

## 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의

장 해 원\*

### I. 머리말

비(比)의 개념은 수학의 학문적 세계뿐만 아니라 일상 생활 속에 스며있는 원리이며, 실제로 우리는 비 개념에 대한 직관을 지니고 있다. 따라서 반드시 수학적 관점에서 고려되지 않더라도 실생활에서 비 또는 비율과 관련된 개념이나 용어가 흔히 사용되고 있다. 예를 들어, '몇 배' 또는 '...에 비해'의 관념이라든가 야구의 타율, 출생률, 이율 등을 생각할 수 있다. 그러한 비와 비율의 개념이 학교 수학 내용으로 처음 지도되는 것은 초등학교 5, 6학년 때이다. 생활 속에서 터득한 비와 관련된 관념들이 학교 교육을 통해 수학적 개념으로서 정리되고 세련되어지기를 기대하는 것이다. 그 중에서 비의 값과 비율 개념에 초점을 맞추어 보자.

다음은 제 6차 교육과정에 따른 수학 5-2 (1997)의 문제이다:

주차장에 택시가 12대, 트럭이 3대 있다. 택시의 수에 대한 트럭의 수의 비의 값을 분수와 소수로 나타내어라(p93).

이 문제에서 비의 값을 비율로 대치한다면 어떤 차이가 있겠는가?

본고는 초등 수학 교과서에서 '비의 값'과

'비율'에 대해, 그 의미를 어떻게 구분하고 있으며 그러한 구분을 가능하게 하는 차이가 명확하고 적절하게 다루어지고 있는가, 그렇지 않다면 초등 수학에서 그러한 개념적 구분, 용어상의 구분이 필요한 것인가 하는 문제에 관심을 둔다.

교육과정 및 교과서는 학문적 수학으로부터 학교 수학으로의 교수학적 변환 과정에 대한 분석을 가능하게 하는 중요한 자료로 역할한다. 그러한 자료는 교과전문가 또는 교육 정책자에 의한 사회적 영향력을 대변하는 한편, 교사의 수업 실재를 추론할 수 있는 구체적인 근거가 되기 때문에 학교 수학의 내용을 해석하기 위한 훌륭한 근거가 되는 것이다. 따라서 본 고에서는 1946년의 교수요목, 그리고 제 1차 교육과정으로부터 현재의 제 7차 교육과정에 이르기까지 시대적 영향을 충분히 반영한 초등 수학 교과서를 분석함으로써 비의 값과 비율에 대한 관련 내용이 어떻게 변화해왔는지 고찰하면서 앞서 언급된 문제들에 초점을 맞추어 논의를 전개할 것이다.

### II. 비의 값과 비율의 개념

사전적 의미에 따르면, 비는 '어떤 양이 다른 양의 몇 배에 해당하는가를 보이는 관계'이

\* 인천교대강사

고 그것을 수로 나타내기 위한 두 양의 몫인 비의 값인데, 비의 정의에 들어있는 두 양의 배수 관계가 비의 값에 의해 결정된다는 의미에서 비와 비의 값은 동일시되는 개념이다. 영어에 비의 값을 뜻하는 단어가 따로 없이 ratio가 비 또는 (우리가 사용하는 의미대로의) 비의 값을 모두 나타내고<sup>1)</sup>, 비를 나타내는 기호 ‘:’와 나눗셈 기호 ‘÷’의 유사성이 이를 뒷받침한다. 다만 전자는 관계이고 후자는 그것을 수로 나타낸 것이므로 등호를 써서 나타낼 수는 없다. 한편 비율은 ‘둘 이상의 수를 비교하여 나타낼 때 그 중 한 개의 수를 기준으로 하여 나타낸 다른 수의 비교값’으로, 이에 따르면 비 a:b에 대한 비의 값과 비율은 결국 a/b라는 같은 결과를 낳는다. 따라서 결과의 동일함은 본질적인 개념적 차이를 모호하게 하고, 양자는 혼용되어 온 것이 사실이다. 차이를 보다 명확하게 구별하기 위해 다음과 같은 박교식(2000)의 정의를 인용하는 것은 유익하다.

