

## 판으로 나뉘어진 2차원 층류 채널유동에서 동적 유체-구조물 상호작용 수치해석

남궁각<sup>†</sup> · 최형권\* · 유정열\*\*

(2002년 6월 17일 접수, 2002년 11월 11일 심사완료)

### Computation of Dynamic Fluid-Structure Interaction in a 2-Dimensional Laminar Channel Flow Divided by a Plate

Kak Namkoong, Hyounggwon Choi and Jung Yul Yoo

**Key Words :** Fluid-Structure Interaction(유체-구조물 상호작용), Combined Formulation(결합 공식화), Bernoulli-Euler Beam(베르누이-오일러 보), Finite Element Method(유한요소법), ALE Algorithm(임의 라그랑지-오일러 알고리즘)

#### Abstract

In the FSI (Fluid-Structure Interaction) problems, two different governing equations are to be solved together. One is for the fluid and the other for the structure. Furthermore, a kinematic constraint should be imposed along the boundary between the fluid and the structure. We use the combined formulation, which incorporates both the fluid and structure equations of motion into a single coupled variational equation so that it is not necessary to calculate the fluid force on the surface of structure explicitly when solving the equations of motion of the structure. A two-dimensional channel flow divided by a Bernoulli-Euler beam is considered and the dynamic response of the beam under the influence of channel flow is studied. The Navier-Stokes equations are solved using a P2P1 Galerkin finite element method with ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) algorithm. The internal structural damping effect is not considered in this study and numerical results are compared with a previous work for steady case. In addition to the Reynolds number, two non-dimensional parameters, which govern this fluid-structure system, are proposed. It is found that the larger the dynamic viscosity and density of the fluid are, the larger the damping of the beam is. Also, the added mass is found to be linearly proportional to the density of the fluid.

#### 1. 서론

유체와 구조물 사이의 상호작용은 많은 실제 공학 문제에서 발생하며 이는 구조물의 응답과 안정성에 중대한 영향을 미친다. 예를 들면, 유체-구조물 상호작용(Fluid-Structure Interaction, FSI)에 관한 연구는 항공기 날개의 안정성과 응답특성, 동맥을 흐르는 혈류, 폐를 통하는 공기유동, 바람

에 대한 교각과 고층건물의 응답특성, 터빈과 압축기 블레이드의 진동, 열교환기의 진동, 근해 구조물, 액체나 기체를 저장하는 탱크, 배관시스템, 원자로 등에서 매우 중요한 비중을 차지한다.<sup>(1)</sup>

최근에 이르러 컴퓨터 계산 능력의 발달로 인하여 전산유체역학과 전산구조역학이 크게 발전하였고, 이에 따라 유체의 유동에 대한 운동방정식과 구조물에 대한 운동방정식을 결합하여 해를 구하는 시도가 이루어져왔다. 그러나 복잡한 유체-구조물 상호작용을 단순화나 모델링 없이 해석하기에는 컴퓨터 계산능력이 아직까지는 부족한 상황이다. 이런 이유로 대부분의 연구들에서 유체-구조물 상호작용이 복잡한 경우에는 유체의 유동을 포텐셜 유동으로 간주하거나 오일러 방정식으로

<sup>†</sup> 서울대학교 대학원 기계항공공학부

\* 회원, 서울산업대학교 기계공학과

\*\* 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부

E-mail: jyyoo@plaza.snu.ac.kr

TEL : (02)880-7112 FAX : (02)883-0179

로 해석하였고, 유체-구조물 상호작용이 단순한 경우에 한하여 유체의 유동을 Navier-Stokes 방정식으로 해석하였다. 최근에는 고유직교분해(Proper Orthogonal Decomposition, POD)와 같이 유동장을 유동의 고유 모드들의 합으로 나타내어 몇몇 중요한 고유 모드를 구하는 감소차수모델(Reduced-Order Models, ROMs)을 사용하는 연구들도 이루어지고 있다.<sup>(1)</sup>

본 연구에서는 보다 일반적인 유체-구조물 상호작용을 연구하기 위한 예비단계로서 판으로 나뉘어진 2 차원 층류 채널유동에서 동적 유체-구조물 상호작용 문제에 대하여 연구하고자 하는데, 그 개략도를 Fig. 1 에 나타내었다. 이와 관련된 몇몇 중요한 기존 연구들은 다음과 같다.

Wang<sup>(2)</sup>은 판으로 나뉘어진 2 차원 채널유동에서 정적 유체-구조물 상호작용을 연구하였다. 그는 매우 작은 판의 변형과 완전 발달된 유동을 가정하여 채널에서의 압력과 전단력에 대한 식을 얻었고, 판의 변형에 대한 지배방정식을 상미분방정식으로 유도하여 엄밀해를 구함으로써 그 결과를 상용 코드인 ADINA 로부터 얻은 결과와 비교하였다. 그는 비록 유동이 층류와 난류인 경우에 대해서 해석했지만, 동적 해석은 수행하지 않았다. Hesla<sup>(3)</sup>는 유체-입자 문제에서 유체와 구조물의 운동방정식을 서로 연결된 하나의 변분방정식으로 나타내는 결합 공식화(combined formulation)를 제안하였는데, 이는 유체에 의해 입자 표면에 작용하는 힘을 외재적으로 구하지 않고 유체의 변수(속도와 압력)를 통해 입자의 속도와 연결시켜서 내재적으로 처리하는 방법이다. Hu 등<sup>(4)</sup>은 결합 공식화를 기반으로 유체-입자 문제에 대해 비정렬 격자를 사용하는 유한요소해석 코드를 개발함으로써 수직 채널에서 중력을 받으며 낙하하는 두개의 입자에 대한 직접수치모사를 수행하여 drafting-kissing-tumbling 시나리오를 확인하였다. Choi 와 Joseph<sup>(5)</sup>은 결합 공식화와 ALE 알고리즘을 사용하여 평면 Poiseuille 유동에서 300 개의 원형 입자들이 중력을 이기면서 양력에 의해 유체화(fluidization)되는 것을 직접수치모사를 통해 연구하였다. 남궁각

