

## 경계조건변화에 따른 동력전달관로의 동특성

나기대<sup>+</sup>, 유영태\*, 김지환<sup>++</sup>

(논문접수일 2002. 4. 16, 심사완료일 2002. 9. 18)

### Dynamic Characteristics of Pressure Propagation According to Boundary Condition Changes in a Transmission Line

Gee-Dae Na<sup>+</sup>, Young-Tae Yoo\*, Ji-Hwan Kim<sup>++</sup>

#### Abstract

Design for a quiet operation of fluid power system requires the understanding of noise and vibration characteristics of the system. It's not easy to analyze noise problem in hydraulic cylinder used in typical actuator Because they've got complex fluid dynamics. One of the fundamental problems associated with the hydraulic system is the pulsating flow in pipe lines, which can be tackled by the analysis under simplifying assumptions. The present study focuses on theoretic analysis and experimental study on the dynamics of laminar pulsating flow in a circular pipe. We analyze the propagation characteristics of the pressure pulse within a hydraulic pipe line taking into account the pulsating flow frequency variation. We also measure instantaneous pressure pulses within pipe line to identify the transfer functions. We conduct series of experiments to investigate the propagation characteristics of pressure pulse for various pressure of pulsating flow. The working fluid of the present study is ISO VG46 and the temperature ranges from 20 to 60°C with normal pressure at 4000kPa. The flow rate is measured by using an ultrasonic flow meter. Pressures at fixed upstream and downstream positions are measured concurrently. The electric signals of the pressure sensor are stored and analyzed using a system analyzer(PKE 983 series). The frequency is varied in the range of 10~500Hz. The Reynolds number is kept below 2,000. In the present study, boundary condition was varied by installing a surge tank and an orifice at the end of pipe. Experimental and theoretical results were compared each other under various boundary conditions.

**Key Words** : Fluid Power Systems(유압시스템), Hydraulic Pipeline Dynamics(유압관로의 동특성), Pressure Measurement(압력계측)  
Unsteady Flow(비정상유동)

+ 조선대학교 기계공학부  
\* 주저자, 조선대학교 기계공학부 (ytyou@chosun.ac.kr)  
주소: 501-759 광주시 동구 서석동 375번지  
++ 조선대학교 강사

### 1. 서론

동력전달관로는 유압시스템에 필요한 에너지를 전달하는 중요한 요소이다. 그러나 동력전달관로는 동시에 동력원의 진동, 잡음(noise)를 유압시스템에 그대로 전달 시켜 유체 기계의 오작동을 유발시킨다. 원하는 동력을 제어하여 유압 원으로부터 전달 시키기 위해서는 먼저 관로 내의 동특성을 파악할 필요성이 있다<sup>(1,2)</sup>.

이러한 이유로 동력전달 관로에 대한 연구는 최근까지도 관심있게 다루어져 오고 있다. 横田 · 金<sup>(3)</sup>은 비정상유동의 기본적인 모델인 원관내 입구유동역의 진동유동에 대해 실험과 이론의 두 가지 식으로 연구하였다. 유압관로에 있어서 파동현상으로 鷺尾<sup>(4)</sup>, 市川<sup>(5)</sup> 등은 주파수 특성, 동특성등을 연구하였다. 유압시스템에서 Regetz<sup>(6)</sup>, Rouleau<sup>(7)</sup>, 는 오리피스를 설치해 주파수응답실험을 했고, Nichols<sup>(8)</sup>, Tjrdeman<sup>(9)</sup> 등은 공기압관로에서 주파수응답과 선형적인 공기전송 특성을 발표하였다. Shemer<sup>(10)</sup>는 모드수가 큰 경우 점성유체관로에서 파의 전파상수를 모드별로 연구하여 발표하였다.

최근에는 横田 · 金<sup>(11)</sup> 등이 원형유압관로에서 비정상유동의 동특성법을 이용한 비정상 유량측정법을 제안 하였고, Sudo<sup>(12)</sup>은 곡관에서 충분히 발달한 진동유동의 2차운동을 연구하였으며, Donovan<sup>(13)</sup>은 관로에서의 비압축성 유체의 단순 맥동층류유동에 대한 유체저항에 관한 연구를 하였다. 柳<sup>(14)</sup>는 직경이 작은 유압관로의 동특성에 대한 연구를 통해 유압측정용 메니폴드의 설계법을 제시 하였고, 牟<sup>(15)</sup>는 원형 유압관로에서 점성저항을 고려한 파동방정식에 따른 특성을 연구하였다. 柳<sup>(16)</sup>는 온도변화에 따른 유압관로의 동특성을 연구하였으며, 羅<sup>(17)</sup>는 온도변화에 따른 이론적 물리량의 변화가 압력맥동에 어떤 영향을 미치는지 분석함으로써 맥동압력의 전파특성에 관한 연구를 하였다.