[비율/比率/rate] ‘비율’은 比率의 음역이다. 비(比)에는 ‘견주다’의 뜻이 있다. 率(율)에는 ‘헤아리다’, ‘셈하다’의 뜻이 있다. 그래서, 비율에는 ‘견주어 헤아리다’ 또는 ‘견주어 셈하다’의 뜻이 있다. 이를테면, 2개의 양 a, b에 대하여  $a \div b = a/b$  역시 한 개의 양이 된다. 이 양을 a의 b에 대한 비율이라고 한다. 이것은 두 양 a와 b를 견주어 셈한 것으로 볼 수 있다. 이런 이유에서 ‘비율’이라 한 것으로 보인다. 비율을 영어로는 rate라고 한다. rate를 비라고 번역할 때도 있다. rate의 라틴어 어원은 rata로, 이것에는 ‘계산된’의 의미가 있다.

[비의 값] ‘비의 값’은 비를 유리수 값으로 나타낸 것을 의미한다. 이를테면, 두 양 a, b가 있을 때 a가 b의 유리수 배가 될 때 a와 b의 비가

존재한다. 이때 만약 a가 b의 r배가 되면, 이 r을 비 a : b의 값이라고 한다. a와 b가 같은 종류의 양이면, 비율은 수가 된다. 특히, 이 수가 유리수이면 그것은 또 비의 값이 된다. 즉, 유리수 범위에서는 비율과 비의 값이 같다.

이상의 정의에 따르면, 비율은 두 양에 대해 그 몫을 의미한다. 예를 들어 두 양, 거리와 시간으로부터 그 몫으로서 새로운 양인 속도를 얻을 때 속도는 거리가 시간에 ‘견주어 헤아려진’ 비율인 것이다. 한편 특수한 경우로서 두 양이 같은 종류의 양이면 비율은 수가 되는데, 이 수가 유리수이면 비의 값이 되는 것이다. 즉 비의 값은 비율의 특수한 경우인 것이다.

이러한 생각은 Freudenthal(1983)의 현상학적 분석에서 내적인 비와 외적인 비를 구분한 것과 같은 맥락이다. 비는 몫으로 해석 가능한데, 내적인 비는 한 체계 내에서의 두 양의 비이므로 그 몫이 수인 반면, 외적인 비는 두 체계 사이의 비이므로 그 몫 또한 양이 된다. 내적인 비의 몫은 비의 값에 해당하며, 이와 더불어 외적인 비의 몫까지도 총칭하여 비율이라 할 수 있다.

또한 Freudenthal(1983)의 비 개념은 비율의 표현 방식과도 관련이 있다. 그에 따르면 비(ratio)는 초등 수준에서 가장 수학적인 주제이며, 현상학적 맥락에서 비의 논리적 위상은 “(a,b)~(c,d) ⇔ a:b=c:d인 수 또는 양의 순서쌍의 집합에서의 동치 관계”로 규정되고<sup>2)</sup>, 단위 e를 선택하면 (a,b)의 동치류는 a:b=u:e인 하나의 수 u로 표현될 수 있다. 이 때, e는 임의적이므로 e의 선택에 따라 u는 비율의 여러 가지 표현이 된다. e=1이면 비율의 분수 또는 소수 표

1) A ratio of two quantities or mathematical objects A and B is their quotient or fraction A/B(McGraw-Hill Dictionary of Mathematics, 1997).

2) Freudenthal은 비를 몫(quotient)이나 분수(fraction)로 해석할 수 있지만 그것은 비의 논리적 위상을 낮추며 동치관계로서의 비의 복잡함을 줄이기 위한 수단이라고 하였다.

현,  $e=100$ 이면 백분율에 해당한다. 이러한 설명은 비의 값을 비율의 특수한 경우( $e=1$ )로 해석하도록 하면서 비율의 개념을 통합적으로 제시하고 있긴 하지만, 초등수학의 수준에서 볼 때 매우 수학적인 설명이라 사실상 초등학생들에게 이해시키기는 무리이다. 오히려 이로부터 초등수학에 얻을 수 있는 시사점은 1, 10, 100 등 단위의 선택에 따라 동일한 양의 상대적 크기를 결정하는 활동을 통해 비율의 직관적 관념을 양성하는 데 초점을 맞추는 것이 바람직할 것이다.

이상의 고찰에서 의도한 두 수학적 개념, 비의 값과 비율이 지닌 의미상의 근본적인 차이가 이러한 분석 수준에 이르지 못한 초등학생의 학습 범위에서는 부각될 수 없고, 결국 비의 값과 비율은 같은 개념으로 다루어지게 된다. 이제 생각해야 할 것은 비의 값 및 비율의 개념이 학교 수학에서 어떻게 다루어지는 것이 가장 적절한가 하는 수학교육적 문제이다.

