. 경계조건도 열탄성포텐셜함수와 Love 함수를 적용하여 식 (22)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{u} = \vec{u}_p + \vec{u}_h = \nabla \phi + \vec{u}_h \quad (15)$$

$$\nabla^2 \phi = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{th} T \quad (16)$$

$$(1-2\nu) \nabla^2 u_h + \nabla(\nabla \cdot u_h) = 0 \quad (17)$$

$$\vec{u}_h = \frac{2(1-\nu) \nabla^2 \phi - \nabla(\nabla \cdot \phi)}{1-2\nu} \quad (18)$$

$$\nabla^4 \phi = 0 \quad (19)$$

$$\vec{u} = \nabla \phi + \frac{2(1-\nu) \nabla^2 \phi - \nabla(\nabla \cdot \phi)}{(1-2\nu)} \quad (20)$$

$$u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{(1-\nu) \nabla^2 \phi - \partial^2 \phi / \partial z^2}{1-2\nu} \quad (21)$$

$$(1-2\nu) \frac{\partial \phi}{\partial z} + (1-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$(1-2\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \nabla^2 \phi \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[(2-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] = 0 \quad (22)$$

ϕ 와 ψ 는 r 과 z 의 함수로 해석을 간편하게 하기 위하여 적분변환법(Hankel Transforms)을 적용하여 식 (23)과 (24)와 같이 z 만의 함수로 변환하였다.

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} - \beta^2 \tilde{\phi} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_{th} t_s \quad (23)$$

$$\frac{\partial^4 \tilde{\psi}}{\partial z^4} - 2\beta^2 \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial z^2} + \beta^4 \tilde{\psi} = 0 \quad (24)$$

여기서,

$$\tilde{\phi}(\beta, z) = \int_0^\infty \phi(r, z) r J_0(\beta r) dr$$

$$\tilde{\psi}(\beta, z) = \int_0^\infty \psi(r, z) r J_0(\beta r) dr$$

또한 경계조건과 변형(u)의 표현도 적분변환법을 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$(1-2\nu) \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} + (1-\nu) \nabla^2 \tilde{\phi} - \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} = 0$$

$$(1-2\nu) \beta^2 \tilde{\phi} - \beta^2 (2-\nu) \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial z} - (1-\nu) \frac{\partial^3 \tilde{\psi}}{\partial z^3} = 0 \quad (25)$$

$$\tilde{u}_z = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} - \frac{2(1-\nu) \beta^2 \tilde{\phi}}{1-2\nu} \quad (26)$$

여기서,

$$\tilde{u}_z(\beta, z) = \int_0^\infty u(r, z) r J_0(\beta r) dr$$

식 (23)와 (24)에 표현된 미분방정식의 해는 식 (27)과 (28)처럼 가정할 수 있으며, 각각의 식에 해당하는 미지수는 경계조건을 적용하여 구할 수 있다. 여기서 $\tilde{\phi}_p$ 는 변형된 포텐셜함수의 특해에 해당하는 항으로 식 (29)과 같이 가정할 수 있으며, 식 (23)에 대입하여 해당하는 미지수를 결정할 수 있다.

$$\tilde{\phi}(r, z) = M e^{-\beta z} + N e^{\beta z} + \tilde{\phi}_p \quad (27)$$

$$\tilde{\psi}(r, z) = (A + Bz) e^{-\beta z} + (C + Dz) e^{\beta z} \quad (28)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_p &= G e^{\lambda_s z} + H e^{\delta_s z} \\ &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha_{th} P \lambda_s}{8\pi k_s} \frac{e^{-\beta^2 a^2 / 4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} \\ &\quad \times \left(\frac{e^{\lambda_s z}}{\lambda_s^2 - \beta^2} - \frac{(k_s \lambda_s + k_f \delta_f) e^{\delta_s z}}{(\delta_s^2 - \beta^2)(k_f \delta_f + k_s \delta_s)} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