동력전달관로계, 열 또는 물질전달을 포함하는 산업현장의 복잡한 관로계에서의 맥동 유동의 기본적인 특성을 이해 하기 위하여, 본 연구에서는 원형관 내에서의 층류, 맥동 유동의 경계조건에 따른 파동전파계수, 임피던스 및 압력, 유량을 이론적으로 연구하였다.

실제 유압관로망에서는 유압기기 내의 압력과 관마찰때문에 작동유의 온도변화가 발생하고 있으며 작동유체가 관로를 흐를 때 마찰력에 의한 감쇠현상이 야기되는데, 이 때 감쇠력을 이기기 위해 압력손실이 발생한다. 본 연구에서는 유압관로망에서의 압력맥동 해석시 관로 끝단의 경계조건에 따른 관로내에서 주파수 특성을 분석하였다. 주파수를

변화시키면서 실험을 통하여 얻은 자료를 근거로 주파수 응답식의 타당성을 검토하였다.

본 연구의 목적은 동력전달관로의 경계조건에 따른 수학적 모델을 확립하고 맥동압력의 전파특성을 체계적으로 정리하고 실험을 통해 보다 명백히 함으로써 실제의 유압관로 망 설계에 활용할수 있는 보다 정확한 맥동해석법 개발과 유압 관로 내에서 발생할 수 있는 맥동압력파의 전달현상을 예측할 수 있도록 하고자 한다.

### 2. 이론 해석

Fig. 1과 같은 관로계에서 반경방향의 속도분포는 축방향 성분에 비해 무시할수 있고 수평방향으로 놓여 있기 때문에 물체력을 무시하면 점성유체의 운동방정식과 연속식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{K_e} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

윗 식에 있어서  $u, v$ 는 임의의 점에서의 축방향과 반경 방향속도,  $p$ 는 압력,  $\rho$ 는 기름의 밀도,  $\nu$ 는 기름의 동점도,  $x$ 는 축방향,  $r$ 은 반경방향,  $t$ 는 시간을 나타내고 있다. 또 기름의 체적탄성계수를  $K$ , 관 재료의 종탄성계수를  $E$ , 관의 내경을  $r_0$ , 관의 두께를  $\delta$ 라 하면, 유효탄성계수  $K_e$ 는 다음의 식으로 나타낸다.

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K} + \frac{2r_0}{\delta E} \quad (3)$$

식 (1)을 라플라스 변환하고 압력과 유량의 비인 임피던스 항을 이용하여 정리한 다음 식 (2)를 단면적분 후 식 (1)의 라플라스 변환식과 연립해서 정리하면 다음과 같다.

$$P_1(s) = P_2(s) \cosh \Gamma(s)L + Q_2(s) Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L \quad (4)$$

$$Q_1(s) = P_2(s) \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \Gamma(s)L + Q_2(s) \cosh \Gamma(s)L \quad (5)$$

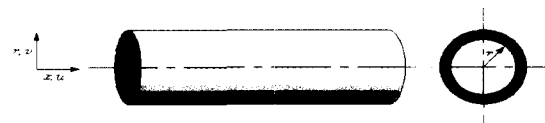


Fig. 1 Cylindrical coordinates and velocity components

윗 식에서  $\Gamma(s)$ ,  $Z_0(s)$ 는 점성 저항을 고려한 관로의 전파 상수(propagation constant)와 특성 임피던스(characteristic impedance)이며 다음 식으로 주어진다<sup>(3,5,17)</sup>.

$$\Gamma(s) = \frac{s}{c} \left[ 1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{s/\nu})}{ja\sqrt{s/\nu}J_0(ja\sqrt{s/\nu})} \right]^{-1/2} \quad (6)$$

$$Z_0(s) = \frac{\rho c}{\pi a^2} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{s/\nu})}{ja\sqrt{s/\nu}J_0(ja\sqrt{s/\nu})}} \right\} \quad (7)$$

여기서  $j = \sqrt{-1}$ 이고,  $J_0$  및  $J_1$ 는 제 1종 베셀함수이며,  $\pi a^2$ 는 관로단면적,  $c$ 는 관로에서의 압력파의 전달속도이다.

$$c = \sqrt{\frac{K_e}{\rho}} \quad (8)$$

그리고 식 (4), 식 (5)는 하류에서의 압력과 유량 값으로 다음과 같이 정리 할 수 있다<sup>(5)</sup>.

