

## 전체 운동가능구간에 걸쳐 함수가 정의된 6 절 함수발생장치의 최적설계

이 상 춘\* · 신 재 균†

(2002년 1월 28일 접수, 2002년 10월 23일 심사완료)

### Optimum Design of Six-Bar Function Generators with Prescribed Functions Defined for the Entire Motion Range

Sang-Choon Lee and Jae-Gyun Shin

**Key Words :** Function generators(함수발생장치), Optimization(최적설계), Watt-II(왓트 II 기구), Stephenson-III(스티븐슨 III 기구).

#### Abstract

An efficient method is proposed for the design of six-bar function generators with complex design tasks. Especially, the desired functions are defined for the entire motion ranges of the input variables. The design problem is defined as a nonlinear optimization problem. A concept of a weighted structural error is introduced for the definition of the objective function. Also simple branch identifiers are incorporated to eliminate the branch problems commonly encountered in a typical linkage synthesis problem. Two example problems of designing a Watt-II type double dwell mechanism and a Stephenson-III type double beat-up mechanism are demonstrated with numerical results. Constraints such as on the Grashof conditions and on the transmission angles are included for practical solutions.

#### 1. 서 론

함수발생장치란 기구의 입·출력 변수가 특정 함수관계관계를 만족하도록 설계된 기구를 말한다. 일반적으로 함수발생장치 문제는 2 가지 유형으로 정의되며, 그에 따라 설계방법도 달라진다. 첫번째 방식은 정밀점에 의한 설계방식이다. 설계자는 유한한 개수의 설계점(정밀점)을 정하고, 이들 설계점에서 원하는 입출력 변수 사이의 함수관계가 정확히 만족하여야 한다는 설계방정식을 풀어서 설계변수를 결정하는 방식이다. 4 절 기구의 설계에 사용되는 Freudenstein 의 방법<sup>(1)</sup>이나 잘 알려진 다이아드(Dyad)에 의한 방법 등이 이 방식에 속한다.

정밀점 설계방식은 제한된 범위의 문제에 대해 설계과정이 잘 정립되어 있으며, 원하는 정밀점을 정확히 만족시킬 수 있는 기구를 얻을 수 있는 장점을 갖는다. 그러나, 정밀점 설계방식에 있어 가장 보편적인 다이아드방법의 경우에는 설계된 각각의 다이아드를 조립하는 과정에서 여러 가지 결함 문제가 발생할 수 있으며, 이를 해결하여야 하는 어려움이 따른다. 이러한 결함의 예로는 회로 결함(Circuit defect), 순서결함(Order defect) 등이 있으며, 그 처리과정이 설계과정의 효율을 저하시킨다. 또한, 일반적으로 정밀점의 개수가 제한되기 때문에 복잡한 함수관계를 갖는 경우에 대해서는 정밀점 설계방식을 적용하기 어렵다. 예를 들어 전형적인 캠의 변위선도와 같이 2 번의 정체구간을 갖는 함수를 7~8 개 정도의 정밀점으로 정의하기는 어렵다.

정밀점 설계방식과는 대조적으로 최적설계 방식은 설계점의 개수에 제한을 받지 않는다. 최적설

\* 영남대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : jkshin@yu.ac.kr

TEL : (053)810-2467 FAX : (053) 813-3703

계방식에서는 일반적으로 설계점에서의 구조적 오차의 합을 최소화 하도록 설계변수를 결정하게 된다. 설계변수의 개수에 제한이 없으므로, 정밀점 방식에서 다루기 어려운 복잡한 함수관계를 취급할 수 있으며, 전동각이나 기타 제한 조건들을 직접적으로 설계에 반영할 수 있다.

함수 발생장치문제를 최적설계문제로 다룬 문헌들은 대부분 평면/공간 4 절 기구 등의 간단한 기구들을 대상으로 하였다.<sup>(5,11,13)</sup> 제한적이기는 하지만 Euler-Savary 방정식을 이용한 해석적인 접근법<sup>(6)</sup>이나, 4 절 경로 발생장치를 활용하여 6 절 정체기구(Dwell mechanism)<sup>(4,6,10)</sup>를 설계한 예들도 보고된 바 있다. 4 절기구들과 같이 단순한 기구들을 대상으로 한 경우에는 비교적 단순한 함수관계를 설계 목표로 하고 있으며, 특히 입력력변수 사이의 함수관계가 입력변수가 움직이는 전체 운동범위의 일부분에 대해서만 정의되었다. 또한, 6 절 기구를 활용한 예에서는 전동각이나 기타 실제적인 제한 조건을 만족하는 해를 얻으려면, 사전에 충분한 설계경험이나 자료를 갖지 않은 이상 상당한 시행착오적인 절차를 거쳐야 한다.

