

단면의 폭이 감소하는 180° 곡덕트 내 난류유동의 수치해석적 연구

김 원 갑[†], 최 영 돈^{*}

국민대학교 자동차공학전문대학원, *고려대학교 기계공학과

Numerical Study on the Turbulent Flow in the 180° Bends Decreasing Cross-sectional Aspect Ratio

Won-Kap Kim[†], Young-Don Choi^{*}

Graduate School of Automotive Engineering, Kookmin University, Seoul 136-702, Korea

^{*}Department of Mechanical Engineering, Korea University, Seoul 136-701, Korea

(Received September 6, 2002; revision received October 21, 2002)

ABSTRACT: This paper reports the characteristics of the three dimensional turbulent flow in the 180 degree bends with decreasing cross-sectional area by numerical method. Calculated pressure and velocity, Reynolds stress distributions are compared to the experimental data. Turbulence model employed are low Reynolds number k-epsilon model and algebraic stress model. The results show that the main vortex generated from the inlet part of the bend maintained to outlet of the bend because of the contraction of cross-sectional area. The rate of increase of turbulent kinetic energy through the bend are lower than that of mean flow. Secondary flow strength of the flow is lower about 60% than that of square duct flow.

Key words: Duct flow(덕트유동), Reynolds stress(레이놀즈 응력), Turbulence model(난류모형), Covariant velocity component(반변속도성분)

기 호 설 명

A^i : 면적벡터 성분 [m^2]
 C_p : 압력계수
 D_H : 수력 직경, $4A/P$ [m]
 g^{ij} : 메트릭텐서(metric tensor)
 P : 압력, 난류운동에너지 생성률
 U, V, W : 절대좌표 속도 성분
 $u_i u_m$: 레이놀즈 응력 성분
 W_B : 단면 평균 속도 [m/sec]

x, y, z : 절대 좌표계
 r, θ, z : 곡관 좌표계

1. 서 론

실제의 유체기계 내의 유로는 유로의 곡률뿐만 아니라 터보기계의 날개 내의 냉각수 통로와 같이 회전으로 인한 코리올리스 가속도, 또는 기관의 흡기부와 같이 단면형상의 변화가 있거나 터보기계의 날개유로와 같이 유로의 곡률뿐 아니라 회전 효과, 날개 통로의 단면적 변화 등 이들 모두가 동시에 작용하는 경우도 존재한다. 기존의 연구로부터 알려진 바와 같이, 유로의 곡률이나 회전에 의한 효과는 원심력이나 코리올리스 가속도에 의한 2차 유동을 발생시키는데, 난류유동의

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-910-4819; fax: +82-2-910-4817

E-mail address: wkkim@kookmin.ac.kr

경우에는 곡률과 회전에 의한 2차유동과 레이놀즈 응력의 비등방성에 의한 2차유동, 이 세 가지가 중첩되게 된다.

기존의 연구는 대부분 2차원적인 곡면유동을 다루고 있거나 3차원 유동의 경우에는 대부분 단면형상의 변화가 없는 원관이나 사각단면의 유동을 해석하는 연구가 대부분이며 본 연구에서와 같이 직사각형의 단면형상을 가지는 가변단면 곡덕트에 대한 연구는 최근에 몇 가지가 있으나 현재까지의 유로의 곡률효과에 대한 연구는 대부분 단순한 2차원 유동이거나^(1,2) 단면의 변화가 없는 3차원 유동이 대부분^(3,4)이다. 단면의 변화에 대하여는 60년대부터 80년대에 이르기까지 주로 급격 변형률이론(rapid distortion theory, RDT)과 관련된 연구가 많이 발표되어 있으며 이와는 별도로 추가변형률(additional strain rate)이 유동특성에 미치는 연구들이 있다.^(5,6) 그러나 이들 기존의 연구들은 유로의 곡률과 단면형상의 변화 중 어떤 가지 효과가 유동에 작용하는 경우에 대하여 수행되었다. 때문에 여러 가지 효과가 중첩된 실제의 유체기계 유동특성을 대표한다고 볼 수 없다. 따라서 본 연구에서는 곡률과 유로단면적의 변화가 중첩된 경우의 난류유동특성을 파악하고자 한다.

