

LH-모멘트의 적정 차수 결정에 의한 설계홍수량 추정 (I)

Estimation of Design Flood by the Determination of Best Fitting Order of LH-Moments (I)

맹 승 진* · 이 순 혁**
Maeng, Sung Jin · Lee, Soon Hyuk

Abstract

This study was conducted to estimate the design flood by the determination of best fitting order of LH-moments of the annual maximum series at six and nine watersheds in Korea and Australia, respectively.

Adequacy for flood flow data was confirmed by the tests of independence, homogeneity, and outliers. Gumbel (GUM), Generalized Extreme Value (GEV), Generalized Pareto (GPA), and Generalized Logistic (GLO) distributions were applied to get the best fitting frequency distribution for flood flow data.

Theoretical bases of L, L1, L2, L3 and L4-moments were derived to estimate the parameters of 4 distributions. L, L1, L2, L3 and L4-moment ratio diagrams (LH-moments ratio diagram) were developed in this study.

GEV distribution for the flood flow data of the applied watersheds was confirmed as the best one among others by the LH-moments ratio diagram and Kolmogorov-Smirnov test.

Best fitting order of LH-moments will be derived by the confidence analysis of estimated design flood in the second report of this study.

Keywords : LH-moments, GEV, GUM, GPA, GLO distribution, LH-moments ratio diagram, Independence, Homogeneity, Outlier test

I. 서 론

각종 수리구조물의 설계, 운영, 관리 및 개·보수 측면에서 그리고, 농업용수를 비롯한 각종 산업용수의 개발을 위한 댐 및 저수지의 물넘이 단면결정, 하천제방 및 개·보수사업, 배수시설의 용량 결정 등에 있어서는 있는 설계홍수량이 제시되어야 한다.

* 한국수자원공사 수자원연구소 선임연구원
** 충북대학교 농과대학 교수
* Corresponding author. Tel.: +82-42-860-0313
fax: +82-42-860-0312
E-mail address: maeng@kowaco.or.kr

따라서, 신빙성 있는 설계홍수량 유도를 위해 많은 연구가 수행되어 왔다. Wang⁹⁾은 오스트레일리아 Wickliffe 및 Savage's Crossing 유역의 연최대홍수량을 대상으로 일반화된 극치분포(Generalized Extreme Value; GEV)의 매개변수를 고차확률가중모멘트(Higher Probability Weighted Moments, LH-Moments)법으로 추정하여 빈도분석을 실시한 결과 LH-모멘트의 차수가 2인 L2-모멘트법에 의한 빈도분석이 적정한 것으로 구명함과 동시에 앞으로 LH-모멘트법에 의해 추정된 설계홍수량이 실측치의 Outlier에 민감하지 않고, 실측치를 계급별로 분포시켰을 때 분포곡선의 말단(tail)부에 대한 특성을 적절히 재현 할 수 있는 LH-모멘트의 차수를 종국적으로 이끌어내야 한다고 제안하였다.

이에 본 연구에서는 장기간의 홍수 관측자료를 보유한 우리나라와 비교적 신빙성 있는 관측자료를 보유한 오스트레일리아의 유역들을 선정하여 신뢰성 높은 설계홍수량 유도에 영향을 미치는 LH-모멘트의 차수를 결정하고자 한다.

본 연구의 제 1보에서는 대상유역의 연최대홍수량 자료에 대한 동질성, 독립성 및 Outlier 검정을 시도하고, 연최대홍수량 자료의 적정 분포형을 선정하기 위해 Gumbel (GUM), Generalized Extreme Value (GEV), Generalized Logistic (GLO) 및 Generalized Pareto (GPA) 분포에 대한 적합성 검정을 실시한다. 이를 위하여 대상 분포형별 매개변수 추정방법인 LH-모멘트의 차수변화에 따른 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법의 이론을 정립하고, 정립된 이론에 의한 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도를 작성한다. 또한, LH-모멘트비도와 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 검정에 의해 적용분포형인 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포의 적합성을 판정하기로 한다.

II. 확률가중모멘트와 LH-모멘트 이론

1. 확률가중모멘트와 LH-모멘트의 관계

누가분포함수 $F(X)$ 를 갖는 확률변수 X 에 대한 확률가중모멘트의 일반식은 식 (1)과 같다.

$$M_{p,r,s} = E[X^p(F(X))^r(1-F(X))^s] \\ = \int x^p(F(x))^r(1-F(x))^s dF(x) \dots\dots\dots(1)$$

여기서, p, r, s 는 정수이고, $r=s=0$ 인 $M_{p,0,0}$ 이면 p 는 비부성정수(非負性定數)가 되고 $M_{p,0,0}$ 은 원점에 대한 기존의 p 차 모멘트와 동일한 값을 나타낸다.

확률가중모멘트의 차수를 증가시켜 이들을 선형 조합한 LH-모멘트법은 Wang¹⁰⁾에 의해 제시되었다. 여기에서 Wang은 LH-모멘트를 식 (2) ~ (5)와 같이 정의하였다.

$$\lambda_1^\eta = E[X_{(\eta+1):(\eta+1)}] \dots\dots\dots(2)$$

$$\lambda_2^\eta = \frac{1}{2} E[X_{(\eta+2):(\eta+2)} - X_{(\eta+1):(\eta+2)}] \dots\dots\dots(3)$$

$$\lambda_3^\eta = \frac{1}{3} E[X_{(\eta+3):(\eta+3)} - 2X_{(\eta+2):(\eta+3)} + X_{(\eta+1):(\eta+3)}] \dots\dots\dots(4)$$

$$\lambda_4^\eta = \frac{1}{4} E[X_{(\eta+4):(\eta+4)} - 3X_{(\eta+3):(\eta+4)} + 3X_{(\eta+2):(\eta+4)} - X_{(\eta+1):(\eta+4)}] \dots\dots\dots(5)$$

여기서, η 는 차수이며, $E[X_{j:m}]$ 은 누가분포함수 $F(x) = P_r(X \leq x)$ 을 갖는 임의 표본크기 m 의 j 차 기대값이며 다음의 식 (6)과 같다.