참고문헌<sup>(6)</sup>에서는 복잡한 기구들에 대해 최적설계기법을 직접 적용하는 것은 무모한 시도라고 지적하였다. 6 절 기구들과 같이 복잡한 기구들에 대해 최적설계기법이 확장되지 못한 가장 큰 이유로서는 기구학적인 문제에서 최적설계 문제가 무수히 많은 국소해(Local solution)를 가지고 있어 해를 구하는 과정이 비효율적이 될 수 있으며, 또한 기구의 해석과정에서 나타나는 회로문제(Circuit problem) 등에 대한 적절한 해결책이 없었기 때문으로 보인다. 본 연구에서는 특히 입력변수의 전체 범위에 걸쳐 정의된 함수발생장치 문제를 Watt-II 및 Stephenson-III 6 절 기구를 통해 설계하는 문제를 최적설계기법으로 적절히 처리할 수 있음을 보이고자 하였다.

## 2. 함수 발생장치 문제의 정의

먼저 Watt-II 유형의 6 절기구로 이중정체구간을 갖는 함수발생장치 문제를 예제로 하여 논의를 진행하고자 한다. Fig. 1 에는 Watt-II 6 절기구의 기구학적선도가 그려져 있다.

입력각은  $\theta$  이며, 출력각은  $\phi$  로 정의하였다. 입·출력각을 정의하기 위해 편위각  $\lambda_2^0$  및  $\lambda_4^0$  를 그림에서와 같이 도입하였다.

Fig. 2 에는 입력각과 출력각 사이의 요구되는 함수관계를 나타내었다. 출력절은 두 번에 걸쳐

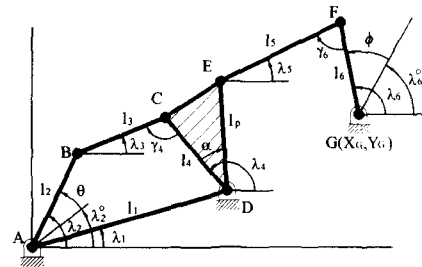


Fig. 1 Watt-II type six-bar mechanism

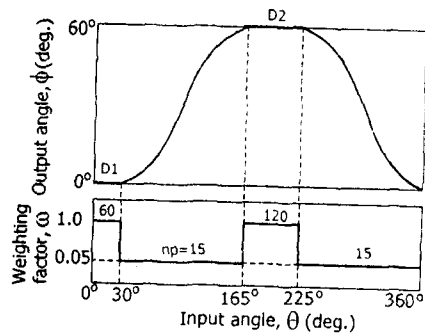


Fig. 2 Definition of desired curve

각각 30° 및 60° 크기의 정체구간을 갖는다. 이러한 운동 곡선은 상승-정체-하강-정체구간을 갖는 전형적인 캠의 변위선도를 연상케 한다. 캠의 변위선도에서 설계의 주안점은 상승 및 하강 구간을 어떻게 설계하느냐 하는 것이지만, 본 연구에서는 정체구간을 얼마나 잘 만들어 내는가 하는데 초점을 두고자 한다.

입·출력 각 사이의 요구되는 함수관계는 다음의 식 (1)로 정의된다.

$$\phi = \begin{cases} 0^\circ, & (0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ) \\ 30^\circ + 30^\circ \sin\left(\frac{4}{3}\theta - 130^\circ\right), & (30^\circ \leq \theta \leq 165^\circ) \\ 60^\circ, & (165^\circ \leq \theta \leq 225^\circ) \\ 30^\circ - 30^\circ \sin\left(\frac{4}{3}\theta - 30^\circ\right), & (225^\circ \leq \theta \leq 360^\circ) \end{cases} \quad (1)$$

식 (1)에서 정체구간 이외의 함수는 삼각함수형태를 갖는다고 가정하였다.

## 3. 최적설계문제의 정의

최적설계문제를 구성하기 위하여 다음과 같은 목적함수(Objective function)  $f$  를 정의하였다.

$$f = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{\omega_i (\phi_i^d - \phi_i^e)\}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

식 (2)에서 N 은 설계점의 개수를 나타낸다.  $\phi_i^d$  및  $\phi_i^e$  는 i-번째 설계점, 혹은 입력각도에서 요구되는 출력각과 생성된 출력각을 각각 나타낸다.  $\omega_i$  는 i-번째 설계점에서의 가중치를 나타낸다. 가중치를 활용함으로써 각 설계점의 중요성을 반영할 수 있다. 식 (2)로 정의된 목적함수는 가중치를 고려한 구조적 오차(Structural error)의 RMS 값을 나타낸다. Fig. 2 의 밑 부분에는 예를 들어 각 구간별로 설정한 설계점의 개수(Np)를 60, 15, 20 및 120 등으로 하였음을 나타내었고, 또한, 각 구간에 대해 가중치를 각각 1.0 혹은 0.05 로 주었음을 나타내었다. 정체구간의 중요성을 강조하기 위하여 이들 구간에서 많은 설계점과 높은 가중치를 설정하였다.

