

## 시간강수계열의 강수량 모의발생을 위한 추계학적 모형

### A Stochastic Simulation Model for the Precipitation Amounts of Hourly Precipitation Series

이 정식\* / 이재준\*\* / 박종영\*\*

Lee, Jung Sik / Lee, Jae Joon / Park, Jong Young

#### Abstract

The objective of this study is to develop computer simulation model that produces precipitation patterns from stochastic model. The hourly precipitation process consists of the precipitation occurrence and precipitation amounts. In this study, an event cluster model developed by Lee and Lee(2002) is used to describe the occurrence process of events, and the hourly precipitation amounts within each event is described by a nonstationary form of a first-order autoregressive process. The complete stochastic model for hourly precipitation is fitted to historical precipitation data by estimating the model parameters. An analysis of historical and simulated hourly precipitation data for Seoul indicates that the stochastic model preserves many of the features of historical precipitation. The autocorrelation coefficients of the historical and simulated data are nearly identical except for lags more than about 3 hours. The precipitation intensity, duration, marginal distributions, and conditional distributions for event characteristics for the historical and simulated data showed in general good agreement with each other.

**Keywords :** Hourly precipitation series, Process of precipitation amounts, Nonstationary 1st order AR process, Conditional distribution, Marginal distribution

#### 요지

본 연구의 목적은 간헐 수문사상인 시간강수계열의 구조적 특성을 고찰하여 강수량 모의발생을 위한 추계학적 모형을 개발하는 것이다. 이를 위하여 본 연구에서는 강수발생과정에 대한 추계학적 모형은 이재준과 이정식(2002)이 개발한 추계학적 모형을 이용하였으며, 강수량과정을 위하여 사상내의 시간강수량을 비정상 1차 자기회귀모형으로 기술하였다. 시간강수계열의 강수발생과정과 강수량과정을 조합하면 시간강수사상의 발생패턴과 사상기간내의 강수의 종속구조를 모의할 수 있는 시간강수계열에 대한 모의모형이 얻어지며, 이 모형의 적합성을 구명하기 위해

\* 금오공과대학교 토목, 환경 및 건축공학부 교수  
Prof., Dept. of Civil, Environmental and Architectural Engrg., Kumoh National Institute of Technology, Gumi, Gyeongbuk 730-701, Korea  
(E-mail : jungsik@kumoh.ac.kr)

\*\* 금오공과대학교 토목, 환경 및 건축공학부 박사과정  
Doctoral Student, Dept. of Civil, Environmental and Architectural Engrg., Kumoh National Institute of Technology, Gumi, Gyeongbuk 730-701, Korea

서울을 대상으로 하여 실적강수자료를 분석하였다. Monte Carlo 모의결과는 모형이 사상기간내의 강수강도, 지속기간, 크기의 주변 및 조건부 분포를 잘 재현하고 있음을 보여주었다. 실적 및 모의 자료에 대한 자기상관함수도 비교적 작은 시간지체에서는 유사하였다.

**핵심용어** : 시간강수계열, 강수량과정, 비정상 1차 자기회귀과정, 조건부분포, 주변분포

## 1. 서 론

강수량의 시공간과정에 대한 추계학적 모형화는 수문과정 연구에 있어서 여러 가지 의미를 갖고 있으며, 특히 수공계획에 있어서는 강수의 결정론적인 특성뿐만 아니라 예측 불가능한 변동 즉, 확률적인 변동특성을 어떻게 해서 계획정보로서 도입하는가가 하나의 중요한 과제가 된다.

지금까지 사용되어온 방법은 보통 두 계열의 확률변수를 조합하는 데에 바탕을 두고 있다. 첫번째 계열은 한 기간내에 발생하는 강우사상의 총수 즉 추계학적 집계과정이라 할 수 있으며, 여기서 강우사상이란 고려중에 있는 강수과정의 시간계급에 따라 종속되며, 습윤기간(호우기간, 강우일, 강우시간)과 건조기간(호우사이의 기간, 건조일, 건조시간)으로 일컬어진다. 두번째 계열의 확률변수는 각 강우사상의 강우량(지속기간, 강우강도 등)을 연관지어 생각할 수 있는데, 이를 계열을 보통 강우량(강우깊이)과 지속기간 과정이라 부른다.

이와 같은 강수발생과정과 강수량과정을 조합한 일 강수계열 모형 중에서 강수량과정에 관한 연구동향을 살펴보면, Woolhiser 등(1972)은 0.01 in/day 이상의 강수량을 대상으로 지수분포에 의해서  $n$ 일 강수의 추계학적 모형을 구성하였으며, Todorovic과 Woolhiser(1975)는 Markov 연쇄-지수분포 모형이 Binomial-지수분포 모형 보다 우월하다고 발표하였다. 또한 Bruhn 등(1980)은 식물의 병해관리에 대한 일 기상자료를 제공하기 위한 모의발생 모형을 개발하였고 Richardson(1981)은 일강수량, 최저 및 최고기온, 태양복사량에 관한 장기간의 자료를 발생시키기 위한 모형을 제안하고 일강수량을 1차 Markov 연쇄-지수분포 모형으로 먼저 결정한 후 나머지 세개의 변수는 다른 변량 모형에 의해 발생시켰으며, Istok과 Boersma(1989)는 시간강수량을 비정상 시계열 모형으로 기술하였다.

국내의 경우는 강수계열의 해석은 비교적 미미하여 이원환과 이재준(1985)은 건조계속기간과 습윤계속기간의 강수량을 고려한 2변량 모형을 사용하여 단일지점의

일 강수계열을 모의발생 하였고, 이재준과 이원환(1986)은 지점 관측소간의 공간적 확률구조를 고려하여 유역내 다지점의 일 강수계열을 모의발생하는 모형을 개발하였다. 그리고 이재준(1987)은 강수발생과정에 대해 ARP 모형과 Markov 연쇄모형을 적용하고, 습윤일의 강수량에는 연속확률분포로 gamma 분포와 Weibull 분포를 조합한 4개의 DPS 모형을 개발한 바 있으며, 그 후 보완 등을 통해 개량한 바 있다(이재준과 이정식, 1992, 1994a, 1994b). 한편 강태호 등(1999)은 장래 유출 및 수질 모의예측을 위해 장래 입력강우량만을 시간강수량에 관한 시계열 모형으로 구축한 바 있다. 이재준과 이정식(2002)은 시간강수계열의 군집성을 고려한 point 과정의 추계학적 모형인 Neyman-Scott 형의 군집 과정을 이용하여 강우사상의 군집성을 고려할 수 있는 강수발생과정을 모형화하였다.

본 연구에서는 강수량과정에 대한 추계학적 모형을 개발한 후 이를 강수발생과정에 대한 모형을 결합하여 시간강수계열에 대한 모의모형을 구축하고자 한다. 이를 위하여 강수발생과정에 대한 추계학적 모형은 이재준과 이정식(2002)이 개발한 추계학적 모형을 이용하였으며, 강수량과정을 위하여 사상내의 시간강수량을 비정상 1차 자기회귀모형으로 기술하였다.

이러한 방법들을 사용하기 위해서 어떤 threshold보다 작은 강수량을 기록한 시간은 건조시간으로 정의하고, threshold보다 큰 강수량을 기록한 시간은 습윤시간으로 정의하며, 본 연구에서는 threshold로서 수문학적 강수의 기준치인 0.1mm로 택하였다.