$$E[X_{j:m}] = \frac{m!}{(j-1)!(m-j)!} \int_0^1 x(F)^{j-1} (1-F)^{m-j} dF \dots\dots\dots(6)$$

또한, Wang은 식 (2) ~ (5)에 해당하는 LH-모멘트 추정식을 식 (7) ~ (10)과 같이 제시하였다.

$$\hat{\lambda}_1^\eta = \frac{1}{n C_{\eta+1}} \sum_{i=1}^n i^{-1} C_{\eta} x_{(i)} \dots \dots \dots (7)$$

$$\hat{\lambda}_2^\eta = \frac{1}{2} \frac{1}{n C_{\eta+2}} \sum_{i=1}^n (i^{-1} C_{\eta+1} - i^{-1} C_{\eta} n^{-i} C_1) x_{(i)} \dots \dots \dots (8)$$

$$\hat{\lambda}_3^\eta = \frac{1}{3} \frac{1}{n C_{\eta+3}} \sum_{i=1}^n (i^{-1} C_{\eta+2} - 2 i^{-1} C_{\eta+1} n^{-i} C_1 + i^{-1} C_{\eta} n^{-i} C_2) x_{(i)} \dots \dots \dots (9)$$

$$\hat{\lambda}_4^\eta = \frac{1}{4} \frac{1}{n C_{\eta+4}} \sum_{i=1}^n (i^{-1} C_{\eta+3} - 3 i^{-1} C_{\eta+2} n^{-i} C_1 + 3 i^{-1} C_{\eta+1} n^{-i} C_2 - i^{-1} C_{\eta} n^{-i} C_3) x_{(i)} \dots \dots \dots (10)$$

여기서,

$${}^m C_j = \binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!} \dots \dots \dots (11)$$

상기의 식 (7) ~ 식 (10)을 재정리하면 식 (12) ~ (15)와 같다.

$$\hat{\lambda}_1^\eta = B_\eta \dots \dots \dots (12)$$

$$\hat{\lambda}_2^\eta = \frac{1}{2!} (\eta+2) \{B_{\eta+1} - B_\eta\} \dots \dots \dots (13)$$

$$\hat{\lambda}_3^\eta = \frac{1}{3!} (\eta+3) \{(\eta+4)B_{\eta+2} - 2(\eta+3)B_{\eta+1} + (\eta+2)B_\eta\} \dots \dots \dots (14)$$

$$\hat{\lambda}_4^\eta = \frac{1}{4!} (\eta+4) \{(\eta+6)(\eta+5)B_{\eta+3} - 3(\eta+5)(\eta+4)B_{\eta+2} + 3(\eta+4)(\eta+3)B_{\eta+1} - (\eta+3)(\eta+2)B_\eta\} \dots \dots \dots (15)$$

여기서,

$$B_\eta = \frac{\int_0^1 x(F)F^\eta dF}{\int_0^1 F^\eta dF} = (\eta+1) \int_0^1 x(F)F^\eta dF = (\eta+1) B_\eta$$

$$\beta_\eta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-\eta)}{(N-1)(N-2)\dots(N-\eta)} \dots \dots \dots (16)$$

LH-모멘트법의 경우에도 일반 모멘트법에서의 변동계수, 왜곡도 및 첨예도에 해당하는 LH-모멘트비인 LH-변동계수, LH-왜곡도 및 LH-첨예도를 가지며, 각각 식 (17) ~ (19)와 같이 정의된다.

$$\tau_2^\eta = \frac{\hat{\lambda}_2^\eta}{\hat{\lambda}_1^\eta} \equiv \text{LH-변동계수 (LH-coefficient of variation)} \dots \dots \dots (17)$$

$$\tau_3^\eta = \frac{\hat{\lambda}_3^\eta}{\hat{\lambda}_2^\eta} \equiv \text{LH-왜곡도 (LH-skewness)} \dots \dots \dots (18)$$

$$\tau_4^\eta = \frac{\hat{\lambda}_4^\eta}{\hat{\lambda}_2^\eta} \equiv \text{LH-첨예도 (LH-kurtosis)} \dots \dots \dots (19)$$

본 연구에서는 LH-모멘트의 차수 η 을 0 ~ 4까지 변화하여 적용 확률분포형의 매개변수를 추정하고자 하며 이들을 순차적으로 L-모멘트, L1-모멘트, L2-모멘트, L3-모멘트 및 L4-모멘트라 한다. 여기에서 LH-모멘트의 차수 η 가 0인 L-모멘트는 Hosking이 제안한 L-모멘트와 동일하다.⁵⁾

2 적용 확률분포형의 LH-모멘트비 추정

가. Gumbel 분포형

Gumbel(GUM) 분포형의 확률밀도함수와 누가밀도함수는 각각 식 (20) 및 (21)과 같이 주어진다.^{3),7)}

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \frac{-(x-\xi)}{\alpha} F(x), \quad \infty < x < \infty \dots \dots \dots (20)$$

$$F(x) = \exp \left[- \exp \left\{ \frac{-(x-\xi)}{\alpha} \right\} \right] \dots \dots \dots (21)$$

여기서, ξ 는 위치 매개변수, α 는 척도 매개변수이다.

Gumbel 분포의 확률가중모멘트는 식 (22)와 같이 표현된다.

$$\beta_r = \frac{1}{(1+r)} [\xi + \alpha(\ln(r+1) + 0.5772)], \quad r=0, 1, \dots \quad (22)$$

여기서, 0.5772는 Euler 상수이다.