최적설계방법의 장점 중 하나는 설계과정에 다양한 제한 조건을 직접 고려할 수 있다는 것이다. Watt-II 설계 예제에서는 다음과 같은 제한 조건들을 고려하였다.

$$l_2 - l_1 \leq 0 \quad (3a)$$

$$l_2 - l_3 \leq 0 \quad (3b)$$

$$l_2 - l_4 \leq 0 \quad (3c)$$

$$l_1 + l_2 - l_3 - l_4 \leq 0 \quad (3d)$$

$$l_2 + l_3 - l_1 - l_4 \leq 0 \quad (3e)$$

$$l_3 + l_4 - l_1 - l_2 \leq 0 \quad (3f)$$

$$30^\circ \leq \gamma_4 \leq 150^\circ \quad (4a)$$

$$30^\circ \leq \gamma_6 \leq 150^\circ \quad (4b)$$

$$l_{\max} \leq 5 \times l_{\min} \quad (5)$$

식 (3)으로 표현된 부등제한 조건들은 구동 4 절기구가 크랭크-로커(Crank-rocker)기구일 조건을 나타낸다. 또한, 식 (4)들은 구동 4 절기구와 6 절 기구의 전동각의 한계를 나타낸다. 마지막으로 식 (5)는 현실적인 설계가 얻어지도록 링크들의 길이 비가 5 이하가 되도록 제한하였다.

#### 4. 회로결함문제의 처리

기구학적인 설계문제에서 나타나는 어려움중의 하나는 회로결함(Circuit defect)을 제거하는 것이다.

최적설계 방식을 적용한 설계 사례에서도 이러한 회로결함을 제거하기 위한 방법들이 제안되었다.<sup>(2,12)</sup> 이러한 방법에서는 기구를 해석하게 되는 모든 설계점에 대해 기구가 동일한 회로상에 존재하도록 보장하는 제한조건들을 부가토록 하고 있다. 그러나, 본 연구에서는 제한 조건을 부가하는 대신 기구에 존재하는 가능한 여러 개의 회로들 중 하나를 입력 데이터로 선정함으로써 한 번의 최적설계과정이 그 선택된 하나의 회로상에서만 진행되도록 함으로써 회로문제를 해결토록 하였다. 4 절 기구에서 출력각을 해석적으로 구하는 식은 잘 알려져 있다.<sup>(4)</sup> Fig. 1 에 포함된 4 절 기구에서 출력각  $\lambda_4$  는 다음의 식 (6)으로 표현된다(부록 참조).

$$\lambda_4 = \text{ATAN2} \left( \frac{K_2 K_3 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}, (K_3 - K_2 S_3)}{K_1^2 + K_2^2}, \frac{(K_3 - K_2 S_3)}{K_1} \right) \quad (6)$$

이 식에서  $K_i$  들은 입력각  $\lambda_i$  의 함수이며, 주어진 입력각에 대해 두 개의 출력각  $\lambda_4$  가 가능함을 알 수 있다. 2 개의 가능한 출력각이 존재한다는 것은 하나의 입력각에 대해 기구는 두 개의 서로 다른 조립 가능한 위치를 갖게 됨을 말한다. 기구내의 조인트를 분해하지 않고서는 하나의 조립위치에서 다른 또 하나의 조립 가능한 위치로 움직여 갈수 없을 때, 이들 두 개의 조립위치는 서로 다른 회로(Circuit) 상에 위치한다고 한다. 크랭크-로커 기구의 경우에는 주어진 입력각에 대해 항상 2 개의 회로가 존재한다. 본 연구에서는 편의상 이들 두 개의 회로를 편의상 각각 '+ 회로' 및 '- 회로' 로 정의하였으며, 이들은 해석시 식 (6)에서 +혹은 -를 선택하였을 때 얻어지는 회로를 나타낸다고 하자.

출력축의 다이어드에 대해서도 동일한 방식의 처리가 가능하다. 구동축 4 절 기구에 대한 해석을 통하여 E 점의 위치를 구하고, 이를 이용하여 출력각  $\lambda_6$  를 구하는 과정은 부록에 수록하였고, 결과의 일부분으로  $\lambda_6$  를 구하는 수식을 나타내면 다음 식 (7)과 같다(부록참조).

$$\lambda_6 = \text{ATAN2} \left( \frac{Q_2 Q_3 \pm Q_1 \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 - Q_3^2}, (Q_3 - Q_2 S_3) / Q_1}{Q_1^2 + Q_2^2} \right) \quad (7)$$

식 (7)에 의하면, 출력축 다이어드에 대해서도 두

가지의 가능한 회로가 존재함을 알 수 있다. 결과적으로 Watt-II 기구에 대해서 최대 4 가지의 조립 방법이 가능하며, 이들은 해석에 사용된 식에서 부호를 선택하는 방법에 따라 결정된다. 한 번의 최적설계과정에서 이들 부호를 고정 시킴으로써 회로결합은 자동적으로 제거된다. 또한, 이들 부호 조합을 다르게 취함으로써 설계자는 원하는 회로 상에서의 해를 구할 수 있다. 부호 선택에 의한 회로결합의 제거 방법은 해석되는 모든 설계점에서 항상 회로를 점검하는 제한조건을 고려하였던 이전의 방법들<sup>(2,12)</sup>보다 효율적일 것임은 자명하다.

