한국 퍼지 및 지능시스템 학회 2002, Vol. 12, No. 6, pp. 491-496

게임 이론과 공진화 알고리즘에 기반한 다목적 함수의 최적화

Optimization of Multi-objective Function based on The Game Theory and Co-Evolutionary Algorithm

심귀보 · 김지윤 · 이동욱
Kwee-Bo Sim, Ji-Yoon Kim, and Dong-Wook Lee

*중앙대학교 전자전기공학부

요 약

'다목적 함수 최적화 문제(Multi-objective Optimization Problems : MOPs)'는 공학적인 문제를 풀고자 할 때 자주 접하게 되는 대표적인 문제 중 하나이다. 공학자들이 다루는 실세계 최적화 문제들은 몇 개의 경합하는 '목적 함수(objective function)'들로 이루어진 문제일 경우가 많다. 본 논문에서는 다목적 함수 최적화 문제의 정의를 소개하고 이 문제를 풀기 위한 몇 가지 접근법을 소개한다. 먼저 서론에서는 '파레토 최적해(Pareto optimal solution)'의 개념을 이용한 기존의 최적화 알고리즘과 이와는 달리 '게임 이론(Game Theory)'으로부터 도출된 최적화 알고리즘인 '내쉬 유전자 알고리즘(Nash Genetic Algorithm : Nash GA)' 그리고 본 논문에서 제안하는 공진화 알고리즘의 기반이 되는 '진화적 안정 전략(Evolutionary Stable Strategy : ESS)'의 이론적 배경을 소개한다. 또 본론에서는 다목적 함수 최적화 문제와 파레토 최적해의 정의를 소개하고 다목적 함수 최적화 문제를 풀기 위하여 유전자 알고리즘을 '진화적 게임 이론(Evolutionary Game Theory : EGT)'에 적용시킨 내쉬 유전자 알고리즘과 본 논문에서 새로이 제안하는 공진화 알고리즘의 구조를 설명하고 이 두 가지 알고리즘을 대표적인 다목적 함수 최적화 문제에 적용하고 결과를 비교 검토함으로써 진화적 게임 이론의 두 가지 아이디어 '내쉬의 균형(Equilibrium)'과 '진화적 안정전략'에 기반한 최적화 알고리즘들이 다목적 함수 문제의 최적해를 탐색할 수 있음을 확인한다.

Abstract

Multi-objective Optimization Problems(MOPs) are occur more frequently than generally thought when we try to solve engineering problems. In the real world, the majority cases of optimization problems are the problems composed of several competitive objective functions. In this paper, we introduce the definition of MOPs and several approaches to solve these problems. In the introduction, established optimization algorithms based on the concept of Pareto optimal solution are introduced. And contrary these algorithms, we introduce theoretical backgrounds of Nash Genetic Algorithm(Nash GA) and Evolutionary Stable Strategy(ESS), which is the basis of Co-evolutionary algorithm proposed in this paper. In the next chapter, we introduce the definitions of MOPs and Pareto optimal solution. And the architecture of Nash GA and Co-evolutionary algorithm for solving MOPs are following. Finally from the experimental results we confirm that two algorithms based on Evolutionary Game Theory(EGT) which are Nash GA and Co-evolutionary algorithm can search optimal solutions of MOPs.

Key Words : Multi-objective optimization problem, Pareto optimal, Nash GA, Evolutionary stable strategy, Co-evolutionary algorithm

1. 서 론

공학자들이 접하는 실세계 최적화 문제의 대부분은 서로 경합하는 두개 이상의 목적함수를 동시에 최적화해야 하는 문제를 포함한다. 하나의 목적함수를 가진 '단목적 함수 최적화 문제(Single-objective Optimization Problems : SOPs)'의 경우에는 명확한 최적해가 존재한다. 그러나 다목적 함수의 최적화 문제 의 경우는 그렇지가 않다. 다목적 함수 최적화 문제의 경우에는 하나의 최적해가 존재하는 것이 아니라 일반적으로 '파레토 최적해 집합'이라고 알려진 해들의 집합이 존재한다. 일반적으로 다목적 함수 최적화 문제의 해법으로서는 Goldberg가 제안한 파레토 최적해의 개념을 기반으로 하는 '파레토 유전자 알고리즘(Pareto Genetic Algorithms : Pareto GAs)'이 표준화된 해법으로 제시되고 있다[1].

파레토 최적해에 기반한 접근법은 이후에도 많이 연구되어왔으며 '파레토 랭킹(Pareto Ranking)', '적합도 공유(Fitness Sharing)'와 같이 유전자 알고리즘을 적용하기 위한 여러 적용 기법들이 제안되어왔다. 그러나 본

접수일자 : 2002년 7월 18일
완료일자 : 2002년 11월 15일
본 연구는 과학기술부의 뇌신경정보학연구사업의 연구비 지원으로 수행되었습니다. 연구비 지원에 감사드립니다.

