

Padé 근사를 이용한 준해석 구조 민감도의 해석

단 호 진* · 이 병 채†

(2002년 4월 29일 접수, 2002년 9월 23일 심사완료)

The Semi-Analytic Structural Sensitivity Using Padé Approximation

Ho-Jin Dan and Byung-Chai Lee

Key Words : Semi-Analytic Sensitivity(준해석 민감도), Padé Approximation(유리함수 근사), Reanalysis(재해석 기법)

Abstract

The semi-analytic sensitivity analysis using Padé approximation is presented for linear elastic structures. Although the semi-analytic method has several advantages, accuracy of the method prevents it from practical application. One of promising remedies is the use of geometric series for the matrix inversion. Though series expansion of order three has been successfully applied to the calculation of the structural sensitivity in the most range of the design perturbation, it is prone to have a slow convergence for large perturbation. To overcome this shortage, Padé approximation is introduced so that it can broaden the trust region of the perturbation without adding expansion terms. Numerical results show that the confident sensitivity can be obtained with tiny expenses of computation effort.

1. 서론

구조물을 설계하는데 있어 설계 변수의 대한 관심 거동의 민감도는 도함수를 요구하는 최적설계 기법을 이용할 때 뿐만 아니라 경험적인 설계를 위해서도 매우 중요한 정보중의 하나이다. 따라서 구조 거동 해석에 보편적으로 사용하는 유한 요소법과 관련하여 민감도의 해석에 많은 연구가 진행되었으며 대표적으로 해석적인 방법, 전체 유한 차분법 그리고 준해석법이 있다. 해석적인 방법은 정확한 값을 얻을 수 있지만 형상 설계 변수에 대한 요소 강성행렬의 민감도를 구하는 수식이 매우 복잡해지고 요소의 엄밀한 수식을 잘 모를 때는 적용이 불가능하다. 이에 반하여 전체 유한 차분법은 설계 변수에 변동을 준 새로운 구조를 해석하여 관심 거동의 변동을 관찰하는 것이다. 전체 유한 차분법에 의한 민감도는 치수 변수뿐

아니라 형상 설계 변수에 대해서도 비교적 강건하고 정확하다고 알려져 있지만 구조 해석에 드는 노력이 많이 들기 때문에 설계 변수가 많은 경우에는 효율성이 적다. 마지막으로 해석적인 방법과 전체 유한 차분법의 단점을 극복하기 위하여 제안된 방법이 준해석법이다. 이 방법은 요소 내부 구조를 모를 때도 사용할 수 있으며 따라서 독립 모델화를 통하여 기존 구조 해석기에 용이하게 적용할 수 있다.

초기에 제안된 준해석법은 설계 변동에 의해 발생하는 요소 강성과 하중 변동에 대한 섭동 방정식으로부터 고차항을 무시하여 기존에 얻은 강성행렬의 역행렬 정보를 이용하도록 설계 변동에 상당하는 가상 하중을 구성하여 민감도를 구하였다. 그러나 형상 설계 변수의 경우 간단한 보요소에 준해석법을 적용하는 경우에도 요소의 크기가 작아질수록 오차가 커지는 등의 민감도 결과의 신뢰도 문제가 제기되었다.^(1,2) 오차 문제를 해결하기 위하여 강성행렬의 미분값을 구하는데 중앙 차분법과 같은 고차원 수치 미분법을 사용하는 방법이 있으나 이 방법으로는 근원적인 문제해결은 불가능하다. 오차를 줄이는 최근의 방법으로 요소의

* 한국과학기술원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : bclee@sys713.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3031 FAX : (042)869-3210

강체 모드를 이용한 개선법과 급수 전개법이 있다.^(3,4) 전자의 경우 요소의 강체 모드에 의한 변형 일이 없음을 이용하여 강성행렬의 미분을 보다 정밀하게 구하도록 하는 방법이고 후자의 경우 전체 유한 차분법에 의한 민감도의 오차에 준하는 결과를 얻도록 행렬의 기하 급수 전개를 이용하는 것이다. 특히 급수 전개법의 경우 표준 준해석법과는 달리 평형 방정식의 섭동식에서 고차항의 영향을 고려하게 된다.