Kim⁽⁷⁾은 곡덕트의 높이는 일정하게 고정하고 폭이 입구의 1/2로 감소하는 180° 곡덕트를 선정하고 열선유속계를 이용하여 곡덕트 내의 유속과 레이놀즈 응력, 곡덕트의 대칭면을 따르는 압력을 측정하였다. 본 연구에서는 같은 형상의 곡덕트 내 유동에 대하여 수치해석을 수행하고 Kim⁽⁷⁾

의 실험자료와 비교하여 유로의 곡률과 단면형상의 효과가 중첩되어 있는 경우에 대한 유동특성을 고찰한다.

Fig. 1은 본 연구에서 해석을 수행한 가변단면의 곡덕트에 대한 개략도이다.

2. 수치해석

2.1 지배방정식

유체유동을 지배하는 지배방정식은 연속방정식과 운동량방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

여기서 $\overline{\rho u_i u_j}$ 는 레이놀즈 응력으로서 난류모형에 의해 계산되어진다. 본 연구에서는 Shin⁽⁸⁾의 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형과 대수응력모형(ASM)을 사용하였다.

2.1.1 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형

본 연구에서 사용한 Shin⁽⁸⁾의 모형은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + S_k \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + S_\epsilon \quad (4)$$

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6)$$

여기서 S_k, S_ϵ 은 각각 난류운동에너지와 난류운동에너지 소멸률의 생성항을 의미한다. Shin⁽⁸⁾ 모형의 경우에 식(3)과 식(4)의 생성항은 다음과 같다.

$$S_k = \Pi_k + P_k - \epsilon \quad (7)$$

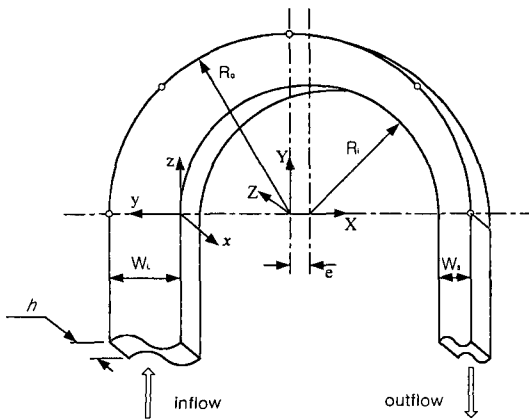


Fig. 1 Schematic of the bend.

$$S_\varepsilon = \Pi_\varepsilon + P_\varepsilon^1 + P_\varepsilon^2 + P_\varepsilon^3 + P_\varepsilon^4 - \Gamma \quad (8)$$

이 식에서 P_k 는 난류생성항을 나타내며 이 항은 $k-\varepsilon$ 모형에서 난류와점성계수와 속도구배의 곱으로 나타나는 스칼라량이므로 직교속도 성분을 사용하여 계산한다.

2.1.2 저레이놀즈수 대수응력모형(ASM model)

대수응력모형은 레이놀즈 응력방정식을 직접 풀지 않고 대류항과 확산항을 모형화하여 대수식으로 변환시켜 푸는 방법이다. 레이놀즈 응력방정식의 대류항과 난류확산항을 모형화하면 다음과 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon + d_{v,k}) = P_{ij} - \varepsilon_{ij} + \phi_{ij} + d_{v,ij} \quad (9)$$

여기서 P_{ij} 는 레이놀즈 응력 생성항을 나타내며 나머지 모형항들은 매우 복잡하여 여기서는 생략하였다. 자세한 내용은 Shin⁽⁸⁾의 연구를 참조한다.

2.2 수치해석

본 연구는 Kim and Choi⁽⁸⁾의 연구에서 제안된 물리적 반변속도성분(physical contravariant velocity component)을 종속변수로 하는 해법을 도입하였다. 해석은 일반 곡률 좌표계에서 Navier-Stokes 방정식에 대하여 유한체적법을 사용하여 수치해석하였다.