## 2. 시간강수계열의 강수량과정에 대한 추계학적 모형

### 2.1 사상내의 시간강수량

$\{P_n : n = 1, 2, \dots, D\}$ 를 사상의 지속기간  $D$  동안에 내린 강수량이라고 하자. 이  $\{P_n\}$ 은 연속적으로 상관되고 동일한 분포를 하지 않는 확률변수의 계열이다. 대부분의 기존의 강수 모형들은 강수과정의 이러한 두

가지 특성을 무시하고 있으며, 그 대신에 사상내에서의 강수량의 증분을 독립적이고 동일한 분포를 이루는 확률변수로 가정하고 있다.

본 연구에서는 사상내의 강수량 가운데서 관측되는 종속성과 확률분포의 변화를 두 부분으로 구분한 추계학적 모형을 사용하여 기술하기로 한다. 첫번째 부분은 사상내의 각 시간 동안의  $\{P_n\}$ 에 대한 확률분포를 구하는 것이고, 두번째 부분은  $\{P_n\}$ 중의 종속성을 구하는 것이다.

### 2.1.1 사상내의 시간강수량에 대한 분포

사상 동안의 시간강수량을 발생된 사상의 시점과 끝에 관하여 각 시간강수량의 위치에 종속되는 몇개의 계급으로 구분한다. 한 사상  $i$ 의 각 시간  $m$ 에 대해 다음의 양들은 사상의 지속기간  $D_i$ 로 재조정된 사상내에서의 그 시간의 위치를 나타낸다.

$$\begin{aligned} n^* &= 0, & n &= 1 \\ n^* &= \frac{n-1}{D_i-1}, & n &= 2, \dots, D_i \\ 0 \leq n^* &\leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$n^*$ 의 범위를  $m$  개의 등간격 길이로 나누므로써 시간강수량  $P_n$ 을  $n^*$  값을 이용하여 계급  $k$ 로 할당할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_n = P_n(k) &\quad \text{if } \frac{k-1}{m} < n^* \leq \frac{k}{m}, \\ k &= 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

이 계급들은 각 계급이 발생된  $P_n$  내에서의 사상의 소부분을 나타내기 때문에 위치계급으로 부르기로 한다.

### 2.1.2 사상내의 시간강수량간의 종속성

$\{P_n : n = 1, 2, \dots, D\}$ 를 사상지속기간  $D$  동안의 시간강수량 계열이라고 하면, 빈도분포는 사상내의 상이한 위치계급에 대해 서로 다른지를 보일 수 있다. 이 때 서로 다른 분포들에 대해 첨자  $k$ 를 사용하여 표시하기로 하며,  $P_n(k)$ 는 계급  $k$  내에서 발생된 시간강수량을 말한다.

시간강수계열에서  $P_n$ 의 빈도분포는 위치계급마다 사상내에서 변하고 있으므로 식 (3)과 같은 비정상성 형태의 자기회귀모형(Box와 Jenkins, 1970)이 보다 적합할 것으로 생각된다.

$$\begin{aligned} \hat{P}_{n+1} &= \phi_0 + \phi_1 \hat{P}_n + \phi_2 \hat{P}_{n-1} \\ &+ \dots + \phi_m \hat{P}_{n-m+1} + a \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\phi_0, \dots, \phi_m$ 은 자기회귀계수이며,  $a$ 는 우연변동성분,  $\hat{P}_n = \{P_n - E(P_n)\}/\sqrt{VAR(P_n)}$ ,  $E(P_n)$ 은  $P_n$ 의 기대치이며,  $VAR(P_n)$ 은  $P_n$ 의 분산이다.

기대값과 분산이 위치계급  $k$  내에서 일정하다고 가정하면, 시간강수량 사이의 계열종속성을 나타내기 위해 사용될 수 있는 식 (3)의 형태는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \hat{P}_{n+1} &= \phi_0(k) + \phi_1(k) \hat{P}_n + \phi_2(k) \hat{P}_{n-1} \\ &+ \dots + \phi_m(k) \hat{P}_{n-m+1} + a[s(k)] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\hat{P}_n = \{P_n - E[P_n(k)]\}/\sqrt{VAR[P_n(k)]}$ 이고 기대값과 분산은  $k$ 의 함수이며,  $E[P_n(k)]$ 와  $VAR[P_n(k)]$ 의 값은 표본 평균과 분산에 의해서 추정될 수 있다. 이 때  $\phi_i(k)$ 의 값은 회귀분석기법에 의해 구할 수 있으며, 확률변수  $a[s(k)]$ 는 평균이 0이고 분산이 회귀의 잔차평균제곱의 2승근  $s(k)$ 인 정규분포를 따른다고 알려져 있다(Snedecor와 Cochran, 1980).

강수자료에 1차 비정상성 자기회귀모형만을 적합시킬 경우에 식 (4)는 다음과 같이 축소된다.

$$\hat{P}_{n+1} = \phi_0(k) + \phi_1(k) \hat{P}_n + a[s(k)] \quad (5)$$

시간강수량의 모의발생에 식 (5)를 사용하기 위해서는 첫번째 시간에서  $P_1$ 에 대한 분포를 결정할 필요가 있으며, 각 사상의 첫번째 시간은 항상 계급 1( $n^* = 0$ )이 되므로 이론확률분포를 각 월마다  $P_n(1)$ 에 대한 분포로 적합시키기로 한다.

## 2.2 모의발생

시간강수계열의 강수과정에 대한 추계학적 모형은 이재준과 이정식(2002)에 의해 개발된 강수발생과정 즉, 군집내의 사상 지속기간과 사상출현간 시간에 대한 음대수흔합분포로 구성된 사상발생에 관한 Poisson 군집과정 모형과 본 연구에서 개발되는 사상내의 시간강수량에 대한 모형을 결합하므로써 얻을 수가 있으며, 개발된 모형으로부터 시간강수계열의 강수량과정을 모의발생하기 위한 방법을 기술하면 아래와 같다.

### 2.2.1 시간강수량의 모의발생

각 사상의 첫번째 시간에서의 시간강수량  $P_1$ 은  $P_1$ 에 대한 음대수흔합분포의 누적분포함수로부터 난수를 발생시켜 구한다. 이 분포의 모수를 사상 지속기간에 대한 음대수흔합분포의 모수와 구별하기 위해 여기서는  $\hat{a}_k$ ,  $\hat{b}_k$ ,  $\hat{\theta}_k$ 로 표시한다.

계속되는 값  $P_2, P_3, \dots, P_D$ 를 모의발생하기 위해 서 식 (5)를 사용하면 식 (6)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P_{n+1}(k+1) &= E[P_{n+1}(k+1)] + (\phi_0(k) + \phi_1(k) \\ &\quad \left\{ \frac{P_n(k) - E[P_n(k)]}{\sqrt{VAR[P_n(k)]}} \right\} \\ &\quad + a[s(k)]\sqrt{VAR[P_{n+1}(k+1)]}) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\phi_0(k)$ ,  $\phi_1(k)$ ,  $s(k)$ 는 회귀계수이며,  $a$ 에 대한 정규분포로부터의 무작위 표본은 다음 식을 사용하여 구할 수가 있다(Hillier와 Lieberman, 1980).

$$a[s(k)] = s(k) \sum_{i=1}^{12} u(0,1) - 6s(k) \quad (7)$$

여기서  $u(0,1)$ 은 0과 1사이의 균등분포난수이다.

### 2.2.2 강수사상의 모의발생 절차

시간강수자료의 강수사상 계열을 모의발생하는 절차는 다음과 같이 추계학적 모형의 각 부분을 잇달아 모의발생시켜 수행한다.