급수 전개법의 경우 적절한 수렴 반경 하에서 전개항의 개수를 늘려 유한 차분법에 의한 민감도 결과에 준하는 해를 얻을 수 있다. 통상적으로 3 항 전개에 의하면 대부분의 섭동 영역에서 좋은 결과를 얻을 수 있지만 상대적으로 섭동이 큰 부분에서 수렴이 느리므로 적절한 오차 해석이 필요하다. 한편 근사 전략을 바꾸어 추가 전개항 없이 좋은 결과를 얻게 하는 방안을 도모할 수 있다.

본 논문에서는 항의 추가에 의하여 전체 차분법에 준하는 민감도 결과를 얻는 방법과는 달리 전개항의 개수가 고정되었을 때, 보다 정확한 민감도 근사를 위하여 함수 근사 기법을 도입하였다. 재해석 기법에서 사용된 Padé 근사법의 개념⁽⁵⁾을 이용하고 민감도 해석에 적용할 수 있도록 섭동에 따른 가상 구조를 도입하여 급수 전개법에서 얻은 Maclaulin 근사를 개선하였다. 제안된 방법을 통하여 적은 전개항을 이용하더라도 보다 신뢰성 있는 민감도 결과를 얻을 수 있게 되었다.

2. 급수 전개를 이용한 민감도 해석

설계 점 b 에서 선형 거동을 갖는 구조가 다음의 평형 방정식을 만족한다고 하자.

$$K_b u_b = f_b \quad (1)$$

설계변수의 섭동 Δb 에 의하여 다음과 같이 강성행렬과 외부 하중이 각각 $K_{b+\Delta b}$ 와 $f_{b+\Delta b}$ 로 변한다. $\Delta K \equiv K_{b+\Delta b} - K_b$ 와 $\Delta f \equiv f_{b+\Delta b} - f_b$ 라고 정의 하고 변위에도 Δu 의 증분이 발생한다면 평형 방정식은 다음과 같이 기술된다.

$$(K_b + \Delta K)(u_b + \Delta u) = f_b + \Delta f \quad (2)$$

전진 차분에 의한 표준 준해석법은 고차항 $\Delta K \Delta u$ 의 영향이 미미하다고 가정된 후 증분 Δu 를 다음의 식에 의하여 계산한다.

$$K_b \Delta u = \Delta f - \Delta K u_b \quad (3)$$

이에 반하여 행렬의 기하 급수 전개를 이용한 방법은 적당한 수렴 범위 안에서 $K_b + \Delta K$ 의 역행렬을 정확하게 계산하여 고차항을 고려하는 방법이다. $r_\sigma(K^{-1}\Delta K) < 1$ 일 때 식 (4)에 기술된 급수 전개

식을 얻게 된다. 단, $r_\sigma(A) = \max_{\lambda \in \sigma(A)} |\lambda|$ 는 행렬 A 의 고유치의 집합 $\sigma(A)$ 에서 크기가 가장 큰 고유치를 의미한다.

$$(K_b + \Delta K)^{-1} = (I + K_b^{-1}\Delta K)^{-1} K_b^{-1} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} (-K_b^{-1}\Delta K)^n \right] K_b^{-1} \quad (4)$$

이 식을 섭동식에 적용하여 Δu 를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta u = \sum_{n=1}^{\infty} (-K_b^{-1}\Delta K)^{n-1} K_b^{-1} (\Delta f - \Delta K u) \quad (5)$$

m 번째까지의 합을 이용하여 구한 변위의 증분을 $\Delta u^{(m)}$ 이라고 하자. 기하 수열을 이용하여 $\Delta u \approx \Delta u^{(m)}$ 라고 근사했을 때 설계 변수 b 에 대한 민감도는 다음과 같이 추정한다.

$$\frac{\partial u}{\partial b} \approx \frac{\Delta u^{(m)}}{\Delta b} \quad (6)$$

$m=1$ 일 때 전방차분을 이용한 표준적인 준해석법이 된다. m 이 증가할수록 근사의 정확도가 증가하여 전체 유한 차분 정도의 오차로 민감도를 구할 수 있다.