LH-모멘트비인 L , L_1 , L_2 , L_3 및 L_4 -왜곡도는 식 (23) ~ 식 (27)과 같고 L , L_1 , L_2 , L_3 및 L_4 -첨예도는 식 (28) ~ 식 (32)와 같다.

$$\tau_3^0 = \frac{\ln(\frac{9}{8})}{\ln 2} = 0.1699 \dots \quad (23)$$

$$\tau_3^1 = \frac{\frac{10}{3} \ln 4 - \frac{16}{3} \ln 3 + 2 \ln 2}{1.5(\ln 3 - \ln 2)} = 0.2434 \dots \quad (24)$$

$$\tau_3^2 = \frac{5 \ln 5 - \frac{25}{3} \ln 4 + \frac{10}{3} \ln 3}{2(\ln 4 - \ln 3)} = 0.2725 \dots \quad (25)$$

$$\tau_3^3 = \frac{7 \ln 6 - 12 \ln 5 + 5 \ln 4}{2.5(\ln 5 - \ln 4)} = 0.2878 \dots \quad (26)$$

$$\tau_3^4 = \frac{\frac{28}{3} \ln 7 - \frac{49}{3} \ln 6 + 7 \ln 5}{3(\ln 6 - \ln 5)} = 0.2971 \dots \quad (27)$$

$$\tau_4^0 = \frac{16 \ln 2 - 10 \ln 3}{\ln 2} = 0.1504 \dots \quad (28)$$

$$\tau_4^1 = \frac{\frac{35}{4} \ln 5 - \frac{75}{4} \ln 4 + \frac{25}{2} \ln 3 - \frac{5}{2} \ln 2}{1.5(\ln 3 - \ln 2)} = 0.1469 \dots \quad (29)$$

$$\tau_4^2 = \frac{14 \ln 6 - \frac{63}{2} \ln 5 + \frac{45}{2} \ln 4 - 5 \ln 3}{2(\ln 4 - \ln 3)} = 0.1493 \dots \quad (30)$$

$$\tau_4^3 = \frac{21 \ln 7 - 49 \ln 6 + \frac{147}{4} \ln 5 - \frac{35}{4} \ln 4}{2.5(\ln 5 - \ln 4)} = 0.1518 \dots \quad (31)$$

$$\tau_4^4 = \frac{30 \ln 8 - 72 \ln 7 + 56 \ln 6 - 14 \ln 5}{3(\ln 6 - \ln 5)} = 0.1538 \dots \quad (32)$$

나. Generalized extreme value 분포형

Generalized Extreme Value(GEV) 분포형의 확률밀도함수와 누가밀도함수는 각각 식 (33) 및 (34)와 같이 주어진다.^{3),7)}

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left\{ 1 - \frac{k(x-\xi)}{\alpha} \right\}^{(1/k)-1} F(x) \dots \quad (33)$$

$$F(x) = \exp \left[- \left\{ 1 - \frac{k(x-\xi)}{\alpha} \right\}^{1/k} \right] \dots \quad (34)$$

여기서, ξ 는 위치 매개변수, α 는 척도 매개변수, k 는 형상 매개변수이다. GEV 분포의 확률가중모멘트는 식 (35)와 같이 표현된다.

$$\beta_r = \frac{1}{(1+r)} \left[\xi + \frac{\alpha}{k} \{ 1 - (1+r)^{-k} I(1+k) \} \right] \quad (35)$$

여기서, 확률가중모멘트는 $k > -1$ 이고 $k \neq 0$ 일 때 유효하다.

LH-모멘트비인 L , L_1 , L_2 , L_3 및 L_4 -왜곡도는 식 (36) ~ 식 (40)과 같고 L , L_1 , L_2 , L_3 및 L_4 -첨예도는 식 (41) ~ 식 (45)와 같다.

$$\tau_3^0 = \frac{2(1-3^{-k})}{(1-2^{-k})} - 3 \dots \quad (36)$$

$$\tau_3^1 = \frac{2(-6 \cdot 2^{-k} + 16 \cdot 3^{-k} - 10 \cdot 4^{-k})}{9(2^{-k} - 3^{-k})} \dots \quad (37)$$

$$\tau_3^2 = \frac{-10 \cdot 3^{-k} + 25 \cdot 4^{-k} - 15 \cdot 5^{-k}}{6(3^{-k} - 4^{-k})} \dots \quad (38)$$

$$\tau_3^3 = \frac{-10 \cdot 4^{-k} + 24 \cdot 5^{-k} - 14 \cdot 6^{-k}}{5(4^{-k} - 5^{-k})} \dots \quad (39)$$

$$\tau_3^4 = \frac{-21 \cdot 5^{-k} + 49 \cdot 6^{-k} - 28 \cdot 7^{-k}}{9(5^{-k} - 6^{-k})} \dots \quad (40)$$

$$\tau_4^0 = \frac{\{ 1 - 6 \cdot 2^{-k} + 10 \cdot 3^{-k} - 5 \cdot 4^{-k} \}}{(1-2^{-k})} \dots \quad (41)$$

$$\tau_4^1 = \frac{5(2 \cdot 2^{-k} - 10 \cdot 3^{-k} + 15 \cdot 4^{-k} - 7 \cdot 5^{-k})}{6(2^{-k} - 3^{-k})} \dots\dots\dots (42)$$

$$\tau_4^2 = \frac{10 \cdot 3^{-k} - 45 \cdot 4^{-k} + 63 \cdot 5^{-k} - 28 \cdot 6^{-k}}{4(3^{-k} - 4^{-k})} \dots\dots\dots (43)$$

$$\tau_4^3 = \frac{35 \cdot 4^{-k} - 147 \cdot 5^{-k} + 196 \cdot 6^{-k} - 84 \cdot 7^{-k}}{10(4^{-k} - 5^{-k})} \dots\dots\dots (44)$$

$$\tau_4^4 = \frac{14 \cdot 5^{-k} - 56 \cdot 6^{-k} + 72 \cdot 7^{-k} - 30 \cdot 8^{-k}}{3(5^{-k} - 6^{-k})} \dots\dots\dots (45)$$

다. Generalized logistic 분포형

Generalized Logistic(GLO) 분포형의 확률밀도 함수와 누가밀도함수는 각각 식 (46) 및 (47)과 같이 주어진다.^{3),7)}

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \frac{e^{-(1-k)y}}{(1+e^{-y})^2} \dots\dots\dots (46)$$

$$F(x) = \frac{1}{(1+e^{-y})} \dots\dots\dots (47)$$

여기서, $k \neq 0$ 일때 $y = -k^{-1} \ln\{1 - k(x - \xi)/\alpha\}$ 이고 $k = 0$ 일때 $y = (x - \xi)/\alpha$ 이다. ξ 는 위치 매개변수, α 는 척도 매개변수, k 는 형상 매개변수이다.