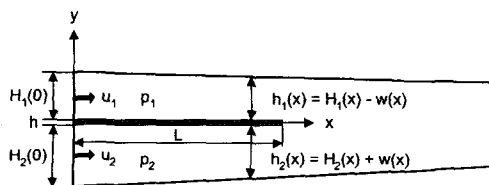


Fig. 1 Schematic diagram of two-dimensional channel flow divided by a plate

등<sup>(6)</sup>은 낮은  $Re$  에서 하나의 실린더가 무한 유체에서 자유 낙하하는 경우 그 유동특성을 고찰하기 위해 P2P1 Galerkin 유한요소법과 함께 ALE 알고리즘을 사용하여 Navier-Stokes 해와 입자 운동방정식의 해를 결합 공식화를 통해 구하였다. 이로부터 동일한  $Re$  에서, 무한 유체에서 자유 낙하하는 실린더 주변 유동에서의  $St$  가 정지된 실린더 주변 균일 유동에서의  $St$  보다 작아짐을 확인하였고,  $Re$  를 변화시켜가며 얻은 결과로부터  $St-Re$  관계식을 제시하였다.

본 연구의 주제와 관련하여 Fig. 1 의 개략도에서 보는 바와 같이 2 차원 문제의 경우 판은 보로 간주할 수 있으며, 보의 모델로서 가장 단순한 Bernoulli-Euler 모델을 사용한다. P2P1 Galerkin 유한요소법과 함께 ALE 알고리즘을 사용하여 Navier-Stokes 방정식과 판에 대한 진동 방정식의 해를 결합 공식화를 통하여 구한다. 전체 행렬의 AILU 예조건화(Adapted ILU pre-conditioning)<sup>(7)</sup>를 통해 계산 시간을 단축하며, 예조건화의 성능을 향상시키기 위해 전체 행렬의 밴드폭을 최소화시키는 방법으로서 변수 재배열<sup>(7)</sup> 방법과 요소 재배열<sup>(7)</sup> 방법을 사용한다. 계산의 검증에 위해 정적 유체-구조물 상호작용의 경우에 대해 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해와 비교하고, 구조물이 Bernoulli-Euler 보인 경우 유체-구조물 상호작용 문제를 지배하는 무차원 수들을 제안한다. 또한 유체의 점성에 의한 보 진동의 감쇠와 부가 질량에 대해서도 고찰한다.

## 2. 수치해석 방법

2.1 유체에 대한 지배방정식과 유한요소 공식화  
비압축성 유동에 대한 지배방정식은 Navier-Stokes 방정식과 연속 방정식이다. 본 연구와 같은 유체/구조물 상호작용 문제에서는 구조물이 움직임에 따라 유체에 대한 격자도 같이 움직여야 하는데 이를 위해 ALE 알고리즘<sup>(8)</sup>을 사용하고 격자의 속도( $\vec{u}_m$ )는 Laplace 방정식을 적당한 경계조건과 함께 푼다. ALE 알고리즘을 사용한 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식에 P2P1 Galerkin 유한요소법<sup>(9)</sup>과 발산정리를 적용하면 다음의 식을 얻는다.

허용되는 모든 함수  $\vec{w} \in V_h, q \in P_h$  에 대해서 다음을 만족하는  $\vec{u}_h \in H_h^1(\Omega)$  와  $p_h \in L_h^2(\Omega)$  를 찾는다.

$$\int \left[ \bar{W} \cdot \rho_f \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\hat{u} \cdot \nabla) \bar{u} \right) + \nabla \bar{W} : \bar{\sigma} \right] d\Omega - \int \bar{W} \bar{\sigma} \cdot \bar{n} d\Gamma = 0, \int q \nabla \cdot \bar{u} d\Omega = 0, \tag{1}$$

여기서  $V_h = \{W_h | W_h \in H^1_h(\Omega), W_h = 0 \text{ on } \Gamma_g\}$ ,  
 $P_h = \{q_h | q_h \in L^2_h(\Omega)\}$ ,  $\bar{\sigma} = -p\tilde{I} + \tilde{\tau}$ ,  
 $\tilde{\tau} = \mu[\nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T]$ ,  $\hat{u} = \bar{u} - \bar{u}_m$ ,

위에서  $\bar{w}$ 와  $q$ 는 각각 속도와 압력에 대한 형상 함수인데 본 연구에서는 P2P1 유한요소법을 적용하므로 각각 2차와 1차 다항식으로 표현된다. 시간 적분으로는 2차 정확도를 갖고 무조건적으로 안정적인 Crank-Nicolson 방법을 적용한다. 이러한 방법을 통해 얻어진 요소행렬을 조립하면 다음과 같은 전체행렬을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} A_{uu} & A_{uv} & B_u \\ A_{vu} & A_{vv} & B_v \\ (B_u)^T & (B_v)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u \\ f_v \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

2.2 보에 대한 지배방정식과 유한요소 공식화

앞서 밝혔듯이 2차원인 경우 판은 보로 간주할 수 있으며 본 연구에서는 보 모델 중에서 가장 단순한 Bernoulli-Euler 모델을 사용하였는데, 이를 Fig. 2에 나타내었다. 이 모델은 높이( $h$ ) 대 길이( $L$ ) 비, 즉  $h/\Delta L$ 이 0.01보다 작을 때 정확한 결과를 예측한다고 알려져 있다. Bernoulli-Euler 보의 진동에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\rho_s A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = f(x, t) \tag{3}$$

위에서  $E$ 는 Young의 탄성계수이고  $I$ 는 보 단면적의 2차 모멘트이다. 식 (3)에 Galerkin 유한요소법을 적용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