### 5. 최적설계문제의 해법

앞 절에서 구성된 최적설계문제는 표준적인 비선형 최적설계(NLP) 문제<sup>(15)</sup>이다. 기구학적인 설계문제에 대해서 비선형 최적설계문제는 상당히 많은 국소해를 가지며, 따라서 일반적으로 국소해를 찾고자 하는 풀이과정에서 얻어지는 해가 초기치에 상당히 민감하다는 것은 잘 알려져 있다. 전역해(Global solution)를 구하는 일반적인 방법은 알려져 있지 않으므로 일반적인 방법은 서로 다른 초기치들을 이용하여 구해진 여러 개의 국소해들을 비교하여 만족할만한 해를 찾는 방법이 활용되고 있다.

본 연구에서도 연속 2 차 계획법 알고리즘(SQP: Sequential Quadratic Algorithm)<sup>(15)</sup>을 다양한 초기치를 활용하여 적용함으로써 여러 개의 국소해들을 구하였다. 각 설계 변수들에 대한 초기치는 미리 설정된 상하한치 사이에서 난수를 이용하여 발생시켰다. 특히 기구학적인 설계문제에서는 초기치나 혹은 최적설계과정이 진행되는 동안에 도달된 설계 변수들이 기구를 형성하지 못하게 됨으로써, 해석이 불가능하게 되는 경우가 허다하다. 본 연구에서는 이러한 상황이 발생할 때에는 최적

설계과정을 중단하고 새로운 초기치를 생성시켜 다시 시작하는 단순폐기방식을 택하였다.

## 6. 설계예제

### 6.1 Example 1 : Watt-II 이중정체기구

예제 1 은 앞 절들을 통해 설명된 바 있는 이중정체기구를 설계하는 것이다. 이중정체기구는 이전의 연구자들이 Stephenson-III 의 6 절 기구를 사용하여 설계<sup>(3,7-9)</sup>하였기 때문에 본 연구에서는 이를 Watt-II 기구를 이용하여 설계해 보고자 하였다. 출력각의 변위선도는 Fig. 2 에 제시한 바와 같다. 각각 30° 및 60° 의 크기를 갖는 정체구간은 출력 절의 양 극단에서 발생토록 되어 있으며, 정체구간 이외의 구간에 대한 변위선도는 삼각함수의 형태를 갖는다.

Table 1 에는 최적설계의 결과로 얻어진 4 개의 해를 요약해 놓았다. 12 개의 설계 변수들은 마지막 행에 나타내었다. Table 1 에 수록된 해는 각각 서로 다른 4 개의 분기에서 얻어진 해로서 이들은 제 2 행의 부호 조합에 의해 확인된다. 또한, Fig. 3 에는 Table 1 에 보인 4 개의 기구들에 대한 선도를 나타내었다. 이들 선도에서  $\Delta BCD$  와  $\Delta EFG$  의 극성을 살펴봄으로써 이들 4 개의 기구들이 서로 다른 분기상에 존재함을 알 수 있다. 예를 들어 W1 및 W2 기구에서는 꼭지점 B, C, D 를 차례로 따라갈 때 회전이 반 시계방향이며, W3 및 W4 기구에서는 시계방향이 된다.

4 개의 해 중, 목적함수의 값이 최소가 되는 경우는 W2 의 경우이며, 그 값은 0.229° 이다. 또한 정체구간에서의 최대 구조 오차는 0.39° 이다. 이 최대 오차는 유사한 설계문제를 Stephenson-III 기구를 이용하여 해석적인 방법으로 해결한 참고문헌<sup>(3)</sup> 에서 그 값이 1.2° 인 것과 비교하면 우수한

Table 1 Summary of results for the watt-II double dwell mechanism( $l_1=1.0$ )

Name	Circuit	Cost (Deg.)	Max. Error (Deg.)	Max. Weighted error (Deg.)	Max. Dwell Error	Design variables ( $l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_p, \alpha, \lambda_1, X_G, Y_G, \lambda_2$ )
W1	(+, +)	.382	11.94	1.06	1.06	0.339, 0.400, 0.980, 0.567, 0.576, 0.516, 0.177, -1.930, 0.087, -0.338, -0.970
W2	(-, -)	.229	19.39	.93	.38	0.476, 0.637, 0.921, 1.886, 1.330, 0.680, -0.233, 0.349, -1.909, 1.259, -2.049,
W3	(-, +)	.268	6.60	.97	.97	0.460, 0.918, 0.731, 1.643, 0.516, 0.541, -1.776, -0.712, 0.887, 0.611, 1.434,
W4	(-, -)	.268	2.89	1.12	1.12	0.242, 0.424, 0.983, 0.884, 0.461, 1.063, 0.166, -1.146, -0.456, 0.153, 0.381

