

학교 현장에서 수학적 추론에 대한 실태 조사 -수학적 추론 유형 중심으로-

이 종 희 (이화여자대학교)
김 선 희 (광장중학교)

I. 서론

현대 사회는 산재해 있는 수많은 정보 중에서 가치가 있고 필요한 정보를 선택해서 논리적으로 결과를 이끌어 내는 능력을 요구하고 있다. 어떤 진술의 참과 거짓을 확인하기 위해 논리를 이용하고, 주어진 사실 이상의 결론을 유도하고, 새로운 지식을 창조해 내는 것은 수학을 학습하면서 얻어지는 사고와 유사하다. 수학 학습에서 학생들은 주어진 문제에 대해 체계적이고 분석적인 방법으로 문제의 요소를 이해하거나, 요소들간의 관계를 발견하여 일반화를 하고, 다시 문제 상황에 적용해 보고, 일상 생활의 경험에 근거하거나 시각적 이미지를 근거로 생각하는 추론 과정을 경험할 수 있다. 현재 시행중인 제7차 교육과정에서는 수학 교육의 목적이 학생들이 수학의 기초 개념과 원리, 법칙을 학습하고, 이를 통해 사물의 현상을 수학적으로 관찰하고 사고하는 능력을 길러 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기를 수 있어야 한다고 규정하고 있다. 수학적 지식을 학습한다고 해서 자동적으로 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도가 획득되는 것은 아니기 때문에, 이러한 능력과 태도의 신장을 염두에 두고 수학적 내용을 가르쳐야 할 것이다(서울특별시 교육청, 2000).

- * 이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원(KRF-2001-030-D00015)에 의하여 이루어졌음.
- * 2002년 6월 투고, 2002년 9월 심사 완료.
- * ZDM분류 : E50
- * MSC2000분류 : 97C99
- * 주제어 : 추론, 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론.

수학적 추론의 지도에 대해서는 미국의 NCTM(1989, 2000)에서도 언급된 바 있다. NCTM(1989)은 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic)에서 정보화 사회를 대비하여 수학적 소양을 기르는 것을 수학 교육의 목표로 삼고 있으며, 이를 위한 다섯 가지의 목적 중의 하나로 수학적으로 추론하는 것을 배워야 한다고 강조하고 있다. 어떤 개념을 뒷받침하기 위해 추측을 하고, 증거를 수집하고, 논증하는 것은 수학을 행하는 데 기본이 되며, 옳은 답을 찾아내는 것보다 훌륭한 추론을 제시하는 것이 더 강조되어야 한다. 최근 NCTM(2000)은 수학적 추론과 증명을 위한 기준에서 다시 한번, 유치원 이전에서 12학년까지 모든 교수 프로그램은 학생들이 수학의 기본적인 측면으로서 추론과 증명을 인식하고, 수학적인 추측과 조사를 하고, 수학적 논증과 증명을 개발하고 평가하고, 추론의 여러 유형과 증명 방법들을 선택하고 사용하기 등을 할 수 있도록 해야 한다고 제안하고 있다.

본 연구에서는 추론 유형에 초점을 두어 학교 현장에서 수학적 추론에 대한 실태 조사를 하고자 한다. 추론에 대한 중요성과 인식이 학계에서는 대두되고 있지만, 학교현장에서는 추론의 지도 실태가 어떠한지를 살펴보는 것이 추론에 대한 선행연구로 필요할 것이다. 본 연구의 결과는 교사들에게 명확하게 제시할 수 있는 추론 유형에 대한 연구의 기초 연구가 될 것이며, 이는 수학적 추론의 지도방안의 연구로 이어질 것이다.

따라서 본 연구는 수학적 추론이 학교 현장에서 교사들에게 어떻게 이해되고, 지도되고 있으며, 평가되고 있는지 조사하는 것을 목적으로 다음의 연구문제를 설정하였다.

1. 수학적 추론에 대해 교사들은 어느 정도 이해하고 있는가?
2. 수학적 추론은 교수 학습에서 어떻게 지도되고 있는가?
3. 수학적 추론의 평가는 어떻게 이루어지고 있는가?

본 연구는 위의 연구 문제에 구체적으로 교사들이 응답할 수 있도록, 수학적 추론의 유형에 따라 설문을 구성하였으며, 각 추론 유형은 다음 장에서 소개될 것이다.

II. 수학적 추론

Polya(1957)는 수학에서 사용하는 두 종류의 추론을 논증적 추론과 개연적(plausible) 추론으로 나누고, 수학적 지식은 논증적 추론에 의해 확립되게 되어 수학이 전통적으로 논증 과학으로 여겨지고 있지만 수학적 추측의 생성과 증명에 중요한 역할을 하는 것은 개연적 추론이라고 하였다. 논증적 추론은 수학적 증명에 사용되는 추론으로 연역을 기초로 하며, 전체가 옳다면 결론도 항상 옳으며, 엄밀한 수학을 세우는 역할을 한다. 개연적 추론은 논증적 추론이 아닌 나머지 부류의 추론으로, 엄밀한 논증이 갖고 있는 확실성이 결여되어 있고, 본질적으로 새로운 지식을 획득하는데 유용하며 지식의 발견에 있어 필수적인 것이다.

Polya(1973)는 수학이 논증적 추론인 연역적 추론을 배우는데 뛰어난 훌륭한 기회를 제공하지만, 개연적 추론에 있어서도 그 기회를 제공하는 중요한 교과라고 하면서 논증과 더불어 개연적인 수학적 추론 지도의 필요성을 언급하였다. 수학자의 창조적인 연구 결과는 연역적 추론에 의해 확보되지만, 그 증명은 개연적 추론에 의해 발견되는 것이다. 수학 학습이 수학적 지식의 발견과 관련이 있는 것이라면, 학생은 마땅히 개연적 추론을 할 수 있는 기회를 가져야 한다.

심상과 시각적 통찰은 문제해결과 개념 학습에서, 때로는 수학적 관계에 대한 결론을 이끌어내는데 중요한 역할을 한다. 시각적 추론도 수학적 추론에 포함시킬 수 있다고 볼 수 있다. 그러나 그 추론의 논리가 연역적이지 않으므로, 시각적 추론은 개연적 추론으로 포함시키기로 한다. 본 연구에서는 추론의 논리가 구별되고 학교

현장에서 강조될 수 있는 것으로, 수학적 추론의 유형을 크게 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론으로 분류하고 논증적 추론에는 연역이, 개연적 추론에는 귀납, 유추, 시각적 추론이 속한다고 보았다.

1. 연역적 추론

수학에서는 주로 논리적인 증명을 하기 위한 연역적 추론을 강조해 왔다. 연역은 형식적인 체계 속에서 정의, 공리, 정리들을 이용하여 규칙을 따라 결론을 이끌어내는 엄밀한 증명으로 사실을 언급하는데 사용된다. 아리스토텔레스의 삼단 논법이 가장 잘 알려진 연역적 추론이며, 수학의 정리를 증명할 때는 이 연역이 사용된다. 그러나 연역은 새로운 사실의 발견이나 추측을 하는 과정에서는 적용될 수 없다. 수학을 발견하고 발명하는 측면에서는 연역 논리는 유용하지 못하며, 연역적 추론만 학습하는 것은 수학이라는 학문 체계를 수학자들이 만들어놓은 작품이며 학생들은 그 작품을 인계 받아야 한다는 식의 수학관을 심어줄 수 있다. 구성주의 철학과 민속수학 등 현재 연구들은 수학을 관념론적인 지식의 실재로서의 존재가 아니라 추측하고 검증하면서 발전하는 역동적인 관점에서 수학을 보고 있다. 이러한 생각은 수학 학습 지도에서도 반영되어, 현재는 학생중심의 활동이 강조되고 수학적으로 사고하는 습관을 길러주는 것을 학습목표로 삼게 되었다. 따라서 수학적 추론은 불변의 진리가 모순 없이 공리체계에 의해 증명될 수 있다는 것을 입증하는 것 뿐 아니라 수학적 사실과 명제가 어떻게 발견되고 발견된 사실을 어떻게 입증할 것인지, 수학적 대상을 일상의 경험이나 다른 수학적 대상이나 구조에 비추어 생각하는 것 또한 포함해야 할 것이다. 이는 연역적 추론 뿐 아니라 그럴 듯한, 가능성 있는 것도 수학적 사고 속에 포함시키는 개연적 추론을 학교 수학에 포함시켜야 한다는 것이다.