### III. 수학 교육과정에 따른 비의 값과 비율 개념의 변화

본 연구의 의도에 따라, 비의 값과 비율 개념이 학교 수학에서 명확하게 구별되어 지도되어 왔는지를 알아보려고 1946년 교수요목 시대의 출발 이후 현재 적용 중인 제 7차 교육과정에 이르기까지 우리 나라 초등 수학에서 비의 값과 비율 개념에 대한 내용이 어떻게 변화여왔는지 고찰하고자 한다. 교수요목 내용과 1차에서 7차까지의 교육과정에 따른 산수 또는 수학 교과서에 제시된 구체적인 내용을 토대로 검토한다.

#### (1) 교수요목('46~'55)

6학년의 '비례, 반비례' 단원에서 삼량의 비와 비례 배분이, '측량·측정' 단원에서 백분율이 발견될 뿐 비율이나 비의 값이라는 용어는 직접 발견되지 않는다.

#### (2) 제 1차 교육과정 ('55~'63)

생활 중심 교육과정기라는 특성을 보여주는 실생활 주제의 단원명 하에 생활 장면 속에서 비, 비율, 비의 값이 세 학기에 걸쳐 분산되어 다루어진다. 산수 5-2에서 두 양의 크기 관계로서 비를 설명한 후, 산수 6-1의 '새 학년' 단원과 산수 6-2의 '추수' 단원에서 비율과 비의 값을 다음과 같이 설명한다.

(산수 6-1에서)

이 지우개 1개에 대해서 이익은 3환이다. 산 값에 대해서 이익이 얼마가 되는가의 비율을 알아볼 때에는 이렇게 셈한다.

이익=산 값 = 이익의 비율 (문교부, 1960, p13)

(산수 6-2에서)

논 넓이의 비 10a:30a와 같이, 두 수나 양의 비, 예를 들면 "감:을"에서 감은 을의 몇 배인가, 또 몇 분의 몇인가를 볼 때에, "감+을"의 몫을, 감의 을에 대한 비의 값이라고 합니다.

10:30의 비의 값은  $\frac{1}{3}$ 입니다.

10a:30a의 비의 값은  $\frac{10}{30}$ , 즉  $\frac{1}{3}$ 입니다. 비의 값은 소수로도 나타냅니다(문교부, 1962, p31).

이 시기에는 비율을 엄밀한 정의 없이 구체적인 경우를 구하는 과정에서 설명하며, 그와 별도로 비의 값을 몫으로 정의하여 서로 관련 없이 다루어진다.

#### (3) 제 2차 교육과정('63~'73)

산수 5-1에서 두 양을 비교하는 것으로 비를

개념을 소개하고, 산수 6-1에서 비율의 표시법으로 비의 값을 설명한다.

(산수 5-1에서)

2이랑은 3이랑의 3분의 2이다.

2이랑의 3이랑에 대한 “비율”이  $\frac{2}{3}$ 로 된다고 한다.

(중략) 이 때, 오빠가 맨 넓이에 대한 아버지께서 대신 넓이의 비율은 “3÷2”라고 한다. 그리고, 이 비율을 “3:2”로 쓰고, “3 대 2”라고 읽는다. 또, 이와 같은 비율의 표시법을 “비”라고 한다.

(중략) 위의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(비율)=(비교되는 양)÷(기준량) (문교부, 1965, pp.45~51)

(산수 6-1에서)

비율은 비로 나타내기도 하지만, 분수나 소수로도 나타낸다.

이 달의 영희의 저금과 철수의 저금의 비율은 비로 나타내면 20:50

분수로 나타내면  $\frac{2}{5}$

소수로 나타내면 0.4

가 된다.  $\frac{2}{5}$ 나 0.4와 같이 수로 나타낸 비율을 20:50의 “비의 값”이라고 한다(문교부, 1965 b: p32).

이상에서 비와 비의 값은 비율을 나타내는 표기법에 해당한다. 즉 3:2는 비로 나타낸 비율,  $\frac{3}{2}$ 은 비의 값으로 나타낸 비율인 것이다.

#### (4) 제 3차 교육과정('73~'81)

새수학 운동의 영향이 반영된 시기였던 만큼 용어를 엄밀하게 다루고 내용을 심도 있게 다루려는 의도가 보인다. 산수 5-1에서 단원 ‘비와 비의 값’과 산수 5-2에서 단원 ‘비율’을 분리하여 다룬다.