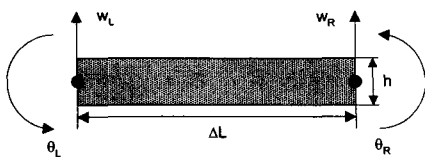


Fig. 2 An Bernoulli-Euler beam element

$$[M]\ddot{\bar{d}} + [C]\dot{\bar{d}} + [K]\bar{d} = \bar{f}_p \tag{4}$$

위에서 각각 변위벡터  $\bar{d} = [w_L, \theta_L, w_R, \theta_R]^T$ , 형상함수행렬  $\bar{N} = [N_{wL}, N_{\theta L}, N_{wR}, N_{\theta R}]$ , 질량행렬  $[M] = \int \bar{N}^T \bar{N} dV$ , 강성행렬  $[K] = \int \bar{B}^T D \bar{B} dx$ , 변형률-변위행렬  $\bar{B} = \partial^2 \bar{N} / \partial x^2$ , 응력-변형률 상수  $D = EI = Ebh^3/12$ ,  $\bar{f}_p = \int \bar{N}^T f(x, t) dx$ 이다. 본 연구에서는 구조물 자체의 감쇠는 고려하지 않으므로 감쇠행렬  $[C] = 0$ 이고, 보 단위길이 당 하중  $f(x, t)$ 는 유체의 압력( $p$ )에 보의 폭( $b$ )을 곱하여 얻어지는데 2차원에서는 보의 폭을 단위길이라고 생각할 수 있다. 식 (4)에 시간 적분으로 2차 정확도를 갖고 무조건적으로 안정적인 평균 가속도 방법(average acceleration method) 또는 사다리꼴 방법을 사용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\left( \frac{4}{(\Delta t)^2} [M] + [K] \right) \bar{d}^{n+1} + b \int \bar{N}^T (q_1 p_1^{n+1} + q_2 p_2^{n+1}) dx = [M] \left( \frac{4}{(\Delta t)^2} \bar{d}^n + \frac{4}{\Delta t} \dot{\bar{d}}^n + \ddot{\bar{d}}^n \right) + [C] \left( \frac{2}{\Delta t} \bar{d}^n + \dot{\bar{d}}^n \right) \tag{5}$$

위에서  $q_1$ 과  $q_2$ 는 각각 보 요소의 왼쪽 절점과 오른쪽 절점에서 압력에 대한 형상함수이다. 좌변의 두 번째 항은 다음 시간 단계에서 유체의 압력에 의한 하중인데, 보의 변위와 내재적으로 결합되어 있다. 이 항을 통해서 유체와 보(구조물)는 상호작용을 하게 되는데, 식 (5)와 같이 유체에 의한 하중을 우변에 두지 않고 좌변에 둔 것은 아래의 2.3절에서 설명할 결합 공식화를 통해 유체와 보(구조물)의 지배방정식을 동시에 풀기 위함이다.

2.3 결합 공식화

많은 유체-구조물 상호작용에 대한 연구에서 외재적인 방법을 사용해왔는데, 이 방법을 간단히 설명하면 다음과 같다.

- ① 주어진 격자에 대해 유체에 대한 지배방정식을 풀어서 유체가 구조물에 작용하는 힘을 구한다.
- ② 이 힘을 우변으로 하여 구조물의 방정식을 풀어서 구조물의 변형을 구한다.
- ③ 구조물의 변형으로부터 유체의 격자를 변형시킨다.
- ④ ①~③을 반복한다.

위와 같은 외재적인 방법은 계산 비용은 적게 들지만 어떤 경우에 대해서 해가 수렴하지 않고 발산하는 문제점이 있다.<sup>(4)</sup> 반면 유체가 구조물에 작용하는 힘을 따로 구하지 않고 내재적으로 처리하여 유체와 구조물에 관한 지배방정식을 동시에 푸는 결합 공식화를 사용하면 그러한 문제점이 없어진다. 결합 공식화에서는 다음과 같이 유체의 변수 ( $u, v, p$ )와 보의 변수 ( $w, \theta$ )를 전체 행렬에서 동시에 푼다.

$$\begin{bmatrix} A_{uu} & A_{uv} & B_u & 0 & 0 \\ A_{vu} & A_{vv} & B_v & G & 0 \\ B_u^T & B_v^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_w & E_{ww} & E_{w\theta} \\ 0 & 0 & D_\theta & E_{\theta w} & E_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ w \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u \\ f_v \\ 0 \\ g_w \\ g_\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)에서  $[G]$ 는 유체와 보의 경계에서 만족해야 하는 운동학적 구속조건으로 다음과 같다.

$$u = 0, v = \frac{dw}{dt} \quad (7)$$

결합 공식화에 관한 좀 더 자세한 내용은 남궁각 등<sup>(6)</sup>, Hu 등<sup>(8)</sup>, Hu<sup>(10)</sup>를 참고하기 바란다.

### 3. 무차원수

판으로 나뉘어진 2 차원 층류 채널유동에서 동적 유체-구조물 상호작용을 지배하는 무차원수를 결정하기 위해 Navier-Stokes 방정식과 Bernoulli-Euler 보에 대한 지배방정식을 다음과 같이 무차원화한다.

$$\begin{aligned} \vec{u}^* &= \frac{\vec{u}}{U}, \vec{r}^* = \frac{\vec{r}}{L}, p^* = \frac{p}{\rho_f U^2}, \\ t^* &= \frac{t}{L^2 \sqrt{\rho_s A / (EI)}}, w^* = \frac{w}{L} \end{aligned} \quad (8)$$

위에서  $U$  는 유체의 특성속도 [m/s],  $\rho_f$  는 유체의 밀도 [kg/m<sup>3</sup>],  $\rho_s$  는 보의 밀도 [kg/m<sup>3</sup>],  $A$  는 보의 단면적(=bh) [m<sup>2</sup>] 이다. 식 (8)과 같은 방법으로 Navier-Stokes 방정식과 Bernoulli-Euler 보에 대한 지배방정식을 무차원화하면 다음의 식들을 얻는다.

$$\frac{1}{Nd_f} \frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + (\vec{u}^* \cdot \nabla^*) \vec{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} \vec{u}^* \quad (9a)$$