$$P_2(s) = P_1(s) \cosh \Gamma(s)L - Q_1(s)Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L \quad (9)$$

$$Q_2(s) = -P_1(s) \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \Gamma(s)L + Q_1(s) \cosh \Gamma(s)L \quad (10)$$

Fig. 1과 같은 관로계에 대하여 유동영역에서 시간과 온도에 따라 변화하는 비정상유동의 동특성을 해석하기 위해 관로의 상, 하류 사이의 압력, 유량간 동특성식은 다음식으로 주어진다<sup>(3,5,12,17)</sup>.

$$\begin{bmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \{ \Gamma(s)L \} & Z_0(s) \sinh \{ \Gamma(s)L \} \\ \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \{ \Gamma(s)L \} & \cosh \{ \Gamma(s)L \} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2(s) \\ Q_2(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 식 (11)의 관로 모델을 기초로 하여, 관로를 통과하는 관로입구의  $P_1(s)$ ,  $Q_1(s)$ 와 출구의  $P_2(s)$ ,  $Q_2(s)$ 의 사이에는 식 (11)을 정리하면 다음 전달함수가 된다.

$$\frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(s)L + \frac{Q_2(s)}{P_2(s)} Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L} \quad (12)$$

식 (12)의  $\frac{Q_2(s)}{P_2(s)}$ 는 관로 하단의 경계조건에 의해 결정된다. Fig. 2와 같이  $V$ 의 체적과 단면  $a_0$ 의 교축이 있는

경우에는 식 (13)이 성립한다.

$$Q_2 = c_0 a_0 \sqrt{\frac{2P_2}{\rho}} + \frac{V}{K} \frac{dP_2}{dt} \quad (13)$$

위식의  $c_0$ 는 오리피스 유량계수이고  $V$ 는 관로 끝단의 체적이다. 위식을 변동량으로 나타내어 라플라스변환하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{Q_2(s)}{P_2(s)} = K_0 + K_v s \quad (14)$$

$$K_0 = \frac{c_0 a_0}{\sqrt{2\rho P_{20}}} = \frac{Q_{20}}{2P_{20}}, \quad K_v = \frac{V}{K} \quad (15)$$

윗 식에서의  $P_{20}$ ,  $Q_{20}$ 은 시험관로 하단부의 압력과 유량의 정상유동 값이다.

경계조건이 Fig. 3에서 처럼 관로끝단에 교축만 있을 경우에는  $K_v = 0$ 이 되므로 식 (14)는  $K_0$ 만 남게 된다. 따라서 본연구의 경계조건을 고려한 전달함수는 식 (14)를 (12)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(s)L + K_0 Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L} \quad (16)$$

또 경계조건이 Fig. 4에서처럼 관로끝단에 체적만 있을

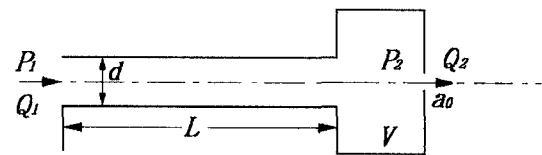


Fig. 2 Case of Orifice & Volume in the Pipe

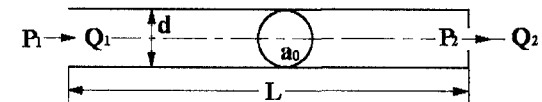


Fig. 3 Case of Orifice in the Pipe

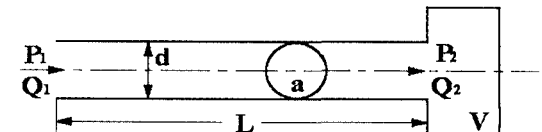


Fig. 4 Case of volume in the Pipe

경우에는  $K_0 = 0$  이 되므로 식 (14)는  $K_v$  만 남게 된다. 따라서 본연구의 경계조건을 고려한 전달함수는 식 (14)를 식 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(s)L + K_v Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L} \quad (17)$$

이상의 이론해석 결과를 통해서 Fig. 2, Fig. 3, 및 Fig. 4 에서와 식 (12), 식 (16), 식 (17)에서 나타낸 결과를 이론과 실험을 통해 검토 하고자 한다.