논문에서는 이러한 기존의 접근법들과는 달리 50년대 초부터 연구되어온 진화적 게임 이론에 기반한 다목적 함수 최적화 문제 풀이 기법을 소개하고 여기에 공진화 알고리즘을 적용할 것을 제안한다.

진화적 게임이론을 이용하여 다목적 함수 최적화 문제의 해를 구하고자 하는 시도는 1950년대 초에 내쉬(J. F. Nash)에 의하여 정립되었다. 다목적 함수 최적화 문제를 풀기위해 '게임이론'과 경제학에 기반 하여 제안된 이 정리는 '게임 참가자(Player)'라는 개념을 도입한다. 또 각 참가자들은 각자가 자신의 목적 함수를 최적화 하는 해를 추구하면서 서로 경합을 통하여 이른바 내쉬의 균형이라고 불리는 해에 이르게 됨으로써 문제의 해를 구한다는 것이다. 이 정리의 아이디어에 유전자 알고리즘을 적용하여 다목적 함수 최적화 문제를 풀고자 최근 Sefrioui(M. Sefouri, 1998)는 그의 논문에서 내쉬 유전자 알고리즘을 제안하였다[1]. 내쉬 유전자 알고리즘은 다목적 함수 최적화 문제를 풀기위해 내쉬의 이론에 유전자 알고리즘을 결합한 형태로 되어있으며 진화를 통해 다목적 함수 최적화 문제의 '내쉬 균형점(Nash Equilibrium Point)'을 탐색한다.

내쉬 균형점의 존재가 알려진 후 게임 이론가들은 진화적 균형점을 탐색하기위한 모델들을 연구하기 시작했다. 게임 이론의 기본적 가정에 해당하는 '각 참가자들의 이성적 전략 선택' 대신 'Darwinian selection' 과정을 통해서 게임에 참여하는 각 개체군들은 최적해인 진화적 안정전략을 찾을 수 있다는 것이 진화적 게임 이론의 중심적인 아이디어가 되었다. 본 논문에서는 다목적 함수 최적화 문제에 적어도 하나 이상의 '진화적 안정전략'이 존재한다는 진화적 게임이론의 아이디어로부터 공진화 알고리즘을 이용하여 최적해를 탐색해내는 기법을 제안하고자 한다. 이를 위해서 기존에 제안되어진 공진화 알고리즘을 수정하여 게임의 형태를 포함한 구조를 제안하고 이것을 다목적 함수 최적화 문제들에 적용한 결과들을 내쉬 유전자 알고리즘을 적용한 결과들과 비교, 검토한다.

2. 다목적 함수 최적화 문제

2.1 다목적 함수 최적화 문제의 정의

일반적인 다목적 함수 최적화 문제는 n개의 '결정 변수(decision variable)', k개의 '목적함수(objective function)' 그리고 m개의 제약조건(constraint)'을 포함한다. 이때 목적함수와 제약조건은 결정 변수의 함수가 된다. 만약 다목적 함수 최적화 문제의 목적이 함수 y를 최대화 하는 것이라면 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{maximize } y=f(x)=(f_1(x),\ldots,f_i(x),\ldots,f_k(x)) \\ &\text{subject to } e(x)=(e_1(x),\ldots,e_j(x),\ldots,e_m(x)\le 0 \qquad (1) \\ &\text{단, } x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in X,\ y=(y_1,y_2,\ldots,y_n)\in Y \end{aligned}$$

식(1)에서 x는 '결정변수 벡터(decision vector)'를, y는 '목적함수 벡터(objective vector)'를 나타내고 X는 '결정변수 공간(decision space)', Y는 '목적함수 공간(objective space)'을 나타낸다. 여기서 '제약함수(constraint function)' $e(x)\le 0$는 '실행 가능 해집합(set of feasible solution)'을 결정한다[2].

특정한 해를 가지는 단목적 함수 최적화 문제와는 달리 다목적 함수 최적화 문제는 일반적으로 파레토 최적해로 알려진 일련의 해 집합이 존재하게 되는데 이것을 '비지배적 해(non-dominated solution)'라고 한다. 이 비지배적 해는 모든 목적 함수들을 고려할 때 더 나은 해가없다 라고 하는 관점에서 최적이다. '파레토 최적'의 일반적인 정의는 다음과 같다.