(산수 5-1에서)

집합 가의 원소의 갯수는 집합 나 의 원소의 갯수의  $\frac{3}{4}$ 과 같다.

즉, 집합 나 의 원소의 갯수를 1로 볼 때, 집합 가의 원소의 갯수는 그의  $\frac{3}{4}$ 이라고 생각할 수 있다.

이 때, 집합 가의 원소의 갯수를 ‘비교하는 양’, 집합 나 의 원소의 갯수를 ‘기준량’이라 하고,  $\frac{3}{4}$ 을 기준량에 대한 비교하는 양의 ‘비의 값’이라 한다.

$$(\text{비의 값}) = \frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$$

또는 (비의 값)=(비교하는 양)÷(기준량)

즉,  $\frac{3}{4}$ 은 기준량 4에 대한 비교하는 양 3의 비의 값, 즉 3:4의 값이라 하고

$$3:4 = \frac{3}{4}$$

이라고 쓴다. 비의 값은 소수로 나타내어도 된다.

즉, 비 3:4의 값은  $\frac{3}{4}$  또는 0.75이다(문교부, 1973, p136).

(산수 5-2에서)

창욱이의 저금액에 대한 민영이의 저금액의 비는 30:40이고, 그 비의 값은

$$\frac{3}{4} \text{ 또는 } 0.75 \text{이다.}$$

이와 같은 비의 값을 ‘비율’이라고도 한다.

비율을 나타내는 방법에는 여러 가지가 있다(문교부, 1974, p7).

그 방법으로서 할푼리와 백분율을 제시하는데, 할, 푼, 리, 모는 각각 기준량을 10, 100, 1000, 10000으로 보았을 때, 백분율은 기준량을 100으로 보았을 때 비교하는 양을 나타내는 비율임을 자세히 설명하고 있다. 그리고 비율을 나타내는 소수를 퍼센트로 고치기 위해 소숫점을 옮기는 것으로 설명하며, 특별한 경우로서 비율 1인 10할과 100%에 대해서도 언급한다.

먼저 '비교하는 양'과 '기준량'을 사용하여 비의 값을 정의하고 나서, 비율을 비의 값의 다른 이름으로 도입한다.

(5) 제 4차 교육과정('81~'87)

산수 5-2의 단원명 '비와 비율'에서 비의 값과 비율에 대한 내용은 다음과 같다.

(‘비의 값을 알아보자’ 중에서)

...이것은 (나)의 길이를 1로 볼 때, (가)의 길이가  $\frac{3}{4}$  이라는 뜻과 같다.

이 때, (가)의 길이를 비교하는 양, (나)의 길이를 기준량이라 하고,  $\frac{3}{4}$ 을 4에 대한 3의 비의 값이라고 한다.

$$3 : 4 \rightarrow \frac{3}{4}$$

$$(\text{비의 값}) = \frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$$

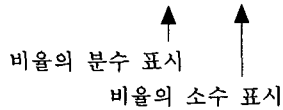
또, 비의 값을 소수로 나타낼 수도 있다.

$$\frac{3}{4} = 0.75 \quad (\text{문교부, 1983, p96})$$

(‘비율에 대하여 알아보자’ 중에서)

...이 비의 값은 기준량 (나)를 1로 보았을 때, 비교하는 양 (가)가  $\frac{3}{4}$ 임을 뜻하며, 이것을 비율이라고도 한다.

3의 4에 대한 비의 값은  $\frac{3}{4} = 0.75$



(문교부, 1983, p98)

백분율은 기준량을 100으로 보았을 때, 비교하는 양을 나타낸 수로 정의하고 분수 또는 소수 표시된 비율을 백분율로 나타낼 때 100을 곱하는 것으로 한다. 그리고 할분리 비율은 모 없이 할, 분, 리까지만 다룬다.

3차 때와 마찬가지로 비율은 비의 값의 또

다른 이름으로 다루어진다. 더욱이 비율에 대한 정의 후에 두 용어 '비의 값'과 '비율'의 혼용은 양자의 동일시 내지는 학생들의 혼동을 더욱 조장하고 있다고 볼 수 있다.

(6) 제 5차 교육과정('87~'92)

산수 5-2에 비의 값과 비율이 분리되어 설명되어 있는데 제 4차 교육과정에 따른 교과서의 내용 전개와 유사하다. 다만 비율을 정의할 때, '이것을 비율이라고 한다'고 하여 제 4차 교육과정의 교과서가 풍기는 같은 대상의 다른 이름이라는 뉘앙스와 달리 비율을 개별적으로 정의하고 있고, 바로 앞에서 지정한 비율의 예에서 '비의 값'을 '비율'로 수정함으로써 혼동을 줄이려는 의도가 보인다.