2. 귀납적 추론

개연적 추론의 유형으로 귀납적 추론이 있다. 과학은 관찰로부터 시작해서 탐구되며, 과학적 지식은 관찰로부터 귀납에 의해 이끌어내어진다. 전통적인 철학에 의하

면 귀납은 구체적인 전제에서 일반적인 결론을 이끌어내는 추론으로 기술되며, 이런 방식으로 이해된 귀납은 일반적인 전제에서 개별적인 결론을 이끌어내는 추론으로 규정된 연역과 대조된다.

본 연구에서는 귀납을 여러 사례와 그 사례에서 얻어진 결과를 통해 규칙을 이끌어내는 추론으로 본다. 사례와 사례로부터 나온 결과가 귀납의 전제가 되며, 규칙은 결론이 된다. 귀납적 추론은 결론이 옳다는 것을 전제의 옳음이 보증할 수는 없지만, 관찰된 결과인 전제는 실제로 결론을 이끌어내기 위해서 참인 증거를 찾게 하고 이 증거는 결론의 신뢰도를 높여준다. 즉, 귀납적 추론에서 전제가 결론을 입증하는 힘의 정도는 추가되는 전제가 새로운 증거를 제공함에 따라 증가할 수도 있고 감소할 수도 있다. 귀납적 추론의 결론은 전제가 옳을 지라도 그럴 수 있기 때문에 결론과 관련이 있는 추가적인 증거는 결론이 참으로 옳은가를 좀더 확실하게 판정할 수 있게 해 준다. 추가적인 증거가 결론이 입증되는 정도에 관여할 수 있다는 사실은 연역에서 찾아볼 수 없는 귀납 추론의 일반적인 특징이다(박선화, 1991). 이러한 특징은 논증적 추론인 연역과 달리, 추측을 하고 어떤 사실을 발견하는데 사용되기 때문에 귀납적 추론은 개연적 추론에 속하게 한다.

3. 유추적 추론

Polya(1973)는 개연적 추론을 귀납적 추론으로 부르고 여기에 일반화, 특수화, 유추가 포함된다고 하였다. 그 중 유추는 부분적인 유사성을 바탕으로, 어떤 대상에 대하여 성립하는 성질이나 어떤 관계 체계로부터 그와 유사한 대상의 성질이나 관계 체계를 추측하게 하며, 부분적인 답을 근거로 하여 어떤 상황에 대한 개념적 지식이 다른 유사한 상황으로 전이되어 관련된 개념적 지식을 형성하게 하는 형태의 개연적 추론이다(우정호, 1998).

그러나 관찰된 여러 사실로부터 일반적인 규칙을 이끌어내는 추론인 귀납과 유추의 논리는 다르다고 볼 수 있다. 김선희·이중희(2002)는 유추적 추론의 논리가 Peirce의 가추법에 속한다고 보고 유추와 귀납을 구별하기도 했는데, 유추는 이미 알려져 있는 사실을 토대로 관찰된 것에서 알려진 사실과 유사한 점을 파악하여 관

찰된 것에 대한 결론을 도출하는 추론이라 할 수 있으며, 이것은 결과와 규칙으로부터 사례를 추론해내는 가추법의 논리를 따른다.

유추는 두 가지 유형으로 나누어볼 수 있다(김영채, 1998). 첫 번째는 비율적 유추로서 $A : B = C : ?$ 라는 일반적인 형태로 나타내어진다. 비례식에서 두 번째 항이 첫 번째 항과 관련된 것과 같이, 네 번째 항은 세 번째 항과 관련되는 것이라고 짐작할 수 있다. C라는 결과를 얻었을 때, $A : B$ 라는 규칙에 빗대어 ?라는 사례를 추출하는 유추이다. 그리고 또 한가지 영역간 유추는 표면적으로 보면 서로 상이한 두 영역을 하나로 접합시켜주는 추상적인 관계 체계를 지각하는 것으로, 이러한 유추는 이전에 비슷한 문제를 해결해 본 경험을 사용하여 현재의 문제를 해결할 때 사용되는 것으로 볼 수 있다.

본 연구에서의 유추는 부분적인 유사성을 바탕으로, 어떤 대상에 대하여 성립하는 성질이나 관계 체계로부터 그와 유사한 대상의 성질이나 관계 체계를 추측하는 추론으로 정의하기로 한다. 유추적 추론은 귀납적 추론과 마찬가지로 논증적 추론인 수학적 증명에 앞서 성질을 추측하고 발견하는 추론에 해당하므로, 개연적 추론에 속한다.

4. 시각적 추론

시각적 추론은 시각적 이미지가 동반된 사고로서, 자발적으로 수학적 개념 형성이나 문제 해결에서 시각적 정보에 근거한 추론이라 할 수 있다. 시각적 추론은 시각화, 시각적 사고 등의 용어와 함께 모호하게 사용되었으며 그 정의도 연구자마다 다르다. 장경윤(1992)은 시각화를 공간 능력의 하부 요인의 하나로, 넓게는 시각적인 정보를 표현하고, 변형시키고, 전달하며, 실증하고, 음미하는 능력이라고 하고, 이에 반해 시각적 사고는 보다 넓은 의미로 어떤 종류의 상징이건 이를 인식하고 다룰 때 하게 되는 모든 것이라고 하였다. 류희찬·이지오(1993)는 수학적 시각화가 발견과 이해를 위해 수학적 이미지를 형성하고 효과적으로 그 이미지를 사용하는 과정이라고 하였고, Mckim(1980; 정은실, 1997 재인용)은 시각적 사고가 세 종류의 심상, 즉 바라보기(seeing), 상상하기(imaging), 그리기(drawing)에 의해 수행되며 시각

적 사고는 이 세 심상이 활동적인 상호작용을 할 때 가장 잘 일어난다고 하였다. Presmeg(1997)는 시각화가 도형이나 다이어그램을 그리거나 컴퓨터 스크린에서 그것들을 구성하거나 조작하는 데 사용되는 것 뿐 아니라 시각적인 정신 이미지를 구성하고 변형하는 데 포함된 과정으로 생각한다. 내적 심상과 외적 심상 모두 시각화에 포함되며, 그것은 개인에 의해 구성되어야 하는 것으로 보았다. Bishop(1983)은 시각화를 그림으로 나타난 정보의 해석 능력(ability for Interpreting Figural Information: IFI)과 추상적인 관계들과 그림이 아닌 정보를 시각적인 요소들로 시각화하거나 바꾸어 놓는 시각적인 처리 능력(ability for Visual Processing: VP)으로 구분하였다.

시각화와 시각적 추론에 대한 여러 연구자들의 정의를 고찰해 볼 때, 본 연구에서는 시각적 추론을 그림으로 나타난 정보를 해석하거나, 추상적인 관계와 비시각적인 정보를 시각적인 정보로 바꾸어 상상하고 표현하고 사용하는 추론으로 정의한다. 한 가지 주의할 것은, 시각적 추론이 다른 개연적 추론과 독립적으로 존재하는 것으로 다루어서는 안 된다는 것이다. 학생들은 그림으로 주어진 정보를 보면서 유추 관계를 찾을 수 있고, 일반화를 하기 위해 패턴을 찾는 과정에서 시각적인 정보를 사용하려 하기도 한다. 시각적 추론은 연역과 귀납, 유추 등의 추론과 중복되기도 하지만, 본 연구에서는 독립된 것으로 다룬다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상의 선정

학교 현장에서 수학적 추론의 지도 현황을 알아보기 위하여 서울시와 경기도에 소재한 중, 고등학교 수학 교사들을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 설문 조사의 대상은 무작위로 선정된 중, 고등학교 43개교에 근무 중인 수학 교사이며 배부된 설문지는 총 230부였다. 회수된 설문지 중 불성실하게 답한 13개를 제외하고 152부를 분석 대상으로 하였다.

2. 설문지 작성 및 분석

본 연구에서는 중, 고등학교 수학 교사에게 설문지를 배포하여 학교 현장의 수학적 추론 지도의 현황을 파악하고자 하였다. 설문지 배포에 앞서 수학교육 전문가 4인에게 사전검토를 받아 몇 가지 설문 내용을 강화하고 연구자가 재직중인 중학교 수학 교사 6인을 대상으로 예비조사를 실시하였다. 사전 검토와 예비조사 결과를 토대로 문항 내용을 수정 보완하여 <표 1>의 설문지 내용을 작성하였고, 구체적인 설문내용은 부록에 첨부되어 있다. 추론과 관련된 용어에 대해 교사들이 같은 정의에 의해 설문에 답할 수 있기 위하여 수학적 추론의 정의 즉, 개연적 추론, 연역적 추론, 귀납적 추론, 유추적 추론, 시각적 추론에 대해 설문지 앞면에서 정의를 하기로 하였다. 본 설문지의 연구 내용은 수학적 추론의 유형을 기초로 설계되었으며, SPSSWIN 10.0 통계프로그램을 이용하여 분석되었다. 5단계의 척도형 문항은 임의적 비중 방법(황정규, 1993)을 기준으로 문항별 반응 도수와 백분율, 평균을 구하였고, 선다형 문항은 1순위와 2순위에 해당하는 반응 도수와 백분율, 1순위 도수와 2순위 도수의 합을 구하였다. 교사가 인식하는 중요도와 학교 현장에서의 실천도를 비교하는 문항에서는 5점 척도의 응답의 평균을 짝표본 t-test로 비교하였다.