2.2 파래토 최적의 정의

'파레토 최적'은 다음과 같이 정의 되어진다. 만약 모든 i에 대해 (2)의 조건을 만족하는 벡터 $x\in X$가 존재하지 않는다면 디자인 변수 벡터 $x^*\in X$는 식(1)을 위한 파레토 최적이다[3].

$i=1,2,\ldots,n$인 모든 i에 대해 $f_i(x)\le f_i(x^*)$이고 $1\le i\le n$를 만족하는 적어도 하나 이상의 i에 대해 (2)의 조건을 만족한다.

$$f_i(x) < f_i(x^*) \qquad (2)$$

서로 경합하는 목적 함수에 대하여 파레토 최적을 만족 하는 비지배적 해 집합은 '파레토 최적 경계(Pareto optimal frontier)'내에 존재 한다는 것은 이미 알려진 사실이다. 이러한 개념을 바탕으로 파레토 최적 해 집합을 유전 알고리즘을 이용하여 탐색하고자 Goldberg에 의해 제안된 알고리즘이 '파레토 유전자 알고리즘(Pareto Genetic Algorithms : Pareto GAs)'이다. 파레토 유전자 알고리즘의 목적은 '파래토 경계면(Pareto frontier)'을 따라 분포하는 모든 파레토 최적해 집합을 탐색해 내는 것이므로 해의 탐색에 있어서 분산적 탐색이 중요하다. 이를 위해 Goldberg와 Richardson은 그들의 논문에서 적합도 공유(fitness sharing)라는 개념을 소개했다. 적합도 공유는 적합도가 높은 개체의 적합도를 주위의 다른 개체들에게 공유해 줌으로써 다양한 해의 탐색을 가능하게 한다[4].

파레토 유전자 알고리즘은 '비 지배적 파레토 순위(non-dominated Pareto ranking)' 와 적합도 공유의 개념과 함께 주어진 다목적 함수 최적화 문제에 대해 넓은 범위의 해 탐색을 위한 효과적인 방법을 제공한다는 점 때문에 다목적 함수 최적화 문제의 해를 구하는데 있어서 하나의 표준적인 방법이 되어왔다. Goldgerg에 의해 제안된 이 접근법은 이후로도 많은 문제에 적용되어지고 연구 되어왔으나 본 논문에서는 기존의 접근법과는 다른 관점에서의 접근법들을 소개한다. 그 중 하나는 1950년대 초에 J. Nash에 의해 소개된 '비협조적 게임'의 해에 관한 아이디어로부터 출발한다. 이 접근법은 게임 이론과 경제학의 문제와 관련된 다목적 함수 최적화 문제를 풀기 위해 '게임 참여자(Player)'라는 개념을 도입한다[1].

다음으로 소개될 접근법은 본 논문에서 제안하고자 하는 접근법으로써 진화적 게임이론의 모델에 공진화 알고리즘을 적용하여 게임의 균형 해를 구함으로써 다목적 함수 최적화 문제의 해를 구하고자 한다. 그리고 내쉬 유전자 알고리즘과 공진화 알고리즘을 표준적인 다목적 함수 최적화 문제에 적용한 결과를 서로 비교함으로써

진화적 게임이론과 유전자 알고리즘의 결합 모델을 이용하여 다목적 함수 최적화 문제를 풀 수 있음을 보인다. 이를 위하여 두개의 다목적 함수 문제 모델을 선택하는데 하나는 내쉬 유전자 알고리즘을 평가하기 위하여 Sefrioui에 의해 그의 논문에서 제안된 다목적 함수이고 나머지 하나는 유전자 알고리즘을 이용하여 다목적 함수 최적화 문제를 풀 때 일반적으로 사용되어지는 Schaffer에 의하여 제안된 다목적 함수이다[5].

3. 내쉬 유전자 알고리즘

게임 이론은 폰 노이만(Von Neumann, J., 1928)에 의하여 1920년대 말에 수학적 기반이 정립된 이후로 수학과 경제학 분야의 다목적 함수 최적화 문제의 해를 구하는 연구에 많은 기여를 해 왔다. 게임 이론에 의하면 최적화 문제와 관련하여 '게임 참여자'라는 개념이 소개되어진다. 게임 이론에 기반하여 경합하는 목적 함수들을 포함하는 다목적 함수를 디자인 할 경우 게임이 진행되는 동안 게임 참여자들은 각자 자신들의 목적함수를 가지며 주어진 시스템이 평형 상태에 도달할 때까지 자신의 목적함수를 최적화 한다. 이와 같은 형태를 가지는 이른바 '내쉬 게임'을 유전자 알고리즘을 이용하여 구현한 내쉬 유전자 알고리즘은 다음과 같다.