급수 전개법을 개선하기 위하여 ΔK 의 크기를 대표하는 매개 변수 ε 을 도입하자. 섭동 매개 변수에 따라서 강성이 $\bar{K}_\varepsilon = K_b + \varepsilon \frac{\Delta K}{\Delta b}$ 이고 하중

$\bar{f}_\varepsilon = f_b + \varepsilon \frac{\Delta f}{\Delta b}$ 을 받는 가상 구조를 생각할 수 있다. 가상 구조의 응답은 강성과 하중이 설계점 b 와 $b + \Delta b$ 이 될 때 원래 구조와 같게 되어 동일한 응답을 갖는다. 가상 구조에 대하여 급수 전개법을 이용하여 섭동 응답을 구하면 다음과 같다.

$$\bar{u}(\varepsilon) = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots \quad (7)$$

단, 식 (5)로부터

$$u_0 = \bar{K}_0^{-1} \bar{f}_0 \\ u_1 = \bar{K}_0^{-1} \left[\frac{\Delta \bar{f}}{\Delta b} - \frac{\Delta \bar{K}}{\Delta b} u_0 \right] \quad (8)$$

$$u_2 = -\bar{K}_0^{-1} \frac{\Delta \bar{K}}{\Delta b} u_1, u_3 = -\bar{K}_0^{-1} \frac{\Delta \bar{K}}{\Delta b} u_2, \dots$$

가상 구조의 응답식 (7)은 매개 변수 ε 의 원점 근방에 대한 Maclaulin 전개식이 된다. 다음 장에서 벡터에 관한 Maclaulin 전개식에 대하여 Padé 근사를 이용하는 방법을 논의하였다.

3. 벡터에 대한 Padé 근사 기법

작은 섭동 ε 에 대하여 어떤 벡터 $v = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i v_i$ 형태로 전개된다고 하자. 각각의 벡터 v_i 는 독립이라고 가정하고 같은 차수의 크기를 갖는다고 하자.

Table 1 Coefficients of the fractional function

$r_{(f;N,m,n)}, N = m + n$	$r_{(f_1^0;3,2,1)}$	$r_{(f_1^1;2,1,1)}$	$r_{(f_1^2;1,1,0)}$	$r_{(f_1^3;0,0,0)}$
$r_{(f;N,m,n)}(x) = \frac{a_0 + a_1\varepsilon + \dots + a_n\varepsilon^n}{1 + b_1\varepsilon + \dots + b_m\varepsilon^m}$	$a_0 = \alpha_0^0, a_1 = \alpha_1^0 + \alpha_0^0 b_1$ $b_1 = (\alpha_1^0 \alpha_2^0 + \alpha_0^0 \alpha_3^0) / (\alpha_0^0 \alpha_2^0 - \alpha_1^0 \alpha_1^1)$ $b_2 = (\alpha_2^0 \alpha_2^0 + \alpha_1^0 \alpha_3^0) / (\alpha_0^0 \alpha_2^0 - \alpha_1^0 \alpha_1^1)$	$a_0 = \alpha_1^1$ $a_1 = \alpha_2^1 + \alpha_1^1 b_1$ $b_1 = -\alpha_2^1 / \alpha_2^1$	$a_0 = \alpha_2^2$ $b_1 = -\alpha_3^2 / \alpha_2^2$	$a_0 = \alpha_3^3$

관심 벡터가 유한 차원을 가지므로 무한개의 독립적인 벡터를 생각할 수는 없지만 점근적인 의미를 강조하기 위하여 무한기호를 사용하였다. 이 벡터 집합 $\{v_i\}$ 으로부터 Gram-Schmidt 직교화를 통하여 직교 기저 벡터 $\{\tilde{v}_k\}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tilde{v}_i = v_i - \sum_{k=0}^{i-1} \alpha_k^i \tilde{v}_k \tag{9}$$

식 (9)는 역으로 다음과 같이 정리된다.