식 (14b)의 경계조건을 식 (27)과 (28)에 적용하면 미지수 M , A , 그리고 B 의 값은 0으로 가정하는 것이 타당하다. 그리고 식 (28)의 일반해와 관련된 항을 식 (25)의 경계조건에 대입하면, 미지수 C 와 D 를 $\tilde{\phi}$ 의 함수로 얻을 수 있다. 따라서 식 (26)에 표현된 변형의 관계식은 식 (30)과 정리되며, 특히 본 연구에서 사용되는 표면에서의 관계식은 식 (31)에 나타낼 수 있다. 여기서 미지수 N 은 식 (31)의 값에 무관하다.

$$\tilde{u}_z = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} + 2\beta D e^{\beta z} - \frac{\beta^2 (C + Dz) e^{\beta z}}{1-2\nu} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z|_{z=0} &= \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} + 2\beta D - \frac{\beta^2 C}{1-2\nu} \\ &= 2(1-\nu) \left[\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} - \beta \tilde{\phi} \right] \\ &= (1+\nu) \frac{\alpha_{th} P \lambda_s}{4\pi k_s} \frac{e^{-\beta^2 a^2 / 4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\lambda_s + \beta} - \frac{k_s \lambda_s + k_f \delta_f}{(\delta_s + \beta)(k_f \delta_f + k_s \delta_s)} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서,

$$C = (1-2\nu) \left[\frac{1-2\nu}{\beta^2} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} + \frac{2\nu}{\beta} \tilde{\phi} \right]$$

$$D = (1 - 2\nu) \left[\frac{1}{\beta} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z} - \tilde{\phi} \right]$$

역적분변환법(Inverse Hankel Transforms)을 통하여 표면에서의 수직방향 변형을 다음과 같이 구할 수 있다. 이 관계식을 반경방향(r)에 대하여 미분을 취하여 최종적인 시편의 표면에서의 변형구배를 얻을 수 있다.

$$u_z|_{z=0} = \frac{(1 + \nu)\alpha_{th}P\lambda_s}{4\pi k_s} \int_0^\infty \beta d\beta J_0(\beta r) \frac{e^{-\beta^2 a^2/4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} \times \left(\frac{1}{\lambda_s + \beta} - \frac{k_s\lambda_s + k_f\delta_f}{(\delta_s + \beta)(k_f\delta_f + k_s\delta_s)} \right)$$

$$\frac{du_z}{dr} \Big|_{z=0} = - \frac{(1 + \nu)\alpha_{th}P\lambda_s}{4\pi k_s} \times \int_0^\infty \beta^2 d\beta J_1(\beta r) \frac{e^{-\beta^2 a^2/4}}{\delta_s^2 - \lambda_s^2} \times \left(\frac{1}{\lambda_s + \beta} - \frac{k_s\lambda_s + k_f\delta_f}{(\delta_s + \beta)(k_f\delta_f + k_s\delta_s)} \right)$$

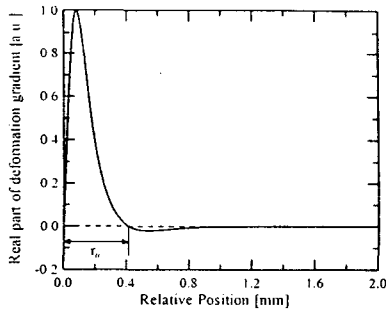
(32)

시편의 표면에서의 변형구배는 상대거리, 가열빔의 변조주파수 및 반지름, 그리고 열확산계수에 큰 영향을 받는다. 그리고 식 (32)의 적분 밖에 있는 Poisson 비, 열팽창계수, 그리고 가열빔의 크기는 단순히 변형구배의 크기를 증폭시키거나 감소시키는 상수 역할을 한다.

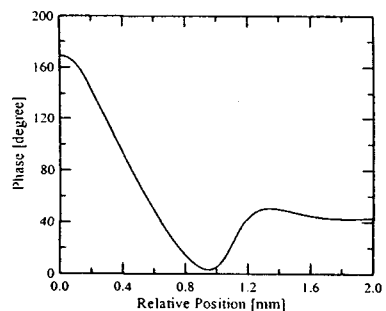
3. 결과 및 검토

광열변위법에 의하여 측정된 대표적인 신호는 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 변형구배와 위상차이다. 변형구배의 실수부 값은 대략 가열빔 반경부근까지는 급격히 증가하다가 서서히 감소하며, 위상차는 두 빔의 상대위치가 증가함에 따라 감소하다가 증가하여 임의의 값에 수렴한다. 변형의 중심선상에서 한쪽편만을 나타낸 것으로 반대쪽은 대칭인 모양을 가진다.