(‘비의 값을 알아보자’ 중에서)

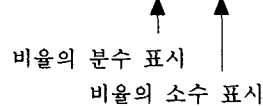
...이것은 (나)의 길이를 1로 볼 때, (가)의 길이가  $\frac{7}{8}$  이라는 뜻과 같다. 이 때, (가)의 길이를 비교하는 양, (나)의 길이를 기준량이라 한다.

그리고  $\frac{7}{8}$ 을 8에 대한 7의 비의 값이라고 하고, 비의 값  $\frac{7}{8}$ 을 소수 0.875로도 나타낸다(문교부, 1990, p84).

(‘비율에 대하여 알아보자’ 중에서)

...이 비의 값은 기준량 (나)를 1로 보았을 때, 비교하는 양 (가)가  $\frac{4}{5}$ 임을 뜻하며, 이것을 비율이라고 한다.

5에 대한 4의 비율은  $\frac{4}{5} = 0.8$



(문교부, 1990, p86)

(7) 제 6차 교육과정('92~'97)

수학 5-2의 단원 '비와 비율'에 전개된 내용

구조가 제 5차 교육과정과 동일하다.

(8) 제 7차 교육과정('97~ )

현재 적용되고 있는 제 7차 교육과정에 따르면 비의 값과 비율이 지도되는 시기는 초등학교 6-가 단계이다. 두 수의 비를 다룬 다음, 비율과 비의 값을 알아보는 활동이 있다. 그리고 다음과 같이 약속한다:

자원 봉사자 8명을 기준으로 하여 여자 5명을 비교할 때, 8명을 기준량, 5명을 비교하는 양이라고 한다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라고 한다. 기준량을 1로 볼 때의 비율을 비의 값이라고 한다. 자원 봉사자 8명을 1로 볼 때, 8에 대한 5의 비의 값은  $\frac{5}{8}$ 이다.

$$(\text{비율}) = \frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})} \quad (\text{교육인적자원부, 2002, p84})$$

이러 기준량을 100으로 할 때의 비율을 백분율이라 한다고 약속하고, 타율을 비의 값으로, 백분율로, 다른 방법인 할푼리로 나타내는 활동을 전개하는 것으로 보아 비의 값은 기준량에 따라 달리 표현되는 비율의 특수한 경우로 취급됨을 알 수 있다.

### IV. 논의

제 1차 교육과정에서 제 7차 교육과정에 이르기까지 비의 값과 비율 개념의 변화를 [표1]과 같이 요약할 수 있다.

제 1차 교육과정에서 비의 값은 몫으로서 명료하게 정의되지만, 비율에 대해서는 계산 방법에 초점이 맞추어져 있으며 소수, 퍼센트 관련 설명 및 문제에 많은 부분을 할애한다. 양 개념은 독립적으로 다루어져 굳이 관련지어 하지 않으면 혼동을 피할 수 있다.

제 2차 교육과정에서는 예를 통해 의미의 설명 없이 '비율'이란 용어를 도입하고 나중에 '비교되는 양'과 '기준량'을 써서 정의한다. 그리고 비는 비율의 표시법 중 하나로 간주하여 비율을 상위 개념으로 간주하는 것이 특이하다. 즉 비율은  $\frac{3}{2}$ , 3÷2, 3:2 등으로 나타내며 그 중 3:2와 같은 표시법이 '비'인 것이다. 비의 값 역시 비율을 수로 나타내는 표시법으로 설명하여 양자의 관계가 비교적 명확하다.

	비의 값	비율	특징
1차	a÷b의 몫	산 값에 대해서 이익이 얼마가 되는가의 비율 이익÷산 값=이익의 비율	비, 비율, 비의 값을 다른 학기에 다루어 생활 장면 속에서 설명. 비율과 비의 값이 관련되지 않음
2차	수로 나타낸 비율	(비교되는 양)÷(기준량)	비율을 상위 개념으로 먼저 도입하고 비와 비의 값을 그 표시법으로 설명
3차		이와 같은 비의 값을 비율이라고도 한다.	집합을 다루어 설명
4차	기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양을 나타냄 (비교하는 양)/(기준량)	이 비의 값은 .... 이것을 비율이라고도 한다.	비 설명을 위한 소재의 변화 : 집합의 원소의 개수 → 길이
5차		이 비의 값은... 이것을 비율이라고 한다.	
6차		이 비의 값은... 이것을 비율이라 한다.	
7차	기준량을 1로 볼 때의 비율	기준량에 대한 비교하는 양의 크기 (비교하는 양)/(기준량)	내포적 정의 비율을 먼저 정의한 후 그 특수한 경우로서 비의 값을 설명