$$v_i = \sum_{k=0}^i \alpha_k^i \tilde{v}_k, \alpha_k^i = \begin{cases} \frac{v_i \cdot \tilde{v}_k}{\tilde{v}_k \cdot \tilde{v}_k} & \text{for } i \neq k \\ 1 & \text{for } i = k \end{cases} \tag{10}$$

v_i 를 v 의 전개식에 대입하고 합 순서를 바꿔서 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$v = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \tilde{v}_k \sum_{i=k}^{\infty} \alpha_i^k \varepsilon^{i-k} \tag{11}$$

그런데 실제 계산상에서 Taylor 급수 전개식 $f_N^k(\varepsilon) \equiv \sum_{i=k}^{\infty} \alpha_i^k \varepsilon^{i-k}$ 에서 처음 $N+1$ 항을 이용하여 $f_N^k(\varepsilon) = \sum_{i=0}^N \alpha_{k+i}^k \varepsilon^i$ 벡터 v 를 구하게 된다. 이때 Taylor 근사식 $f_N^k(\varepsilon)$ 을 유리분수에 의한 Padé 근사를 이용할 수 있으며 이를 통하여 벡터에 관한 전개식 (9)의 개선을 도모한다.

어떤 함수를 N 차수 다항식 $p(x) = \sum_{k=0}^N c_k x^k$ 으로 근사하였을 때 Taylor 근사의 오차를 상한으로 갖도록 $N+1$ 개의 계수를 가진 유리분수 $r_{(p;N,m,n)}(x)$ 로 근사하는 방법이 Padé 근사이다.⁽⁶⁾

$$r_{(p;N,m,n)}(x) = \frac{a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n}{1 + b_1 x + \dots + b_m x^m}, N = m + n \tag{12}$$

이때 다음 조건을 이용하여 계수를 결정한다.

$$\left. \frac{d^k p}{dx^k} \right|_{x=0} = \left. \frac{d^k r_{(p;N,m,n)}}{dx^k} \right|_{x=0}, \text{ for } k = 0, 1, \dots, N \tag{13}$$

본 논문에서 N 이 짝수일 때 $n = m$ 으로 결정하고 N 이 홀수일 때 분모의 차수가 한 차수 높도록 $m = n + 1$ 로 정하였다.

식 (11)에서 ε 는 섭동의 크기를 매개하는 변수로 직교화된 벡터 \tilde{v}_k 의 영향을 나타낸다. 벡터 v 를 나타내는 식 (11)의 수렴반경에 있는 ε 에 대하여 실제적으로 초기 몇 항을 이용하여 근사할 경우 다항식 $\varepsilon^k f_N^k(\varepsilon)$ 의 차수가 $M = N + k$ 으로 고정

되므로 증가하는 k 에 대하여 N 이 감소한다. $M = 3$ 이라면 벡터 v 는 다음과 같이 근사된다.

$$v \cong f_3^0 \tilde{v}_0 + \varepsilon^1 f_2^1 \tilde{v}_1 + \varepsilon^2 f_1^2 \tilde{v}_2 + \varepsilon^3 f_0^3 \tilde{v}_3 \tag{14}$$

이때 각각의 $f_N^k(\varepsilon)$ 에 대하여 Padé 근사를 수행하여 v 의 근사를 개선한다. Table 1 에 식 (14)를 이용하기 위한 유리분수 함수의 계수를 α_k^i 를 이용하여 정리하였다.

벡터에 관한 Padé 근사를 하기 위하여 추가적인 노력은 직교 기저 벡터를 만들기 위한 약간의 벡터 공급정도이다. 이 계산량이 전체 계산량에 미치는 영향은 매우 작다. 반면에 이 방법은 Taylor 전개 오차를 상한으로 하며 유리함수가 극점을 표현할 수 있으므로 좋은 근사 결과를 기대할 수 있다. Padé 근사에 대한 오차 분석은 쉽지 않지만 경험적으로 매우 좋은 근사임이 알려져 있다. 이 근사 방법을 벡터 공간에 확장하여 적은 항으로 정밀한 근사 효과를 얻게 된다.