2.2.1 차분방정식

연속방정식과 운동량방정식, 난류모델방정식을 계산영역의 미소 제어체적에 대하여 적분하면 각 방정식에 대한 차분방정식을 얻을 수 있다. 반변속도성분에 대한 차분방정식을 얻기 위해서는 식 (2)를 적분하면 직교속도성분에 대한 차분방정식을 얻을 수 있으며 다시 반변속도성분과 직교속도성분과의 관계식에 대입하면 반변속도성분에 대한 차분방정식을 얻을 수 있다. 이 해법의 유도과정과 그에 연관된 사항은 Kim and Choi⁽⁹⁾의 연구를 참조한다.

반변속도 u^ξ -성분에 대한 최종의 차분방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_p u_p^\xi &= \sum a_{nb} u_{nb}^\xi \\ &- \frac{(\sqrt{g})_p}{(\sqrt{g^{11}})_p} (g_p^{11} p_\xi + g_p^{12} p_\eta + g_p^{13} p_\zeta) \\ &+ \frac{(\sqrt{g})_p}{(\sqrt{g^{11}})_p} (\xi_{x,p} S_u + \xi_{y,p} S_v + \xi_{z,p} S_w) \\ &+ \sum a_{nb} (u_{nb}^{\xi'} - u_{nb}^\xi) \end{aligned} \quad (10)$$

유동장의 압력은 압력수정방정식으로부터 얻을 수 있다. 압력수정방정식은 식(10)에서 ξ 계산단계의 값을 빼면 속도수정량을 얻을 수 있고 다시 연속방정식에 대입하면 압력수정방정식을 얻는다. 다음에 비대각성분을 무시하고 얻은 최종의 압력수정방정식을 나타내었다.

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + a_U p'_U + a_D p'_D + b \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} a_E &= (\rho \sqrt{g} \sqrt{g^{11}} du_1^\xi)_e \\ a_W &= (\rho \sqrt{g} \sqrt{g^{11}} du_1^\xi)_w \\ a_N &= (\rho \sqrt{g} \sqrt{g^{22}} du_1^\eta)_n \\ a_S &= (\rho \sqrt{g} \sqrt{g^{22}} du_1^\eta)_s \\ a_U &= (\rho \sqrt{g} \sqrt{g^{33}} du_1^\zeta)_u \\ a_D &= (\rho \sqrt{g} \sqrt{g^{33}} du_1^\zeta)_d \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_U + a_D \\ b &= -(\rho \widehat{U}^\xi)_e^* + (\rho \widehat{U}^\xi)_w^* - (\rho \widehat{U}^\eta)_n^* \\ &+ (\rho \widehat{U}^\eta)_s^* - (\rho \widehat{U}^\zeta)_u^* + (\rho \widehat{U}^\zeta)_d^* \end{aligned} \quad (12)$$

이 압력수정방정식을 풀어 반변속도성분을 직접 수정하면 연속방정식을 만족하는 속도장을 얻을 수 있다.

계산에 사용되어진 대류항 처리는 속도성분에 대하여는 멱승도식(power-law scheme)을 사용하였으며 난류운동에너지와 난류에너지 소산율방정식의 대류항은 혼성해법(hybrid scheme)을 사용하였다.

2.2.2 경계조건

본 연구에서 선택한 곡면트 입구는 폭과 높이

가 0.12 m×0.12 m인 정사각형이며 출구부는 높이 0.12 m, 폭이 0.06 m인 직사각형이다. 곡덕트 외벽면의 반경은 0.344 m, 내경은 0.254 m이다. 본 연구에서는 유동이 덕트의 상하부 대칭으로 보고 하부만 해석하였으며 이 대칭경계면에서는 경계면에 수직 방향의 구배를 0으로 처리하였다.

곡덕트의 입구경계면은 곡덕트 입구 수력 직경의 $2D_H$ 상류에 설정하였으며 레이놀즈수는 50,000으로 하였다. 유입경계조건으로는 완전확립된 3차원 난류채널유동에 대한 해석을 먼저 수행하고 이 결과를 가변단면의 곡덕트 유동의 입구조건으로 사용하였다.

한편, 출구경계면에서는 출구부의 유동이 곡덕트에 영향을 미치는 것을 배제하기 위하여 곡덕트부에서 $8D_H$ 떨어진 곳에 출구면을 위치시키고 앞서 설명한 주유동 방향을 제외한 다른 모든 유동변수에 대하여 유선 방향으로의 구배가 0인 조건을 적용하였다. 주유동 방향 속도성분에 대해서는 입구로 유입된 유량과 같은 유량이 유출되도록 평균유량보정을 매 반복계산마다 수행하였다.