### 3. 실험

본 논문에 이용한 실험장치의 회로도에는 Fig. 5에 나타나 있다. 플린저펌프(HAWE Co., V30D)로부터 발생하는 주파수 성분을 감쇠시키기 위해 유압펌프의 출구 바로 앞에 축압기(BOSCH Co.)를 설치하였다. 유압관로앞에도 직렬로 2개의 축압기를 설치하여 서지(surge)압을 크게 감소시켰다. 축압기에 의해 제거되지 않는 고주파수 성분은 정류기(rectifier)를 삽입하여 외란을 최소화하였다. 임의의 주파수 대역의 진동유동을 발생시키기 위하여 스플의 원주에 정현파형의 홈을 만들어 1000Hz까지 주파수 제어가 가능한 진동유동 발생기를 제작하였다. 정상유동을 할 때에는 이 진동유동 발생기를 구동시키지 않는 상태에서 작동유가 관로 내에 흐르도록 하였다.

본 실험에서 사용된 작동유는 유압용 작동유(ISO VG46)를 작동유체로 사용하였으며, 작동유의 온도는 40°C로 유지하였고 정상상태의 공급압력  $P=4000\text{kPa}$ 이다. 유량은 터보유량계를 이용하여 측정할 다음 기름탱크로 재순환 할 수 있도록 시스템을 구성하였다. 기름탱크에 가열코일과 냉각탑을 설치하여 작동유체가 일정한 온도를 유지하도록 하였다. 순간적으로 변화하는 압력을 측정하기 위해 압력 검출기(SENSOTEC Co., AP131)를 이용해서 상류와 하류에서 동시에 압력을 측정했다. 관로에서 직접 압력을 측정할 수 없으므로 매니폴드를 제작하여 압력을 측정하였다. 시험에 이용한 관은 내경이 15mm인 고압배관용 탄소 강관(SPPH)이며, 압력 측정부위는 상류부와 하류부의 거리를 2~4m로 하였다. 유체가 관내를 흐르는 동안 주파수변화에 따른 전파특성과 위상지연 등을 측정하기 위해 압력 검출기의 전기신호를 상·하류부의 압력을 동시에 측정하여 PKE 983 시리즈의 시스템분석기를 이용해 저장 분석하였다. 실험 주파수 범위는  $10 \leq f \leq 500\text{Hz}$ 이고, 레이놀즈(Reynolds)수는

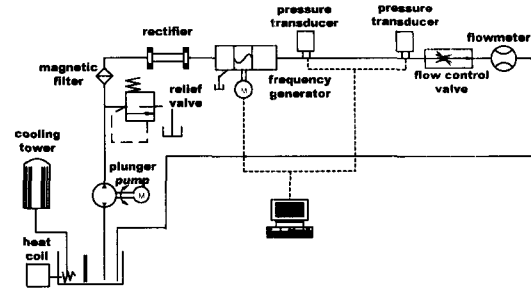


Fig. 5 Schematic diagram of experimental apparatus

초음파 유량계로 측정하여  $Re \leq 2000$  범위내에서 실시하였다. 유체가 관내를 흐르는 동안 주파수변화에 따른 전파특성과 위상지연 등을 측정하기 위해 압력 검출기의 전기신호를 오실로스코프(LeCroy Co., 9354A)를 이용해서 상류와 하류의 압력을 동시에 측정하여 분석하였다.

### 4. 결과 및 고찰

Fig. 6~Fig. 11은 관로끝단에 오리피스를 설치하고 시험관로의 길이를 2~4m로 변화 시켜 가면서 주파수변화에 따른 관로의 동특성을 이론과 실험적으로 나타낸 그래프이다. 이때 이론해석에서 사용한 비수는 관의 내경 15mm, 밀도  $864\text{kg/m}^3$ , 동점성계수  $30.2 \times 10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$  등이다. 결과곡선을 살펴보면 관로의 길이가 증가함에 따라 계인의 진폭이 줄어든다. 이것은 외부에서 주파수 발생기에 의해 전달되는 유체입자의 관성력과 점성력의 영향이 상반되어 유량변화가 압력파와 같은 위상이 되므로 유체입자가 관로를 흐를 때 마찰력에 의한 감쇠현상이 야기된다.

이 때 감쇠력을 이기기 위해 압력손실이 발생하여 열로 손실된다. 시험관로에서 고유진동수에 가까워지면 공진하기 시작하고, 진폭의 세기는 현저하게 커진다. 이때 입사파의 진폭이 커지면 에너지 흡수가 커져 작동유체의 점도가 변화하게 된다. 공진주파수일 때 입사파로부터 에너지흡수가 되어 밀도가 낮아지고 동점성계수가 변하여 여러개의 공진주파수가 반복하여 발생한다.