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} = Nd_s p^* \quad (9b)$$

위 식에서는  $Re(=\rho_f UL/\mu)$  이외에  $Nd_f$ 와  $Nd_s$  2 개의 무차원수가 추가적으로 나타나는데, 그 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Nd_f &= UL \sqrt{\frac{\rho_s A}{EI}} = \frac{L^2 \sqrt{\rho_s A / (EI)}}{L/U} \\ &= \frac{\text{보의 시간스케일}}{\text{대류 시간스케일}} \end{aligned} \quad (10a)$$

$$Nd_s = \frac{\rho_f U^2 b}{EI/L^3} = \frac{\text{유체 관성력}}{\text{보의 탄성 회복력}} \quad (10b)$$

$$Nd_f^2 = Nd_s \frac{h \rho_s}{L \rho_f} \quad (10c)$$

$Nd_f$  는 시간을 무차원화할 때 유동의 대류 시간스케일(=L/U) 대신 식 (8)의 네 번째 관계에서와 같이 보의 시간 스케일(=L<sup>2</sup>√ρ<sub>s</sub>A/(EI))로 무차원화하였기 때문에 나오는 무차원수이다.  $Nd_f$ 가 작다는 것은 유동의 대류 시간 스케일이 보의 시간 스케일보다 크다는 것을 의미하고 식 (9a)에서 시간 미분 항이 커지게 된다. 즉, 유체의 입장에서 보였을 때  $Nd_f$ 가 작다는 것은 유체가 대류로 인해 움직이는 동안 보가 여러 번 진동한다는 것을 의미한다. Païdoussis<sup>(11)</sup>는 이 무차원수를 무차원 유동 속도로 정의하였다.  $Nd_s$  는 유체의 압력을 무차원화할 때, 보의 탄성 회복력(=EI/L<sup>3</sup>) 대신 유체의 관성력(=ρ<sub>f</sub>U<sup>2</sup>b)으로 무차원화하였기 때문에 나오는 무차원수로  $Nd_s$ 가 크면 유체의 관성력이 보의 탄성 회복력보다 크므로 보의 변형이 더 커진다. 식 (10c)에서 볼 수 있듯이  $Nd_f$ 와  $Nd_s$ 는 서로 독립적인 무차원수가 아니고 보의 높이 대 길이 비(=h/L)와 밀도비(=ρ<sub>s</sub>/ρ<sub>f</sub>)가 정해지면 서로 종속적이다. 결국 판으로 나뉘어진 2 차원 층류 채널유동에서 동적 유체-구조물 상호작용을 지배하는 무차원수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left( Re, Nd_f, \frac{h}{L}, \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) \text{ or } \left( Re, Nd_s, \frac{h}{L}, \frac{\rho_s}{\rho_f} \right) \quad (11)$$

**Table 1** Parameters for the uniform and the convergent channels

	균일 채널	수축 채널
$Re_1$	177.0	318.6
$Re_2$	354.0	118.0
$U_{avg1}$ [m/s]	0.01	0.012
$U_{avg2}$ [m/s]	0.01	0.0033
$H_1(x)$ [m]	0.02	$0.03 - x / 75$
$H_2(x)$ [m]	0.04	$0.04 - 2x / 75$
$Nd_f$	$5.13 \times 10^{-4}$	$3.59 \times 10^{-4}$
$Nd_s$	$2.53 \times 10^{-6}$	$1.24 \times 10^{-6}$

4. 결과

4.1 정적 유체-구조물 상호작용 (정상 유동)

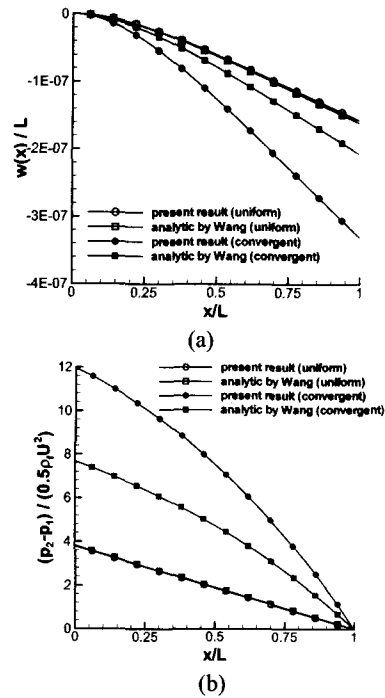
수치해석 코드의 검증을 위해 Wang<sup>(2)</sup>이 사용한 변수들을 그대로 사용하여 정상유동에 대하여 수치계산을 수행하였다. 즉,  $L = 0.75$  m,  $h = 0.01$  m,  $\rho_s = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $E = 2.0 \times 10^{11}$  Pa,  $\rho_f = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\mu = 0.00113$  kg/(m·s) ( $h/L = 0.0133$ ,  $\rho_s/\rho_f = 7.8$ )을 사용하였고, 채널의 형상에 따라 다음의 두 가지 경우를 고려하였으며 그에 따른  $Nd_f$  와  $Nd_s$  를 계산하면 다음과 같다.

위에서 무차원수를 계산할 때 유체의 특성속도  $U$  는 다음과 같이 전체 채널유동의 평균속도(bulk velocity)를 사용하였다.

$$U = \frac{U_{avg1}H_1(0) + U_{avg2}H_2(0)}{H_1(0) + H_2(0)} \quad (12)$$

계산 영역은 균일 채널의 경우에 보 길이의 두 배인  $0 \leq x \leq 1.5$  m 를 사용하였고, 수축 채널의 경우에는  $0 \leq x \leq 1.2$  m 를 사용하였다. 완전 발달된 유동을 가정한 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해와 비교하기 위해 입구에서의 속도를 포물선 형태로 주었고 출구에서는 영응력 조건을 주었다. Fig. 1 에서 나타낸 바와 같이 보의 왼쪽 끝은 고정 조건을, 오른쪽 끝은 자유 조건을 주었다.