- ① 임의의 모의발생 시작시간  $t_0$ 를 표기한다. 이 시간을 모의발생을 시작하는 연/월/일로 규정한다.
- ② 이재준과 이정식(2002)에서의 군집의 종점으로부터 다음 군집의 시점까지의 시간의 무작위 값을 구하는 식 (8)과 현재 월의  $\lambda^*$ 를 사용하여 군집의 출현시간을 산정한다. 군집 시점의 연/월/일을 결정하므로써 군집의 시점까지 시간을 진행 시킨다.

$$n^* = \frac{\log[u(0,1)]}{\lambda^*} \quad (8)$$

- ③ 또한 군집의 크기분포로부터 무작위표본을 구하는 식 (9)와 현재 월의  $\beta$ 를 사용하여 군집의 크기를 산정한다.

$$M = -\beta \log[u(0,1)] \quad (9)$$

- ④ 군집내의 각 사상에 대해서 단계 ⑤에서 단계 ⑦ 까지 반복한다.
- ⑤ 현재 월의  $\hat{a}_k$ ,  $\hat{b}_k$ ,  $\hat{\theta}_k$ 를 사용하여 사상의 지속기간을 결정한다. 사상의 각 시간에 대해 단계 ⑥을 반복한다.
- ⑥ 식 (6)과 (7)을 사용하여 시간강수량을 산정한다. 각 시간의 강수량이 산정되고 나면 연/월/일을 새로이 하므로써 시간을 진행시킨다. 각 시간에 대한 위치 계급을 결정하고 필요에 따라 새로운 모수를 선택한다.
- ⑦ 사상 지속기간을 음대수흔합분포로부터 결정하고 현재 월의  $\hat{a}_k$ ,  $\hat{b}_k$ ,  $\hat{\theta}_k$ 를 사용하여 사상출현간 시간을 산정한다.
- ⑧ 바라는 수의 모의발생이 이루어질 때까지 단계 ②~⑦을 반복한다.

## 3. 시간 강수계열 모형의 적용 및 고찰

본 연구에서는 국내의 경우 충분한 기간동안의 시간강수량 자료의 획득이 쉽지 않으므로 기상청 서울측후소의 강수자료를 사용하였다. 서울측후소의 시간강수량 자료보유기간은 6월~9월까지는 1962년부터 1999년까지의 38년간이나, 10월~5월까지는 1988년부터 1999년까지의 12년간이다.

### 3.1 실적강수자료의 해석

#### 3.1.1 강수사상

시간강수량 관측계열은 대규모 대기과정에 의해 야기되며 때문에 추계학적 종속성을 나타내는 독특한 측정치를 예상할 수 있다. 시간강수자료에서 나타나는 종속성을 연구하는 하나의 방법은 자료표본에 대한 자기상관함수를 산정하는 것이다.

본 연구에서는 자기상관함수(ACF: autocorrelation function)를  $k = 50$ 까지 계산하였으며, 이 계산을 위해 서울 자료 전기록년에 대해 매월별로 시간자료를 재구성하였다. 계산 결과를 그림 1에 도시하였으며, 함수의 형상은 7월 강수량의 강한 계열종속성을 보이고 있다. 그림 1의 수평접선은 자체 1인 자기상관에 대해 계산된 유의수준  $\tilde{\rho}_1$ 이다. 대표본에 대해  $\tilde{\rho}_1$ 은 다음 식으로 산정된다.

$$|\tilde{\rho}_1| = \frac{C_{\alpha/2}}{\sqrt{(N-1)}} \quad (10)$$

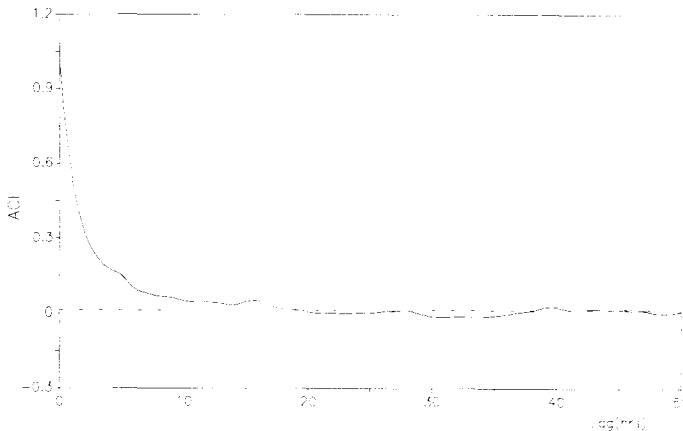


그림 1. 서울 지점의 7월의 시간강수량에 대한 계열상관도

여기서  $C_{\alpha/2}$ 는 정규분포의 상부  $\alpha/2$  확률점이며,  $N$ 은 표본 크기이다(Cox와 Lewis, 1966).

1% 유의수준에서  $|\tilde{\rho}_1|$ 에 대한 산정치(7월 : 0.0131)를 그림 1에서 도시해 보면, 자기상관함수는 7월의 경우  $k < 19$ 시간에서  $|\tilde{\rho}_1|$  값을 초과하고 있음을 볼 수 있다. 따라서 자기상관은 1% 수준에서 유의하다고 결론지을 수 있다. 그러나 11~3월의 시간강수량은 3시간 마다 측정한 값이기 때문에 엄밀한 의미의 시간강수량 자료로 볼 수가 없으므로 본 연구에서는 4~10월의 시간강수계열을 대상으로 모의모형을 개발하기로 한다.

강수사상은 시간강수강도가 어떤 기준치  $I$ 를 초과할 때 시작되고, 시간강수강도가 연속적인  $S$  시간 동안  $I$  이하로 머무를 때 종료된다.  $I$  와  $S$ 에 대해 상이한 값을 택하면 시간강수자료 계열을 상이한 사상계열로 나눌 수 있다.

서울의 시간강수자료에서 나타나는 추계학적 종속성

을 이해하기 위한 단계로서 이러한 사상 정의를 서울지점의 강수자료를 강수사상으로 구분하는 데 사용하였다. 본 연구에서는  $I$ 와  $S$ 에 대한 다음의 값을 임의로 선정하였다:  $I = 0.1 \text{ mm/hr}$ ,  $S = 1 \text{ hr}$ .

본 연구에서 강수사상과 사상은 동의어로 사용하기로 하며, 0.1 mm 이상의 연속된 강수량 계열을 갖는 시간강수자료 계열로 정의하기로 한다. 각 사상은 적어도 1시간의 지속기간을 갖고, 0이 아닌 모든 시간강수량은 단일 사상의 요소가 된다.

### 3.1.2 강수사상 특성

이재준과 이정식(2002)의 연구에서 강수사상의 개념은 서울지점에서 강수발생의 계절적 분포와 습윤기간의 분명한 군집성이라는 강수발생과정의 두가지 특성을 설명하는데 사용되었다. 이를 특성은 강수과정에 대한 정확한 기술이 되도록 추계학적 모형에 의해 재현되어야만 한다. 그리고 강수과정에서 반드시 고려되어야만 하는 추가적인 특성이 또 하나 있는데, 이것은 대부분의 수문학 적용분야에서 습윤기간동안 발생한 강수량에 관

표 1. 강수사상 특성의 정의

사상 특성	정의	단위	수식
지속기간	첫 번째 시간( $F_k$ )부터 마지막 시간( $L_k$ ) 까지의 사상의 길이	hr	$D_k = (L_k - F_k) + 1$
크기	사상 동안의 강수총량	mm	$M_k = \sum_{i=F_k}^{L_k} P_i$
평균강도	사상 동안의 평균강우량	mm/hr	$I_k = M_k/D_k$
최대강도	사상 동안의 최대강우강도	mm/hr	$IMAX_k = \max_{F_k \leq i \leq L_k} P_i$