<표1>교육과정에 따른 비의 값과 비율 개념의 변화

제 3차 교육과정에서 비율은 비의 값의 다른 이름이다. 이 시기는 새수학 운동의 영향 때문에 내용 전개를 위한 소개로서 집합을 사용하고, 2차에서 비율을 정의하는 식으로 비의 값을 정의한다. 비교적 엄밀한 전개에도 불구하고, 비와 비의 값을 개념상 동일시할지라도 관계와 수라는 범주적인 차이 때문에 양자를 등호를 써서 나타낸 것은 엄밀성에 있어서 오점으로 남는다.

제 4차 교육과정에서는 기준량을 1로 볼 때 비교하는 양이라는 설명이 반복되면서 3차 때와 마찬가지로 비의 값과 비율은 같은 대상의 다른 이름으로 다루어진다. 더욱이 비율 설명에 용어 '비의 값'이 선택되어 있어 양자를 같은 것으로 볼 수밖에 없다. 5, 6차도 다른 대상을 다루는 듯한 어법을 제외하고는 유사한 전개 방식을 따른다.

문제는 1차에서 6차에 이르기까지 비의 값과 비율이 다른 학기, 단원 또는 소단원으로 서술될만한 차이가 있고 내용 전개상 그것이 부각되도록 설명되어 있는가 하는 것이다. 앞의 분석에도 나타나 있듯이 그 구분은 명확하지 않다. 동일시되거나 같은 설명의 반복인 것으로 보이기도 한다. 특히 제 5차, 제 6차 시기가 혼동의 위험성을 크게 내포하고 있다. 하나의 설명에 대해 두 개의 용어를 부여하면서도 그 두 대상은 전혀 다른 것처럼 서술되고 있기 때문이다. 3, 4차 시기에서 같은 것의 다른 이름인 것처럼 정의한 것과 비교할 만하다. 명확한 차이점을 인식하기 어려울 정도로 유사하거나, 혹은 하나의 설명을 하고 있으면서도 두 대상을 서로 다른 소단원에서 분리하여 제시함으로써 혼동을 가중시키고 있다. 다만 2차 시기에는 비의 값을 비율을 나타내는 표기법으로 다룬다는 점에서 7차와 공통점이 있지만, 비 역시 비율의 표기법으로 다루는 것은 관계와 수

사이의 새로운 혼동을 야기시킬 수 있다.

제 7차 교육과정에서는 그 이전에 비해 크고 작은 변화가 있다. 우선 지도 시기에 있어, 1, 2차 시기에는 5, 6학년에 걸쳐 지도되고, 3차에서 6차에 이르기까지 모두 5학년 때 다루었던 것을 감안하면 6-가 단계에서의 지도는 7차 수학교육과정의 의도였던 내용의 적정화, 즉 난이도 조정 노력이 반영된 결과이다. 또한 전개 순서 및 방법에 있어, 3, 4, 5, 6차에서 공히 비의 값이 비율보다 먼저 정의되어 있고, 정의 내용에 하등 차이가 없으면서도 5, 6차에서는 마치 전혀 다른 것인 양 정의되는 반면, 7차에서는 양자를 같은 소단원에서 동시에 다루면서 비율을 먼저 그리고 나서 비의 값을 정의한다. 그 때 비의 값은 비율을 나타내는 한 방법(기준량 1인 경우)으로, 즉 비율의 특수한 경우로 간주되어 일반→특수로의 전개 방법이 적용되고 있다. 특히 비율에 대한 내포적 정의 방법을 사용하여 정의한 것도 이전과는 다른 특징이다.

한편 3~6차 시기에 비의 값의 개념을 정의하는 데 사용되었던 식  $\frac{\text{비교하는양}}{\text{(기준량)}}$  을 7차에서는 비율을 정의하는 데 사용하는 것은 재고의 여지가 있다. 비의 값을 비율의 특수한 경우로 도입한 사실과 할뿐이나 백분율과 같이 비의 값 이외의 비율의 존재를 고려한다면, 이 식은 비율보다는 비의 값 또는 비율의 분수 표시 또는 분수로 나타낸 비율을 설명하는 데 보다 적절할 것으로 생각된다.