이와 같은 공진현상은 선행하는 파동이 관로의 점성마찰 때문에 늦어지고, 이 마찰은 열을 생성하고 동점성 계수가 낮아진다. 이때 후행파가 선행파와 중첩 공진이 발생하고 진폭이 커진다. 이와 같은 현상이 반복하여 같은관로내에 여러개의 공진주파수가 발생한다. 유압관로에서 작동유체

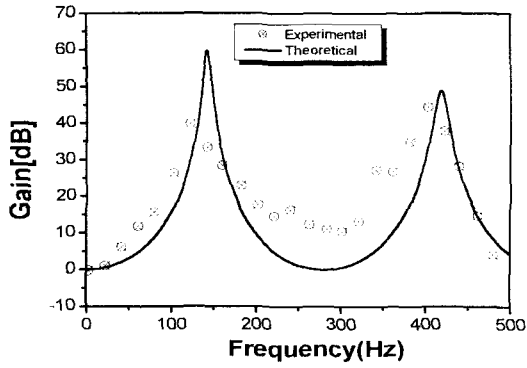


Fig. 6 frequency characteristics of a segmented orifice ( $L = 2m$ )

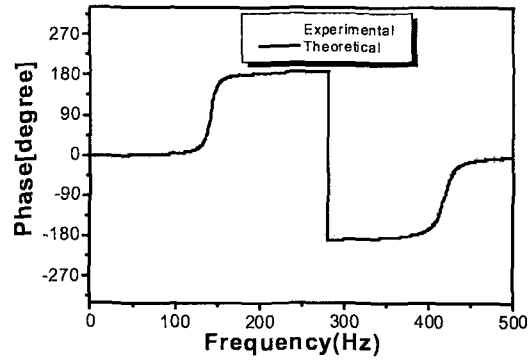


Fig. 7 Frequency characteristics of a segmented orifice ( $L = 2m$ )

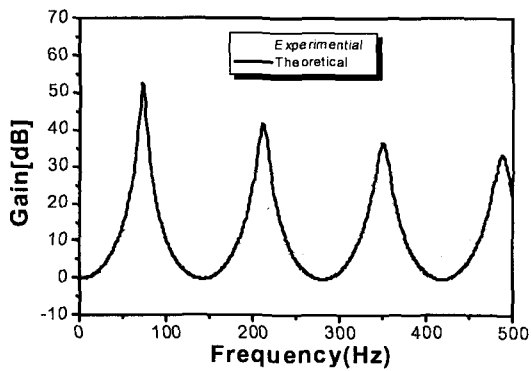


Fig. 8 Frequency characteristics of a segmented orifice ( $L = 3m$ )

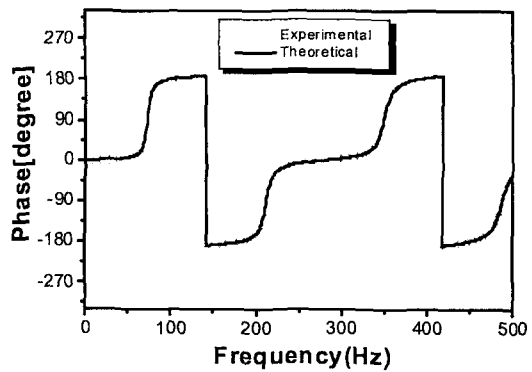


Fig. 9 Frequency characteristics of a segmented orifice ( $L = 3m$ )

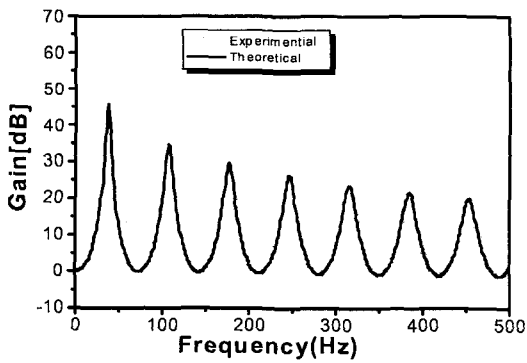


Fig. 10 Frequency characteristics of a segmented orifice ( $L = 4m$ )

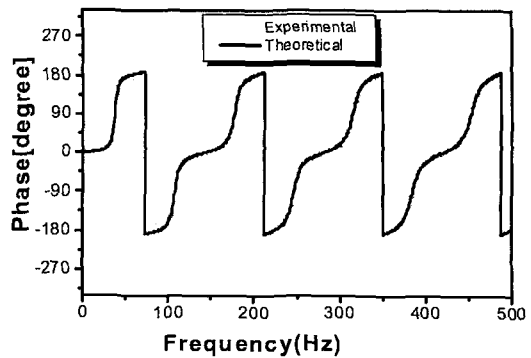


Fig. 11 Frequency characteristics of a segmented orifice ( $L = 4m$ )