4. Padé 근사 방법에 의한 민감도 해석

변위 민감도 해석을 위하여 급수 전개에 의한 변위의 섭동을 근사할 때는 재해석 기법에 급수 전개를 이용하는 것과는 달리 설계 변수의 섭동량이 작아서 수렴성이 좋다. 식 (7)에서 u_i 로부터 직교 벡터 \tilde{u}_i 를 이용 생성하고 식 (11)에서 ε 의 거듭제곱 차수 M 을 정하여 유리분수 근사를 수행한다. 본 논문에서는 비교적 좋은 결과를 주는 3 항 전개에 의한 급수 전개법을 이용하였다.

$$\tilde{u}(\varepsilon) \cong \sum_{k=0}^3 \varepsilon^k f_{3-k}^k(\varepsilon) \tilde{u}_k \tag{15}$$

$f_{3-k}^k(\varepsilon)$ 는 Padé 근사를 이용하여 유리분수 함수로 근사한다. 이때 유리분수 함수에 필요한 계수는 Table 1 에 정리되어 있는 값을 이용하여 최종적으로 근사 변위 \tilde{u} 를 다음과 같이 구한다.

$$\tilde{u}(\varepsilon) \cong r_{(f_3^0;3,2,1)}(\varepsilon) \tilde{u}_0 + \varepsilon^1 r_{(f_2^1;2,1,1)}(\varepsilon) \tilde{u}_1 + \varepsilon^2 r_{(f_1^2;1,1,0)}(\varepsilon) \tilde{u}_2 + \varepsilon^3 r_{(f_0^3;0,0,0)}(\varepsilon) \tilde{u}_3 \tag{16}$$

이렇게 얻어진 근사 변위 \tilde{u} 을 이용하여 최종적으로 얻고자 하는 민감도는 다음과 같이 추정하게 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial b} \cong \frac{\tilde{u}_r(\Delta b) - \tilde{u}_0}{\Delta b} \tag{17}$$

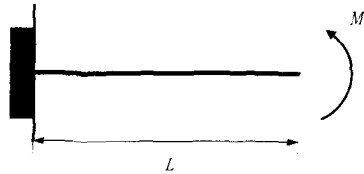


Fig. 1 Cantilever beam

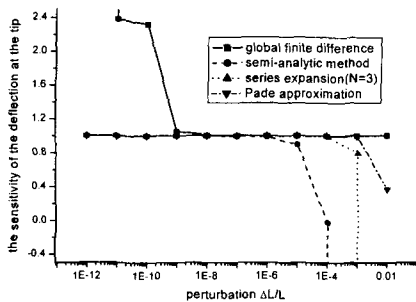


Fig. 2 Sensitivity results of cantilever beam at the tip, 64 elements

이 방법에 의한 민감도의 해석에서 적은 추가 노력으로 높은 정밀도의 결과를 얻을 수 있다.

5. 수치 예제

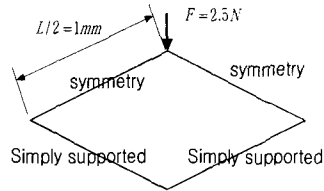
급수 전개법을 Padé 근사를 이용하여 개선하여 민감도를 추정하는 방법의 고찰을 위하여 몇가지 예제의 민감도해석을 수행하였다. 급수 전개법에 의한 민감도 해석의 목표는 전체 차분에 의한 결과에 수렴하는 것이다. 민감도 결과는 전체 차분, 식 (3)의 전방 차분에 의한 준해석 방법, 3 항 전개에 의한 급수 전개법과 비교하였다.

5.1 끝단에 하중을 받는 보

Fig. 1에 끝단에 하중을 받는 보가 그려져 있다. 이 예제는 준해석법을 사용하여 민감도를 계산할 때 요소의 크기가 작아지면 오차가 커지는 문제를 고찰할 때 많이 사용되는 것이다. 본 예제에서는 끝단의 처짐 민감도의 값이 1이 되도록 정규화하였다. Kirchhoff 표준 보요소 64개로 모델링하였다.