<표 1> 설문지 내용

연구 내용		문항 형태
수학적 추론에 대한 이해	· 수학적 지식에 대한 교사들의 인식 · 수학적 추론에 대한 교사 자신의 이해	척도형
수학적 추론의 교수학습	· 추론을 지도하기에 적합한 학습 지도 방법 · 실제 수학 교수에서 추론을 지도하는 과정 · 추론을 개발할 수 있는 활동(추론 유형별)	선다형
	· 학생들의 추론 능력에 대한 교사의 판단 · 교육과정에서 추론의 중요도와 실천도 · 추론 지도의 필요성에 대한 중요도와 실천도 · 추론 과정의 표현에 대한 중요도와 실천도	척도형
수학적 추론의 평가	· 추론의 평가에 대한 중요도와 실천도	척도형
	· 추론을 평가할 수 있는 평가 유형 · 추론 평가의 경험	선다형
추론 지도에 대한 제언	· 수학적 추론 지도의 장애요인	선다형
	· 교사들의 제언	서술형
교사들의 배경 요인	· 성별 · 학력 · 근무지 · 근무학교	· 교직 경력 · 연령 · 출신학교 · 담당학년
		선다형

IV. 연구 결과 및 논의

1. 설문 대상 교사

본 연구에 참여한 수학 교사들의 배경은 성별, 교직경력, 학력, 연령, 근무지, 출신학교, 근무학교 별로 조사되었고 다음 <표 2>와 같다. 여교사가 75.7%로 남교사 24.3%보다 더 많았고, 교직경력은 4년 미만이 40.1%로 가장 많았다. 연령은 20, 30, 40대가 36.8%, 35.5%, 24.3%로 고른 분포를 보였다. 근무지는 공립학교가 88.2%로 사립학교보다 많았고, 출신학교도 사범대학 출신이 77.6%로 일반대학 출신보다 많았다. 근무학교는 중학교가 67.8%로 고등학교 32.2%보다 많았다.

<표 2> 설문에 응답한 교사의 배경(N=152)

변인	구분	교사수	백분율(%)
성별	남	37	24.3
	여	115	75.7
교직 경력	4년 이하	61	40.1
	5~9년	23	15.1
	10~14년	29	19.1
	15~19년	24	15.8
	20년 이상	15	9.9
학력	대학교	108	71.1
	대학원 이상	44	28.9
연령	20대	56	36.8
	30대	54	35.5
	40대	37	24.3
	50대	5	3.3
근무지	공립학교	134	88.2
	사립학교	18	11.8
출신학교	사범대학	118	77.6
	일반대학	34	22.4
	중학교	103	67.8
근무학교	중학교	103	67.8
	고등학교	49	32.2

2. 교사들의 수학적 추론에 대한 이해

추론이 수학 학습 지도에서 지도되기 위해서는, 학생 지도를 담당하고 있는 교사들이 수학적 지식에서 추론이 사용된다는 점을 먼저 깨닫고 있어야 한다. 이를 위해 수학적 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론이 뒷받침된 학문인지를 질문하였다. <표 3>에 의하면, 5단계 척도형의 4개 문항에서 교사들의 응답은 평균이 모두 3점¹⁾ 이상으로 수학적 본 연구에서 제시한 4가지 추론 유형을 기반으로 구성되어 있다는 사실을 지지하고 있었다.

1) 척도형 문항은 다음의 표와 같이 점수화 하였다.
전혀 그렇지 않다-1점, 그렇지 않다-2점, 보통이다-3점, 그렇다-4점, 매우 그렇다-5점.

<표 3> 수학적 지식에 대한 교사들의 인식

진술 내용	사례 수 (명)	평균 (점)	전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다
① 수학은 연역 논리가 뒷받침되어 있다	144	4.0E	0 (0)	2 (1.4)	18 (12.5)	90 (62.5)	34 (23.6)
② 수학은 결과를 추측하고 검증하여 구성된 학문이다	144	3.7E	1 (0.7)	13 (9.0)	30 (20.8)	77 (53.5)	23 (16.0)
③ 수학은 기존의 개념 구조를 파악해서 그 구조와 유사한 새로운 개념의 성질을 알아낼 수 있는 학문이다	14E	4.0E	0 (0)	1 (0.7)	24 (16.6)	83 (57.2)	37 (25.5)
④ 수학은 시각적 통찰이 뒷받침되어 있다	144	3.5E	0 (0)	17 (11.8)	43 (29.9)	71 (49.3)	13 (9.0)

* 단위: 명(%)²⁾

수학적 지식에 대한 교사들의 인식을 <표 2>의 변인에 따라 분석한 결과 학력 변인에서 유의미한 차이가 있었다. 교사들의 학력에 따라 <표 3>의 4가지 진술에 차이가 있는지 다변량분석을 실시한 결과 Wilks's λ 값이 0.91이고, 유의도 p가 .009로 유의수준 .01 내에서 학력이 수학적 지식에 대한 교사들의 인식에 유의미한 영향을 미친다고 할 수 있다. 학력이 수학적 지식에 대한 인식에 미치는 영향을 각 종속변수별로 분석한 단변량 F검정 결과 <표 4>에서 볼 수 있는 바와 같이, 연역, 귀납, 유추에 대한 각각의 인식에서 F값이 각각 4.15, 6.60, 8.81이고 유의도가 .044, .011, .004로 유의수준 .05내에서 대학 출신과 대학원 출신 교사들 간에 차이가 있었다. 그리고 단계적 F검정 결과, 앞서 투입된 종속변수에 중복되는 학력의 영향이 제거되어 종속변수에 미치는 학력의 효과가 연역, 귀납, 유추에서 나타났다.

<표 4> 교사 학력에 따른 수학적 지식의 인식 차이

독립 변수	종속변수	Wilks' λ	단변량 F	유의도	단계적 F	유의도
학력	표 3의 진술 ① 연역	.91 p=.009	4.15	.044	4.15	.044
	표 3의 진술 ② 귀납		6.60	.011	3.99	.048
	표 3의 진술 ③ 유추		8.80	.004	4.49	.036
	표 3의 진술 ④ 시각적 추론		.09	.760	1.29	.258

2) 이하 계속

각각의 추론 유형에 대해 교사들이 어느 정도 이해하고 있는지에 대해서 교사들은 <표 5>와 같이 응답했다. 평균이 모두 3이상으로 보통 이상으로 이해하고 있음을 보여주었다. 수학을 가르치는 전문가로서 교사들은 자신의 추론 능력에 대해 자신감을 보이고 있었다.

3. 수학적 추론의 교수 학습

수학적 추론이 수학 교수 학습에서 지도되고 있는지 알아보기 위해 먼저 추론을 지도하기에 좋은 학습 지도 방법이 무엇인지 질문하였다. 수학적 추론을 지도할 수 있는 방법은 한 가지만이 아닐 터이므로 선다형 문항에서 가장 좋은 방법 두 가지를 순위대로 선택하게 하였다. <표 6>에 의하면, 1순위에는 교사의 설명을 통한 방법이 많이 나왔으나, 1순위와 2순위를 종합해 볼 때는 학생의 사고를 유도하는 학습지 중심의 개별학습이 추론 지도의 방법으로 많이 선택되었다. 수학적 추론은 교사에게서 전달될 수 있는 것이기보다, 교사의 설명을 들으면서 학생 스스로 생각해 보고, 학습자가 중심이 되어 그런 생각을 유도할 수 있는 학습지를 통한 개별 학습이 추론 지도에 적합하다고 교사들은 생각하고 있었다.