Generalized logistic 분포의 확률가중모멘트는 식 (48)과 같이 표현된다.

$$\beta_r = \frac{1}{(1+r)} \left[\xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \frac{\Gamma(1+k)\Gamma(1+r-k)}{\Gamma(1+r)} \right\} \right], \quad |k| < 1 \dots\dots\dots (48)$$

LH-모멘트비인 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도는 식 (49) ~ 식 (53)과 같고 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도는 식 (54) ~ 식 (58)과 같다.

$$\tau_3^0 = -k \dots\dots\dots (49)$$

$$\tau_3^1 = \frac{2\Gamma(2-k) - \frac{8}{3}\Gamma(3-k) + \frac{5}{9}\Gamma(4-k)}{\frac{3}{4}\Gamma(3-k) - \frac{3}{2}\Gamma(2-k)} \dots\dots\dots (50)$$

$$\tau_3^2 = \frac{\frac{5}{3}\Gamma(3-k) - \frac{25}{18}\Gamma(4-k) + \frac{5}{24}\Gamma(5-k)}{\frac{1}{3}\Gamma(4-k) - \Gamma(3-k)} \dots\dots\dots (51)$$

$$\tau_3^3 = \frac{\frac{5}{6}\Gamma(4-k) - \frac{1}{2}\Gamma(5-k) + \frac{7}{120}\Gamma(6-k)}{\frac{5}{48}\Gamma(5-k) - \frac{5}{12}\Gamma(4-k)} \dots\dots\dots (52)$$

$$\tau_3^4 = \frac{\frac{7}{24}\Gamma(5-k) - \frac{49}{360}\Gamma(6-k) + \frac{7}{540}\Gamma(7-k)}{\frac{1}{40}\Gamma(6-k) - \frac{1}{8}\Gamma(5-k)} \dots\dots\dots (53)$$

$$\tau_4^0 = \frac{(1+5k^2)}{6} \dots\dots\dots (54)$$

$$\tau_4^1 = \frac{-\frac{5}{2}\Gamma(2-k) + \frac{25}{4}\Gamma(3-k) - \frac{25}{8}\Gamma(4-k) + \frac{35}{96}\Gamma(5-k)}{\frac{3}{4}\Gamma(3-k) - \frac{3}{2}\Gamma(2-k)} \dots\dots\dots (55)$$

$$\tau_4^2 = \frac{-\frac{5}{2}\Gamma(3-k) + \frac{15}{4}\Gamma(4-k) - \frac{21}{16}\Gamma(5-k) + \frac{7}{60}\Gamma(6-k)}{\frac{1}{3}\Gamma(4-k) - \Gamma(3-k)} \dots\dots\dots (56)$$

$$\tau_4^3 = \frac{-\frac{35}{24}\Gamma(4-k) + \frac{49}{32}\Gamma(5-k) - \frac{149}{120}\Gamma(6-k) + \frac{7}{240}\Gamma(7-k)}{\frac{5}{48}\Gamma(5-k) - \frac{5}{12}\Gamma(4-k)} \dots\dots\dots (57)$$

$$\tau_4^4 = \frac{-\frac{7}{12}\Gamma(5-k) + \frac{7}{15}\Gamma(6-k) - \frac{1}{10}\Gamma(7-k) + \frac{1}{168}\Gamma(8-k)}{\frac{1}{40}\Gamma(6-k) - \frac{1}{8}\Gamma(5-k)} \dots\dots\dots (58)$$

라. Generalized pareto 분포형

Generalized Pareto(GPA) 분포형의 확률밀도 함수와 누가밀도함수는 식 (59) 및 (60)과 같이 주어진다.^{3),7)}

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-(1-k)y} \dots \dots \dots (59)$$

$$F(x) = 1 - e^{-y} \dots \dots \dots (60)$$

여기서, $k \neq 0$ 일때 $y = -k^{-1} \ln(1 - k(x - \xi)/\alpha)$ 이고 $k = 0$ 일때 $y = (x - \xi)/\alpha$ 이다. ξ 는 위치 매개변수, α 는 척도 매개변수, k 는 형상 매개변수이다.

Generalized pareto 분포의 확률가중모멘트는 식 (61)과 같이 표현된다.

$$\beta_r = \frac{1}{(1+r)} \left[\xi + \frac{\alpha}{k} \left\{ 1 - \frac{\Gamma(1+k)\Gamma(2+r)}{\Gamma(2+k+r)} \right\} \right],$$

$$k > -1 \dots \dots \dots (61)$$

LH-모멘트비인 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도는 식 (62) ~ 식 (66)과 같고 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도는 식 (67) ~ 식 (71)과 같다.

$$\tau_3^0 = \frac{(1-k)}{(3+k)} \dots \dots \dots (62)$$

$$\tau_3^1 = \frac{\frac{4}{\Gamma(3+k)} - \frac{32}{\Gamma(4+k)} + \frac{80}{\Gamma(5+k)}}{\frac{9}{\Gamma(4+k)} - \frac{3}{\Gamma(3+k)}} \dots \dots (63)$$

$$\tau_3^2 = \frac{\frac{20}{\Gamma(4+k)} - \frac{25 \cdot 4!}{3\Gamma(5+k)} + \frac{5 \cdot 5!}{\Gamma(6+k)}}{\frac{48}{\Gamma(5+k)} - \frac{12}{\Gamma(4+k)}} \dots \dots (64)$$

$$\tau_3^3 = \frac{\frac{120}{\Gamma(5+k)} - \frac{12 \cdot 5!}{\Gamma(6+k)} + \frac{7!}{\Gamma(7+k)}}{\frac{5 \cdot 5!}{2\Gamma(6+k)} - \frac{60}{\Gamma(5+k)}} \dots \dots (65)$$