그리고 비율이라는 용어가 두 가지 경우로 사용된 것도 알 수 있다. '기준량을 100으로 할 때의 비율을 백분율이라 하고'에서 비율은 백분율을 포함하는 상위의 개념으로서 원래 정의대로 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 의미한다. 한편 비율을 백분율로 나타내는 방법

을 묻는 식,

$$\text{백분율(\%)} = \text{비율} \times \square$$

에서의 비율은 기준량을 1로 볼 때의 비율인 비의 값을 의미한다. 후자의 경우에는 이전의 교과서와 마찬가지로 또다시 비율과 비의 값이 동일한 것으로 다루어지고 있다. 교과서에서 제시한 정의에 충실하려면, 위 등식을 비율의 두 하위 개념 간의 표현 관계로 간주하여 ‘비율’을 ‘비의 값’으로 대치하는 것이 적절하다.

요컨대, 3차에서 6차까지의 교육과정은 비의 값과 비율을 구분하려는 의도가 없어 보이거나 오히려 혼동을 야기시키는 서술 방식을 택하고 있다고 말할 수 있다. 7차 교육과정에서는 큰 변화가 있어, 양자가 내포적 정의 방법으로 명확하게 정의되며 비의 값은 개념적 측면에서의 구별이라기 보다 표현적 측면에서 비율의 특별한 경우로 다루어진다. 그러나 여전히 모호함은 잔재하며, 분수로 나타내었을 때의 양자의 동질성은 확대되어 학생들로 하여금 결국 같은 개념이라는 이미지를 갖게 할 것으로 예측된다.

## V. 맺음말

본 연구는 초등 수학에서 다루어지는 비의 값과 비율에 대해 그 개념적 차이를 어떻게 구분하고 있으며 그러한 구분이 학생들에게 인식될 정도로 명확하게 전개되어 있는지, 그렇지 않다면 구분이 반드시 필요한 것인지 하는 문제 의식에서 출발하였다. 문제에 대한 논의를 위해 우리 나라의 역대 초등 수학 교과서에 나타난 변화과정을 조사하였고, 그 결과, 오랜 동안 두 용어 ‘비의 값’과 ‘비율’은 의미상으로 혼용되어 왔음을 알 수 있다. 앞서 지적했듯이 두 수학적 개념의 본질적인 차이가 초등학생

수준에서 구별되기 어렵기 때문에, 문제는 두 개념을 명확히 구분하지 못한 것에 관한 것이라기보다는 두 개념을 별개의 것처럼 진술하는 내용과 같은 대상으로 취급하는 내용이 공존하여 수학적 사고의 명료함을 저해할 가능성에 관한 것이다.

결론을 내리기에 앞서, 이제 ‘비의 값’의 역할과 관련하여 그 필요성에 대해 생각해본다. 학교 수학의 체계적 전개를 생각할 때도 중등 수학에서 닮음이나 상대도수를 정의할 때 비율의 개념이 이용되고 변화율의 개념 자체가 비율일 정도로 비율은 일반적인 용어인 것에 반해, 비의 값은 비가 같다는 것의 의미를 규정하여 비례식을 세우기 위해 필요한 개념임을 제외하면 후속 학습과의 연속성이 결여된다. 즉 두 비를 등호의 양변에 놓는 것은 양변의 ‘비의 값이 같다’는 것을 뜻하므로, 이 때 비의 값 개념이 이용된다. 그러나 이러한 역할도 Freudenthal(1983)의 주장대로라면 재고의 여지가 있다. 그의 주장에 따르면 비의 값이 얼마인지 몰라도 비가 같음을 말할 수 있는 것이 바로 비의 의미이다. 즉  $a:b$ 를 수  $a/b$ 로 나타낼 수 있다는 것을 기대하지 않고도  $a$ 대  $b$ 와  $c$ 대  $d$ 가 같음을 의미 있게 말할 수 있다는 것이다. 이와 같이 위태로운 위상에 처한 개념 ‘비의 값’을 구하려면, ‘비의 값’ 없이 ‘비’ 또는 ‘비율’ 등으로 다루어질 때 문제될만한 사태를 거론해야 할 것이다.