<표 5> 수학적 추론에 대한 교사 자신의 이해

진술 내용	사례수 (명)	평균 (점)	전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	보통이 다	그렇다	매우 그렇다
㉑ 나는 연역적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다	144	3.55	0 (0)	4 (2.8)	59 (41.0)	73 (50.7)	8 (5.6)
㉒ 나는 귀납적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다	144	3.60	0 (0)	5 (3.5)	55 (38.2)	77 (53.5)	7 (4.9)
㉓ 나는 유추적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다	145	3.40	1 (0.7)	7 (4.8)	68 (46.9)	63 (43.4)	6 (4.1)
㉔ 나는 시각적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다	145	3.27	1 (0.7)	19 (13.1)	67 (46.2)	56 (38.6)	2 (1.4)

<표 6> 추론을 지도하기에 적합한 학습 지도 방법 (N=151)*

선택 내용	1순위	2순위	합계
	사례수(%)	사례수(%)	사례수(순위)
교사의 설명	57(37.5)	29(19.1)	86(2)
협동학습	38(25.0)	35(23.0)	73(3)
학생이 직접 컴퓨터소프트웨어를 이용	16(10.5)	22(14.5)	38(4)
학생의 생각을 유도하는 학습지 중심의 개별학습	40(26.3)	64(42.1)	104(1)
기타	0(0)	1(0.7)	1(5)

* 무응답 1명 제외

실제로 수학을 가르칠 때 추론을 지도해야 한다면, 어떤 과정을 통해서 이루어져야 할지 질문하였다. 일반적으로 수학은 연역적 추론으로 구성되어 있다고 인식되고 있으나, 아직 엄밀한 형식으로 수학을 다루고 있지 않은 학생들에게 수학을 지도할 때는 발견의 과정이나 구체적인 예시가 이해를 도울 수 있을 것이다. <표 7>에서, 실제로 수학 교수에 추론을 사용하는 과정은 추측을 하게 한 후 연역적 추론을 통해 추측을 검증하게 하는 교수 방법이 1순위에 가장 많았고, 2순위까지 종합해서 볼 때는 연역적 추론으로 먼저 설명한 후 그에 대한 구체적인 예를 제시하는 경우가 가장 많았다. 이는 교과서의 구성이 정의와 정리를 제시하고 그것이 적용되는 예들을 나열하는 식으로 구성되어 있어, 수학을 가르치는 지도 과정에서 그 순서가 영향을 미치는 것으로 볼 수 있다. 또한, 증명에 대한 이해가 어렵기 때문에 결론만을 주로 학습하는 편이 강하다는 교사의 기타 의견도 있었고, 실업계 고등학교에 근무하는 교사는 학교의 특성상 기초 능력 쌓기에도 시간이 부족해서 실제로 추론 지도가 어려움이 있다고 토로한 교사도 있었다.

<표 7> 수학 교수에서 추론을 지도하는 과정 (N1=151, N2=149)*

선택내용	1순위	2순위	합계
	사례수(%)	사례수(%)	사례수(순위)
연역적 추론만	15(9.9)	6(4.0)	21(4)
개연적 추론으로 추측을 하게 한 후 연역적 증명을 통해 검증	81(53.6)	24(16.1)	105(2)
연역적 추론으로 설명한 후 구체적인 예를 제시	49(32.5)	75(50.3)	124(1)
때로 연역적 추론 없이 개연적 추론만	4(2.6)	43(28.9)	47(3)
기타	2(1.3)	1(0.7)	3(5)

* N1은 1순위 응답 합계, N2는 2순위 응답 합계)
1순위 무응답 1명, 2순위 무응답 3명 제외

추론을 지도하는 과정은 중학교와 고등학교 교사들 간에 차이가 있었다. <표 8>과 <표 9>에 따르면, 1순위와 2순위 응답을 각각 중학교와 고등학교 교사별로 비교한 결과 1순위에서는 χ^2 이 9.124이고 유의도가 .058로 유의수준 .10에서 유의한 차이가 있었고, 2순위에서는 χ^2 이 12.053이고 유의도가 .017로 유의수준이 .05내에서 유의한 차이가 있었다. 1순위에 응답한 중등학교 교사 모두 개연적 추론으로 추측을 한 후 연역적 추론으로 검증하는 과정을 많이 사용하고 있었고, 2순위에 응답한 교사들은 연역적 추론 없이 개연적 추론만 지도하는 사례가 가장 많았다. 연역적 추론만 제시하는 경우는 고등학교에서 더 높은 비율을 보였다.

<표 8> 근무학교별로 1순위로 답한 추론 지도 과정

	연역적 추론만	개연적 추론 후 연역적 추론으로 검증	연역적 추론 설명 후 구체적인 예	때로 연역적 추론 없이 개연적 추론만	기타	합계	χ^2	p
중학교	9(8.8)	48(47.1)	41(40.2)	3(2.9)	1(1.0)	102	9.124	.058
고등학교	6(12.2)	33(67.3)	8(16.3)	1(2.0)	1(2.0)	45		
전체	15(9.9)	81(53.6)	49(32.5)	4(2.6)	2(1.3)	151(100)		

3) 이하 계속

<표 9> 근무학교별로 2순위로 답한 추론 지도 과정

	연역적 추론만	개연적 추론 후 연역적 추론으로 검증	연역적 추론 설명 후 구체적인 예	때로 연역적 추론 없이 개연적 추론만	기타	합계	χ^2	p
중학교	16(15.5)	29(28.2)	11(10.7)	47(45.6)	0(0)	103	12.053	.017
고등학교	13(27.1)	6(12.5)	11(22.9)	17(35.4)	1(2.1)	48		

학생들의 추론 능력을 계발시키기 위한 활동에 대한 질문에서는 연역적 추론과 개연적 추론의 선택 내용을 달리 하였다. <표 10>에 의하면 연역적 추론은 증명을 통해 계발될 수 있다는 것이 1순위의 응답에서 가장 많이 나왔으며, 1순위와 2순위를 종합했을 때는 논리의 전개 활동이 연역적 추론을 계발시킬 수 있다고 하였다. 예를 들어, 삼단논법의 게임이나 도형의 포함 관계 등에서 사용되는 논리에 의한 추론이 연역적 추론을 계발시킬 수 있으며, 원리를 궁극해하는 학생들의 호기심 자체가 연역적 추론을 유도하는 활동이 될 수 있다. 그러나 고등학교에서도 연역적 추론의 지도가 거의 불가능하다고 생각하는 기타 의견도 있었다.

<표 10> 학생들의 연역적 추론을 계발할 수 있는 활동 (N1=152, N2=150)*

선택 내용	1순위	2순위	합계
	사례수 (%)	사례수 (%)	사례수 (순위)
증명	50(32.9)	22(14.7)	72(2)
교사의 설명을 모방	25(16.4)	21(14.0)	36(4)
논리의 전개	41(27)	56(37.3)	97(1)
교사의 발문	32(21.1)	35(23.3)	67(3)
기타	2(1.3)	15(10)	17(5)

* 2순위 무응답 2명 제외

귀납, 유추, 시각적 추론의 개연적 추론을 계발하기 위한 활동에 대해서 응답한 결과는 <표 11>에서 <표 13>까지 제시되어 있다. <표 11>과 <표 12>에 의하면, 귀납 추론과 유추 추론은 문제 해결 과정에서 가장 많이

개발될 수 있는 것으로 대다수의 교사들이 응답하였다. 해에 이르기 위해 여러 사례들을 모아서 조직하고 결과를 추측해 보거나 예전에 풀었던 문제에 의거해서 생각해보기 등을 통해 문제 해결 과정에서 귀납과 유추적 추론이 잘 개발될 수 있다고 교사들은 생각하고 있었다. 귀납적 추론은 공통성을 끌어내려는 수렴적 사고 방식을 배양하는 활동에서, 유추는 서로 다른 것에서 공통인 것에 초점을 두고 추측해 보려는 통합적 사고 방식을 키워주는 활동을 통해 개발될 수 있다고 응답한 교사도 있었다. 그러나 고등학교 과정의 교과서에서는 유추적 추론의 예를 찾아 볼 수 없다는 의견을 제시한 교사도 있었다.