$$\tau_3^4 = \frac{\frac{7 \cdot 5!}{\Gamma(6+k)} - \frac{49 \cdot 6!}{3\Gamma(7+k)} + \frac{28 \cdot 7!}{3\Gamma(8+k)}}{\frac{3 \cdot 6!}{\Gamma(7+k)} - \frac{3 \cdot 5!}{\Gamma(6+k)}} \dots (66)$$

$$\tau_4^0 = \frac{(1-k)(2-k)}{(3+k)(4+k)} \dots \dots \dots (67)$$

$$\tau_4^1 = \frac{\frac{-5}{\Gamma(3+k)} + \frac{75}{\Gamma(4+k)} - \frac{75 \cdot 3!}{\Gamma(5+k)} + \frac{35 \cdot 5!}{4\Gamma(6+k)}}{\frac{9}{\Gamma(4+k)} - \frac{3}{\Gamma(3+k)}} \dots \dots \dots (68)$$

$$\tau_4^2 = \frac{\frac{-30}{\Gamma(4+k)} + \frac{45 \cdot 4!}{2\Gamma(5+k)} - \frac{63 \cdot 5!}{2\Gamma(6+k)} + \frac{14 \cdot 6!}{\Gamma(7+k)}}{\frac{48}{\Gamma(5+k)} - \frac{12}{\Gamma(4+k)}} \dots \dots \dots (69)$$

$$\tau_4^3 = \frac{\frac{-35 \cdot 3!}{\Gamma(5+k)} + \frac{147 \cdot 5!}{4\Gamma(6+k)} - \frac{49 \cdot 6!}{\Gamma(7+k)} + \frac{21 \cdot 7!}{\Gamma(8+k)}}{\frac{5 \cdot 5!}{2\Gamma(6+k)} - \frac{60}{\Gamma(5+k)}} \dots \dots \dots (70)$$

$$\tau_4^4 = \frac{\frac{-14 \cdot 5!}{\Gamma(6+k)} + \frac{56 \cdot 6!}{\Gamma(7+k)} - \frac{72 \cdot 7!}{\Gamma(8+k)} + \frac{30 \cdot 8!}{\Gamma(9+k)}}{\frac{3 \cdot 6!}{\Gamma(7+k)} - \frac{3 \cdot 5!}{\Gamma(6+k)}} \dots \dots \dots (71)$$

III. 수문자료와 분석방법

1. 수문자료

본 연구의 분석을 위해 선정된 대상유역은 우리나라 수위관측소들 중에서 관측기록년수가 20년 이상이고, 수위-유량 곡선식이 검증된 금강수계의 규암, 공주, 영산강수계의 마륵 및 섬진강수계의 송정, 압록, 적성유역이다. 선정된 각 유역별로 설계홍수량 유도를 위해 해당 유역의 연최고치 자료를 사용하였다. 선정된 대상유역의 유역면적 범위는 684.0 ~ 8,261.2 km²이며, 주하천장, 하천평균폭 및 형상계수의 범위는 각각 56.0 ~ 338.1 km, 11.51 ~ 24.68 km 및 0.093 ~ 0.218이다.

또한, 본 연구에서는 확률분포형의 매개변수 추정법인 LH-모멘트의 차수 변화에 따른 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법의 적용성을 고찰하기 위해 비교적 타 관측지점에 비해 관측자료의 신빙성이 높은 우리나라의 6개 지점뿐만 아니라 오스트레일리아의 9개 지점과 함께 분석을 시도하고자 한다.

따라서, 본 연구의 분석을 위한 오스트레일리아의 대상유역은 장기간의 연속유출자료를 보유하고 있는 Barker Creek의 Wyalla, Baron강의 Picnic Crossing, Big Creek의 Elands, Frankland강의

Mt. Frankland, Myponga강의 Myponga Weir, Preston강의 Beelerup, Stuart강의 Ween's Bridge, Tallangatta Creek의 Tallangatta 및 North Johnstone강의 Goondi의 9개 지점을 선정하였다.

선정된 각 유역별로 설계홍수량 유도를 위해 해당 유역의 연최고치 자료를 사용하였고 선정된 대상 유역의 유역면적 범위는 9.1 ~ 4,440.1 km²이다.

2. 분석방법

본 보에서는 고차확률가중모멘트의 차수변화에 따른 적정 설계홍수량 추정을 위해 우리나라와 오스트레일리아를 대상으로 연최대홍수량 시계열 자료의 구성에서부터 이들의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정을 수행함으로써 연최대 홍수량 자료의 분석에 관한 타당성 여부를 타진한다. 또한, 연최대홍수량 자료에 적용된 확률분포형들에 대한 적합도 검정을 실시하여 적절한 확률분포형을 선정하고자 한다. 따라서 이에 대한 분석방법은 다음과 같다.

가. 우리나라와 오스트레일리아를 대상으로 비교적 장기간의 연속일유출량 자료가 있는 수위관측소의 연최대홍수량 시계열 자료를 구성한다.

나. 수위 관측지점별 연최대홍수량 자료의 독립성 및 동질성을 검정한다.

다. 수위 관측지점별 연최대홍수량 자료의 Outlier 검정을 실시함으로써 자료 분석 여부를 판정한다.

라. 연최대홍수량 자료의 적정분포형을 선정하기 위한 확률분포형은 국내외적으로 근자에 제시된 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포를 대상으로 한다.

마. 연최대홍수량 자료에 적용된 확률분포형들의 LH-모멘트의 차수 변화에 의한 L-모멘트비, L1-모멘트비, L2-모멘트비, L3-모멘트비 및 L4-모멘트비를 각각 산정한다.

바. 적용된 확률 분포형의 적합도 검정을 위해 '마'항에서 적용된 확률분포형들을 대상으로 본 연구를 통해 작성된 LH-모멘트비도인 L, L1, L2,

L3 및 L4-모멘트비도와 비매개변수 방법인 Kolmogorov-Smirnov(K-S) 검정에 의해 실시한다.