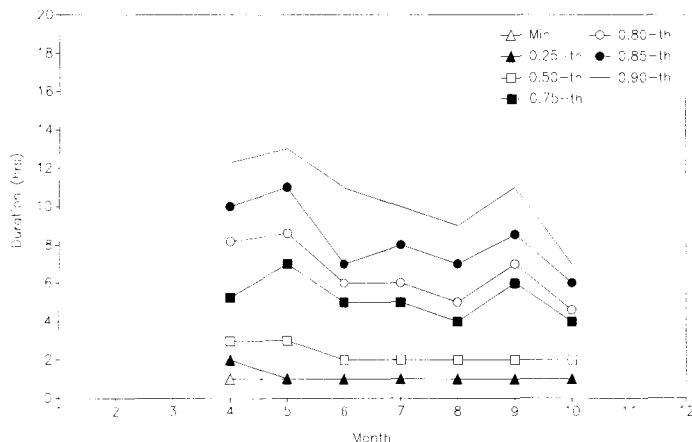


그림 2. 서울 지점의 월별 사상 지속기간에 대한 주변분포

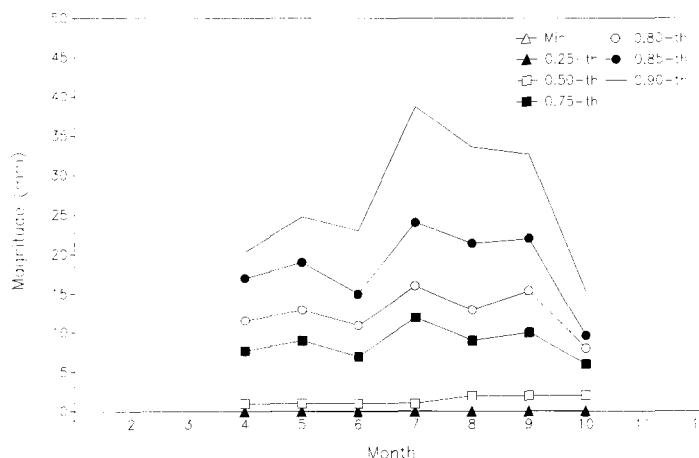


그림 3. 서울 지점의 월별 사상 크기에 대한 주변분포

한 정보가 필요하기 때문이며, 예를 들면, 강수의 강도와 지속기간은 호우기간의 유출용적을 산정하는 유역모의 모형에 입력자료가 되기 때문이다.

강수과정에 대한 이들 특성을 연구하는 하나의 방법은 각 강수사상에 대한 변수의 집합을 정의하는 것으로, 이들 변수는 사상 동안의 시간강수량으로부터 산정되며, 본 연구에서는 사상 특성이라고 언급하기로 한다. 본 연구에서 검토한 4가지 사상 특성은 지속기간, 크기, 평균 및 최대 강도로서, 이들을 표 1에 정의하였다.

강수사상의 특성치에 계절적 변동이 있는지를 결정하기 위해서 서울 지점의 매월별로 특성에 대한 주변분포를 계산하고, 쌍을 지운 두개의 특성에 대한 조건부 및 결합 빈도분포를 계산하였다.

강수사상 특성에 대한 계절적 변동 조사결과를 그림 2~4에 도시하였으며, 그림에서 보면 여름철 동안에 발생된 사상이 봄, 가을철 동안에 발생된 사상보다 크기, 최대강도의 경우에는 더 크게 나타났다. 예를 들면 5월과 7월에서 사상 지속기간에 대한 0.90-th quantile 값은 각각 13시간, 10시간이었고(그림 2), 이와 유사하게 5월과 7월에서 크기에 대한 0.90-th quantile 값은 각각 25.0 mm/hr, 40.0 mm hr이었으며(그림 3), 최대강도는 8월에 주로 나타났다(그림 4).

각 강수사상 특성에 대한 주변분포에 덧붙여서 특성간의 관계 및 상호작용 또한 관심사가 되며, 이를 관계는 어떤 특성 쌍에 대한 조건부 빈도분포를 도시하여 시각적으로 기술할 수 있다. 따라서 강수사상 특성의

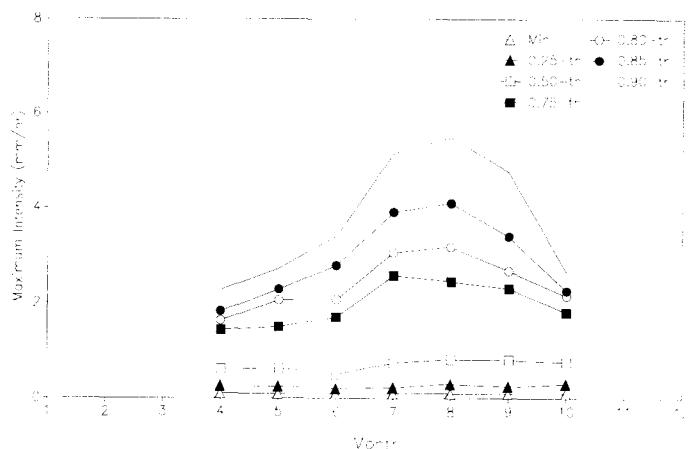


그림 4. 서울 지점의 월별 사상의 최대강도에 대한 주변분포

표 2. 강수사상 특성간의 상관성 (서울, 7월)

사상 특성	지속기간	크기	평균강도	최대강도
지속기간	1.000			
크기	0.727	1.000		
평균강도	0.317	0.711	1.000	
최대강도	0.553	0.888	0.856	1.000

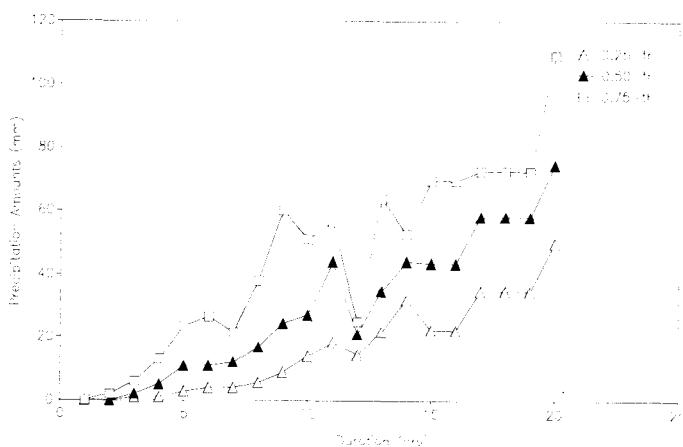


그림 5. 서울 지점 7월의 사상 지속기간에 대한 크기의 조건부분포

여러 쌍에 대한 조건부 분포를 계산하였으며, 조건부 분포는 먼저 하나의 특성  $X$  가 임의의 값  $x$  를 갖도록 사상의 부집합을 선택하므로써 수식화할 수 있다.  $X = x$  가 주어지면 그 때 두번째 특성  $Y$  의 조건부 분포는 간단하게 사상의 부집합에 대해  $Y$  의 주변분포

가 된다.