사용된 격자수는 $101 \times 26 \times 40$ 로 하였으며 벽면으로부터 첫번째 격자점은 유동장의 입구에서 y^+ 가 1이 되도록 하였으며 $y^+ \leq 80$ 이하의 미세격자 구역에는 16개의 격자를 배치하였다.

3. 결과 및 고찰

내외벽면의 압력변화를 고찰하기 위해 무차원된 압력계수의 분포를 도시하였다. 사용된 압력계수의 정의는 다음과 같다.

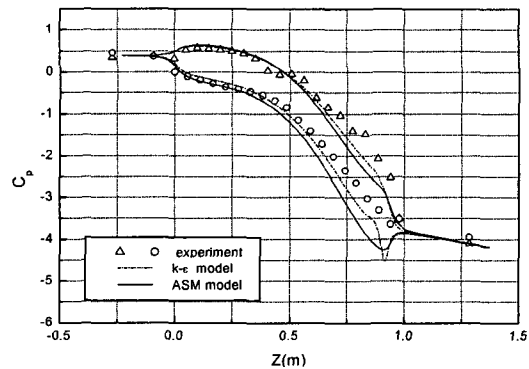


Fig. 2 Pressure coefficient distribution.

$$C_p = \frac{P - P_r}{\frac{1}{2} \rho W_{B,in}^2} \quad (13)$$

여기서 P_r 은 기준압력이며 본 연구에서는 유체가 유입되는 곡덕트 입구에서의 내벽면 압력을 기준으로 하였다. $W_{B,in}$ 은 곡덕트 입구에서의 평균 속도이다.

Fig. 2는 곡덕트의 대칭면상에서 내외벽면의 압력계수의 분포를 나타낸 것이다. 곡덕트의 위치는 그림의 가로축의 0~0.94(m) 사이에 위치한다. 수치해석 결과는 내외벽면의 압력차와 실험결과가 거의 같은 크기를 가지는 것으로 예측하고 있다. 그러나 곡덕트의 출구부인 180°에서 실험보다 수치해석에 의한 결과가 내벽면 압력계수의 굴곡이 좀더 크게 나타나고 있는데 이러한 현상은 곡덕트 출구에서의 최대속도가 외벽면 쪽에 치우쳐 있으며 압력분포가 내벽면에서 역압력구배를 형성하므로 출구 직덕트에서 최대속도가 외벽면 쪽으로 치우치는 것으로 예측하기 때문이다.

Fig. 3은 전압력계수(total-pressure coefficient)를 정사각 덕트유동과 비교하여 나타낸 그림이며 전압력계수의 정의는 다음과 같다.

$$C_{P,tot} = \frac{\overline{P_{t,ref}} - \overline{P_t}}{\frac{1}{2} \rho W_{B,in}^2} \quad (14)$$

여기서 $\overline{P_t}$ 는 단면 평균된 전압(total pressure)을 나타내며 그림에서 알 수 있는 바와 같이 단면 축으로 인한 주유동 속도의 증가에 따라 단면상

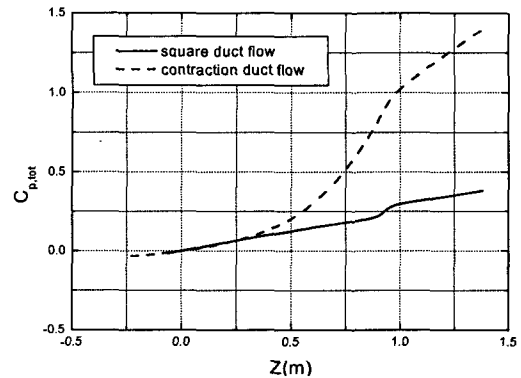


Fig. 3 Distribution of total pressure coefficient.