Fig. 3 에 균일 채널과 수축 채널의 두 가지 경우에 대해 얻은 보의 변위(Fig. 3(a))와 보의 윗면과 아래면 사이의 압력차(Fig. 3(b))를 각각 Wang<sup>(2)</sup> 이 제시한 상미분방정식의 엄밀해와 비교하였다. 균일 채널에 대해서는 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었지만 수축 채널에 대해서는 본 연구의 결과가 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해에 비해 더 큰 변위와 압력차를 예측하였다. 이러한 차이는 Wang<sup>(2)</sup>이 엄밀해를



**Fig. 3** Comparison of (a) displacement and (b) pressure difference with analytic solutions by Wang<sup>(2)</sup> for steady laminar channel flow

구할 때 수축 채널인 경우에도 완전 발달된 유동을 가정하여 포물선 속도분포를 사용했기 때문이다. 이것을 분석하기 위해 Fig. 4 에 본 연구에서 계산된 출구에서의 주유동 방향 속도  $u$  를 포물선 속도분포와 함께 제시하였는데, 포물선 속도분포에서 최대속도는 입구와 출구에서의 유량이 같다는 질량보존법칙으로부터 구하였다. 본 연구에서 계산된 출구에서의 주유동 방향 속도는 포물선 속도분포보다 보의 표면( $y = 0$ ) 쪽으로 치우친 것을 볼 수 있으며 (따라서 보의 표면에서의 전단응력이 더 커짐을 알 수 있는데) 이는 수축 채널에서 흔히 나타나는 현상이다. 채널 높이가  $h$  인 완전 발달된 층류 채널 유동에서  $\tau_w = -0.5h\rho_f \frac{dp}{dx}$  인 것을 기억하면, 벽 전단응력이 커지면 압력구배도 커지고 이로 인해 결국에는 압력차도 커질 것임을 쉽게 짐작할 수 있다. Fig. 3(b)에서 보듯이 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해로부터 얻은, 동압으로 무차원화한 입구에서의 압력차이는 7.68 이고 본 연구에서 구한 값은 11.93 으로 본 연구에서의 값이 35.6% 정도 더 큰 것을 알 수 있는데, 이것은 위에서 언급했듯이 수축채널에서의 유동은 포물선 속도분포를 갖지 않기 때문이다.

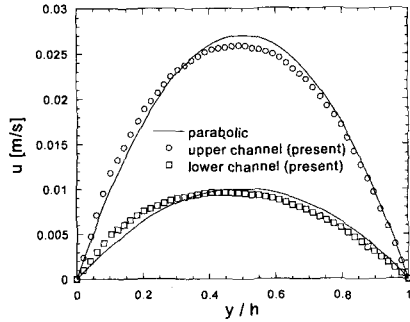


Fig. 4 Streamwise velocity profiles at the exit

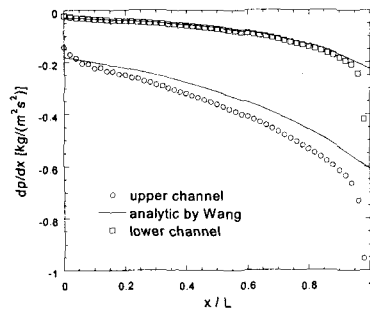


Fig. 5 Comparison of pressure gradients on the beam surfaces with analytic solutions by Wang<sup>(2)</sup> for steady laminar convergent channel flow

Fig. 5 에 보의 위아래 양쪽 표면에서의  $x$  방향 압력구배  $dp/dx$  를 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해와 함께 나타내었는데, 보의 끝으로 갈수록 그 차이가 커짐을 알 수 있고 특히 보의 끝부분에서 압력구배가 급격히 감소함을 알 수 있다. 본 연구에서는 좀 더 정확한 계산을 하기 위해 계산 영역을 보의 끝( $x = 0.75$  m)보다 더 길게 잡아서 계산하였는데, Fig. 6 에서 보는 바와 같이 보의 끝부분으로 갈수록 수직방향 속도성분  $v$ 가 상당히 커진다. Wang<sup>(2)</sup>은 엄밀해를 구할 때, 수직방향 속도성분을 무시하였고 보의 끝 이후는 고려하지 않았으며 단지 보의 끝에서 압력이 같다는 조건을 주었는데, 이로 인해  $dp/dx$  가 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해와 차이를 나타낸다.  $dp/dx$  가 잘못 계산되면 이것을 적분해서 얻는 압력도 잘못 계산될 것이고 그 오차는 더 커질 수도 있다.

Wang<sup>(2)</sup>은 그의 논문에서 상용 코드인 ADINA 를 사용하여 얻은 결과가 엄밀해로부터 얻은 결과와 잘 일치한다고 하였는데, 이는 ADINA 계산을 할 때 계산 영역을 보의 끝까지만( $0 \leq x \leq 0.75$  m) 잡았고 입구에서 속도 경계조건을 주는 대신 일정 압력조건을 주었으며 동압으로 무차원화한 입구에서의 압력차이를 7.78 로 엄밀해와 거의 같게

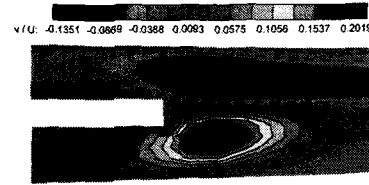


Fig. 6 Normal velocity contours around the free end of the beam

주었기 때문이라고 생각된다<sup>(12)</sup>. 결국 본 연구와의 비교에서 나타나듯이(Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6) Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해는 균일 채널인 경우 결과를 잘 예측하지만 수축 채널인 경우에는 포물선 속도분포 가정으로 인해 많은 오차를 가지고 있음을 알 수 있다.