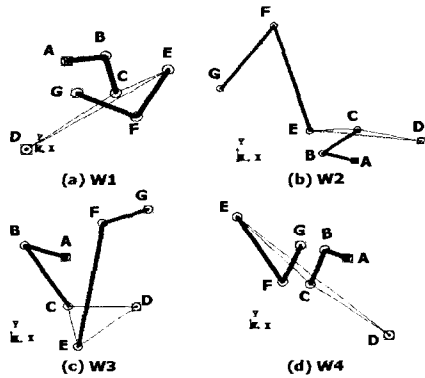


Fig. 3 Scaled plots of the generated Watt-II double-dwell mechanisms

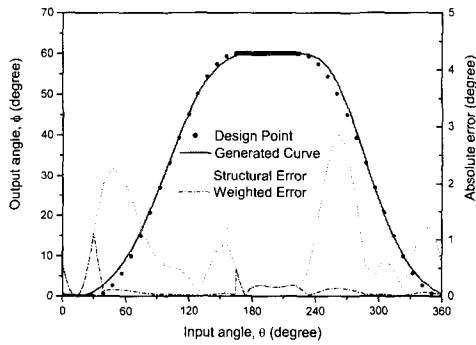


Fig. 4 Analysis of output for W4

결과가 얻어진 것으로 평가된다. Table 1에 주어진 4 가지 기구 모두 최대오차의 관점에서 참고문헌의 설계결과보다 우수하다.

Fig. 4에는 W4 기구에 대한 해석 결과를 나타내었다. 목적함수를 정의할 때 정체구간에 대해 가중치를 크게 함으로써 상대적으로 이 구간에서의 구조오차의 크기가 작은 수준으로 유지됨을 볼 수 있다. 정체 구간 이외의 구간에 대해서는 구조오차가 상대적으로 크지만 이는 설계에서의 주요 관심사가 아니다. 구조오차의 크기에 그다지 관심이 없는 영역에 대해서는 설계점을 지정하지 않는 것이 효율적이라고 생각할 수도 있다. 그러나, 본 예제의 경우에서 정체구간 이외의 구간에 대해 설계점을 지정하지 않으면, 정체구간이 출력절의 양극단에서 일어나야 한다는 조건을 만족하지 않는 결과가 얻어지는 문제점이 발견되었다. 구조적 오차의 크기가 그다지 중요하지 않은 구간에 대해 어느 정도 크기의 가중치를 부여할 것인가 하는 것은 일반적으로 정할 수 있는 사항은 아니라고 보지만, 이 구간에 대해서도 설계점을 정의하는

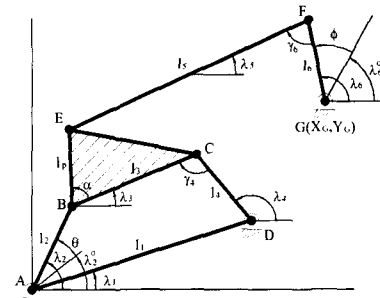


Fig. 5 Stephenson-III six-bar mechanism

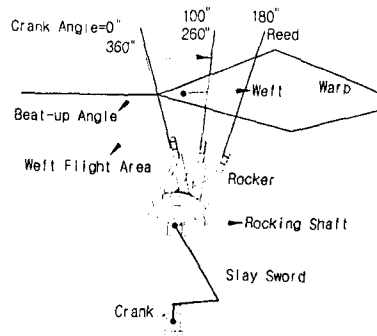


Fig. 6 A Beat-up mechanism showing reed at three different positions

것이 필요하다고 여겨지기 때문에, 입력절이 운동 가능한 전체 구간에 걸쳐 정의된 함수발생장치 설계문제는 나름대로의 실용성을 갖는다고 본다.

6.2 Example2 : Stephenson-III 이중바디침 기구

두 번째 예제로서 Stephenson-III 를 활용하여 이중 바디침기구를 설계하는 문제를 생각하였다. Fig 5에는 Stephenson-III 기구를 나타내었다. 바디침기구란 직기에서 새로 투입된 위사를 천단(Cloth fell)까지 밀어 넣기 위한 기구로서, 직물의 조직형성에 중요한 역할을 한다<sup>(16)</sup>. Fig. 6에는 전형적인 4절 기구형의 바디침 기구를 나타내었다. 4절 크랭크-로커 기구의 출력절에 붙어 있는 바디(Reed)는 경사(Warp)들 사이에 새로 투입된 위사(Weft)를 그림에서 왼쪽 편으로 밀어 넣는 기능을 한다. 설명을 위하여 그림에는 바디를 3개의 위치에서 나타내었다. 크랭크 각도가 0° 일 때의 위치가 바디침이 이루어 지는 지점이 되며, 바디는 직물과 경사의 경계선으로 정의되는 천단의 위치까지 전진한다. 보통의 직기에서는 크랭크의, 혹은 직기의 1회전 동안 이러한 바디침은 1회 이루어진다. 그러나, 후직을 제작할 때에는 직기의 1회전에 대해 2번의 바디침이 이루어지는 이중바디침기구가 유리하다. 이중바디침기구에서 요구되는

기능을 2 가지로 요약하면 다음과 같다.

(i) 바디(reed)는 정확히 바디침 위치에 두 번 도달하여야 한다.

(ii) 바디침 이후에 위사가 투입될 공간을 확보하기 위하여 바디는 충분히 직기 후방으로 밀려나야 한다.