<표 11> 학생들의 귀납적 추론을 개발할 수 있는 활동 (N1=150, N2=151)*

선택 내용	1순위	2순위	합계
	사례수(%)	사례수(%)	사례수(순위)
개념학습	54(36.0)	23(15.2)	77(2)
문제해결	76(50.7)	50(33.1)	126(1)
알고리즘 이해	15(10.0)	46(30.5)	61(3)
수학을 공부하다보면 자연스럽게	4(2.7)	30(19.9)	34(4)
기타	1(0.7)	2(1.3)	3(5)

* 1순위 무응답 2명, 2순위 무응답 1명 제외

<표 12> 학생들의 유추적 추론을 개발할 수 있는 활동 (N1=151, N2=150)*

선택 내용	1순위	2순위	합계
	사례수(%)	사례수(%)	사례수(순위)
개념학습	44(29.1)	25(16.7)	69(2)
문제해결	75(49.7)	47(31.3)	122(1)
알고리즘 이해	19(12.6)	39(26.0)	58(3)
수학을 공부하다보면 자연스럽게	9(6.0)	38(25.3)	47(4)
기타	4(2.6)	1(0.7)	5(5)

* 1순위 1명 무응답, 2순위 2명 무응답 제외

<표 13>에서 볼 수 있는 바와 같이 교사들은 시각적 추론 또한 문장제 해결에서 그림이나 다이어그램을 통해 설명하거나 그를 통해 추측해 보면서 개발될 수 있는 추론이라고 생각하고 있었다. 이를 볼 때, 본 연구에서 연역적 추론이 아닌 추론으로 정의된 개연적 추론은 문제 해결 활동을 통해 잘 개발될 수 있는 추론이라고 대다수

의 교사들이 생각하고 있었다. 따라서 문제 해결 과정에 초점을 둔 개연적 추론의 지도에 대한 연구가 앞으로 이루어져야 할 것으로 제안될 수 있다. 또한 시각적 추론 개발을 위한 방법으로 소프트웨어를 통한 시각적인 내용 제시의 활동이 제안되기도 하였다.

<표 13> 학생들의 시각적 추론을 개발할 수 있는 활동 (N1=152, N2=149)*

선택 내용	1순위	2순위	합계
	사례수(%)	사례수(%)	사례수(순위)
개념학습	45(29.6)	27(18.1)	72(2)
문제해결	71(46.7)	43(28.9)	114(1)
알고리즘 이해	26(17.1)	41(27.5)	67(3)
수학을 공부하다보면 자연스럽게	9(5.9)	34(22.8)	43(4)
기타	1(0.7)	4(2.7)	5(5)

* 2순위 3명 무응답 제외

학생들의 현재 추론 능력이 어떠한지를 교사들에게 질문하였을 때, <표 14>에 의하면 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론 모두에 대해 평균 점수가 3점 미만이었다. 학생들이 수학 학습에서 여러 가지 추론 유형을 이해하고 사용하는 능력이 부족하다고 교사들은 생각하고 있었다. <표 4>에서 <표 13>까지 볼 수 있는 바와 같이, 교사들은 수학적 추론에 대한 이해가 높았고 추론을 개발할 수 있는 활동들을 제시할 수 있었으나, 아직 학습 과정에서 학생들의 능력은 미비하다고 생각하고 있었다.

<표 14> 학생들의 수학적 추론 능력에 대한 교사의 판단

진술 내용	사례 수 (명)	평균 (점)	전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다
학생들은 수학 학습에서 연역적 추론을 잘 이해하고 사용하고 있다	152	2.4342	6 (3.9)	84 (55.3)	52 (34.2)	10 (6.6)	0 (0)
학생들은 수학 학습에서 귀납적 추론을 잘 이해하고 사용하고 있다	151	2.8072	3 (2.0)	51 (33.8)	70 (46.4)	26 (17.2)	1 (0.7)
학생들은 수학 학습에서 유추적 추론을 잘 이해하고 사용하고 있다	152	2.6513	6 (3.9)	61 (40.1)	66 (43.4)	18 (11.8)	1 (0.7)
학생들은 수학 학습에서 시각적 추론을 잘 이해하고 사용하고 있다	152	2.9013	5 (3.3)	46 (30.3)	63 (41.4)	35 (23.0)	3 (2.0)

추론 지도에 있어 교육과정의 명시, 추론 지도의 필요성, 추론 과정의 표현에 대하여 교사들이 얼마나 중요하게 생각하고 있는지와 학교 현장에서 실천되고 있는지를 비교하기 위해 각 문항에 대해 5단계 척도형 문항으로 중요도와 실천도를 조사하였다. 중요도는 교사가 중요하다고 생각하고 있는 정도를, 실천도는 수학 수업에서 현재 실천되고 있는 정도를 1~5까지로 표시하도록 하였다.

<표 15>에 의하면, 교사들은 중요성에 대해서는 평균이 3점 이상으로 중요하게 생각하고 있었지만 실천 정도에서는 3점 미만으로 별로 실천되고 있지 않음을 보여 주었다. 두 점수에 대한 t-test 결과 유의도는 모두 0.000으로 유의수준 .05에서 유의한 차이를 보였다. 특히 <표 16>에서, 실천도에 있어 추론이 교육과정의 학습 목표가 되어야 한다는 진술에 일원분산분석 결과 F값이 2.279이고 유의도가 .064로 유의수준 .10내에서 교직경력별로 차이가 있었다. 수학 교과서가 학생들의 추론 능력을 향상시키도록 구성되어야 하는 실천도에 있어서도 일원분산분석 결과 F값이 2.464이고 유의도가 .048로 교직경력별로 유의수준 .05내에서 차이가 있었다.

<표 15> 교육과정에서 추론에 대한 중요도와 실천도

진술 내용	중요성 인식		실천 정도		평균의 차이 검정	
	사례수	평균	사례수	평균	t	p
추론은 교육과정의 학습 목표가 되어야 한다	149	3.71	149	2.64	13.468	.000
수학교과서는 학생들의 추론 능력을 향상시키도록 구성되어야 한다	149	3.93	149	2.60	16.991	.000
수학 교사는 추론을 가르쳐야 한다	147	3.75	147	2.71	13.451	.000
추론은 학생에게 학습되어야 한다	149	3.63	149	2.71	10.646	.000

4) 중요도와 실천도의 척도 내용은 다음과 같다.

척도	선생님께서 중요하다고 생각하고 있는 정도	수학 수업에서 현재 실천되고 있는 정도
1	전혀 중요하지 않다	전혀 실천되고 있지 않다
2	별로 중요하지 않다	거의 실천되고 있지 않다
3	보통이다	보통이다
4	중요하다	실천하고 있다
5	매우 중요하다	아주 잘 실천하고 있다

<표 16> 교직경력에 따른 추론 교육과정 실천도의 차이

		제공합	자유도	평균 제곱	F	p
수학교과서는 학생들의 추론 능력을 향상시키도록 구성되어야 한다	집단간 집단내 합계	6,138 89,700 95,838	4 144 148	1.536 .623	2.464	.048

<표 17>에 의하면, 수학적 추론 지도의 필요성에 대해서는 평균이 3이상으로 모든 추론 유형에 대해 추론 지도가 필요하다는 것을 인식하는 편이었지만 실천 정도는 평균이 3미만으로 별로 실천되고 있지 않다고 응답하였다. 두 점수의 차이를 t-test로 검증한 결과 유의도가 모두 0.000으로 유의수준 .01보다 작아 중요성 인식과 실천 정도에 큰 차이가 있는 것으로 나타났다. 수학적 추론을 지도할 수 있는 활동의 실천 정도가 미비하다고 볼 수 있다.

<표 17> 추론 지도의 필요성에 대한 중요도와 실천도

진술 내용	중요성 인식		실천 정도		평균의 차이 검정	
	사례수	평균	사례수	평균	t	p
수학 학습에서 언역적 추론은 지도되어야 한다	149	3.74	149	2.99	9.440	.000
수학 학습에서 귀납적 추론은 지도되어야 한다	149	3.87	149	2.95	11.987	.000
수학 학습에서 유추적 추론은 지도되어야 한다	148	3.79	148	2.74	13.255	.000
수학 학습에서 시각적 추론은 지도되어야 한다	148	3.86	148	2.83	13.501	.000

유추적 추론이 지도되어야 한다는 것의 실천도에 있어서는 교직경력별로 차이가 있었는데, <표 18>에서 F값이 2.606이고 유의확률이 .038로 유의수준 .05내에서 차이가 있었다. 시각적 추론이 지도되어야 한다는 실천도에 있어서도 교직경력별로 F값이 2.733이고 유의확률이 .031로 유의수준 .05내에서 차이가 있었다. Scheffe의 사후분석 결과 특히 4년 미만의 경력의 교사들과 15~19년 경력의 교사들의 시각적 추론 실천도가 유의도 .032로 유의수준 .05내에서 차이가 있었다.