3.1 내쉬 균형

내쉬 균형은 J. F. Nash에 의해 1952년에 처음으로 소개된 다목적 함수 최적화 문제의 '비협조적 전략 해(solution of a non-cooperative strategy)'이다. 내쉬에 의하면 게임의 각 참가자들은 자신만의 '전략 집합(Strategy set)'과 목적 함수를 가진다. 게임이 진행되면서 각 참가자는 다른 게임 참가자의 전략이 일정하게 고정되어있는 동안 자신의 목적함수를 최적화 하는 전략을 탐색한다. 전략 변화의 빈도를 나타내는 σ는 '내쉬 주파수(Nash frequency)'라고 불리며 일반적으로 $\sigma=1$인데 이것은 게임의 각 세대마다 최적의 전략을 새로이 선택할 수 있음을 의미한다. 이러한 방식으로 진화적 게임이 수행되고 모든 참가자가 더 이상 자신의 목적함수를 최적화 할 수 없는 상태에 이르게 되는데 이것을 내쉬 균형이라고 하며 게임의 균형 해가된다[6].

3.2 내쉬 유전자 알고리즘

내쉬 유전자 알고리즘의 아이디어는 내쉬 균형을 탐색하기 위하여 제안된 내쉬의 전략과 유전자 알고리즘을 결합하고자 하는 것이다. 그림 1은 두 명의 게임 참가자가 각자의 목적 함수를 최적화 하기위해 어떻게 유전자 알고리즘과 내쉬의 전략을 결합하는지를 보여준다.

최적화 문제의 잠재적인 해를 $s=XY$라고 두고 두개의 개체군 Population 1과 Population 2를 생성한 후 이것을 Player 1, Player 2에게 각각 할당한다. 이때 X는 criterion 1을 최적화 하기위해 Player 1에 의해 결정되는 변수가 되고 Y는 criterion 2를 최적화 하기위해 Player 2에 의해 결정되는 변수가 된다. 내쉬의 이론에 따르면, Y의 값이 Player 2에 의해 고정되어 있는 동안 Player 1은 criterion 1에 따라 X의 값을 수정함으로써 s를 최적화 한다. 위의 과정이 진행되는 동시에 앞의 과정과 유사하게 X의 값이 Player 1에 의해 고정되어 있는 동안 Player 2는 criterion 2에 따라 Y의 값을 수정함으로써 s를 최적화 한다. $k-1$ 세대에 Player 1에 의해 최적화된 값을 X_{k-1}, Player 2에 의해 최적화된 값을 Y_{k-1}이라 하면, k 세대에 Player 1은 Y_{k-1}을 사용하여 s를 최적화 하는 X_k의 값을 탐색하고 같은 시간 동안 Player 2는 X_{k-1}을 사용하여 s를 최적화 하는 Y_k 값을 탐색하게 된다. 즉 전자의 경우 최적화해야 할 식 $s=X_kY_{k-1}$이 되고 후자의 경우 최적화해야 할 식 $s=X_{k-1}Y_k$가 된다. 두 개체군의 최적화 과정이 끝나면 Player 1은 최적해 X_k를 Player 2에 할당된 개체군 Population 2에게 보내고 Player 2는 다음 $k+1$ 세대에 X_k를 이용하여 최적해 Y_{k+1}을 탐색한다. 마찬가지로 같은 시간 동안 Player 2는 최적해 Y_k를 Player 1에 할당된 개체군 Population 1에게 보내고 Player 1은 $k+1$ 세대에 이 값을 사용하여 최적해 X_{k+1}을 탐색한다. 위의 과정을 반복하여 게임을 진행하는 동안 Player 1과 Player 2는 더 이상 s의 값을 최적화 하지 않는 내쉬 균형에 도달하게 되고 게임의 해를 찾게 된다[4].