민감도 해석의 결과는 Fig. 2에 나와 있다. 설계 변수의 섭동량이 1%정도일 때는 급수 전개에 의한 결과를 이용하지 못할 정도로 나쁘고 0.1%에서도 좋지 않은 결과를 주지만 Padé 근사를 이용한 개선방법을 이용하여 보다 안정적인 민감도 결과를 얻을 수 있게 되었다. 섭동이 작은 영역에서는 초기 거동의 영향이 매우 커져서 급수 전개법과 동일한 결과를 주게 된다.

섭동이 매우 작은 영역에서는 오히려 전체 차분법에 의한 민감도 결과가 나빠지는 결과가 나타



$E = 2.0 \times 10^8 \text{ N/mm}^2, \nu = 0.3, t = 0.01 \text{ mm}$

Fig. 3 Simply supported plate

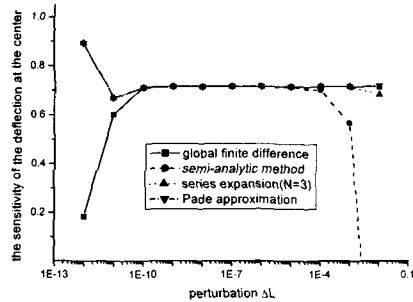


Fig. 4 Sensitivity results of the simply supported plate at the center, 1/4 model, 200 DKT elements

났다. 급수 전개법에서는 고차항을 소거하기 때문에 기계 계산 오차에 의한 잡음을 억제하는 것으로 보인다.

5.2 중앙에 집중 하중을 받는 단순 지지 평판

Fig. 3에 중앙에 집중 하중을 받는 단순 지지 평판이 도시되었다.⁽⁶⁾ 대칭 조건을 이용하여 1/4 이 모델되었으며 200 개의 DKT 요소를 이용하여 해석하였다.⁽⁷⁾

Fig. 4에는 민감도 해석의 결과가 도시되어 있다. 섭동량이 큰 부분에서 급수 전개를 이용한 방법을 크게 개선한 것을 알 수 있다. 섭동이 클 경우 이 예제에서도 5.1 항의 결과와 마찬가지로 식 (3)에 의한 준해석법의 결과는 좋지 못한 것으로 나타나 있다.

섭동이 매우 작은 영역의 경우 전체 차분법에 의한 민감도 결과가 다소 나빠진 것을 알 수 있다. 5.1 항에서 논의한대로 고차항 제거에 의한 필터 효과라고 추정된다.

5.3 평면 요소로 모델된 보

Fig. 4에는 4×200의 표준 평면 요소로 모델된 보가 나타나 있다. 8절점 평면 변형률 요소를 이용하였다.⁽⁸⁾

5.1, 5.2 항의 결과와 마찬가지로 섭동이 큰 경우 급수 전개 3 항에 의한 방법을 개선하였음을 알 수 있다. 이 문제는 식 (3)에 의한 민감도 해석을 할 수 있는 섭동 영역은 매우 좁지만 급수 전개법에 의하여 섭동 연관성을 크게 완화할 수 있고 본 논문에서 제시된 방법으로 보다 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

다른 예제와 마찬가지로 섭동이 매우 작은 영

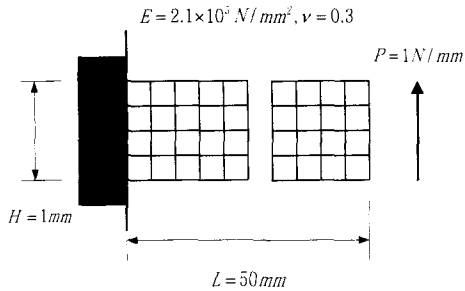


Fig. 5 Cantilever beam modeled by the plane element

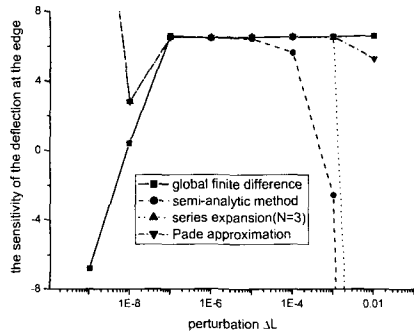


Fig. 6 Sensitivity results of the cantilever beam at the edge, 800 plane elements

역에서 전체 차분법에 의한 민감도 결과가 급수 전개법에 민감도 결과보다 좋지 못했다.