<표 18> 교직경력에 따른 추론 지도 실천도의 차이

		계급합	자유도	평균계급	F	p
수학 학습에서 유추적 추론은 지도되어야 한다	집단간	5.621	4	1.405	2.606	.038
	집단내	77.102	143	.539		
	합계	82.723	147			
수학 학습에서 시각적 추론은 지도되어야 한다	집단간	7.584	4	1.896	2.733	.031
	집단내	99.193	143	.694		
	합계	106.777	147			

<표 19>에 의하면, 수학적 추론 과정의 표현 또한 t-test에서 유의도 p가 .000으로 유의수준 .01보다 작아 중요도와 실천도 사이의 차이가 큰 것으로 나타났다. 수학적 추론은 사고를 통해 이루어지는 것이지만, 학생들이 추론 과정을 말이나 수학 기호로 표현해야 할 수 있어야 한다는 중요성을 교사들은 크게 인식하고 있어 수학적 의사소통이 수학 학습에서 중요하다는 이종희·김선희(2002)의 연구 결과가 여기서 또한 제안되었다. 그러나 실천 정도는 3점 미만으로 미비하여 아직 학생들의 수학적 의사소통이 학교 현장에서 많이 실천되지 않고 있음을 알 수 있다.

<표 19> 추론 과정의 표현에 대한 중요도와 실천도

진술 내용	중요성 인식		실천 정도		평균의 차이	
	사례수	평균	사례수	평균	t	p
학생들은 수학적 추론을 말이나 수학 기호로 표현할 수 있어야 한다	148	3.99	148	2.89	14.577	.000

교사들의 학력별로도 중요도와 실천도에 차이가 있었는데, <표 20>에 따르면 다변량분산분석 결과 Wilks' λ 값이 .96이고 유의도가 .047이었다. 단변량분산분석 결과 실천도에 있어서 F값이 3.05이고 유의도가 .083으로 유의수준 .10내에서 교사의 학력별 차이가 있었고, 단계적 F검정 결과 F값이 4.64이고 유의도가 .033으로 앞서 투입된 종속변수에 중복되는 학력의 영향이 제거되어 종속변수에 미치는 학력의 효과가 실천도에서도 나타났다.

<표 20> 학력에 따른 추론 과정 표현의 중요도와 실천도의 차이

독립 변수	종속변수	Wilks' λ	단변량 F	p	단계적 F	p
학력	추론 과정 표현의 중요도	.96	1.55	.215	1.55	.215
	추론 과정 표현의 실천도	p=.047	3.05	.083	4.64	.033

4. 수학적 추론의 평가

수학의 평가는 교수 학습의 목표와 일관되게 이루어져야 한다. 교사들이 수학적 추론의 평가를 얼마나 중요하게 생각하고 있는지와 학교 현장에서 그 실천 정도는 어떠한지 비교해 보고자 하였다. <표 21>에 의하면, t-test 검증 결과 모두 유의도 p가 .000으로 유의수준 .01보다 작아 중요성 인식과 실천 정도에 큰 차이가 있는 것으로 나타났다. 교사들은 수학의 평가에 단순한 계산과 지식뿐 아니라 추론을 평가할 수 있는 문항이 필요하다고 생각하고 있었고, 미리 예상치 못한 학생의 논리적인 추론도 점수가 주어지는 것이 아주 중요하다고 생각하고 있었다. 추론 능력을 평가하기 위해 평가 기준도 필요하다고 인식하고 있었지만 실천 정도는 미비한 것으로 나타났다.

<표 21> 추론의 평가에 대한 중요도와 실천도

진술 내용	중요성 인식		실천 정도		평균의 차이	
	사례수	평균	사례수	평균	t	p
수학 평가에는 추론을 평가할 수 있는 문항이 있어야 한다	149	3.78	149	2.50	16.499	.000
미처 교사가 예상치 못했지만 학생 나름대로 논리적인 추론에도 점수를 부여해야 한다	149	4.03	149	2.79	15.000	.000
추론 능력을 평가하기 위해 평가 기준을 세워야 한다	148	3.78	148	2.46	15.618	.000

수학적 추론을 평가할 수 있는 평가 유형이 어떤 것인지에 대해 <표 22>에서, 교사들은 대다수가 수행평가를 지목하였다. 수행평가는 해답이나 완성된 프로젝트뿐 아니라 과정을 조사하는 것이기 때문에 추론 과정을 보여줄 수 있는 평가 유형으로 적합하다. 수행평가는 기존의 시험에서 드러나지 않은 여러 정보를 제공할 수 있으며, 학생들의 추론 과정을 관찰하거나 기록한 결과를 보 관하기에도 적합할 수 있다. 그리고 형성평가에서도 추론을 평가할 수 있다는 대답이 많이 나왔는데, 학습 과정 중간에 학습을 평가하는 형성평가에서 학생들의 추론 과정을 평가하여 이후 진행되는 학습과 교수에 정보를 얻을 수 있다는 것이다.

<표 22> 수학적 추론을 평가할 수 있는 평가 유형 (N1=152, N2=152)

선택 내용	1순위	2순위	합계(순위)
	사례수(%)	사례수(%)	
진단평가	24(15.9)	7(4.8)	31(4)
형성평가	33(21.9)	58(39.7)	91(2)
수행평가	88(58.3)	47(32.2)	135(1)
총괄평가	6(4.0)	34(23.3)	40(3)

실제로 수학 평가시 수학적 추론을 평가한 경험이 있는가에 대해서는 35.1%인 53명이 있다고 응답했고, 64.9%의 98명이 없다고 답하였다. 이 중에서 평가를 해 본 53명의 교사에게 어떤 추론 유형을 평가해 보았는지 질문하였을 때, <표 23>에서 연역적 추론의 평가가 1순위에서 가장 많았다. 개연적 추론은 추론의 방법으로서 는 정당하지만, 참과 거짓임을 판단할 때 평가하기 어려운 추론이었던 것으로 보인다.

<표 23> 수학에서 평가되었던 추론 유형 (N1=51, N2=47)*

선택 내용	1순위	2순위	합계(순위)
	사례수(%)	사례수(%)	
연역	30(58.8)	7(14.9)	37(1)
귀납	15(29.4)	12(25.5)	27(2)
유추	5(9.8)	20(42.6)	25(3)
시각적 추론	1(2.0)	8(17.0)	9(4)

* 1순위 2명 무응답, 2순위 6명 무응답 제외

추론을 평가해 본 경험이 없는 98명의 교사들에게는 수학적 추론을 제대로 평가하지 못하는 이유는 무엇인지 1, 2순위로 답하라고 하였다. <표 24>에서 추론을 평가하기 가장 어려운 점은 학급 당 학생수의 과다로 평가에 시간이 많이 소요되는 이유가 으뜸이었다. 그 외에도 학생들의 사고 과정은 알 수 없으므로 평가하지 못한다는 의견이 순위 종합에서 많았고, 추론을 평가하는 것이 수학적 불안감을 가중시킬 수도 있다는 대답도 많이 나와 수학적 추론이 지식을 단순히 익히는 것보다 학생들에게 더 부담으로 작용할 수도 있다고 생각하는 교사들도 있음을 알 수 있었다. 또한 학생들의 표현이 부정확하기 때문에, 교육과정 내에서 충분히 다루어지지 않고 있어 실제 수업과 평가에 적용하는데 어려움이 있다, 추론을 평가할 수 있는 기준이 미비하다, 학생들이 수학적

사고가 아직 성숙하지 않아 평가하기 어렵다는 기타 의견이 있었다.

<표 24> 수학적 추론을 평가하지 못하는 이유 (N1=96, N2=85)*

선택 내용	1순위	2순위	합계(순위)
	사례수(%)	사례수(%)	
교사가 학생들의 사고 과정을 알 수 없으므로	24(25.0)	20(23.5)	44(2)
학급당 학생수의 과다로 평가에 시간이 많이 소요되므로	58(60.4)	22(25.9)	80(1)
추론을 평가할 필요가 없으므로	3(3.1)	2(2.4)	5(5)
수학적 불안을 가중시킬 수 있으므로	6(6.3)	27(31.8)	33(3)
기타	5(5.2)	13(15.3)	18(4)

* 1순위 2명 무응답, 2순위 13명 무응답 제외

5. 수학적 추론 지도의 장애요인

수학적 추론을 지도함에 있어 장애요인으로 작용하고 있는 것이 무엇인지에 대해서 <표 25>에 의하면, 교사들은 추론을 실제 수업에 적용할 수 있는 방안과 그 평가 방법의 제시 미비가 가장 큰 요인이라고 지적하였다. 수학적 사고와 추론 능력의 신장이 현대 사회에서 크게 요구되고는 있지만 실제로 어떻게 지도해야 하고 평가는 어떤 방법으로 해야 할 지에 대해 구체적으로 제시되고 있지 않고 있는 실정이다. 기타 의견으로 가르쳐야 할 내용이 너무 많아 시간을 할애하기 힘들다, 학생 수준에 맞는 추론 지도의 준비 부족, 시간 부족, 현재 평가 방식의 문제점, 교사의 인식 부족, 학생들의 수준이 낮아 추론을 평가하기는 힘들다 등을 언급하기도 하였다.