IV. 결과 및 고찰

1. 사용수문자료의 기본통계치 분석

우리나라의 규암, 공주, 마륵, 송정, 압록, 적성유역과 오스트레일리아의 Wyalla, Picnic Crossing, Elands, Mt. Frankland, Myponga Weir, Beelerup, Ween's Bridge, Tallangatta 및 Goondi유역에 대한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수, 변동계수 및 첨예도의 기본통계치를 각 유역별로 구하였다.

우리나라의 대상유역 전반에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 333.06 ~ 3,254.98 및 197.26 ~ 1,945.43의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 -0.062 ~ 1.561 및 0.512 ~ 0.598의 범위를 그리고 첨예도는 1.538 ~ 5.106의 범위를 나타내었고 오스트레일리아의 대상유역 전반에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 24.50 ~ 1,184.77 및 20.96 ~ 661.02의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 0.518 ~ 2.039 및 0.529 ~ 1.058의 범위를 그리고 첨예도는 2.117 ~ 7.846의 범위를 나타내었다.

2. 연최대홍수량 자료의 분석 여부 결정을 위한 검정

대상유역별 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정을 각각 Wald-Wolfowitz Test, Mann-Whitney Test 및 Grubbs-Beck 검정법에 의해 실시하였고 이에 대한 결과는 Table 1 및 Table 2와 같다.

일련의 수문자료계열에서 자료의 일반적인 균형 분포의 상태에서 훨씬 위나 또는 아래로 격리되는 Data Point를 나타내는 Outlier의 유발로 인해 부적절한 통계학적 매개변수의 유도로서 설계수문량의 제시에 불확실성을 초래하게 된다. 이에 본 분

Table 1 Test for Independence and homogeneity of observed flows

Nation	River	Station	Wald-Wolfowitz's test for Independence			Mann-Whitney's test for Homogeneity		
			u	$u_{\alpha/2}$	Test	Z	$Z_{\alpha/2}$	Test
Korea	Geum	Gyuam	0.705	1.96	○	1.96	-0.47	○
		Gongju	1.139		○		-1.66	○
	Yeoungsan	Mareuk	0.518		○		-1.47	○
		Songjung	1.866		○		-1.95	○
	Seomjin	Abrog	1.413		○		-1.54	○
		Jeongsung	1.050		○		-1.83	○
Australia	Barker Creek	Wyalla	1.256		○		-0.04	○
	Baron	Picnic Crossing	-0.222		○		-0.51	○
	Big Creek	Elands	0.402		○		-0.17	○
	Frankland	Mt. Frankland	1.917		○		-1.09	○
	Myponga	Myponga Weir	-0.262		○		-0.57	○
	Preston	Beelerup	0.374		○		-0.99	○
	Stuart	Ween's Bridge	1.086	○	-0.09	○		
	Tallangatta Creek	Tallangatta	0.336	○	-1.85	○		
	North Johnstone	Goondi	0.486	○	-1.88	○		

u : W-W test statistic, Z : M-W test statistic
 $u_{\alpha/2}$, $Z_{\alpha/2}$: Standardized normal deviate corresponding to a probability of exceedance $\alpha/2$
 ○ : Accept at a 5% level of significance

Table 2 Grubbs and Beck test for detection of outliers

Nation	River	Station	Grubbs and Beck test			Test
			K_N	X_L	X_H	
Korea	Geum	Gyuam	2.603	669.2	11,719.7	○
		Gongju	2.603	327.4	13,089.9	○
	Yeoungsan	Mareuk	2.549	69.3	1,189.2	○
		Songjung	2.639	300.0	12,286.9	○
	Seomjin	Abrog	2.616	229.4	6,868.7	○
		Jeongsung	2.502	89.3	3,730.8	○
Australia	Barker Creek	Wyalla	2.797	2.7	665.3	○
	Baron	Picnic Crossing	2.681	10.4	416.1	○
	Big Creek	Elands	2.467	0.8	396.7	○
	Frankland	Mt. Frankland	2.700	2.7	529.2	○
	Myponga	Myponga Weir	2.549	0.9	264.2	○
	Preston	Beelerup	2.407	16.3	214.3	○
	Stuart	Ween's Bridge	2.719	2.8	993.8	○
	Tallangatta Creek	Tallangatta	2.616	0.9	437.3	○
North Johnstone	Goondi	2.650	183.2	5,387.9	○	

K_N : G-B statistic tabulated for various sample size and 10% significance level
 X_H : Critical quantity of high outliers
 X_L : Critical quantity of low outliers
 ○ : Accept at a level of 10% significance level

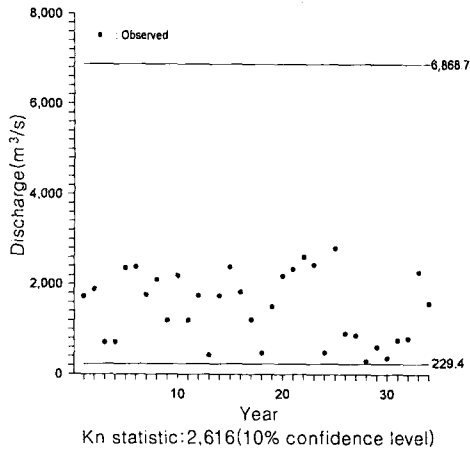


Fig. 1 G-B test for detection of high and low outliers at Abrog watershed of Seomjin river in Korea

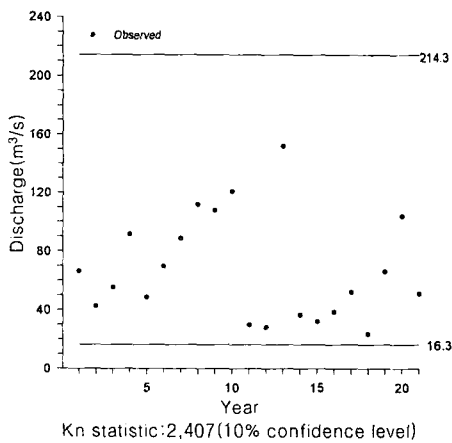


Fig. 2 G-B test for detection of high and low outliers at Beelerup watershed of Preston river in Australia

석에서는 Grubbs-Beck에 의한 검정법을 사용하여 Outlier의 유무를 검정하였다.