주어진 지속기간에서 크기, 평균강도, 최대강도에 대한 조건부 분포를 계산하였으며, 그림 5~7에 각 조건부 분포의 3개 quartiles을 사상 지속기간에 대해 도시하였다. 그림 5~7로부터 서울의 7월에 대한 이를 조건부 분포의 도시를 보면 특성을 사이에 양(+)의 상관을

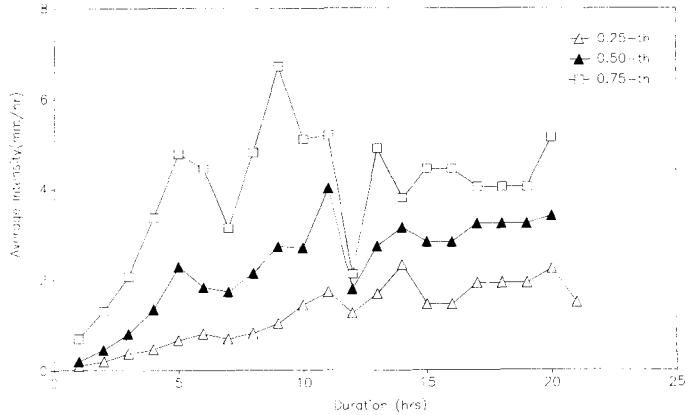


그림 6. 서울 지점 7월의 사상 지속기간에 대한 평균강도의 조건부분포

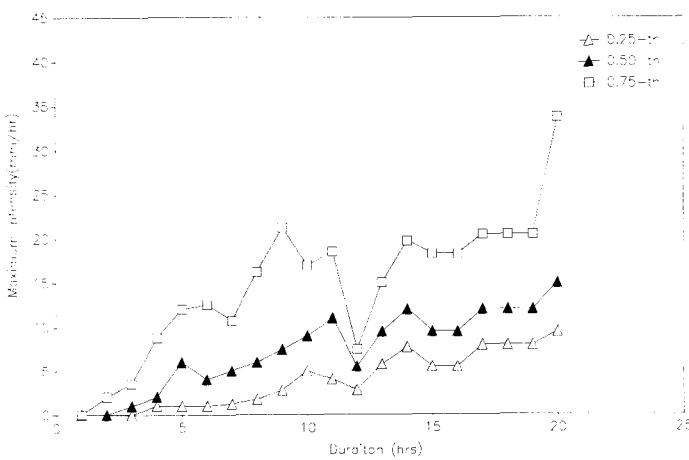


그림 7. 서울 지점 7월의 사상 지속기간에 대한 최대강도의 조건부분포

표 3. 사상내의 시간강수량 분포차이에 대한 Kolmogorov-Smirnov 비모수 유의성 검정 결과  
(서울, 7월)

사상내의 시간	사상내의 시간									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.0000									
2	1.0000	0.0000								
3	1.0000	0.7503	0.0000							
4	1.0000	0.6431	0.4437	0.0000						
5	1.0000	0.3821	0.0188	0.1708	0.0000					
6	1.0000	0.0425	0.7719	0.8875	0.4333	0.0000				
7	1.0000	0.0570	0.9067	0.8302	0.5227	0.1896	0.0000			
8	1.0000	0.5346	0.9941	0.8684	0.9524	0.6104	0.4148	0.0000		
9	1.0000	0.7717	0.9984	0.9895	0.9783	0.8894	0.6398	0.2769	0.0000	
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000

보임을 알 수 있으며, 최대강도, 평균강도, 크기는 사상의 지속기간이 증가됨에 따라서 증가하였다. 어떤 간격의 지속기간은 quartiles이 적어도 10개의 사상으로부터 계산되도록 그룹화 하였고, 다른 월에 대한 결과도 그림 5~7에 보인 것과 같이 비슷하였다.

사상 특성들간의 관계도 역시 매월별로 4개의 사상 특성에 대한 상관계수를 계산하므로써 검토하였다. 표 2에 수록한 7월에 대한 결과는 지속기간, 크기, 평균 및 최대강도 사이에 유의한 상관을 보이고 있으며, 다른 월에 대한 결과도 7월에 대한 결과와 유사하였다.

### 3.1.3 사상내의 시간강수량

3.1.2절에서 기술한 주변 및 조건부 분포를 이용하여 특성들간의 관계와 사상 특성분포에서의 계절적 변동성을 검출하였다. 사상 특성의 주변 및 조건부 분포에서 관찰된 특징은 물론 사상내의 시간에 대한 시간강수량 계열의 추계학적 구조에서도 발생하고 있다.

본 절에서는 사상내의 시간강수량 사이에 존재하는 추계학적 종속성의 형태를 결정하고, 사상내의 시간강수량의 확률분포형을 결정하였다.

3.1.1절에서 원래의 시간시계열인 강수량 사이의 종속성을 자기상관함수를 이용하여 결정하였으며, 자기계열상관도의 형태는 약 지체 20~40시간 정도에 대해 시간강수량 사이의 유의한 상관을 보여주었다. 사상내의 시간강수량은 불연속 시계열이기 때문에 사상내의 시간강수량 사이의 유의한 계열상관의 존재를 검정하기 위하여 본 절에서는 다른 방법을 사용하였다. 강수사상은 적어도 1시간의 견조시간에 의해 서로 분리되는 연속적인 습윤시간계열로 정의되었음을 기억하고,  $P_1, P_2, \dots, P_D$ 를 시간 1, 2, ..., D 동안에 발생한 강수라고 하자. 여기서 D는 사상의 지속기간이다. 원래의 시간시계열에 대한 자기상관함수로부터(그림 1)  $P_i$ 는 양(+)으로 계열상관 지어지는 즉, 종속확률변수계열을 이를 것임이 기대된다.

시간강수량의 분포형 또한 시간강수과정 모형의 수식화에 있어서 관심사가 되며, 빈도분포를 사상의 시간 1, 시간 2, ..., 시간 10 동안에 발생한 시간강수량에 대해 계산하였다. 그림 8과 9에 주어진 시간 1과 시간 2에 대한 결과는 사상내의 다른 시간들에 대한 빈도분포가 서로 상이함을 보여주고 있다. 예를 들면, 시간 2에 대한 빈도분포는 시간 1에 대한 빈도분포보다 0.3 mm 이상의 강수량을 상당히 많이 포함하고 있으며,

동일 시간에 대한 빈도분포도 다른 월에 대해서는 상이하였다.

빈도분포에서 관찰된 차이점이 유의한가를 결정하기 위해서 7월에 발생한 사상의 처음 10시간에 대한 빈도분포형을 Kolmogorov-Smirnov 두표본 검정(Bradley, 1968)을 사용하여 비교하였으며, 빈도분포형은 정규분포를 이루고 있지 않기 때문에 비모수검정을 사용하였다. 이를 비교 결과를 표 3에 매트릭스형으로 요약 수록하였으며, 서로 다른 빈도분포 쌍에 대한 Kolmogorov-Smirnov 두표본 검정통계량을 제시하였다. 표 3에서 보면, 시간 1과 시간 2~10에 대한 강수량의 빈도분포형을 비교했을 때 검정통계량은 1.00이었으며, 이와 같이 통계량이 큰 값은 분포 사이에 큰 차이점이 있음을 내포하고 있다. 따라서 시간 1과 시간 2~10은 매우 상이하였다. 시간 3과 시간 5, 시간 2와 시간 6 및 시간 2와 시간 7에 대한 통계량은 각 0.02, 0.04, 0.06이었으며, 이는 이를 두 시간에 대한 분포형 사이에는 통계적으로 유의한 차이가 없음을 내포하고 있다(표 3의 음영부분). 다른 월에 대한 결과도 역시 사상내의 서로 다른 시간에 대한 강수량 분포간에는 유의한 차이점을 보여주고 있다.

## 3.2 사상내의 강수량과정에 대한 추계학적 모형의 개발

이재준과 이정식(2002)의 연구결과로부터 Poisson 군집과정이 강수사상 발생과정의 적절한 표현이 되는 것으로 결정되었다. 이 과정에서 주어진 시간기간에서 발생하는 사상의 수는 사상군집의 발생율과 각 군집에서 발생하는 사상수를 결합시키므로써 결정된다. Poisson 군집과정을 각 월에 대한 모수  $\lambda$ 와  $\beta$ 의 추정을 통해 강수자료에 대해 적합시킬 때 이를 Poisson 군집 부모형으로 부르기로 하며, 이러한 부모형은 사상군집의 발생율과 각 군집내에 포함된 사상의 수를 기술하게 된다.