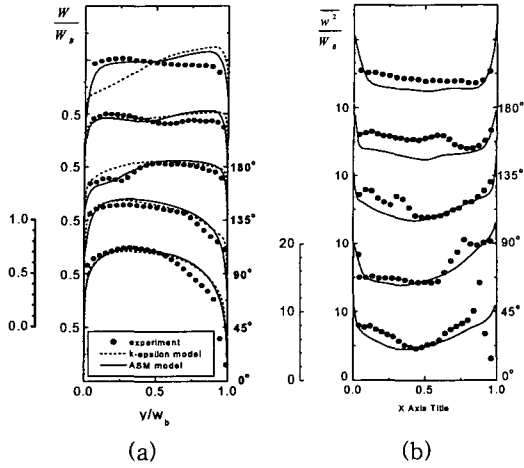


Fig. 4 Mean velocity and normal stress distribution along the symmetric plane.

의 속도구배가 증가하게 되고 따라서 손실도 증가하고 있음을 나타내고 있다.

Fig. 4(a)는 곡덕트의 중간의 대칭면을 따르는 주유동 방향의 속도를 곡덕트의 각 위치에 대하여 나타낸 것이다. $k-\epsilon$ 모형에 의한 결과는 90° 이전까지는 대수응력의 모형과 유사한 결과를 예측한다. 그러나 90° 의 위치에서 일반적인 곡덕트에서 발생하는 이중극대현상을 예측하지 못하며 곡덕트의 출구부인 180° 에서는 전혀 다른 경향을 예측하고 있다. 반면에 대수응력모형에 의한 결과는 전반적으로 $k-\epsilon$ 모형보다 실험치에 가깝게 예측하고 있음을 알 수 있다. Fig. 4(b)는 대칭면을 따르는 주유동 방향의 수직응력분포를 나타낸 것으로 대수응력모형에 의한 결과와 비교하였으며 보다 정확한 난류모형의 개선이 필요함을 알 수 있다.

본 연구로부터 알 수 있는 것은 단면이 감소됨

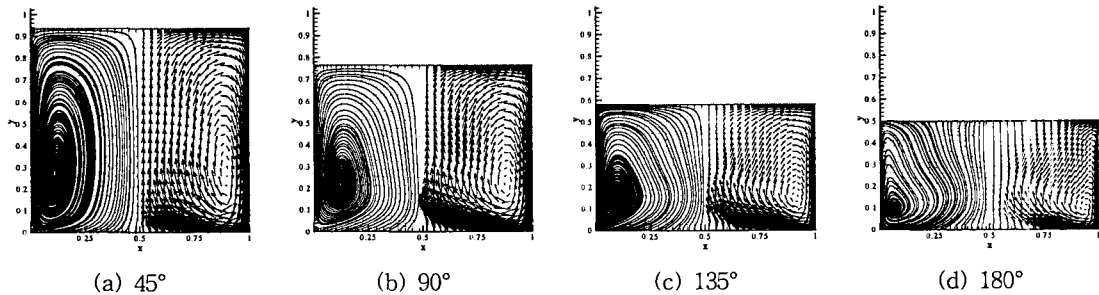


Fig. 5 Secondary flow vectors and flow pattern at each location.

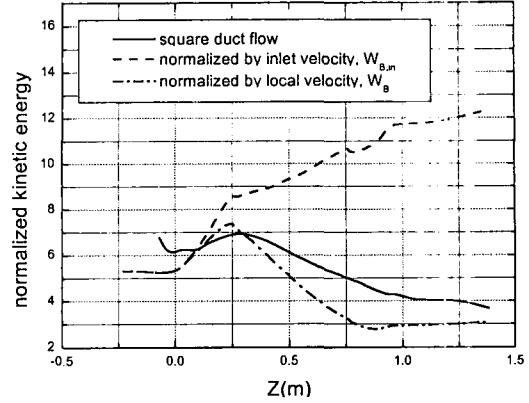


Fig. 6 Distribution of non-dimensional turbulent kinetic energy.

으로써 정사각단면 유동에 대한 기존의 연구에서와 같이 여전히 난류모형은 이중극대를 정확히 예측 못하고 있는 반면에 단면의 축소효과, 즉 유동의 가속으로 인한 난류강도의 감소는 정량적이나마 실험자료와 근사하게 예측하고 있다. 결국 단면감소의 영향은 대체적으로 유동장 전체의 난류강도를 감소시키는 효과를 가지고 있으며 따라서 실험결과와의 차이는 유로의 곡률효과에 의한 것이 크다고 사료된다.