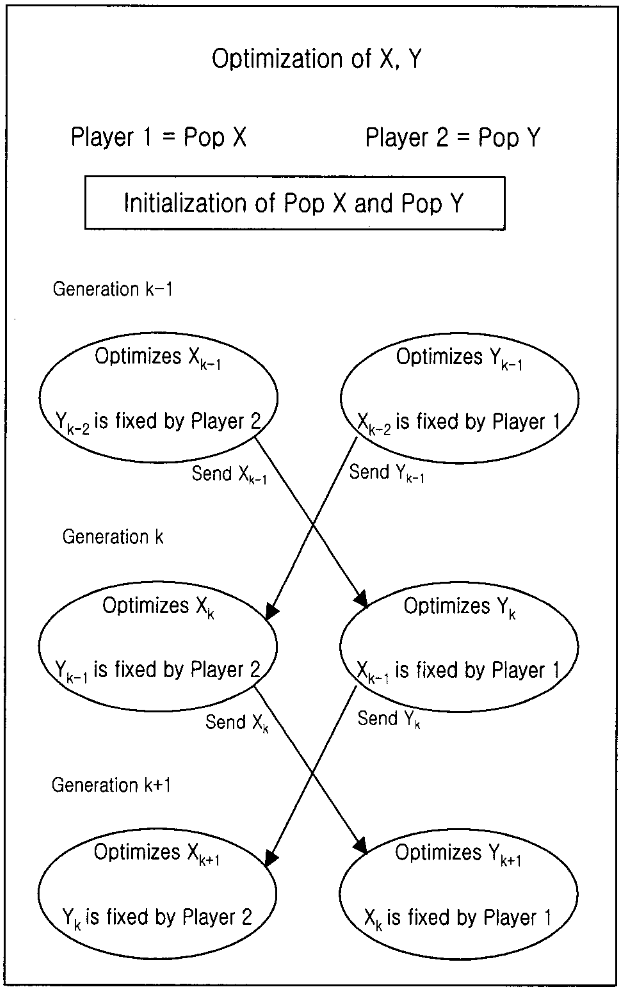

그림 1. 내쉬 유전자 알고리즘
Fig. 1. Strategy of Nash Genetic Algorithm

4. 공진화 알고리즘

4.1 진화적 안정전략

세계적인 진화 생물학자 메이나드 스미스(Maynard Smith)에 의해 제안된 진화적 안정전략은 게임 이론에 기초를 두고 있으며 진화적 게임에 있어서 개체군 내의 대부분이 이것을 채용하면 다른 대체 전략에 의해서 변화시킬 수 없는 전략으로 정의된다. 이것은 어떠한 우수한 전략도 상대방으로부터 완전한 이익을 남길 수 없으며 열등한 전략들에 비하여 항상 우위를 점할 수 없음을 나타낸다. 결국 종의 우수성 보다는 진화적으로 안정된 종만이 종족을 유지 할 수 있다. 즉 실제 생태계에서는 진화가 진보의 방향으로만 이루어지도록 하는 하나의 진화적 전략만을 선택하는 것이 아니라 하나 이상의 안정적 상태로 이동하도록 진화적 전략을 바꾸어 선택하게 된다는 것이다.

다음 절에서는 게임을 통해 진화적 안정 전략을 찾을 수 있다는 아이디어로부터 공진화 알고리즘을 이용하여 진화적 게임을 수행함으로써 다목적 함수 최적화 문제의 균형 해를 탐색할 수 있도록 설계한 공진화 알고리즘의 구조를 설명한다.

4.2 공진화 알고리즘의 구조

게임을 통한 공진화 알고리즘을 설계하기 위하여 게임 참가자를 설정하는데 초기에 개체군을 임의로 생성한 후 각 개체군 내의 개체들은 다른 개체군 내의 개체들과 게임을 통하여 주고받게 될 일정한 '밑천(fund)'을 지급받게 된다. 다음 첫 번째 개체군의 각 개체와 나머지 개체군의 각 개체들이 차례로 게임을 하여 발생한 '이득(gain)' 을 첫번째 개체군의 개체에게 지불한다. 나머지 개체군들의 경우에 대해서도 같은 방법으로 게임을 수행하여 발생한 이득을 게임에 참가한 개체에게 지불한다. 이렇게 수정된 밑천을 적합도로 하여 각 개체군내에서 독립적으로 다음 세대 개체를 교차와 돌연변이를 통하여 생성한다. 두개의 목적 함수를 가진 이 변수 함수 최적화 문제의 경우를 예로 들면