<표 25> 수학적 추론 지도의 장애요인 (N1=150, N2=150)*

선택 내용	1순위	2순위	합계(순위)
	사례수(%)	사례수(%)	
교사의 추론에 대한 소극적 태도 및 노력 부족	27(18.0)	7(4.7)	34(4)
현 교육과정 체계의 문제	37(24.7)	8(5.3)	45(3)
수학적 추론의 중요성에 대한 전반적인 인식의 부족	33(22.0)	22(1.7)	55(2)
추론에 관한 명확한 지식 부족	10(6.7)	14(9.3)	24(6)
추론을 실제 수업에 적용할 수 있는 방안과 그 평가방법의 제시 미비	33(22.0)	73(48.7)	106(1)
교사 1인당 학생수 과다 및 과도한 업무량	8(5.3)	25(16.4)	33(5)
기타	2(1.3)	1(0.7)	3(7)

* 1순위 2명 무응답, 2순위 2명 무응답 제외

수학적 추론에 대한 연구에 있어 교사들의 제언을 종합 정리해 보면 다음의 내용이 있었다. 첫째는 추론에 대한 교사들의 인식 부족과 실천 의지가 중요하며 이를 위해 교사 재교육 등의 연수가 필요하다는 것이었다. 추론의 정의에 대해서도 생소한 교사들이 있었으며, 그래서 그 필요성을 인식조차 하지 못한다는 의견이 있었다. 둘째는 학생들의 학력 수준이 저하되고 사교육에 의지하는 태도로 인하여, 학습 방식이 지식의 암기에 의존하고 학생들이 이미 알고 있는 결과에 대해 생각해 보려는 자세가 부족한 점이 교사의 지도에 방해가 되고 있다는 의견이었다. 한 교사는 수학적 추론 자체가 교사의 노력에 의해 길러지기보다는 학생 자신이 문제를 접하면서 스스로 터득해 나가는 것이며 그래서 학생들의 참여가 무엇보다 중요하다고 하면서 학습자의 태도가 추론 지도에 있어 고려할 점임을 강조하였다. 이것은 수학을 가르치는 교사의 문제가 아니라 사회적으로, 교육 정책적으로 고려되어야 할 것으로 보인다. 셋째, 수학 교육과정이나 교과서에 내용 별로 다양한 추론 문제를 추천하거나 학습자 수준에 맞는 추론 유도 문제 등이 포함되어야 한다는 의견이 있었다. 특히 개연적 추론을 지도할 수 있도록 교과서 구성이 필요하다는 점이 지적되었다. 넷째, 객관적인 추론의 평가 기준안이 마련되어 사고 과정을 추적할 수 있어야 한다. 추론은 사고 과정에 포함되기 때문에 이를 평가할 수 있는 세부적인 기준안이 제시된다면 추론의 지도도 더 활성화 될 것으로 보인다. 다섯째, 추론 지도에 적합한 교수 방법과 자료 개발이 필요하다. 수학 뿐 아니라 일상 생활에도 추론은 꼭 필요하지만 이를 지도할 수 있는 자료가 미비한 실정이다.

V. 결론 및 제언

사고력 신장에 있어 중요한 교과로 지목되는 수학에서 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론의 능력은 교육과정이나 연구 동향에서 주목받고 있다. 수학적 추론이 학교현장에서 어떻게 지도되고 있는지 그 현황을 파악하기 위해 본 연구는 중·고등학교 수학 교사를 대상으로 한 설문 결과를 분석하였고, 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 교사들은 수학적 연역, 귀납, 유추, 시각적 추론이 뒷받침되어 구성된 학문이라는 점을 인식하고, 교사

자신의 추론 능력에 긍정적인 평가를 하고 있었다.

둘째, 수학적 추론이 교수 학습에서 어떻게 지도되고 있는지에 대해서 교사들은 학습자 중심의 개별 학습지가 추론에 적합한 방법이라고 하였고, 실제 수업에서는 연역적 추론 후 구체적인 예를 제시하는 과정으로 추론을 지도하고 있다고 하였다. 추론 유형 가운데 연역은 논리 전개 방법을 통해서, 귀납, 유추, 시각적 추론 등의 개연적 추론은 문제 해결 활동에서 잘 개발될 수 있다고 하였다. 그러나 현재 우리나라 중등학교 학생들의 추론 능력은 보통 이하라고 대부분의 교사들이 생각하고 있었다. 이는 교사들이 생각하는 추론의 중요성과 실천 정도의 차이를 통해 다시 엿볼 수 있었다. 교육과정에서 추론이 학습 목표가 되어야 하고, 교과서가 추론 능력을 향상시키도록 구성되어야 하고, 교사는 추론을 가르쳐야 하고 학생은 지도 받아야 한다는 중요성은 크게 인식하고 있었으나, 수학 수업에서 실천되고 있는 정도는 중요성의 인식과 차이가 있었다. 또한 각각의 추론 유형의 지도 필요성에 대해서도 교사들은 그 중요성을 인정하고 있으나 그 실천 정도는 유의한 차이가 있었고, 추론 과정을 표현하는 중요성과 실천 정도도 차이가 있었다.

셋째, 추론의 평가에 대해 교사들은 추론을 평가할 수 있는 문항이 있어야 하고, 교사가 미처 생각하지 못한 학생들의 추론 능력에 점수가 부여되어야 하고, 추론의 평가 기준이 세워져야 한다는 것의 중요성은 인정하지만 그 실천도는 또한 차이가 있는 것으로 나타났다. 추론은 수행 평가에서 가장 잘 평가될 수 있다고 생각하고 있었지만, 실제로 추론을 평가해본 교사는 연구 대상의 35.1%이었다. 추론을 평가한 경우 연역적 추론이 가장 많았고, 추론의 평가를 하지 못한 교사들은 그 이유에 대해 학급당 학생수 과다로 평가에 시간이 많이 소요되는 점을 들었다.

마지막으로, 추론 지도에 장애가 되었던 점에 대해서 추론을 실제 수업에 적용할 수 있는 방안과 그 평가방법의 제시 미비 그리고 수학적 추론의 중요성에 대한 전반적인 인식의 부족, 현 교육과정 체제의 문제가 주요 요인으로 나타났다.

본 연구의 결과를 볼 때, 교사들은 추론의 중요성을 인식하고 있었으나 그 실천 정도가 크게 미비한 것으로 나타났다. 이는 실제 수업에서 활용될 수 있는 추론 지

도의 방법과 자료, 평가 방법과 평가 기준이 부족하다는 것을 시사하는 것이다. 앞으로의 추론 연구는 이러한 점을 바탕으로 연구가 진행되어야 할 것이다.

추론 능력은 수학 뿐 아니라 일상생활을 살아가는데도 아주 중요한 능력이다. 수학 학습에서 추론의 지도는 수학이 법과과학적으로 사고의 바탕이 되고 실생활의 경험에 도움이 되는 학문이라는 점을 학생들에게 인식시켜줄 수 있는 안내 역할을 담당할 것이다. 이를 위해 수학적 추론 지도의 방법과 자료 개발, 평가 방법과 기준 마련 등의 연구가 지속되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 김선희·이종희 (2002). 수학적 추론으로서의 가추법, 수학교육학 연구 12(2), 275-290.
- 김영채 (1998). 사고와 문제해결 심리학, 서울: 박영사.
- 류희찬·이지요 (1993). 수학교육에서의 시각화의 중요성과 LOGO, 대한수학교육학회 논문집, 3(1), 75-85.
- 박선화 (1991). 귀납적 방법, 제 7회 수학교육학 세미나.
- 서울특별시교육청 (2000). 중학교 교사 연수를 위한 제 7차 교육과정 편성과 운영, 서울특별시교육청.
- 우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교출판부.
- 이종희·김선희 (2002). 수학적 의사소통의 지도에 관한 실태 조사, 학교수학 4(1), pp.63-79.
- 장경윤 (1992). 수학교육에 있어서의 시각화와 시각적 사고, 대한수학교육학회 논문집 2(2), pp.53-63.
- 정은실 (1997). 초등학교 수학에서의 개연적 추리에 대한 연구, 대한수학교육학회 논문집 7(1), pp.69-86.
- 황정규 (1993). 학교학습과 교육평가. 서울: 교육과학사.
- Bishop, A.J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau(Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* pp.176-203, NY: Academic Press.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standard for school mathematics*. VA: NCTM.
- _____ (2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: NCTM.
- Polya, G. (1957). *How to solve it* 우정호 역(1986). 어떻게 문제를 풀 것인가? 서울: 천재교육.
- Polya, G. (1973). *Induction and analogy in mathematics*. Princeton University Press.
- Presmeg, N.D. (1997) Generalization using imagery in mathematics. In L.D. English(Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* pp. 299-312, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Investigation of Present State about Mathematical Reasoning in Secondary School - Focused on Types of Mathematical Reasoning-