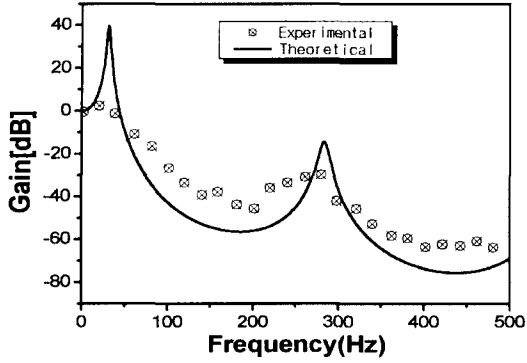


Fig. 12 Frequency characteristics of a segmented volume ( $L = 2m$ )

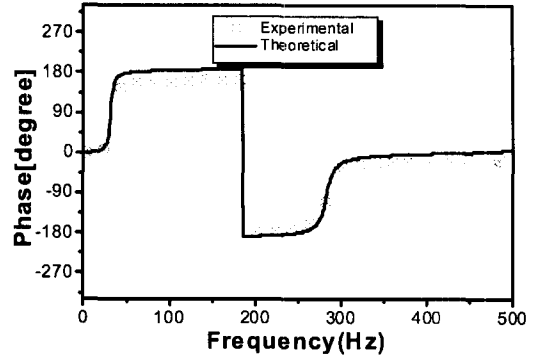


Fig. 13 Frequency characteristics of a segmented volume ( $L = 2m$ )

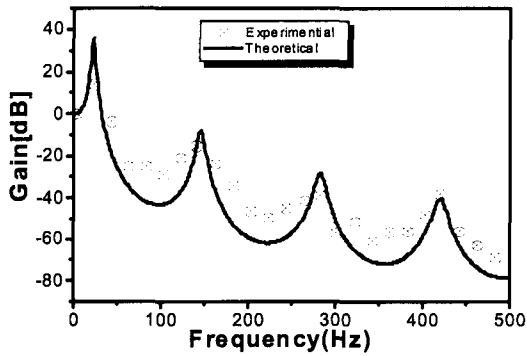


Fig. 14 Frequency characteristics of a segmented volume ( $L = 3m$ )

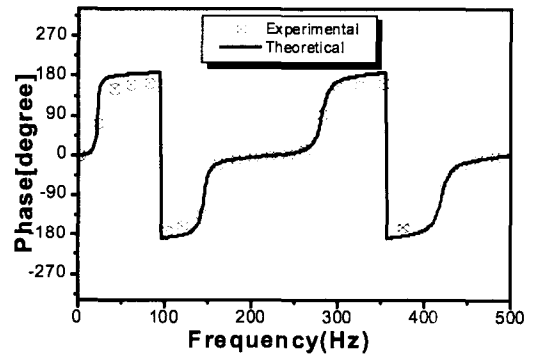


Fig. 15 Frequency characteristics of a segmented volume ( $L = 3m$ )

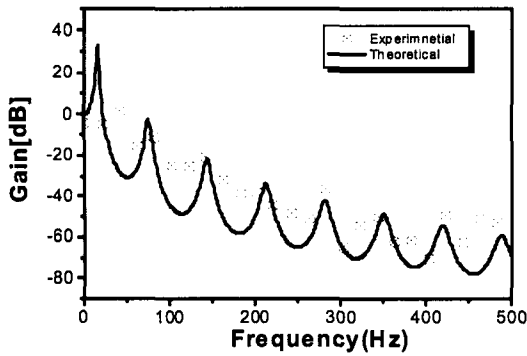


Fig. 16 Frequency characteristics of a segmented volume ( $L = 4m$ )

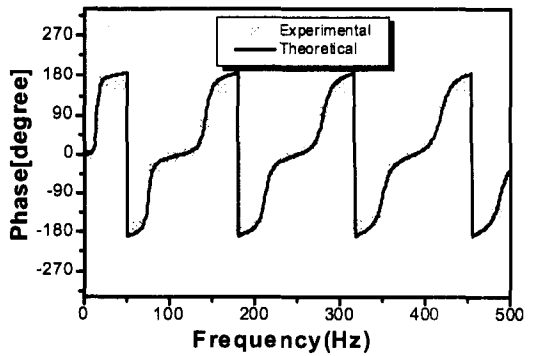


Fig. 17 Frequency characteristics of a segmented volume ( $L = 4m$ )

가 진행하는 방향으로 중첩되어 평면파면을 만드는 2차파(secondary wave)의 진폭이 서서히 증가하여 공진주파수에서 급격하게 증가된다. 이때 위상은  $180^\circ$ 에 접근하며 진동방향이 바뀌어 진폭이 감소됨에 따라 진폭비로 나타내는 게인값도 감소 된다.