본 절의 목적은 하나의 군집내의 각 사상의 위치에 대한 부모형과 각 사상내에서 발생하는 시간강수량에 대한 부모형을 개발하는 것이다. 이를 두개의 부모형과 사상 발생과정에 대한 Poisson 군집 부모형을 결합시키므로써 서울의 시간강수자료에 대한 완전한 추계학적 표현을 얻을 수가 있다.

### 3.2.1 사상내의 시간강수량에 대한 확률분포

3.1.3절에서 사상내의 시간강수량은 동일하지 않게

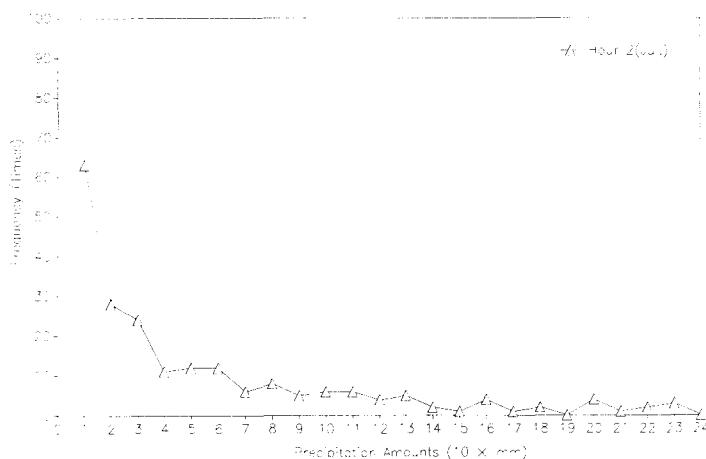


그림 8. 서울 지점 7월의 사상내 두 번째 시간강수량의 빈도분포

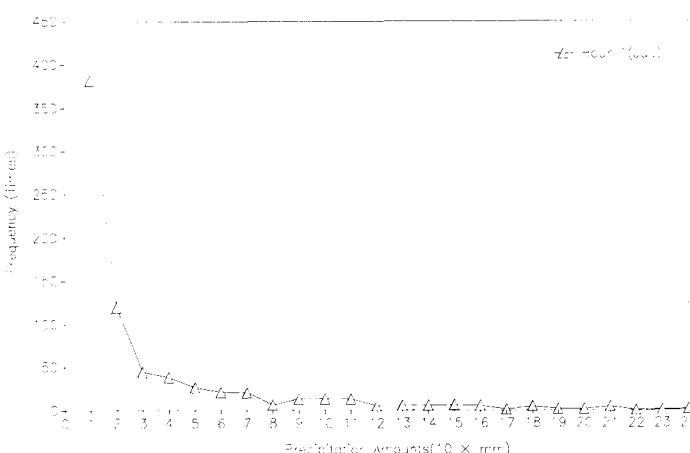


그림 9. 서울 지점 7월의 사상내 첫 번째 시간강수량의 빈도분포

분포된 즉, 사상의 각 시간에서의 강수량은 서로 상이한 확률분포에 의해 기술됨을 보였다. 강수자료의 이러한 특성을 기술하기 위해서 2.1.1절에 기술한 바와 같은 방법으로 사상 동안의 시간강수량을 발생된 사상의 시점과 끝에 관하여 각 시간강수량의 위치에 종속되는 몇개의 계급으로 구분하였다.

각 계급에 대한  $P_n(k)$ 의 빈도분포를 서울 자료에 대해  $m = 10$ 을 사용하여 계산하였다. 이러한 경우에 임의의 사상의 처음  $1/10$ 번째에 발생한  $P_n$  값은 첫번째 계급( $k = 1$ )으로 할당되고, 임의의 사상의 두번째  $1/10$ 에 발생한  $P_n$  값은 두번째 계급( $k = 2$ )으로 할당되며 계속 같은 방식으로 할당된다.

### 3.2.2 사상내의 시간강수량간의 종속성

사상내의 시간강수량간의 종속성을 2.1.2절에 기술한 방법으로 검토하고 서울지점의 강수자료에 1차 비정상성 자기회귀모형을 적합시켰다. 자기회귀모형의  $\phi_0(k)$ ,  $\phi_1(k)$ ,  $s(k)$ 의 추정치를 표 4에 수록하였으며, 모든 경우에서  $\phi_0(k)$ 에 대한 회귀는 1% 수준에서 유의하였다.

시간강수량의 모의발생을 위하여 첫번째 시간에서  $P_1$ 에 대한 분포를 결정할 필요가 있다. 각 사상의 첫번째 시간은 항상 계급 1( $m^* = 0$ )이 된다. 그래서 이론확률분포를 각 월마다  $P_n(1)$ 에 대한 분포로 적합시켰다. 7월의 경우는  $P_n(1)$  값은 최소치가 1인 이산형

정수를 갖는 확률변수 계열을 형성하므로 이재준과 이정식(2002)의 연구에서 사상 지속기간에 대해 고려하였던 동일한 이론분포들을  $P_n(1)$ 에 대한 모형과 비교하였다. 적합도 검정에서는 단지 음대수훈합분포만이 채택될만한  $\chi^2$ 값을 보였으므로 사상 지속기간에 대한 모수와의 혼동을 피하기 위해  $P_n(k)$ 에 대한 모수를  $\hat{a}_k$ ,  $\hat{b}_k$ ,  $\hat{\theta}_k$ 로 표시하였다.

### 3.3 서울의 시간강수량에 대한 모의발생 결과

시간강수자료에 대한 추계학적 모형을 모의발생된 강수자료와 서울의 실적자료를 비교하여 검정하였다. 6월부터 9월까지는 38년간, 10월부터 5월까지는 12년간의 시간강수자료를 사용하여 모의발생시켰으며, 모의계산의 편의를 위해 일률적으로 114년간의 시간강수자료를 발생시킨 후 전반부 76년간은 난수 초기치의 영향을 고려하여 제거하고 후반부 38년간의 발생자료를 사용하였다.

비교된 강수자료의 특성은 시간강수량에 대한 자기상관함수, 강수사상 특성의 주변 및 조건부 분포 등이다.

#### 3.3.1 시간강수량의 자기상관

서울지점 7월의 모의발생된 자료와 실적강수량에 대해 산정된 자기상관함수를 그림 10에 도시하였다. 그림 10에서 보면, 지체시간 3시간 이하에서는 비교적 좋은 일치를 보여주고 있으나, 그 이상에서는 큰 차이를 보이고 있다. 이렇게 시간지체가 긴 경우에 적합성이 떨어지는 이유는 시간강수량의 종속성을 기술하기 위해 1차 자기회귀모형을 사용하였기 때문으로 생각되며, 또한 1월부터 12월까지의 실적자료의 길이가 다름으로 인해 모수추정치에 불확정성이 개재되고, 그 영향이 모

의발생자료에 영향을 미친 것으로 생각된다.

이의 개선을 위해서는 고차 종속성을 갖는 자기회귀모형의 적용과 아울러 이동평균모형을 조합하는 방안을 생각할 수 있겠으나, 이에 대해서는 추후의 연구과제로 남겨두고자 한다.

#### 3.3.2 사상 특성의 주변분포

두가지 형태의 자료에 대한 사상 특성의 주변분포를 비교하므로써 강우-유출 모형화에서 중요한 강수과정의 특징을 지속시킬 수 있는 추계학적 강수모형의 능력을 평가할 수 있다. 모의발생된 강수자료를 사상으로 구분하고, 모의발생 자료에 대한 사상 특성의 주변분포를 계산하였다.