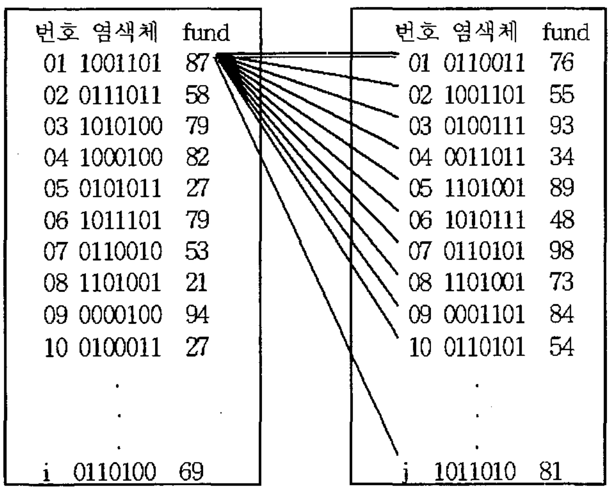

그림 2. 공진화 알고리즘을 위한 개체군
Fig. 2. Populations for co-evolutionary algorithm

① 그림 2와 같이 두개의 개체군 Population 1과 Population 2를 생성한다.
② 각 개체에 일정한 초기치 밑천을 지급한다.
③ 첫 번째 개체군의 첫 번째 개체와 나머지 개체군의 각 개체들이 게임을 하여 발생한 이득의 평균을 첫 번째 개체에게 지불한다.
④ 첫 번째 개체군의 모든 개체에 대해 ③의 과정을 수행한다.
⑤ 두 번째 개체군의 모든 개체에 대하여 ③과 ④의 과정을 수행한다. 이때 이득의 계산식은 다음과 같다.

$$fund_{t+1}(i) = fund_t(i) + \frac{\sum_{n=1}^{j} gain_t(i,n)}{j} \quad (3)$$

$$gain(i,j) = \exp(f_a(x_j) - f_a(x_i) + f_b(x_j) - f_b(x_i)) \quad (4)$$

식(3)에서 i는 첫 번째 Population의 개체 수를, j는 두 번째 Population의 개체 수를 나타낸다. 또 식(4)의 $f_a(x_j)$, $f_a(x_i)$, $f_b(x_j)$, 그리고 $f_b(x_i)$는 각각 그림 3의 두 목적 함수 $f_a(x)$, $f_b(x)$에 대하여 임의의 두 개체 x_i, x_j에 대한 값을 나타낸다.

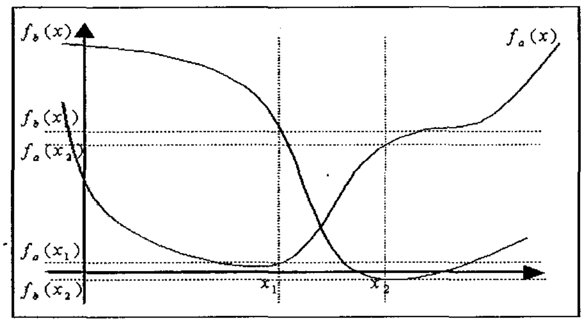

그림 3. 이득 계산을 위한 목적함수 그래프
Fig. 3. Objective function graph for calculation of gain

⑥ 이렇게 결정된 $fund_{t+1}(i)$와 $fund_{t+1}(j)$를 기준으로 각 개체군은 독립적으로 교차와 돌연변이를 통해 다음세대 개체군을 생성한다.
⑦ 종료조건이 만족할 때까지 ③~⑥의 과정을 반복한다.

5. 실험 결과

5.1 Sefrioui의 다목적 함수 최적화

첫 번째 실험으로 내쉬 유전자 알고리즘을 제안 한 Sefrioui의 논문에서 제안된 다음과 같은 다목적 함수 최적화 문제에 두 알고리즘을 적용하여 실험을 수행하였다.

$$f_1(x,y) = (x-1)^2 + (x-y)^2$$
$$f_2(x,y) = (y-3) + (x-y)^2 \quad (5)$$
단, $-5 \le x, y \le 5$

유전자 알고리즘을 이용하여 위의 문제를 풀기 위하여 두개의 개체군을 각 목적 함수의 최적화를 위하여 할당하였으며 하나의 최적 균형점을 탐색하는 알고리즘이므로 엘리트 보존 전략을 적용하였다.

표 1은 내쉬 유전자 알고리즘과 게임을 통한 공진화 알고리즘에 의해 탐색 되어진 균형 해를 보여준다. 여기서 X_1, Y_1, F_1은 첫 번째 개체군에 의해 탐색 되어진 해를, X_2, Y_2, F_2는 두 번째 개체군에 의해 탐색 되어진 해를 각각 나타낸다. 표 1로부터 알 수 있듯이 내쉬 유전자 알고리즘을 이용하여 탐색 되어진 균형 해는 Sefrioui의 논문에서 탐색 되어진 결과와 같은 해를 탐색하였고 공진화 알고리즘을 통하여 탐색 되어진 해가 더욱 최적화 되어있음을 알 수 있다. 그림 4와 5는 각 세대별로 탐색 되어진 엘리트 개체에 의한 목적함수 f_1, f_2의 변화를 나타낸 그래프이다.