#### 4.2 동적 유체-구조물 상호작용 (비정상 유동)

4.1 절에서 본 바와 같이 본 연구에서 개발된 유체-구조물 상호작용 수치해석 코드를 정상 유동에 대해 검증한 후 비정상 유동에 적용하였는데, 본 절에서는 수축 채널만 고려하기로 한다. 4.1 절에서와 같이  $L = 0.75$  m,  $h = 0.01$  m,  $\rho_s = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $E = 2.0 \times 10^{11}$  Pa,  $Re_1 = 318.6$ ,  $Re_2 = 118.0$  을 사용하였고 계산 영역도 같게 잡았다. 초기( $t = 0$ )에는 유체와 보 모두 정지해 있다가  $t > 0$  에는 입구에 포물선 속도를 주었고 출구에는 영영력 조건을 주었다.

4.2.1  $\rho_f = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\mu = 0.00113$  kg/(m·s) 인 경우 본 연구에서 개발된 코드가 동적 유체-구조물 상호작용 문제를 잘 해석하는지를 검토하기 위해 먼저 유체의 물성을 4.1 절에서와 같게 주었다. 이 경우 4.1 절에 나타난 것처럼  $Nd_f = 3.59 \times 10^4$  으로 보의 시간 스케일이 대류 시간 스케일보다 매우 작아서 매우 작은 계산 시간 간격이 필요하고,  $Nd_s = 1.24 \times 10^6$  으로 보의 탄성 회복력이 유체의 관성력에 비해 매우 커서 보의 변형이 매우 작게 된다. 계산 시간 간격( $\Delta t$ )은 보의 첫번째 고유진동수를 고려하여 0.003 s 으로 잡았다.

Fig. 7 에 자유단( $x = 0.75$  m)에서 시간에 따른 보의 변위를 나타내었다. Fig. 7(a)에서 보가 4.1 절에서 계산한 정적 변위를 중심으로 진동하는 것을 볼 수 있는데 이로부터 본 연구에서 개발된 코드가 동적 유체-구조물 상호작용 문제를 잘 해석하고 있다는 것을 알 수 있다. 본 연구에서 구조물의 내부 감쇠를 고려하지 않았는데도 진동의 폭이 시간에 따라 감소하는 것은 유체 점성에 의한 감쇠에 따른 것으로, 이러한 감쇠는 유체의 점성계수  $\mu$ 와 유체 밀도  $\rho_f$ 에 의존하는바 이것에

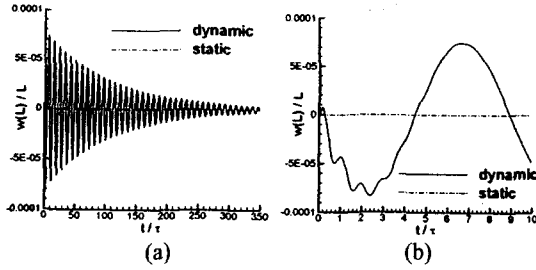


Fig. 7 (a) Long-term and (b) initial history of the displacement at the free end of the beam

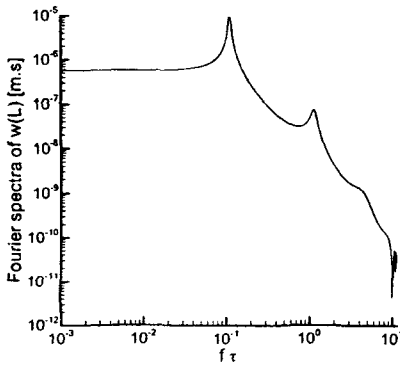


Fig. 8 Fourier spectrum of the displacement at the free end of the beam

대해서는 4.2.2 소절에서 자세히 설명할 것이다. Fig. 7(a)와 7(b)에서 가로축은  $\tau$ 로 무차원화 시켰는데 이는 보의 첫번째 고유진동수에 해당하는 시간 스케일로 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau = \frac{2\pi}{1.875^2} L^2 \sqrt{\frac{\rho_s A}{EI}} \quad (13)$$

식 (13)으로부터  $\tau \approx 0.069$  s 이고 계산 시간 간격 ( $\Delta t$ )을 0.003 s 으로 잡았으므로 보가 첫번째 고유진동수로 한 번 진동하는 동안 23 번의 계산을 한 셈이다. Fig. 7(b)로부터 보가 초기에는 ( $t/\tau < 4$ ) 첫번째 고유진동수로 진동하지만 곧 주파수가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 8로부터 보는 첫번째 고유진동수의 1/10 정도에 해당하는 주파수로 진동한다는 것을 알 수 있는데, 이것은 유체-구조물 상호작용에 의해 나타난 현상으로 부가질량의 개념으로 설명할 수 있으며 이것도 4.2.2 소절에서 자세히 설명할 것이다.

4.2.2 유체 점성에 의한 감쇠와 부가질량

4.2.1 소절에서 언급했던 유체 점성에 의한 감쇠와 부가질량에 대해 고찰하기 위해 수축 채널에 대해서 Reynolds 수를  $Re_1 = 318.6$ ,  $Re_2 = 118.0$  으로

Table 2 Parameters for three different combinations of fluid properties at a fixed Reynolds number

	Case [1]	Case [2]	Case [3]
$\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1.0	1.0	10.0
$\mu$ [kg/(m.s)]	$1.13 \times 10^{-4}$	$1.13 \times 10^{-5}$	$1.13 \times 10^{-4}$
$U_{avg1}$ [m/s]	1.2	0.12	0.12
$U_{avg2}$ [m/s]	0.33	0.033	0.033
$Nd_f$	$1.29 \times 10^{-2}$	$1.29 \times 10^{-3}$	$1.29 \times 10^{-3}$
$Nd_s$	$1.24 \times 10^{-5}$	$1.24 \times 10^{-7}$	$1.24 \times 10^{-6}$

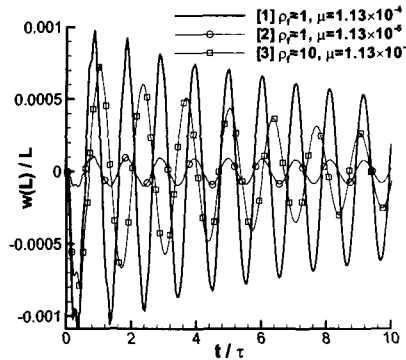


Fig. 9 Time history of the displacement at the free end of the beam for three different combinations of fluid properties at a fixed Reynolds number

앞 소절과 같게 하고 유체의 물성이 Table 2 에서와 같은 세가지 경우에 대하여 계산한다.