모의발생된 자료에 대한 사상 특성 중 지속기간과 크기에 대한 주변분포들은 모든 월에서 실적자료와 상당히 잘 맞고 있음을 볼 수 있으며, 최대강도에 대해서는 높은 quantile에서는 편차가 비교적 커다(그림 11~13 참조). 모의발생 및 실적 분포간의 가장 좋은 일치는 사상 지속기간에 대한 것이었으며(그림 11), 이것은 추계학적 모형이 실적 사상 지속기간 계열에 적합시킨 이론분포로부터 무작위 표본화기법으로 직접 사상 분포를 얻기 때문에 기대된다. 사상 특성 중 최대강도에 대한 주변분포간의 비교는 사상 지속기간 보다는 큰 불일치를 보였다.

일반적으로 모의발생 자료의 최대강도는 실적자료보다 크게 나타났는데(그림 13), 이것은 모의발생 자료로부터 계산된 최대강도가 실적자료로부터 계산된 것보다 상당히 커울 때인 8월의 경우에 특히 뚜렷하였다. 모의발생 및 실적자료에 대한 사상 지속기간의 주변분포는 훨씬 좋은 일치를 보였고 많은 경우에 분포

표 4. 사상내의 시간강수량에 대한 1차 자기회귀모형의 계수 (서울, 7월)

위치계급 $k$	$\phi_0(k)$	$\phi_1(k)$	$s(k)$
1	-0.05261	0.34025	0.77612
2	-0.03757	0.53134	0.77539
3	0.00406	0.49068	0.79631
4	-0.00968	0.34029	0.90332
5	0.09075	0.67388	1.00853
6	0.04386	0.47156	0.95477
7	0.03344	0.43374	0.90319
8	0.07490	0.48918	1.01684
9	0.11730	0.54032	1.01234
10	-0.13910	0.19855	1.14164

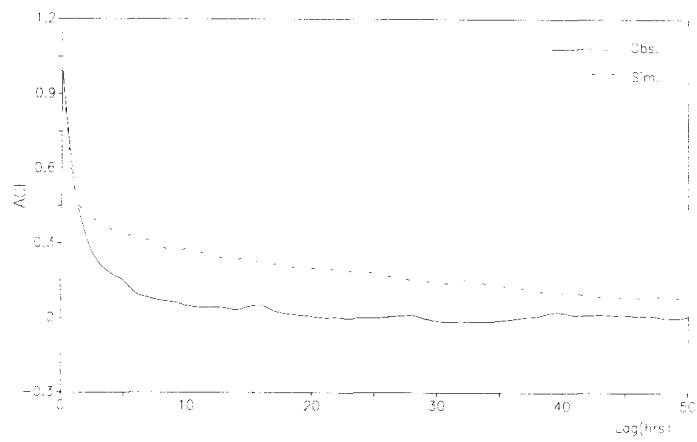


그림 10. 서울 지점 7월의 시간강수량에 대한 계열상관도의 비교

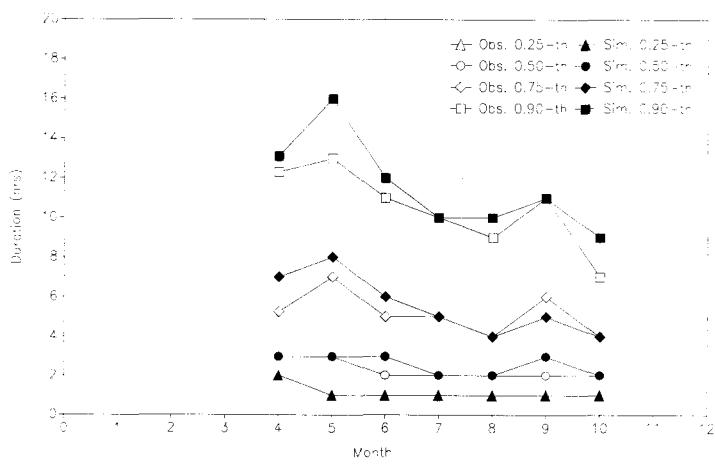


그림 11. 실적 및 모의발생자료의 사상 지속기간에 대한 주변분포의 비교

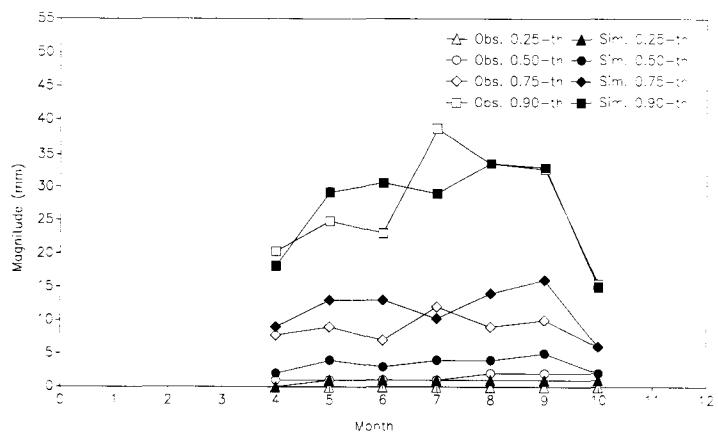


그림 12. 실적 및 모의발생자료의 크기에 대한 주변분포의 비교

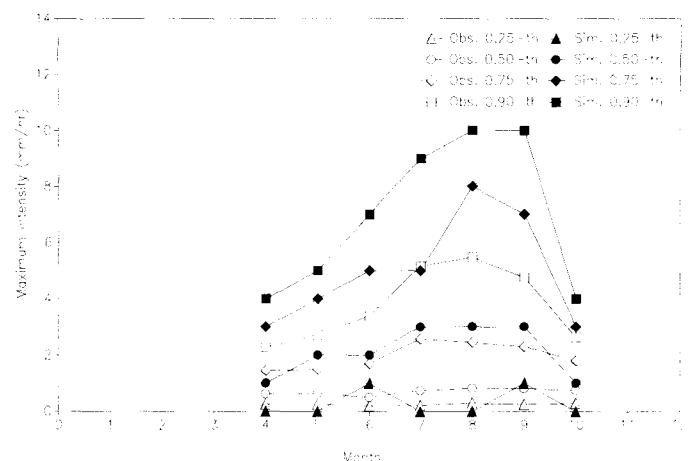


그림 13. 실적 및 모의발생자료의 최대강도에 대한 주변분포의 비교

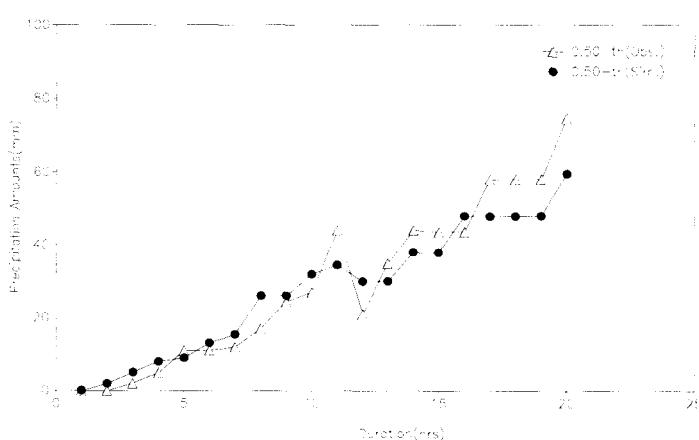


그림 14. 실적 및 모의발생자료의 지속기간에 대한 크기의 조건부분포(7월)