표 1. Sefrioui's function에 대한 최적해

Table. 1 Optimal solutions for Sefrioui's function

내쉬 GA	X_1	Y_1	F_1
	1.6673	2.3297	0.8840
	X_2	Y_2	F_2
	1.6697	2.3393	0.8849
공진화 알고리즘	X_1	Y_1	F_1
	1.8187	2.1810	0.8016
	X_2	Y_2	F_2
	1.7564	2.4696	0.7810

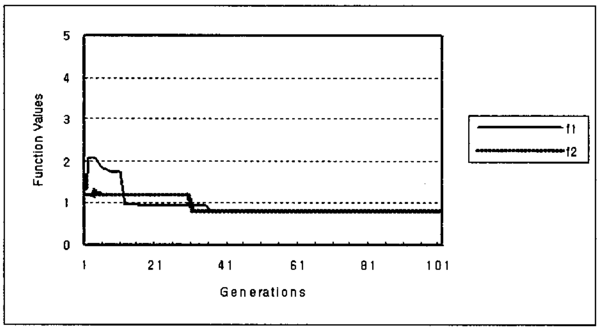

그림 4. 내쉬 GA에 의한 f_1, f_2 값의 변화

Fig. 4. Change of f_1, f_2 by Nash GA

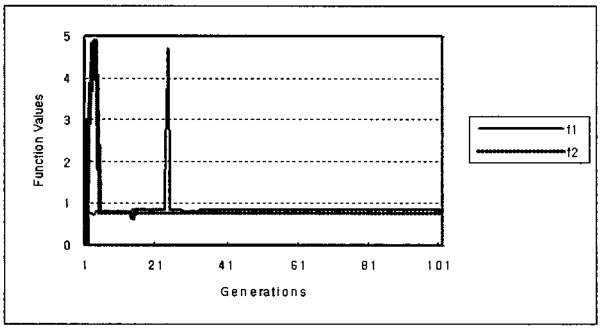

그림 5. 공진화 알고리즘에 의한 f_1, f_2의 변화

Fig. 5. Change of f_1, f_2 by co-evolutionary algorithm

5.2 Schaffer의 다목적 함수 최적화

Schaffer에 의해 제안된 다목적 함수 최적화 문제는 다음과 같다.

$$f_1(x,y)=(x-1)^2+(y-1)^2$$
$$f_2(x,y)=(x-4)+(y-4)^2 \quad (6)$$
$$\text{단, } -5 \le x, y \le 5$$

앞에서의 실험과 마찬가지로 각각의 목적함수를 위해 두개의 개체군을 각각 할당하였으며 표 2와 그림 6, 그림 7에 각 알고리즘의 적용에 따른 실험 결과를 나타내었다. 이 실험 결과에서도 알 수 있듯이 이 문제의 경우 게임 모델을 이용한 공진화 알고리즘을 적용한 최적화의

표 2. Schaffer's function에 대한 최적해

Table. 2 Optimal solutions for Schaffer's function

내쉬 GA	X_1	Y_1	F_1
	0.9933	4.0004	9.0023
	X_2	Y_2	F_2
	0.9933	4.0004	9.0403
공진화 알고리즘	X_1	Y_1	F_1
	2.3499	2.6825	4.6531
	X_2	Y_2	F_2
	2.4994	2.4641	4.6107

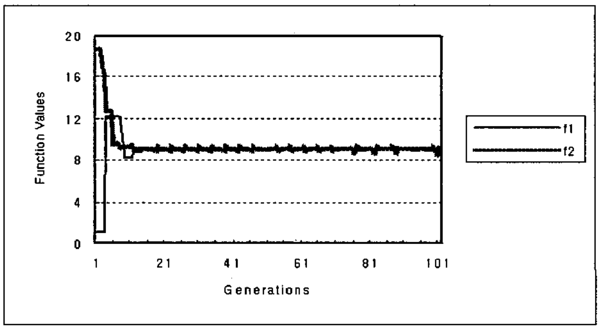

그림 6. 내쉬 GA에 의한 f_1, f_2값의 변화

Fig. 6. Change of f_1, f_2 by Nash GA

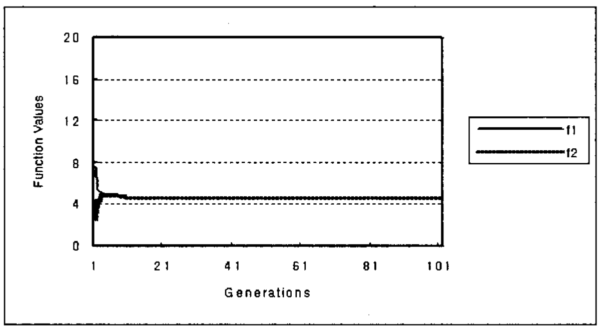

그림 7. 공진화 알고리즘에 의한 f_1, f_2값의 변화

Fig. 7. Change of f_1, f_2 by co-evolutionary algorithm

결과가 앞의 실험보다 더욱 뚜렷한 차이를 보이고 있음을 알 수 있다.