Fig. 3에 표시한 바와 같이 오리피스가 설치된 경계조건인 경우  $0\text{Hz} \sim 50\text{Hz}$ 의 저주파수영역에서는 점성에 의한 마찰손실이 작기 때문에 위상 지연이 거의 발생하지 않았다. 그러나 약  $60\text{Hz}$  이후의 공진주파수 영역에서 점성에 의한 마찰손실로 위상의 변화가 심하게 나타남을 관찰할 수 있고, 공진주파수가 유동장에 흡수되어 작동유체의 온도가 상승하게 되고 유체입자의 밀도가 변화 된다.

Fig. 12~Fig. 17은 관로의 끝단에 서지탱크(surge tank)를 설치한 경우의 동특성 그래프이다. 결과를 살펴보면 오리피스를 설치했을 때와는 달리 초기공진 후 게인값이 주파수가 증가할수록 현저하게 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 이는 이차파가 서지탱크에 흡수되어 임피던스가 크게 증가함을 보인다. 임피던스는 유압관로에서 저항을 유발시키는 캐피턴스, 컨덕턴스, 레지스턴스, 인덕턴스가 그 원인이 되므로 동력손실을 가져오게 된다. 주파수가 증가함에 따라 게인값은 감소하고 있지만 고유주파수 영역에서는 공진현상에 의한 게인값이 일시적으로 증가하고 있다. 또한 오리피스를 설치한 경우와 비교할때 위상변화가 저주파수 영역에서 일어남을 알 수 있다. 이는 서지탱크가 고주파수 영역을 흡수하는 감쇠계(damping system)의 역할을 하기 때문이다. 관로에 동력이 전달되는 주파수 성분은 펄스 발생기에 발생된 주파수 성분과 동력원에서 발생된 고주파수 성분이 아주 미소하지만 주파수 발생기에서 발생된 주파수에 실리게 된다. 관로내에서 전달하는 운동량 에너지가 관로 끝단에 설치된 서지탱크의 큰 관성력을 나타내는 포텐셜 장벽에 흡수된다. 그 흡수된 양은 서지탱크의 열로 나타나고 시험관로의 온도 상승으로 이어진다. 이런 현상은 서지탱크의 엔트로피 양이 최대화 되는 열역학적 평형상태에 흡수되어 고주파수 성분의 운동량이 감소된다. 서지탱크에서 고주파수 성분이 흡수된다는 것은 임피던스의 증가를 의미하고 이 임피던스의 증가 때문에 고 주파수성분인 잡음(noise)이 흡수된다.

임피던스가 정합(matched)이 되지 않고 흡수된 이유는 관로의 고유주파수를 나타내는 관성질량과 서지탱크의 고유주파수에 영향을 미치는 관성질량의 차이가 크기 때문이다. 관로내의 운동량이 감쇠 되지 않고 전달되기 위해서는 관로의 관성질량과 서지탱크의 관성질량의 크기를 같게 설

계하면 임피던스가 정합된다. 임피던스가 정합되면 주로 동력을 전달하는데 기여하는 주파수 성분은 전달이 되고 고주파수 성분인 잡음이 제거되어 설계목적의 주파수 성분이 전달된다. 서지탱크를 임피던스에 정합시켜서 설치하면 동력 전달 주파수와 비교하여 진폭이 매우 작은 고주파수 성분인 잡음이 흡수되지만, 정합되지 않은 위치에 서지탱크를 설치하면 동력전달 주파수와 잡음이 동시에 흡수되어 S/N비가 나빠진다. 즉 주파수 발생장치에서 만들어진 주파수와 동력원에서 발생된 고주파수 성분인 잡음(noise)을 나타내는 S/N비가 향상되어 주파수 성분을 분석하여 동력제어가 유리해 진다.

## 5. 결론

유압관로의 끝단에 오리피스가 있는 경우와 서지탱크가 있는 경우에 경계조건인 동특성에 대한 이론과 실험을 통해 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 제시된 유압관로의 경계조건에 대한 수학적 모델을 사용하여 이론과 실험적으로 고찰한 결과는 동력전달관로의 동특성을 예측할 수 있다.
- (2) 서지탱크를 임피던스 정합시켜 설치하면 동력전달 주파수와 고주파수 성분인 잡음(noise)이 흡수되어 S/N비가 향상되어 동력제어가 유리해 진다.