[2]의 경우는 [1]의 경우와 유체의 밀도는 같으나 점성계수가 1/10 인 경우이고 [3]의 경우는 [1]의 경우와 점성계수는 같으나 유체의 밀도가 10 배인 경우이다. 각각의 경우에 대해 무차원수  $Nd_f$ 와  $Nd_s$ 를 나타내었는데 [1]의 경우에서  $Nd_s$ 가 가장 크기 때문에 보의 변형과 진폭이 가장 클 것임을 알 수 있다.

Fig. 9에 자유 단에서 시간에 따른 보의 변위를  $t/\tau = 10$  까지 나타내었는데, 가로축은 Fig. 7에서와 같이 보의 첫번째 고유진동수로 무차원화 하였다. 예상과 같이 진폭은  $Nd_s$ 의 크기에 따라, 즉 [1], [3], [2]의 순서로 큼을 알 수 있다. 그러나 Fig. 9에서 어떤 경우에 유체 점성에 의한 감쇠가 가장 큰지는 알기 어렵다. 보통 질량-댐퍼-스프링 계의 자유 진동에서 감쇠비( $\zeta$ )를 정의할 때 대수 감소를 사용하는데 그 정의는 다음과 같다.

$$\delta = \ln \left( \frac{w_i}{w_{i+1}} \right) = \frac{2\pi\zeta}{1-\zeta^2} \quad (14)$$

위에서  $w_i$ 와  $w_{i+1}$ 은 각각  $i, i+1$  번째 극대값을 나타낸다. 본 연구의 경우 비록 자유 진동은

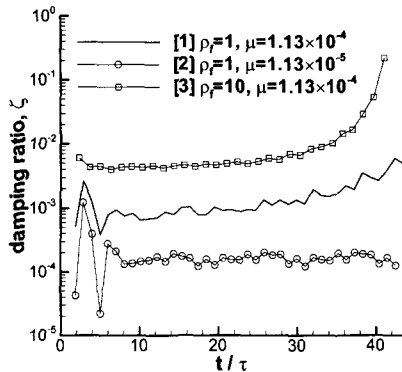


Fig. 10 Damping ratio  $\zeta$  calculated by eq. (14) for three different combinations of fluid properties at a fixed Reynolds number

아니지만 대수 감소는 그 정의가 단순하기 때문에 감쇠비를 나타내는 적당한 척도로 사용하기로 한다. 식 (14)의 정의를 이용하여 구한 감쇠비를 Fig. 10에 나타내었는데, 감쇠비가 [3], [1], [2]의 순서로 큰 것을 볼 수 있다. 이로부터 판으로 나뉘어진 2 차원 층류 채널 유동에서 Reynolds 수가 같을 때, 점성계수가 크고 유체 밀도가 클수록 유체 점성에 의한 보 진동의 감쇠가 커짐을 알 수 있다.

다음으로 부가질량에 대해 고찰한다. 유체에 잠긴 물체가 가속 운동을 할 때, 물체는 일정량의 유체를 같이 가속시키는데 이것을 부가질량( $m_a$ )이라고 하고 단순한 질량( $m$ )-댐퍼( $c$ )-스프링( $k$ ) 계에 대해서 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= -m_a \ddot{x}, \\ (m + m_a)\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)에서 보듯이 결국 원래의 질량-댐퍼-스프링 계에 질량  $m_a$  만큼이 더해진 계가 되고 이 계의 고유진동수는  $\sqrt{k/(m+m_a)}$  로 원래 고유진동수  $\sqrt{k/m}$  보다 작아지게 된다. 포텐셜 이론으로부터 반지름이  $a$  인 2 차원 실린더의 경우 부가질량은  $\rho_f \pi a^2$  으로 실린더 자신의 부피에 해당하는 유체의 질량과 같은데 이 경우 부가질량은 유체의 밀도에 선형적으로 비례한다. 다시 본 문제로 돌아와서 보가 가속 운동을 할 때 부가질량 만큼의 유체가 같이 가속될 것이고 이로 인해 보의 주파수는 낮아질 것이다. Fig. 11에 자유 단에서 보 변위의 Fourier spectra를 나타내었는데 상대적으로 부가질량이 큰 [3]의 경우  $(f\tau)_1 = 0.756$ 으로 주파수가 줄어들었으나 상대적으로 부가질량이 작은 [1], [2]의 경우에는  $(f\tau)_1 = 0.963$ 으로 보의 첫번째 고유진

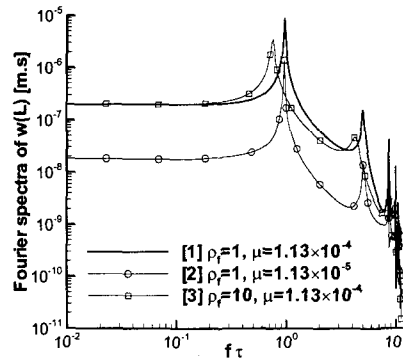


Fig. 11 Fourier spectra of the displacement at the free end of the beam for three different combinations of fluid properties at a fixed Reynolds number

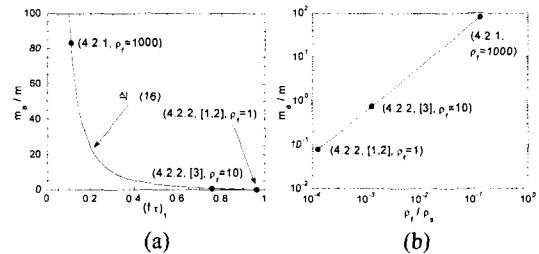


Fig. 12 (a) Added mass calculated from the frequency change using eq. (16) and (b) dependence of the added mass on the fluid density

동수에 비해 별로 줄어들지 않은 것을 볼 수 있다.