Fig. 5는 대수응력모형에 의한 각 위치에서 단면 속도벡터를 나타낸 것으로 입구부터 발생한 중심부의 와(vortex)는 정사각 덕트와 같이 여러 개로 분해되지 못하고 출구부까지 유지되고 있음을 나타낸다.

Fig. 6은 단면 평균 난류운동에너지를 곡덕트 입구의 평균 운동에너지로 무차원한 경우와 각 단면에서의 평균 운동에너지로 무차원한 경우를 나타낸 것이다.

이 그림에서 곡덕트를 통과하면서 평균 유속이

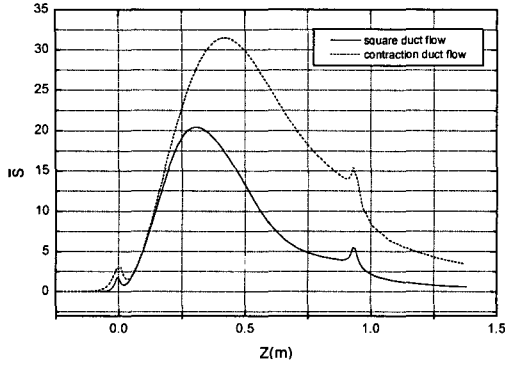


Fig. 7 Distribution of dimensionless secondary flow strength.

증가하므로 각 단면 평균 유속으로 무차원된 난류운동에너지는 약 45°를 기점으로 감소하고 있다. 이것은 단면의 축소로 평균 유동의 속도구배가 증가하여 난류의 생성을 증가시키는 역할을 함으로써 절대적인 단면 평균 난류강도는 증가하지만 각 단면의 평균 유동의 운동에너지와 비교하면 평균 유동의 운동에너지가 난류운동에너지보다 빠르게 증가함으로써 상대적인 난류운동에너지는 감소하게 된다.

Fig. 7은 단면상에 발생하는 2차유동의 강도를 나타내는 \overline{S} 의 주유동 방향변화를 나타낸 그림이다. \overline{S} 의 정의는 다음과 같다.

$$\overline{S} = \frac{1}{A} \frac{1}{W_{B,in}^2} \int_A (U^2 + V^2) dA \times 10^3 \quad (15)$$

이 식에서 U, V 는 곡덕트 단면상의 속도성분을 나타내며 dA 는 계산격자의 미소면적이고 $A = \int_A dA$ 이다. 이 그림을 살펴보면 정사각단면 유동의 경우와 정성적으로 같은 경향을 보여주고 있으나 60° 이후에 정사각 단면의 경우보다 크게 증가하여 다시 출구 쪽으로 감소하고 있다. \overline{S} 값이 커지는 이유는 단면적의 감소로 인해 단면상에 발생한 와류의 회전반경이 감소함으로 운동량 보존법칙에 의해 회전속도가 증가하기 때문이다. 그러나 위 그림은 입구 평균 속도로 무차원된 것이므로 2차유동의 절대강도의 최대값은 정사각덕트의 경우가 약 2200 정도의 값을 가지며 축소유동의 경우에는 약 1300 정도의 값을 갖는다. 이

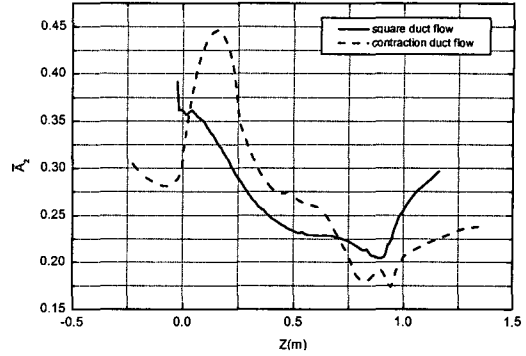


Fig. 8 Distribution of dimensionless mean stress invariant.

것으로 축소유동의 2차유동 최대강도는 정사각덕트 유동의 경우보다 낮은 약 60% 정도의 값을 가짐을 알 수 있다.