Outlier의 유무에 관한 검정을 우리나라 섬진강의 압록유역과 호주의 Preston강 Beelerup 유역에 대하여 표본 예로 나타낸 결과는 Fig. 1과 Fig. 2와 같으며 여기에서 보는 바와 같이 High 및 Low Outlier가 없었다. 또한, Table 2의 결과와 같이 나머지 타 대상유역에서도 High 및 Low Outlier가 전혀 없음을 확인 할 수 있었다.

이상의 결과에서 보는 바와 같이 우리나라와 오스트레일리아의 대상유역에 대한 연최대홍수량 자료의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정 결과 대상유역의 연최대홍수량 자료에 관한 독립성과 동질성이 인정됨과 동시에 연최대홍수량 자료의 균형분포에서 상, 하로 격리되는 Outlier가 없음이 검정됨으로써 수문자료로서의 분석 타당성이 인정되었다.

3. 적정 확률분포형의 선정

가. 확률분포형 및 차수변화에 따른 LH-모멘트비도의 작성과 검토

우리나라와 오스트레일리아의 대상유역들의 연최대홍수량에 대한 적정 확률분포형의 선정은 LH-모멘트비인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비의 산정과 함께 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도를 도시함으로써 이루어질 수 있다.

따라서 본 분석에서 사용된 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포형의 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도 (LH-skewness)와 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도 (LH-kurtosis)의 관계인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도를 도시하고, 각 대상유역별 연최대홍수량의 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도와 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도를 적용 분포형별로 식 (18)과 식 (19)에 의해 구한다. 각 분포형별로 구해진 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도는 x 축에, L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도는 y 축에 플로팅하여 LH-모멘트비도를 작성함으로써 이를 근거로 적정한 확률분포형을 선정한다.

대상유역에 대한 연최대홍수량의 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비인 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도와 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도를 구하였다. 대상유역별로 구해진 LH-모멘트비와 LH-모멘트비의 평균값을 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도에 도시한 결과는 Fig. 3 ~ Fig. 7과 같다.

Fig. 3 ~ Fig. 7에 나타난 바와 같이 대상유역별

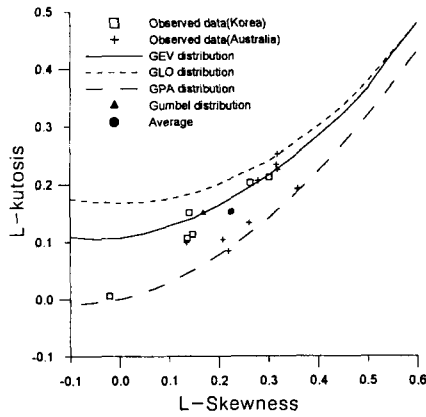


Fig. 3 Identification of distributions by L-skewness and L-kurtosis

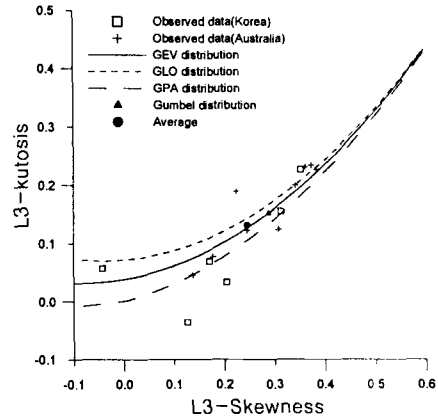


Fig. 6 Identification of distributions by L3-skewness and L3-kurtosis

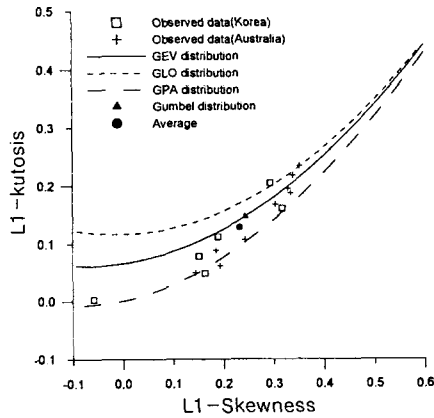


Fig. 4 Identification of distributions by L1-skewness and L1-kurtosis

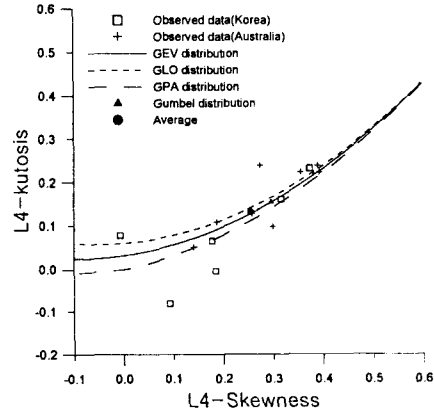


Fig. 7 Identification of distributions by L4-skewness and L4-kurtosis

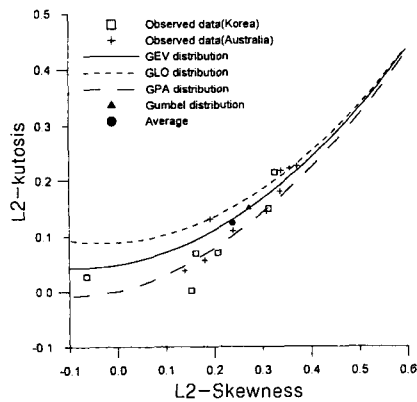


Fig. 5 Identification of distributions by L2-skewness and L2-kurtosis

연최대홍수량계열인 15개의 L, L1, L2, L3 및 L4-왜곡도와 L, L1, L2, L3 및 L4-첨예도의 무차원 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트 플로팅 위치선점이 GEV 분포형의 곡선에 고루 산재해 있으며, LH-모멘트비의 평균값에서 LH-왜곡도인 L1, L2, L3, 및 L4-왜곡도의 평균값이 각각 0.226, 0.232, 0.238, 0.245 및 0.254로써 타 확률분포형의 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비 곡선보다 GEV 분포형의 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비 곡선에 보다 근접되어 있음을 볼 수 있다.