6. 결론

본 연구에서는 행렬의 기하 급수 전개를 이용하여 변위 민감도를 구하는 방법의 결과를 개선하기 위하여 Padé 근사를 이용하였다. 급수 전개에 따른 민감도 해석의 목표는 비교적 결과의 신뢰도가 높다고 알려져 있는 전체 유한 차분에 의한 민감도 결과에 준하는 해를 얻는 것이다. 전개항의 수가 증가하면서 생성되는 근사 점열은 전체 유한 차분의 결과에 수렴하지만 무한히 많은 항을 이용할 수 없으므로 고정된 항의 개수에서 보다 좋은 결과를 얻을 수 있는 방법의 개발은 중요한 의미를 가진다.

보통 급수 전개에 의한 방법에서 3 항 전개를 이용하면 넓은 영역에서 좋은 결과를 얻게 되는데 섭동이 큰 영역에서는 충분한 수렴을 못해서 추가적인 전개항이 필요한 경우가 발생한다. 따라서 이런 현상은 관찰할 수 있는 오차 분석기법의 도입을 하거나 주어진 전개항으로부터 최선의 근사를 얻어 신뢰 구간을 넓혀야 한다. 섭동이 큰 구간인 경우, 본 논문에서 제시한 추가 근사를 이용하는 경우에 민감도 결과를 신뢰할 수 있는 구간

이 증가하게 된다. 섭동이 매우 작은 영역의 경우에도 고차항을 제거하기 때문에 기계 계산 오차로 인한 잡음이 다소 억제하는 것으로 보인다. 신뢰 구간이 넓어지는 것은 사용자가 최적설계등에 이용할 목적으로 요구하는 민감도 해석에서 섭동 매개 변수의 제어에 큰 신경을 쓰지 않아도 된다는 것을 의미한다. 또한 실제 유한 요소 코드와 연관된 준해석 민감도 모듈의 작성에서 요소의 종류와 상관 없는 섭동 매개변수를 안정적으로 쓸 수 있게 되는 것으로 중요한 의미가 있다.

민감도 결과의 개선에 필요한 계산 노력의 측면에서 Padé 근사를 이용하여 방법은 전체 해석에 드는 노력에 미미한 영향을 미친다. 따라서 본 논문에서 제시한 민감도 개선기법은 실용적인 측면에서도 좋은 방법이며 계산의 신뢰성에서 섭동의 자유도가 커지게 되어 활용도가 높다고 할 수 있다. 또한 코드의 작성 측면에서도 오차의 분석에 의한 항의 추가 기법보다는 간단해 지고 전개항의 수가 미리 결정되어 있으므로 민감도 근사에 필요한 계산 노력이 규격화되는 장점이 있다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Bartherlemy, B., Chon, C. T. and Hařka, R. T., 1988, "Accuracy Problems Associated with Semi-Analytic Derivatives of Static Response," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 4, pp. 249~265.
- (2) Cheng, G., Gu, Y. and Zhou, Y., 1989, "Accuracy of Semi-Analytic Sensitivity Analysis," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 6, pp. 113~128.
- (3) Keulen, F. V. and Boer, H. De, 1998, "Rigorous Improvement of Semi-Analytical Design Sensitivities by Exact Differentiation of Rigid Body Motions," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 42, pp. 71~91.
- (4) Oral, S., 2000, "A Mindlin Plate Finite Element with Semi-Analytical Shape Design Sensitivities," *Computers & Structures*, Vol. 78, pp. 467~472.
- (5) Chen, S. H., Yang, X. W., and Wu, B. S., 2000, "Static Displacement Reanalysis of Structures Using Perturbation and Padé Approximation," *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 16, pp. 75~82.
- (6) Maron, M. J. and Lopez, R. J., 1991, *Numerical Analysis: A Practical Approach*, 3rd Ed., Wadsworth, Inc., USA, pp. 579~584.
- (7) Jeyachandrabose, C., Kirkhope, J. and Babu, C. R., 1985, "An Alternative Explicit Formulation for the DKT Plate-Bending Element," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 1289~1293.