## 후 기

- (1) 본 논문은 2000년도 조선대학교 교내연구비 지원을 받아 수행하였습니다.
- (2) 본 연구에 사용된 시험장비는 산업자원부지정 (사)부품 산업테크노센터에서 제공한것임.

## Nomenclature

$a$	:관의 직경
$c_0$	: 오리피스 유량계수
$u$	: 작동유의 속도
$K$	: 작동유의 체적탄성계수
$K_e$	: 유효탄성계수
$P_1(s)$	: 상류 압력에 대한 라플라스 변환
$P_2(s)$	: 하류 압력에 대한 라플라스 변환

$P_{20}$  : 시험관로 하단부의 정상유동 압력값  
 $Q_1(s)$ : 상류부의 유량에 대한 라플라스 변환  
 $Q_2(s)$ : 하류부의 유량에 대한 라플라스 변환  
 $Q_{20}$  : 시험관로 하단부의 정상유동 유량값  
 $Re$  : 레이놀즈(Reynolds) 수  
 $s$  : 라플라스 변수  
 $j$  : 허수부 단위  
 $J_0$  : 제1종 0차 Bessel 함수  
 $Z_0(s)$ : 특성임피던스  
 $\Gamma(s)$  : 관로의 전파상수

### 참고 문헌

- (1) 김도태, 이상기, "유압용 앤셀 피스톤 펌프의 압력맥동해석", 한국공작기계학회 98년도 춘계학술대회 논문집, pp. 281~286, 1998.
- (2) 이운태, 김진환, 김수태, "파워스티어링용 베인펌프 유량 제어부 설계에 관한연구", 한국공작기계학회지, 제9권 제5호, pp. 96~104, 2000.
- (3) 横田, 金道泰, "油壓管路の動特性を利用した遠隔瞬時流量計測手法", (第2報), 油壓と空氣壓, 平成2年3月, 第21巻, 第2号, pp. 81~87.
- (4) 鷲尾, "油壓管路における波動現象の研究", 日本機械學會論文論(B)47巻421号(昭59-9), pp. 1765~1774.
- (5) 市川, "油壓管路の周波數特性", 日本機械學會論文論(B), Vol. 71, No. 599, pp. 1702~1708, (1968-12).
- (6) Regetz, J. D., "An Experimental Determination of the Dynamic Response of a Long Hydraulic Line", NASA Technical Note D-576, December, 1960.
- (7) Rouleau, W. T., Young, F. J., "Distortion of Short Pulses in Tapered Tube Pulse Transformers", J. of Basic Engineering, June, 1965, pp. 465~470.
- (8) Nichols, N. B., "The Linear Properties of Pneumatic Transmission Line", ISA Transactions Vol. 1, No. 1, January, 1962, pp. 35~45.
- (9) Tijdeman, "Remarks on the Frequency Response of Pneumatic line", J. of Basic Engineering, June, 1969, pp. 325~327.
- (10) Shemer L. Wygnankil and Kit E. "Pulsating Flow in a Pipe", J. Fluid Mech 153. pp. 313~337, 1985.
- (11) 横田, 金道泰, 中和, "油壓管路の動特性を利用した遠隔瞬時流量計測手法", 油空論文集, 平成2年, 第21巻 第2号, pp. 81~87, 1990.
- (12) Sudo, K., Sumita, M. and Yamane, "Secondary Motion of Fully Developed Oscillatory Flow in a Curved Pipe", J. Fluid Mech. Vol. 237, pp. 189~208, 1992.
- (13) Donovan, F. M., Mellwain R. W., Miltmann, D. H. and Taylor, B. C., "Experimental Correlations to Predict Fluid Resistance for Simple Pulsatile Laminar Flow of incompressible Fluids in Rigid Tube", Trans of ASME. J. of Fluid Eng, Vol. 116, pp. 516~521, 1994.
- (14) 유영태, 나기대, 김지환, "직경이 작은 유압관로에서의동 특성", 한국공작기계학회지, pp. 38~44, 1999
- (15) 모양우, 유영태, 김지환, "유압관로에서 맥동 유동에 관한 연구", 설비공학논문집, 제13권, 제7호, pp. 648~653, 2000.
- (16) 유영태, 나기대, 김지환, "유압관로에서 비정상 유동의 압력전파특성", 대한기계학회 논문집, 제26권, 제1호, pp. 1~11, 2002.
- (17) 나기대, 유영태, 김지환, "유압관로의 주파수변화 따른 압력전파특성", 한국공작기계학회 논문집, 제11권, 제2호, pp. 71~79, 2002.