이상의 두 가지 조건을 만족하는 바디의 변위 곡선은 Fig. 7 과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 바디의 변위는 6 절 기구의 출력절의 각운동으로 대체되었다. 앞에서의 조건(i)을 만족시키기 위해 출력절은 바디침이 일어나는  $\phi=0^\circ$ 에 두 번 도달하며, 조건(ii)를 만족시키기 위해 출력절은  $8^\circ$ 의 각 변위를 갖도록 되어 있다. 본 예제는 참고문헌<sup>(16)</sup>에서 제시된 바 있는 Watt-II 기구를 이용한 이중 바디침기구를 참조하여 구성되었다. 최종적으로 변위선도는 다음의 식 (8)로 정의되었다.

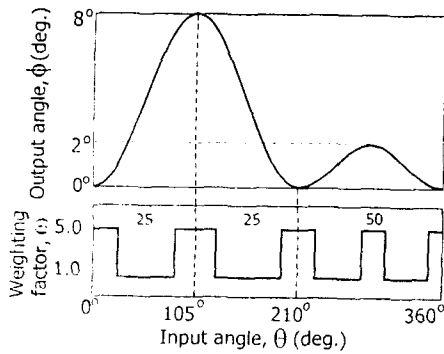


Fig. 7 Definition of desired curve for Ex.2

$$\phi = \begin{cases} 4^\circ - 4^\circ \cos\left(\frac{360}{210}\theta\right), & 0^\circ \leq \theta \leq 210^\circ \\ 1^\circ - 1^\circ \cos\left(\frac{360}{150}\theta + 216^\circ\right), & 210^\circ \leq \theta \leq 360^\circ \end{cases} \quad (8)$$

변위선도는 2 개의 단순조화운동을 연속적으로 나열하여 얻었다. 또한, Fig. 7 에는 예제 1 에서와 같은 목적으로 도입된 가중치를 그래프로 나타내었다. 이들 가중치는 두 번에 걸친 바디의 진폭의 크기를 정확히 달성하며, 또한 두 번의 바디침 동작이 정확히 이루어 지도록 설정되었다. 예제 1 에서와 같이 전동각의 범위는  $30^\circ$ 와  $150^\circ$  사이가 되며, 입력축 4 절 기구가 크랭크-로커 기구가 되도록 제한 조건들을 부과하였다. 그러나, 링크들의 길이에 대해서는 상·하한치를 제외한 별다른 제한조건을 고려하지 않았다.

예제 1 에서와 유사한 과정을 거쳐 얻은 해를 Table 2 에 정리하였다. 앞에서의 마찬가지로 수록한 4 개의 기구는 서로 다른 회로에 속한다. Fig. 8 에는 네 개의 기구들에 대한 선도를 나타내었고,

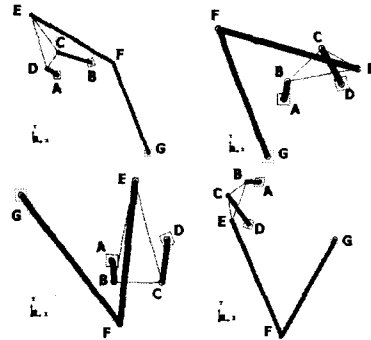


Fig. 8 Plots of generated mechanism

Fig. 9 Displacement and structural errors for S3

Table 2 Summary of results of optimization for the double beat up mechanism( $l_1=1.0$ )

Name	Circuit	Cost (Deg.)	Max. Error (Deg.)	Design variables
				$(l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_p, \alpha, \lambda_1, X_G, Y_G, \lambda_2^\circ)$
S1	(+, +)	.217	.18	0.348, 0.529, 0.949, 2.641, 2.666, 1.524, 0.938, 0.364, 2.534, -2.122, 1.496
S2	(+, -)	.271	.37	0.301, 0.773, 0.650, 2.412, 2.223, 1.185, -0.580, 0.265, -0.276, -0.940, -0.967
S3	(-, +)	.213	.39	0.345, 0.807, 0.714, 2.380, 2.693, 1.714, 1.383, 0.357, -1.537, 1.089, 2.839
S4	(-, -)	.317	.29	0.300, 0.551, 0.821, 2.868, 2.576, 0.963, 0.602, -1.822, 1.781, -1.307, -3.140

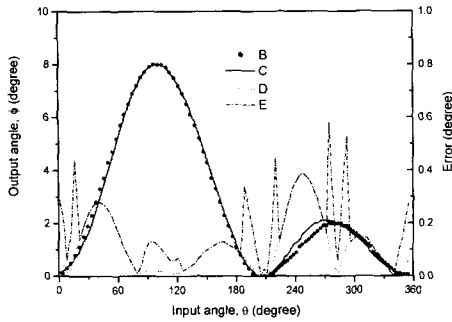


Fig. 9 Displacement and structural errors for S3

Fig. 9 에는 이들 중 S3 기구에 대한 해석 결과를 나타내었다. 요구되는 변위선도와 실제로 얻어진 변위선도를 비교하였고, S3 에서 구조오차가 0.39° 를 넘지 않음을 보여준다.