본 연구에서는 변형구배의 실수값이 0이 되는 상대거리를 r_0 (zero-crossing position)로 정의하였다.

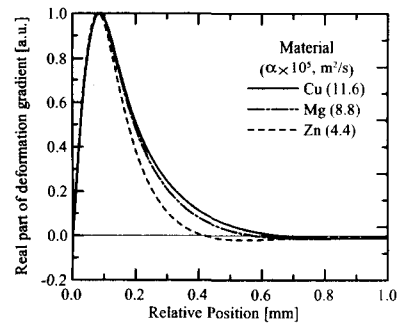


(a) Real part of deformation gradient

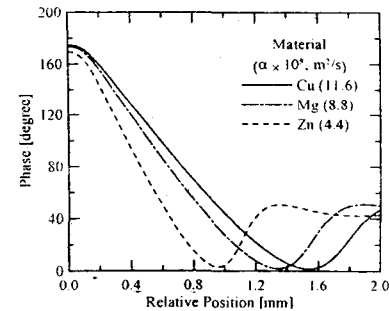


(b) Phase

Fig. 2 Real part of deformation gradient and phase as a function of relative position.

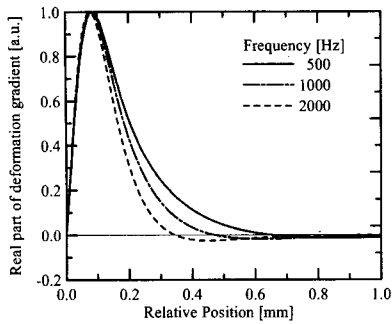


(a) Real part of deformation gradient

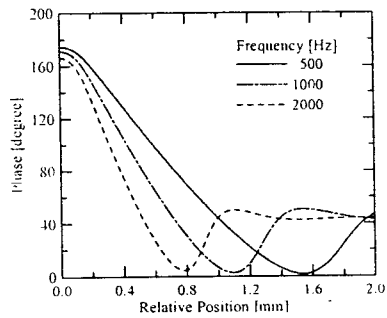


(b) Phase

Fig. 3 Real part of deformation gradient and phase as a function of relative position for different samples.



(a) Real part of deformation gradient



(b) Phase

Fig. 4 Real part of deformation gradient and phase as a function of relative position for various frequency of heating beam

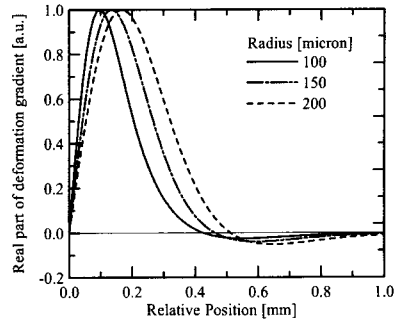
Zero-crossing position을 사용하여 열확산계수를 결정하는 방법은 실험값과 이론결과를 비교하는 해석과정에서 비교적 복잡한 규준화(normalizing) 과정이 필요없기 때문에 상당히 편리한 방법으로 판단된다.

열확산계수, 변조주파수, 그리고 가열빔의 반경이 변형구배의 실수값이 0이 되는 상대거리와 위상차에 미치는 영향을 살펴보았다.

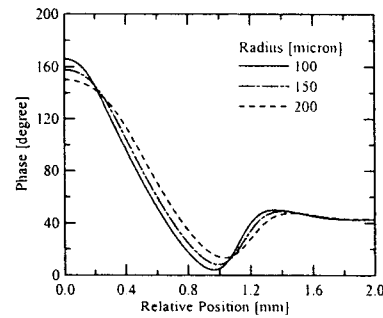
3.1 열확산계수의 영향

서로 다른 열확산계수를 가지는 재료에 대하여 가열빔과 검사빔의 상대거리의 변화에 따른 변형구배의 실수부값에 대한 결과를 Fig. 3에 나타냈다. 이 결과는 가열빔의 반경이 80 μ m, 그리고 변조주파수를 500Hz로 설정하여 계산한 결과이다.