Fig. 8에는 단면 평균 응력불변성 $\overline{A_2}$ 의 변화를 나타내었다. $\overline{A_2}$ 의 정의는 다음과 같다.

$$\overline{A_2} = \frac{1}{A} \int_A A_2 dA \quad (16)$$

여기서

$$A_2 = a_{ij} a_{ji} = a_{11}^2 + a_{22}^2 + a_{33}^2 + 2(a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{23}^2) \quad (17)$$

$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (18)$$

응력불변성 A_2 는 레이놀즈 응력의 비등방성의 정도를 나타내는 척도로 사용되며 이 값이 클수록 비등방성이 강하며 작을수록 등방성임을 나타내는 매개변수이다. Fig. 8을 살펴보면 곡덕트의 입구에서 비등방성이 크게 증가한 후, 점차 등방성으로 변해 감을 보이고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 폭이 감소하는 곡덕트에 대한 3차원 전산해석을 수행하였다. 이 과정을 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 압력에 있어서 $k-\epsilon$ 모형에 의한 결과와 대

수용력모형에 의한 결과는 비교적 실험결과와 잘 일치하는 경향을 보였지만 출구 쪽의 내벽면에서 실험치보다 큰 역압력구배를 보이는 것으로 예측하였다.

(2) $k-\epsilon$ 모형에 의한 결과는 90° 에서의 이중극대현상을 예측하지 못하였으며 이후 곡덕트 출구까지 오차가 점차 증가하였다. 대수용력모형에 의한 결과는 $k-\epsilon$ 모형보다는 개선된 결과를 보였으나 보다 정확한 모형화가 필요함을 알 수 있었다.

(3) 단면상에 발생하는 2차유동은 단면의 감소로 인하여 여러 개의 와류로 분해되지 못하고 단면상에 하나의 와류만 유지된다. 2차유동 강도는 정사각덕트 유동의 경우보다 낮은 약 60% 정도의 값을 가진다.

(4) 난류강도는 단면의 축소로 절대적인 단면 평균 난류강도는 증가하지만 각 단면의 평균 유동의 운동에너지가 난류운동에너지보다 빠르게 증가함으로써 상대적인 난류운동에너지는 감소하게 된다.

(5) 레이놀즈 응력에 있어서는 곡덕트의 입구에서 비등방성이 크게 증가한 후, 점차 등방성으로 변해 가는 것으로 나타났다.

참고문헌

1. Castro, I.P. and Bradshaw, P., 1976, The turbulence structure of a highly curved mixing layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 73, pp. 265-304.
2. Smits, A. J., Young, S. T. B. and Bradshaw, P., 1979, The Effect of Short Regions of High Surface Curvature on Turbulent Boundary Layers, *J. Fluid Mech.*, Vol. 94, Part 2, pp. 209-242.
3. Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., 1981, Turbulent flow in a square duct with strong curvature, *J. of Fluid Mech.*, Vol. 103, pp. 443-463.
4. Azzola, J., Humphrey, J. A. C., Iacovides, H. and Launder, B. E., 1986, Developing Turbulent Flow in a U-Bend of Circular Cross-Section: Measurement and Computation, *J. Fluids Engr.*, Vol. 108, June, pp. 214-221.
5. Murphy, H. D., Chambers, F. W. and Mceligo, D. M., 1983, Laterally converging flow. Part 1. Mean flow, *J. of Fluid Mech.*, Vol. 127, pp. 379-401.
6. Yoshida, H., Furuya, T. and Echigo, R., 1987, The Effect of Lateral Divergence on the Structure of a Turbulent Channel Flow and Its Heat Transfer, *Turbulent Shear Flows*, 6th edition, pp. 269-282.
7. Kim, W. K. 1997, Experimental and Numerical Study on the Characteristics of Turbulent Flow in the Variable Rectangular Cross-Sectioned 180° Bends, Ph.D thesis, Korea University.
8. Shin, J. K. 1995, Study on the Development and Application of Low Reynolds Number Second Moment Closure, Ph.D thesis, Korea University.
9. Kim, W. K. and Choi, Y. D., 1999, A Study on the Selection of Dependent Variables of Momentum Equations in the General Curvilinear Coordinate System for Computational Fluid Dynamics, *KSME Journal (B)*, Vol. 23, No. 2, pp. 198-209.