7. 결과 및 고찰

본 연구에서 택한 2 개의 예제를 통하여 설계의 목표가 되는 함수가 입력변수의 전 구간에 걸쳐 정의된 함수발생장치의 설계문제가 기존의 최적설계기법을 도입하여 해결될 수 있음을 보였다. 이와 같이 함수를 입력변수의 전 영역에 걸쳐 정의 하려는 시도는 입력 크랭크의 길이가 짧은 구면 4 절기구를 해석적인 방법으로 설계할 때[14]를 제외하고는 없는 것으로 보인다. 이중정체기구나 이중바디침기구 등은 정밀점 설계문제나 아니면 입력변수의 유한한 작동범위에서만 정의되는 함수발생장치 문제로 취급되기는 어렵다. 이중정체기구의 설계문제를 다른 대부분의 연구결과는 입력 4 절기구를 먼저 설계하고 여기에 출력 다이어그램을 참가하는 방식을 도입한다. 이 경우, 정체구간의 크기나 전동각 등의 제한 조건을 적절히 고려하기가 어려워 설계과정이 복잡해진다. 그런, 본 연구에서와 같은 최적설계방법을 적용하면 설계과정이 일원화 되고, 복잡한 제한조건을 고려하기 편하다.

예제들을 SQP 알고리즘을 적용하여 풀 때, Table 1, 2 에 보인 바와 같은 하나의 해를 구하는데 HP C110 워크스테이션에서 평균 2 시간 정도의 시간이 소요되었다. 이처럼 많은 시간이 소요되는 이유 중의 하나는 Table 1, 2 에 보인 바와 같은 해를 하나 얻기 위해서는 내부적으로 수백, 수천개의 국소해를 구한 다음 이들의 목적함수를 비교하는 과정을 겪기 때문이다. 또 하나의 계산 시간을 발생시키는 요인은 최적설계과정에서 설계 변수들이 기구를 구성하지 못하게 되면, 본 연구에서는 이를 버리고 새로운 초기치에서부터 재시작하기 때문이다. 이 과정을 통해 버려지는 계산량은 전체 계산량의 50%정도에 이르는 것으로 나타났다. 보

다, 효율적인 설계를 위하여 이렇게 버려지는 계산량을 줄이는 노력이 필요한 것으로 사료되었다.

8. 결론

비교적 복잡한 함수로 정의되는 함수발생장치의 설계문제를 6 절기구들을 활용하여 해결하는 방법을 제안하였다. 특히, 설계의 목표가 되는 함수를 입력변수의 전 영역에 걸쳐 정의함으로써 여러 가지 실용적인 문제에 적용가능 함을 보였다. 특히, 기구학적 설계과정에 걸림돌이 되는 분기 문제를 제한조건이 아닌 간단한 입력절차로 처리될 수 있음을 보였다. 또한, 목적함수를 정의할 때 가중치를 도입함으로써 보다 정밀도가 요구되는 설계점들에 대한 구조적 오차를 상대적으로 줄일 수 있음을 보였다. 예제로 택한 이중정체기구 설계문제에서는 Watt-II 기구를 활용하여 참고문헌에 제시된 바 있는 Stephenson-III 형태의 설계사례에서보다 구조적 오차의 측면에서 보다 우수한 결과를 얻었다. 또한, 이중바디침기구 설계예제에서는 Stephenson-III 기구를 활용하여, 참고 문헌상의 Watt-II 형태의 기구를 재현할 수 있었다. 본 연구의 결과는 6 절기구 이상의 복잡한 기구를 활용한 설계과정에 도 적용 가능할 것으로 기대되지만, 해를 보다 효율적으로 구하는 방법에 대한 노력은 계속되어야 하리라 사료되었다.

후 기

본 연구를 지원하여 주신 영남대학교 지역협력센터(RRC)의 관계자 여러분께 진심으로 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Sandor, G.N. and Erdman, A.G, 1984, *Advanced Mechanism Design :Analysis and Synthesis*, Vol. 2, Prentice-hall.
- (2) Tinubu, S.O, 1984, "Optimal Synthesis of Function Generators Without the Branch Defect.," *Trans. ASME J. Mech. Transmiss. Automa. Des.* **106**, 348~354.
- (3) Hiroshi Shimijima, 1985, "Dimensional Synthesis of Dwell Function Generators(on 6-link Stephenson mechanisms)," *Trans. JSME* **482**, 2696~2701
- (4) Chase, T.R(1993, "Circuits and Branches of Single Degree-of-Freedom Planar Linkages.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **115**, 223~230.
- (5) Rose, Richard S, 1973, "Direct Analytic Synthesis of Four-bar Function Generators with Optimal Structural Error.," *Trans. ASME J. Eng. Ind.*, 563~571.
- (6) Eric Sandgren(1985, "Design of Single and Multiple Dwell Six-link Mechanisms Through Design