결론적으로, 대상유역별 연최대홍수량에 L, L1,

Table 3 Kolmogorov-Smirnov test for 4 distributions using LH-moment method

Nation	River	Station	Method	D_n								$D_{0.05}$
				GUM	Test	GEV	Test	GLO	Test	GPA	Test	
Korea	Seomjin	Abrog	L	0.1500	○	0.1207	○	0.1431	○	0.0893	○	0.232
			L1	0.2082	○	0.0966	○	0.1076	○	0.2692	○	
			L2	0.3182	×	0.1293	○	0.1471	○	0.3349	×	
			L3	0.3775	×	0.1369	○	0.1693	○	0.3529	×	
			L4	0.4323	×	0.1229	○	0.1727	○	0.3529	×	
Australia	Preston	Beelerup	L	0.0960	○	0.0795	○	0.0920	○	0.0613	○	0.288
			L1	0.0830	○	0.0850	○	0.0996	○	0.0706	○	
			L2	0.1003	○	0.1330	○	0.1538	○	0.0729	○	
			L3	0.1332	○	0.1636	○	0.1926	○	0.0848	○	
			L4	0.1728	○	0.1712	○	0.2105	○	0.0737	○	

○ : Significance level can't be acknowledged
 × : Significance level can be acknowledged

L2, L3 및 L4-모멘트법을 적용하여 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비를 플로팅한 결과 GEV 분포형이 적절한 확률분포형으로 나타났다.

나. Kolmogorov-Smirnov 검정에 의한 적정 확률 분포형의 선정

대상유역들의 연최대홍수량에 대한 적정 확률분포형을 선정하기 위해 적용된 4개의 확률분포형의 매개변수를 LH-모멘트의 차수변화에 의한 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법에 의해 산정 하였다. 대상유역별 적정 확률분포형의 선정을 위해 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 검정을 실시하였으며, 표본 예로 우리나라 섬진강의 압록유역과 호주의 Preston강 Beelerup 유역에 대한 결과는 Table 3 과 같다.

K-S 검정결과는 전 대상유역에 있어서 GEV 분포형이 타 분포형에 비해 적정 분포형으로 판정되었다.

따라서, 2개의 적합도 검정인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도에 의한 검정과 K-S 검정을 수행한 결과 적용된 4개 확률분포형 중 GEV 분포형이

타 확률분포형에 비해 적절한 것으로 검정되었다. 이와 같은 사실에 비추어 양 방법에서 유일하게 적정 확률분포형으로 판정된 GEV 분포형을 최종적으로 선정하였다.

IV. 결 론

본 연구의 제 I보에서는 우리나라와 오스트레일리아의 유역에서 장기간 신빙성 있는 홍수 관측 자료를 선정하여 연최대홍수량 계열을 구성하고 자료 계열의 분석 타당성 검정과 함께 적정 확률분포형을 선정하였으며 이의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 대상유역별 연최대홍수량 자료에 관한 Wald-Wolfowitz의 독립성 검정과 Mann-Whitney의 동질성 검정 및 Grubbs-Beck의 Outlier 검정을 수행한 결과 이의 분석 타당성이 인정되었다.

2. 연최대홍수량 자료의 적정 분포형을 선정하기 위한 확률분포형은 GUM, GEV, GLO 및 GPA 분포를 대상으로 하였으며, 적용 대상 분포형별로 매개변수 추정방법인 LH-모멘트의 차수변화에 따른 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트법의 이론을 정립하

였다.

3. 대상구역의 연최대홍수량에 대한 적합도 검정을 위해 4개 확률분포형을 대상으로 본 연구를 통해 작성된 LH-모멘트비도인 L, L1, L2, L3 및 L4-모멘트비도와 비매개변수 방법인 Kolmogorov-Smirnov(K-S) 검정을 실시한 결과 GEV 분포형이 타 확률분포형에 비해 적정한 것으로 검정되었다.

References

- Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis. 1993. Some Statistics useful in Regional Frequency Analysis. *Water Resources Research* 29(2): 271~281.
- Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis. 1996. Regional Frequency Analysis of floods in Central Appalachia. NY 10598. Watson Research Center Yorktown Heights.: IBM Research Division T.Y.
- Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis. 1997. *Regional Frequency Analysis*: Cambridge University Press.
- Lee, S. H., M. G. Park, S. J. Maeng, Y. S. Jung and K. S. Ryoo. 1998. Derivation of Optimal Design Flood by L-Moments and LH-Moments(I). *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers* 40(4): 64~76. (in Korean)
- Lee, S. H., M. G. Park, S. J. Maeng, Y. S. Jung and K. S. Ryoo. 1999. Derivation of Optimal Design Flood by L-Moments and LH-Moments(II). *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers* 41(3): 41~50. (in Korean)
- Lee, S. H., J. H. Park, K. S. Ryoo, H. K. Jee, T. K. Jeon and Y. H. Shin. 2001. Estimation of Design Rainfall by the Regional Frequency Analysis using Higher Probability Weighted Moments and GIS Techniques(II). *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers* 43(5): 70~82. (in Korean)
- Maidment, D. R. 1992. *Handbook of Hydrology*: McGraw-Hill, Inc.
- McCuen, R. H. 1993. *Microcomputer Applications in Statistical Hydrology*: PTR Prentice Hall.
- Wang, Q. J. 1997. LH Moments for Statistical Analysis of Extreme Events. *Water Resources Research* 33(2): 2841~2848
- Wang, Q. J.. 1997. Using Higher Probability Weighted Moments for Flood Frequency Analysis. *Journal of Hydrology* 194: 95~106