열확산계수가 큰 재료일수록 변형구배가 0이 되는 상대위치가 가열빔의 중심에서 멀어지는 것을 알 수 있다. Fig. 3(b)에 나타낸 바와 같이 위상차는 열확산계수가 큰 재료일수록 최소점의 위



(a) Real part of deformation gradient



(b) Phase

Fig. 5 Real part of deformation gradient and phase as a function of relative position for various heating beam radius

치가 열원의 중심에서 멀어지는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 열확산계수가 큰 재료일수록 열확산계수가 작은 재료에 비하여 흡수된 에너지가 넓은 면적으로 확산되기 때문에 나타나는 현상으로 판단된다.

3.2 변조주파수에 따른 영향

Fig. 4는 가열빔의 변조주파수를 500Hz, 1kHz, 그리고 2kHz로 변화시켰을 때 반경방향에 대한 변형구배의 실수값과 위상차를 나타낸 것이다. 이 결과는 가열빔의 반경이 80 μ m이고, 나머지 변수들은 순수구리(Cu)의 물성으로 설정하여 계산한 것이다. 변조주파수가 커질수록 변형구배의 실수값이 0이 되는 상대거리는 가열빔의 중심에 가까워지며, 위상차의 경우 최소값은 작아지고 최소가 되는 상대위치는 가열빔의 중심에 가까워진다. 이러한 현상은 가열빔의 변조주파수가 증가하면 한 주기 당 재료에 흡수되는 에너지가 감소함으로 인하여 흡수된 에너지가 확산되는 면적

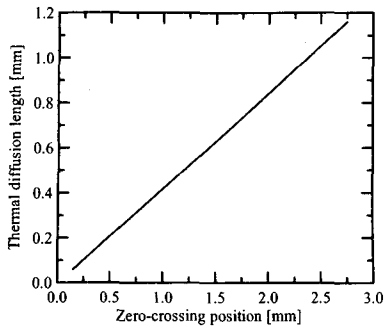


Fig. 6 Zero-crossing position versus thermal diffusion length at radius of heating beam $a=60\mu\text{m}$

이 작아지기 때문이다.

3.3 가열빔의 반지름 크기에 따른 영향

Fig. 5은 가열빔 반지름의 영향을 알아보기 위하여 반지름의 크기를 100, 150, 그리고 $200\mu\text{m}$ 로 변화시키면서 계산한 결과를 나타낸 것이다. 이 결과는 가열빔의 반경이 $80\mu\text{m}$, 변조주파수는 1kHz이고, 나머지 변수들은 순수 마그네슘(Mg)의 물성으로 설정하여 계산한 것이다.

가열빔의 반지름의 크기가 증가하게 되면 에너지가 확산되는 면적이 증가하기 때문에 변형구배의 실수값이 최대인 상대거리는 가열빔의 중심에서 멀어지는 것을 알 수 있으며, 위상차의 경우 최소점의 상대위치는 중심에서 멀어지고 최고점과 최저점의 차이가 작아지지만 위상이 급격히 감소하는 부분의 기울기는 거의 변하지 않는다.

3.4 열확산계수의 결정

광열변위법을 이용하여 열확산계수를 결정하는 방법으로는 실험으로 측정된 위상곡선 또는 변형구배 곡선을 이론해석에서 열확산계수를 변화시키면서 오차가 최소가 되도록 하는 방법과 특성주파수를 이용하는 방법 등이 주로 사용되고 있다. 하지만 이러한 방법들은 분석시간이 많이 소요되며 비교적 오차도 크다.

본 연구에서는 변형구배의 실수값이 0이 되는 상대거리가 열확산계수, 가열빔의 반경, 변조주파수에만 의존하는 특성을 이용하여 고정된 가열빔의 반경에 대하여 Fig. 6에 나타낸 바와 같은 관계를 얻을 수 있었다. 즉, 변형구배의 실수값이 0이 되는 상대거리와 가열빔의 변조주파수와 재료

의 열확산계수에 의하여 결정되는 열확산길이($= (a/\pi f)^{1/2}$)가 선형적인 관계가 있음을 알 수 있다. 이러한 관계로부터 가열빔의 변조주파수가 결정되면 변형구배의 실수값이 0이 되는 상대거리를 찾음으로써 열확산계수를 간편하게 결정할 수 있다.

$$L_{th} = C_1 r_0 + C_2 \quad (33)$$

식 (33)을 열확산길이의 정의로부터 열확산계수에 대한 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\alpha = \pi f [C_1 r_0 + C_2]^2 \quad (34)$$

여기서 가열빔의 지름이 $120\mu\text{m}$ 인 경우에 C_1 과 C_2 는 0.4229 , -4.4728×10^{-3} 이다.