앞의 실험 결과들로부터 다목적 함수 최적화 문제의 경우 진화 알고리즘을 게임 모델에 적용함으로써 균형해를 탐색하고 이를 최적해로 간주 할 수 있음을 확인하였다. 특히 공진화 알고리즘을 적용하여 '진화적 안정전략'을 탐색하는 결과가 어떤 문제에 있어서는 더욱 최적화된 값을 탐색해 낼 수 있음을 확인 하였다.

6. 결 론

본 논문에서는 다목적 함수 최적화 문제를 풀기 위하여 기존의 해 탐색법과는 다른 관점에서 해를 탐색하고자 하는 내쉬 유전자 알고리즘을 소개하고 진화적 게임을 통하여 최적해를 탐색하고자 공진화 알고리즘을 적용한 모델을 제안 하였다. 또 이 두 알고리즘을 실제 다목적 함수 최적화 문제에 적용하여 해를 탐색하도록 함으로써 각 알고리즘의 효율성과 타당성을 검토하였다. 이를 통하여 알게 된 사실 중 하나는 내쉬 유전자 알고리즘의 경우에는 '지역해(local minima)'에 조기 수렴하는 것을 방지하기 위하여 부모세대의 '해밍 디스턴스(Hamming distance)'에 따라 자식 세대 생성시 돌연변이율을 다르게 적용하는 'Distance dependent mutation' 방법을 사용하여야 좀더 해의 수렴이 용이함을 확인 할 수 있었다[7]. 이에 반해 공진화 알고리즘의 경우에는 일반적으로 사용하는 돌연변이 방법만을 사용하더라도 더욱 최적화된 해를 탐색 할 수 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] M. Sefrioui and J. Periaux, "Nash Genetic Algorithms : examples and applications," *Proc. of the 2000 Congress on Evolutionary Computation (CEC '00)*, IEEE Press, pp. 509-516, 2000.

[2] Eclart Zitzler, "Evolutionary Algorithms for MultiObjective Optimization: Methods and Applications," *A dissertation submitted to the Swiss Federal Institute of Technology Zurich for the degree of Doctor of Technical Sciences*, 1999. 11. 11

[3] A. D. Belegundu and T. R. Chandrupatls, *Optimization Concepts and Applications in Engineering*, New Jersey, Prentice-Hall, 1999. 11.

[4] J. Horn, N. Nafpliotis and D. E. Goldberg, "A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization," *Proc. of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC '94)*, vol. 1., IEEE Service Center, pp. 82-87, 1994.

[5] David E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, pp. 199-201, 1989.

[6] Nash J. F., "Noncooperative games," *Annals of Mathematics*, 54:289, 1951.

[7] A. Borodin., B. Mantel., S. Peigin., J. Periaux., and S. Timchenko., "Application of the Genetic Algorithm for Heat Flux Optimization Problem," *EUROGEN 97 (Trieste University, Italy)*, 1997.

저 자 소 개

심귀보(Kwee-Bo Sim)

1984년 : 중앙대학교 전자공학과 공학사
1986년 : 동 대학원 전자공학과 공학석사
1990년 : The University of Tokyo 전자공학과 공학박사
1997년~현재 한국퍼지 및 지능시스템학회 편집이사 및 논문지 편집위원장
2000년~현재 제어자동화시스템공학회 이사 및 직선평위원
2000년~현재 대한전기학회 제어및시스템부문회 편집위원 및 학술이사
1991년~현재 중앙대학교 전자전기공학부 교수

관심분야 : 인공생명, 진화연산, 지능로봇시스템, 뉴로-퍼지 및 소프트 컴퓨팅, 자율분산시스템, 로봇비전, 진화하드웨어, 인공면역계 등
Phone : +82-2-820-5319
Fax : +82-2-817-0553
E-mail : kbsim@cau.ac.kr

김지윤(Ji-Yoon Kim)

2002년 : 중앙대학교 전자전기공학부 공학사
2002년 ~ 현재 : 동대학원 석사과정

관심분야 : 인공생명
Phone : +82-2-820-5319
Fax : +82-2-817-0553
E-mail : jonathan@jupiter.cie.cau.ac.kr

이동욱(Dong-Wook Lee)

1996년 : 중앙대학교 제어계측공학과 공학사
1998년 : 동 대학원 제어계측학과 공학석사
2000년 : 동 대학원 제어계측학과 공학박사

관심분야 : 인공생명, 진화연산, 인공면역계, 인공두뇌 등
Phone : +82-2-820-5319
Fax : +82-2-817-0553
E-mail : dwlee@ms.cau.ac.kr