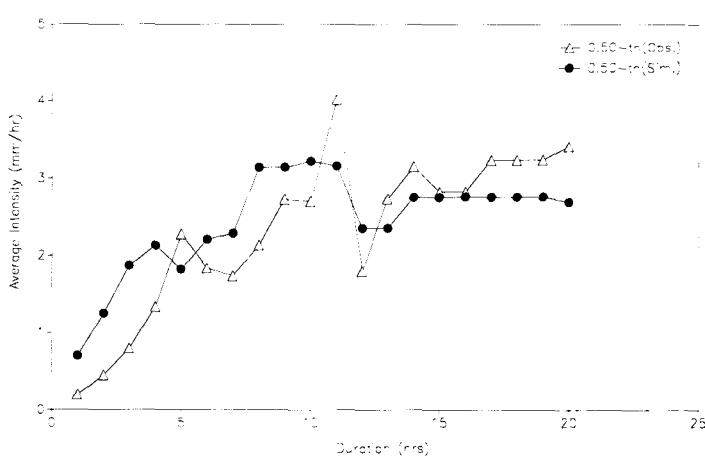


그림 15. 실적 및 모의발생자료의 지속기간에 대한 평균강도의 조건부분포(7월)

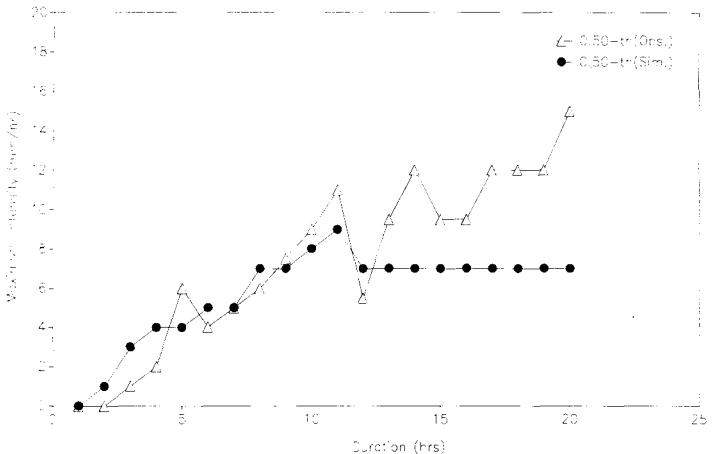


그림 16. 실적 및 모의발생자료의 지속기간에 대한 최대강도의 조건부분포(7월)

의 quantiles은 정확히 일치하였다.

### 3.3.3 사상 특성의 조건부분포

실적 및 모의발생 자료로부터 계산한 사상 특성에 대한 조건부분포간의 비교는 상당히 비슷하였다(그림 14~16). 4~10월의 모의발생 자료에 대한 크기와 평균 및 최대강도의 조건부분포 quantile은 0.25-th와 0.75-th quantile간의 거리에서 볼 수 있듯이 어떤 특별한 사상 지속기간에서 분포의 편집은 실적자료에 대한 것만큼 크지는 않을지라도 사상 지속기간에 따라 증가하였고, 특히 사상 지속기간이 큰 곳에서 해당하였다. 실적자료에서 관찰된 지속기간에 따른 평균강도의 증가는 모의발생 자료에서도 재현되고 있으며, 이는 추계학적 모형에서 사용된 시간강수량에 대한 1차 자기회귀모형이 서울 자료에 비교적 적합함을 보여주는 증거가 된다.

## 4. 결 론

본 연구는 간헐 수문사상인 강수계열의 구조적 특성을 고찰하고 강수량과정에 대한 추계학적 모의발생 모형을 개발한 것으로서, 사상기간내의 강수의 종속구조를 구명하기 위해 서울을 대상으로 하여 실적강수자료를 분석하였다.

시간강수사상의 강수량과정 모의발생 모형으로는 사상내의 시간강수량을 비정상 1차 자기회귀모형으로 기술하는 모형을 개발하였다. Monte Carlo 모의결과는 모형이 사상기간내의 강수강도, 지속기간, 크기의 주변 및 조건부분포를 잘 재현하고 있음을 보여 주었으며,

실적 및 모의 자료에 대한 자기상관함수도 비교적 작은 시간지체에서는 유사하였다.

이상의 결과로 미루어볼 때 이재준과 이정식(2002)이 개발한 강수발생과정 모형과 본 연구에서 개발된 강수량과정 모형을 결합시킨 시간강수계열 모형은 실적강수자료를 이용하는 많은 수문학적 적용분야에의 사용 가능성을 지니고 있다고 결론지을 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 2001년도 금오공과대학교 학술연구비에 의하여 연구된 논문으로 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- 장태호, 이재준, 이종태 (1999). “도시하천에서의 강우, 유출 및 수질 예측 (I) – 시간강우계열 모형 개발 및 적용.” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제19권, 제II-1호, pp. 23~34.
- 이원환, 이재준 (1985). “시간적 확률구조를 고려한 일 강수량의 모의발생에 관한 연구.” **연세대학교 산업기술연구소 논문집**, 제17집, 제1권, pp. 37~46.
- 이재준, 이원환 (1986). “공간적 확률구조를 고려한 일 강수량의 모의발생에 관한 연구.” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제6권, 제3호, pp. 31~42.
- 이재준 (1987). 강수계열의 모의발생모델 개발. 박사학위논문, 연세대학교 대학원.
- 이재준, 이정식 (1992). **간헐수문과정의 모의발생 모델 – 일강수계열을 중심으로-**, 한국과학재단 일반기초연구 보고서, KOSEF 921-1300-010-1.

- 이재준, 이정식 (1994a). “간헐수문과정의 모의발생 모형(Ⅰ) - 교대재생과정(ARP)과 연속화률분포.” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제14권, 제3호, pp. 509~521.
- 이재준, 이정식 (1994b). “간헐수문과정의 모의발생 모형(Ⅱ) - Markov 연쇄와 연속화률분포.” **대한토목학회 논문집**, 대한토목학회, 제14권, 제3호, pp. 523~534.
- 이재준, 이정식 (2002). “시간강수계열의 강수발생과정에 대한 추계학적모형.” **한국수자원학회 논문집**, 한국수자원학회, 제35권, 제1호, pp. 109~124.
- Box, G. E. P., and G. M. Jenkins (1970). *Time Series Analysis : Forecasting and Control*. Holden-Day, San Francisco.
- Bradley, J. V. (1968). *Distribution-free Statistical Tests*. Prentice-Hall, New Jersey, pp. 357~369.
- Bruhn, J. A., W. E. Fry, and G. W. Fick (1980). “Simulation of Daily Weather Data Using Theoretical Probability Distributions.” *Jour. Appl. Meteor.*, Vol. 19, No. 9, pp. 1029~1036.
- Cox, D. R., and P. A. W. Lewis (1966). *Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen, London.
- Hillier, F. S., and G. J. Lieberman (1980). *Introduction to Operations Research*. Holden-Day, San Francisco.
- Istok, J. D., and L. Boersma (1989). “A Stochastic Cluster Model for Hourly Precipitation Data.” *Jour. of Hydrology*. Vol. 106, No. 1, pp. 257~285.
- Richardson, C. W. (1981). “Stochastic Simulation of Daily Precipitation, Temperature, and Solar Radiation.” *Water Resour. Res.*, Vol. 17, No. 1, pp. 182~190.
- Snedecor, C. W., and W. C. Cochran (1980). *Statistical Methods*, 7th ed. The Iowa Univ. Press, Ames, Iowa.
- Todorovic, P., and D. A. Woolhiser (1975). “A Stochastic Model of n-Day Precipitation.” *Jour. Appl. Meteor.*, Vol. 14, pp. 17~24.
- Woolhiser, D. A., E. Rovey, and P. Todorovic (1972). “Temporal and Spatial Variation of Parameters for the Distribution of N-day Precipitation.” *Proc. Second Inter. Symp. in Hydrol*, Sep. 11-13, Fort Collins, pp. 605~614.

(논문번호:02-40/접수:2002.06.26/심사완료:2002.11.01)