- Optimization.," *Mech. Mach. Theory* **20**, 483-490.
- (7) Rosen, D, 1991) "A Knowledge Based Dwell Mechanism Assistant Designer.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **113**, 205-212.
- (8) Kota, Sridhar, 1987) "Development of Knowledge Base for Designing Linkage-type Dwell Mechanisms : Part I Theory.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **109**, 308-315.
- (9) Kota, Sridhar, 1987) "Development of Knowledge Base for Designing Linkage-type Dwell Mechanisms : Part II Theory.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **109**, 316-321.
- (10) Kota, Sridhar, 1988) "Min-dwell Computer Aided Design and Analysis of Linkage-type Dwell Mechanisms.," *Mech. Mach. Theory* **23**, 423-433.
- (11) Angeles, J, 1987) "The Global Least-square Optimization of Function-Generating Linkages.," *Trans. ASME J. Mech. Transmiss. Autom. Des.* **109**, 204-209.
- (12) Liu, Zheng, 1992) "The Properties of Constant-Branch Four-bar Linkages and Their Applications.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **114**, 574-579.
- (13) Issac, K. Kurien, 1993) "A Nondifferentiable Optimization Algorithm for Constrained Minimax Linkage Function Generation.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **115**, 978-987.
- (14) Farhang, K, 1999) "Design of Spherical 4R Mechanisms: Function Generation for the Entire Motion Cycle.," *Trans. ASME J. Mech. Design* **121**, 521-528.
- (15) Arora, J.S, 1989) *Introduction to Optimum Design*, McGraw Hill, Ch. 6.
- (16) Talavasek and Svaty, V. *Shuttleless Weaving Machines*, Elsevier Scientific Publishing, 1981.

## 부 록

### A.1.6 절기구의 변위해석

#### A.1.1 Watt-II 기구

Fig. 1 에 나타낸 입력 4 절 기구에 대해 다음 식들이 성립한다.

$$l_3 \cdot C_3 = l_1 C_1 + l_4 C_4 - l_2 C_2 \quad (A 1)$$

$$l_3 \cdot S_3 = l_1 S_1 + l_4 S_4 - l_2 S_2 \quad (A 2)$$

여기에서,  $C_i$  와  $S_i$  는 각각  $C_i = \cos(\lambda_i)$ ,  $S_i = \sin(\lambda_i)$  를 나타낸다.

또, 양변을 제곱하여 더하면 다음과 같다.

$$K_1 C_4 = K_3 - K_2 S_4 \quad (A 3)$$

단,

$$\begin{cases} K_1 = 2l_4(l_1 C_1 - l_2 C_2) \\ K_2 = 2l_4(l_1 S_1 - l_2 S_2) \\ K_3 = l_3^2 - l_1^2 - l_2^2 - l_4^2 + 2l_1 l_2 (C_1 C_2 + S_1 S_2) \end{cases}$$

식 (A 3)을 제공하고  $C_4^2 = 1 - S_4^2$  을 이용하면 다음 식을 얻는다.

$$(K_1^2 + K_2^2)S_4^2 - 2K_2 K_3 S_4 + K_3^2 - K_1^2 = 0 \quad (A 4)$$

이차방정식을 풀면

$$S_4 = \frac{K_2 K_3 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1^2 + K_2^2} \quad (A 5)$$

$$C_4 = \frac{(K_3 - K_2 S_4)}{K_1} \quad (A 6)$$

이들로부터,

$$\lambda_4 = \text{ATAN2}(S_4, C_4) \quad (A 7)$$

위와 유사한 방법으로  $\lambda_5$  를 구할 수 있다.

출력점의 계산을 위해, 커플러포인트(E)의 위치는 다음 식으로 정의된다.

$$x_E = l_1 C_1 + l_4 \cos(\lambda_4 - \alpha) \quad (A 8)$$

$$y_E = l_1 S_1 + l_4 \sin(\lambda_4 - \alpha) \quad (A 9)$$

$$x_E + l_5 C_5 = x_G + l_6 C_6 \quad (A 10)$$

$$y_E + l_5 S_5 = y_G + l_6 S_6 \quad (A 11)$$

식 (A10)과 식 (A11)을 이용하여 앞에서와 마찬가지로  $\lambda_5$  를 구하면 다음과 같다.

$$S_5 = \frac{Q_2 Q_3 \pm Q_1 \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 - Q_3^2}}{Q_1^2 + Q_2^2} \quad (A 12)$$

단,

$$\begin{cases} Q_1 = 2l_5(x_E - x_G) \\ Q_2 = 2l_5(y_E - y_G) \\ Q_3 = (x_E - x_G)^2 + (y_E - y_G)^2 + l_5^2 - l_6^2 \end{cases}$$

$$C_5 = \frac{(Q_3 - Q_2 S_5)}{Q_1} \quad (A 13)$$

$$\lambda_5 = \text{ATAN2}(S_5, C_5) \quad (A 14)$$

#### A.1.2 Stephenson-II 기구

식 (A 10)과 식 (A 11) 대신 다음의 식을 사용하면 나머지 계산과정은 동일하다.

$$x_E = l_2 C_2 + l_p \cos(\lambda_3 + \alpha) \quad (A 15)$$

$$y_E = l_2 S_2 + l_p \sin(\lambda_3 + \alpha) \quad (A 16)$$