Blevins<sup>(13)</sup>는 유체에 잠겨 있는 판이 진동할 때 유체의 부가강성이 무시할 만한 경우 고유진동수에 대한 부가질량의 영향을 다음의 식으로 나타내었다<sup>(14)</sup>.

$$\begin{aligned} \frac{f_{fluid}}{f_{air}} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (m_a/m)}}, \\ \frac{m_a}{m} &= \left( \frac{f_{air}}{f_{fluid}} \right)^2 - 1 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $f_{fluid}$ 와  $f_{air}$ 는 각각 판이 유체와 공기로 둘러싸여 있을 때의 고유진동수,  $m$ 은 판의 질량,  $m_a$ 는 부가질량이다. 식 (16)을 이용하여 Fig. 11로부터 각각의 경우에 대해 부가질량을 구하면 [1]과 [2]의 경우에 대해서는  $m_a/m = 0.0789$ , [3]의 경우에 대해서는  $m_a/m = 0.748$ 이 얻어져 [1]과 [2]의 경우에 비해 [3]의 경우 부가질량이 10 배 정도나 됨을 알 수 있다. 4.2.1 소절에서는  $(f\tau)_1 = 0.109$ 으로 나타났었는데, 이로부터 부가질량을 구하면  $m_a/m$



= 83.2 가 얻어져 보의 질량보다 무려 83 배의 큰 값이 나오게 된다. 이렇게 큰 값이 나오는 이유는 유체의 밀도가 매우 크기 때문이다.

Fig. 12 에 각각 앞의 세가지 경우에 대한  $(f\tau)_1$  과  $m_a/m$  의 관계,  $\rho_f/\rho_s$  와  $m_a/m$  의 관계를 나타내었는데, Fig. 12(b)로부터 앞서 설명한 2 차원 실린더에서와 같이 부가질량이 유체의 밀도에 선형적으로 비례한다는 것을 알 수 있다. 또한 이로부터 부가질량계수가 일정하다는 것도 알 수 있다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 판으로 나뉘어진 2 차원 층류 채널유동에서 동적 유체-구조물 상호작용을 연구하기 위해 P2P1 Galerkin 유한요소법과 함께 ALE 알고리즘을 사용하여 Navier-Stokes 방정식과 판에 대한 진동 방정식의 해를 결합 공식화를 통해 구하였다.

코드의 검증은 위해 정적 유체-구조물 상호작용의 경우에 대해 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해와 비교하였는데, 균일 채널에 대해서는 잘 일치하지만 수축 채널에 대해서는 Wang<sup>(2)</sup>의 엄밀해가 정확하지 않음을 보였다. 또한 구조물이 Bernoulli-Euler 보인 경우 유체-구조물 상호작용 문제를 지배하는 무차원수들을 제안하였다.

동적 유체-구조물 상호작용에 관하여는 동일한 기하학적 조건과 Reynolds 수에서, (i) 점성계수와 유체 밀도(또는 부가질량)가 클수록 유체 점성에 의한 보 진동의 감쇠가 크고, (ii) 부가질량은 유체 밀도와 선형적인 관계에 있으나(부가질량계수는 상수) 점성계수와는 무관하며 이로부터 유체의 밀도가 클수록 판의 고유진동수가 감소함을 확인하였다.

### 후 기

본 연구는 BK21 사업의 지원으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

### 참고문헌

- (1) Dowell, E. H. & Hall, K. C., 2001, "Modelling of Fluid-Structure Interaction," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **33**, 445~490.
- (2) Wang, X., 1999, "Analytical and Computational Approaches for Some Fluid-Structure Interaction Analyses," *Comput. Struct.*, **72**, 423~433.
- (3) Hesla, T. I., 1991, "Combined Formulation of Fluid-Particle Problem," *unpublished note*.
- (4) Hu, H. H., Joseph, D. D. & Crochet, M. J., 1992, "Direct Simulation of Fluid Particle Motions," *Theoret. Comput. Fluid Dynam.*, **3**, 285~306.
- (5) Choi, H. G. & Joseph, D. D., 2001, "Fluidization by Lift of 300 Circular Particles in Plane Poiseuille Flow by Direct Numerical Simulation," *J. Fluid Mech.*, **438**, 101~128.
- (6) Kak NamKoong, HyoungGwon Choi and Jung Yul Yoo, 2001, "St-Re Relationship in Laminar Flow Around a Freely-Falling Cylinder," *Proceedings of Fluids Engineering Fall annual Meeting*, pp. 351~356.
- (7) Nam, Y. S., Choi, H. G. & Yoo, J. Y., 2002, "AILU Preconditioning for P2P1 Finite Element Formulation of the Incompressible Navier-Stokes Equations," accepted for publication in *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*
- (8) Hu, H. H., Patankar, N. A. & Zhu, M. Y., 2001, "Direct Numerical Simulations of Fluid-Solid Systems Using the Arbitrary Lagrangian-Eulerian Technique," *J. Comp. Phys.*, **169**, 427~462.
- (9) Gresho, P. M. & Sani, R. L., 1998, *Incompressible Flow and the Finite Element Method, Volume 1: Advection-Diffusion and Isothermal Laminar Flow*, New York: John Willey and Sons,
- (10) Hu, H. H., 1996, "Direct Simulation of Flows of Solid-Liquid Mixtures," *Int. J. Multiphase Flow*, **22**, 335~352.
- (11) Païdoussis, M. P., 1998, *Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow, Volume 1*, London: Academic Press.
- (12) Wang, X., 2002, *Private Communication*.
- (13) Blevins, R. D., 1979, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, FL: Krieger Publications.
- (14) Bartlett, S., Winton, M. & Clausen, P. D., 2001, "An Added Mass Theory for the Base Plate in a Partially Filled Rectangular Tank for Use with Fea," *J. Sound Vib.*, **246**, 211~223.