본 연구에서 제시한 열확산길이와 zero-crossing position과의 관계를 이용하면 가열빔의 반경과 r_0 값이 결정되면 매우 간편하게 열확산계수를 결정할 수 있는 장점이 있다.

4. 결론

본 연구에서는 반무한 고체에 광열변위법을 적용하기 위한 이론적인 해석을 수행하였으며, 간편하고 정확하게 열확산계수를 측정하기 위하여 변형구배의 실수부값이 0이 되는 상대거리 및 위상차에 영향을 주는 열확산계수, 가열빔의 반경과 변조주파수의 관계를 해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 열확산계수가 증가할수록 r_0 는 가열빔의 중심에서 멀어지며, 위상차는 최소점의 위치가 열원의 중심에서 멀어진다.

(2) 변조주파수가 커질수록 r_0 는 가열빔의 중심에 가까워지며, 위상차의 경우 최소값은 작아지고 최소가 되는 상대위치는 가열빔의 중심에 가까워진다.

(3) 가열빔의 반지름의 크기가 증가하게 되면 r_0 는 중심에서 멀어지는 것을 알 수 있으며, 위상차의 경우 최소점의 상대위치는 중심에서 멀어지지만 위상이 급격히 감소하는 부분의 기울기는 거의 변하지 않는 것을 알 수 있다.

(4) 열확산길이와 r_0 와의 선형적인 관계로부터 열확산계수를 구할 수 있는 간단한 관계식을 제시하였다.

(5) Zero-crossing position을 이용하면, 열확산계

수를 신호의 크기를 이용하지 않고 크기가 0이 되는 상대거리를 이용하여 결정하기 때문에 가열법의 출력과 재료의 광흡수계수, 반사율, Poisson 비 그리고 열팽창계수 등에 독립적이고, 해석과정이 간편해지는 장점이 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부 지원 국가지정연구실 사업(기계 열물성 측정에 관한 연구)에 의하여 지원되었습니다.

참고문헌

- (1) Olmstead, M. A., Amer, N. M. and Kohn, S., 1983, "Photothermal Displacement Spectroscopy : An Optical Probe for Solids and Surfaces," *Appl. Phys. A*, Vol. 32, pp. 141~154.
- (2) Li, B., Zhen, Z. and He, S., 1991, "Modulated Photothermal Deformation in Solids," *Appl. Phys. D*, Vol. 24, pp. 2196~ 2209.
- (3) Ennis T.Ogawa., Chaun Hu, and Raul S. Ho, 1999, " Thermal Diffusivity Measurement of Polymer Thin Films Using the Photothermal Displacement Technique. I. Free-standing Film Case," *J. Appl. Phys.*, Vol. 86(11), pp. 6018~ 6027.
- (4) Eunho Lee, Kwangjai Lee, Pilsoo Jeon, Jaisuk Yoo, and Ki-Hyun Kim, 2000, "Measurement of Thermal Diffusivity Based on the Photothermal Displacement Technique Using New Phase Method," : *JSME International Journal B*, Vol. 43(4), pp. 694~699.
- (5) Pilsoo Jeon, Kwangjai Lee, Jaisuk Yoo, Youngmoo Park, and Jonghwa Lee, 2002, "Measurement of Thermal Diffusivity Using Deformation Angle Based on the Photothermal Displacement Method," *Transactions of the KSME*, B, Vol. 26(2), pp. 302~309.
- (6) Ozisik, M. N., 1983, Heat Conduction, 2nd ed., Wiley Interscience.
- (7) Nowacki, W., 1986, Thermoelasticity, 2nd ed, Pergamon Press.