Lee, Chong Hee

Dept. of Mathematics Education, Ewha Womans University, 11-1 Daehyun-Dong, Seodaemun-Gu, Seoul, Korea, 120-750.
E-mail : jonghee@mm.ewha.ac.kr

Kim, Sun Hee

Gwangjang Middle School 394-6, Gwangjang-Dong, Gwangjin-Gu, Seoul, Korea
E-mail : ilovemath@empal.com

It tends to be emphasized that mathematics is the important discipline to develop students' mathematical reasoning abilities such as deduction, induction, analogy, and visual reasoning. This study is aimed for investigating the present state about mathematical reasoning in secondary school. We survey teachers' opinions and analyze the results. The results are analyzed by frequency analysis including percentile, t-test, and MANOVA.

Results are the following:

1. Teachers recognized mathematics as knowledge constructed by deduction, induction, analogy and visual reasoning, and evaluated their reasoning abilities high.
2. Teachers indicated the importances of reasoning in curriculum, the necessities and the representations, but there are significant difference in practices comparing to the former importances.
3. To evaluate mathematical reasoning, teachers stated that they needed items and rubric for assessment of reasoning. And at present, they are lacked.
4. The hindrances in teaching mathematical reasoning are the lack of method for appliance to mathematics instruction, the unpreparedness of proposals for evaluation method, and the lack of whole teachers' recognition for the importance of mathematical reasoning

* ZDM classification : E50

* MSC2000 classification : 97C99

* key word : reasoning, deduction, induction, analogy, visual reasoning.

<부록>

- 설문지 -

안녕하십니까?
수업 준비와 많은 행정 업무로 바쁘신 와중에 이런 수고를 끼치게 되어 대단히 송구스럽습니다.
본 설문지는 학교 현장에서 실시되고 있는 수학적 추론에 관한 실태를 파악하기 위한 목적으로 작성되었습니다. 결과는 연구목적 이외에 다른 용도로 절대 사용되지 않을 것을 약속드리며, 선생님께서 평소 생각하시고 실천하시던 것들을 솔직하게 답변해 주시기를 부탁드립니다.
귀한 시간을 내어 설문에 응해주심에 진심으로 감사 드립니다.

2002년 5월 이화여자대학교 수학교육연구실
이중희, 김선희 드림

항목	진술내용	전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다
수학 지식에 대한 인식	수학은 연역 논리가 뒷받침되어 있다					
	수학은 결과를 추측하고 검증하여 구성된 학문이다					
	수학은 기존의 개념 구조를 파악해서 그 구조와 유사한 새로운 개념의 성질을 알아낼 수 있는 학문이다					
	수학은 시각적 통찰이 뒷받침되어 있다					
수학적 추론에 대한 이해	나는 연역적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다					
	나는 귀납적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다					
	나는 유추적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다					
	나는 시각적 추론에 대해 어느 정도 알고 이해하고 있다					

A. 수학적 추론에 대한 이해 정도

수학적 추론에 대한 전반적인 이해에 대한 질문입니다. 먼저, 본 연구에서 정의하고 있는 용어에 대한 설명을 잘 읽어주세요.

- ◆ **개연적 추론:** 일반적으로 논리학자들은 추론을 크게 연역논리와 귀납 논리로 구분하고 있지만, 본 연구에서는 연역적 추론이 아닌 추론을 개연적 추론이라 한다.
- ◆ **연역적 추론:** 일반적인 명제, 공리, 정의를 이용하여 논리적 규칙으로부터 결과를 도출하는 추론으로, 주로 증명에 사용된다.
- ◆ **귀납적 추론:** 관찰된 여러 사실로부터 일반적인 규칙을 이끌어내는 추론으로 일반화나 특수화가 있다.
- ◆ **유추적 추론:** 부분적인 유사성을 바탕으로, 어떤 대상에 대하여 성립하는 성질이나 관계 체계로부터 그와 유사한 대상의 성질이나 관계 체계를 추측하는 추론이다.
- ◆ **시각적 추론:** 그림으로 나타난 정보를 해석하거나, 추상적인 관계와 비시각적인 정보를 시각적인 요소들로 바꾸어 상상하고 표현하고 사용하는 추론이다.

1. 각각의 진술에 대하여 선생님이 생각하시는 바를 해당하는 란에 표해 주세요.

B. 수학적 추론의 교수 학습

1. 다음 중 어떤 학습지도 방법이 수학적 추론을 지도하기에 좋은지 순위대로 2가지만 선택하세요. (,)

- ① 교사의 설명 ② 협동학습
- ③ 학생이 직접 컴퓨터 소프트웨어를 이용
- ④ 학생의 생각을 유도하는 학습지 중심의 개별 학습
- ⑤ 기타: ()

2. 수학 학습지도시, 수학적 추론이 사용된다면 어떤 과정이 이루어져야 하는지 순위대로 2가지만 선택하세요.(,)

- ① 연역적 추론만
- ② 개연적 추론으로 추측을 하게 한 후 연역적 증명을 통해 검증
- ③ 연역적 추론을 설명 후 구체적인 예를 제시
- ④ 때로는 연역적 추론 없이 개연적 추론만
- ⑤ 기타: ()

3. 학생들이 어떤 활동을 통해 연역적 추론을 개발할 수 있다고 생각하는지 순위대로 2가지만 선택하세요. (,)

- ① 증명 ② 교사의 설명을 모방 ③ 논리 전개
- ④ 교사의 발문 ⑤ 수학을 공부하다보면 자연스럽게
- ⑥ 기타: ()

4. 학생들이 어떤 활동을 통해 귀납적 추론을 개발할 수 있다고 생각하는지 순위대로 2가지만 선택하세요. (,)

- ① 개념 학습 ② 문제해결 ③ 알고리즘
- ④ 수학을 공부하다보면 자연스럽게 ⑤ 기타: ()

5. 학생들이 어떤 활동을 통해 유추적 추론을 개발할 수 있다고 생각하는지 순위대로 2가지만 선택하세요. (,)

- ① 개념 학습 ② 문제해결 ③ 알고리즘
- ④ 수학을 공부하다보면 자연스럽게 ⑤ 기타: ()

- 3-2. 학생들의 수학적 추론을 제대로 평가하지 못 하는 이유는 무엇이라 생각하는지 중요한 이유 순서대로 2가지만 선택하세요. (,)
- ① 교사가 학생들의 사고 과정을 알 수 없으므로
 - ② 학급당 학생 수 과다로 평가에 시간이 많이 소요되므로
 - ③ 추론을 평가할 필요가 없으므로
 - ④ 수학적 불안을 가중시킬 수 있으므로
 - ⑤ 기타: ()

E. 선생님에 관한 정보입니다. 해당란에 V표 해 주세요.

- 1. 성 별 : 남 여
- 2. 교직경력 : 4년 이하 5~9년 10년~14년
15년~19년 20년 이상
- 3. 학 력 : 초급대학 대학교 대학원 이상
- 4. 연 령 : 20 대 30 대 40 대 50 대
- 5. 근 무 지 : 공립학교 사립학교
- 6. 출신학교 : 사범대학 일반대학
- 7. 근무학교 : 초등학교 중학교 고등학교
- 8. 담당학년 : ()학년

D. 장애요인

1. 수학적 추론 지도에 장애가 되었던 것을 순위대로 2가지만 표시해 주세요. (,)
- ① 교사의 추론에 대한 소극적 태도 및 노력 부족
 - ② 현 교육과정 체계의 문제
 - ③ 수학적 추론의 중요성에 대한 전반적인 인식의 부족
 - ④ 추론에 관한 명확한 지식 부족
 - ⑤ 추론을 실제 수업에 적용할 수 있는 방안과 그 평가방법의 제시 미비
 - ⑥ 교사 1인당 학생 수의 과다 및 과도한 업무량
 - ⑦ 기타 : ()

2. 수학적 추론에 관하여 하고 싶으신 말씀을 써 주세요.