학교 수학에서 다루어지는 비의 값과 비율이라는 개념에 대하여, 2절에서 고찰한 양자의 의미론적 구별에 대한 초등 수준에서의 제약 및 3, 4절에서 논의한 학교 수학에서 양 개념을 다루어 온 방식의 변화 과정에 나타난 혼동과 모호함, 그리고 바로 앞서 언급한 수학 활동에서의 비의 값의 역할의 대치 가능성 등에 근거하여 내릴 수 있는 잠정적인 결론은, 초등



수준에서 양자를 구별하지 않고 '비율'이라는 하나의 용어를 사용하는 것이 적절하다는 것이다. 다시 말해 의미 있게 구별하지 못할 바에야 혼동을 야기 시킬 소지가 있는 두 용어를 고집할 필요가 없다는 것이다. 나아가 비율의 다양한 표현으로서 기준량이 1, 10, 100일 때 비교하는 양을 달리 나타내는 활동을 통해 비에 대한 감각을 키우는 것이 보다 효과적인 비 관련 학습일 수 있다.

관련된 수학적 개념에 대한 선행적 분석에 기초한다는 본 연구의 제한점을 보완하기 위해 교과서에 나타난 두 개념에 대한 아동의 관념을 실제로 조사하여 의미 및 용어와 관련한 혼동에 대한 경험적 분석을 통해, 본 연구에서 내린 잠정적인 결론을 확증 또는 수정하는 연구가 요망된다<sup>3)</sup>.

## 참고문헌

- 교육부(1997). 수학 5-2. \_\_\_\_\_(2000). 초·중·고등학교 수학과 교육과정 기준(1946~1997).  
 교육인적자원부(2002). 수학 6-가, 대한교과서 주식회사.  
 문교부(1956). 산수 5-2.  
 \_\_\_\_\_(1960). 산수 6-1.  
 \_\_\_\_\_(1962). 산수 6-2.  
 \_\_\_\_\_(1965a). 산수 5-1.  
 \_\_\_\_\_(1965b). 산수 6-1.  
 \_\_\_\_\_(1973). 산수 5-1.  
 \_\_\_\_\_(1974). 산수 5-2.  
 \_\_\_\_\_(1983). 산수 5-2.  
 \_\_\_\_\_(1990). 산수 5-2.  
 박교식(2000). 학교수학용어의 의미. 수학사랑 제2회 Math-Festival. <http://www.math-love.org>.  
 Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.  
 Parker, S. P.(1997). *McGraw-Hill dictionary of mathematics*. New York: McGraw-Hill.

교육부(1997). 수학 5-2.

3) 아동의 관념 조사에 앞서, 초등교사 8명을 대상으로 하여 비의 값과 비율 개념의 차이에 대한 인식도를 알아본 예비 조사(2002.11월 시행) 결과는, 교사 역시 두 개념을 명확히 구분하지 못함을 드러낸다. '비율은 기준량에 대하여 비교하는 양이 차지하는 정도, 비의 값은 기준량을 1로 봤을 때 비교하는 양'이라고 하여 비의 값을 비율의 특별한 경우로 생각한 1명과 부적절한 개념 설명을 한 2명을 제외한 5명은 양자를 표현상의 차이만 있을 뿐 동일한 개념이라고 생각하였으며 특히 비율은 할분리, 퍼센트로 간주하는 경향이 있었다.

# A Discussion on the Distinction between 'The Value of Ratio' and 'The Rate' in Elementary School Mathematics

Chang, Hye Won (Inchon National University of Education)

This paper focuses on the concepts of a value of ratio and a rate in elementary school mathematics. Although the concept of a value of ratio can be distinguished meaningfully from that of a rate by phenomenological analyses, this distinction is impossible at the elementary school level. Two concepts tend to be treated as identical, therefore they need to be classified by the other methods. By analyzing the series of mathematics textbooks from the first curriculum to the present 7th curriculum, this paper investigated how two concepts have been transposed into the products of school mathematics. In addition, we discussed how the difference of two concepts in the changing process of definitions have been presented clearly to the

students.

As a result, this paper concluded that the difference of two concepts has not been developed clearly for elementary students in general, except the textbook by the 7th curriculum. The definitions of two concepts were described obscurely so that the students may confuse the concept of a value of ratio with that of a rate. The role of a value of ratio needs to be reconsidered when it is applied to set proportional expressions. Therefore, this paper suggests not adhering to the terminology 'value of ratio' to present the ratio as a quotient or the rate as a fractional representation in school mathematics.

**key words :** 비의 값, 비율, 교과서 분석  
**e-mail:** chwlyon@yahoo.com