

## 삼차원 좌표 측정을 위한 부피 간섭계의 오차분석 및 성능평가

이혁교 · 주지영 · 김승우<sup>†</sup>

한국과학기술원 기계공학과

Ⓣ 305-701 대전광역시 유성구 구성동 373-1번지

(2002년 8월 16일 받음, 2002년 11월 14일 수정본 받음)

본 연구에서는 삼차원 공간상에서 절대 좌표를 측정하기 위한 부피 간섭계의 오차원인을 분석하고 각 오차원인이 최종 결과에 미치는 영향을 계산했다. 계산결과 광검출기 배열의 비선형성, 압전소자의 비선형성, 광섬유 내부의 온도변화 등이 오차의 주요 원인임을 알 수 있다. 제안된 간섭계의 성능을 실험적으로 검증하기 위해 분해능 측정 및 이차원 광학식 스케일과의 비교를 수행했다. 또한 간섭계의 성능을 좀 더 엄밀하게 검증하기 위해 자가보정법을 적용해서 공간상에서 간섭계가 갖는 계통오차를 추출했으며 60 mm×60 mm×20 mm 공간에서 최대오차 1 μm 이하를 얻었다.

주제어 : volumetric interferometer, uncertainty evaluation, self-calibration.

### I. 서 론

삼차원 공간에서  $2\pi$ -모호성( $2\pi$ -ambiguity)의 제약을 받지 않고 절대거리, 혹은 절대좌표를 측정하는 방법에 대해서 그간 많은 연구가 이루어져왔다. 간섭계를 이용한 측정 방법만 국한해 보더라도, 경사조사(*grazing incidence*) 간섭계,<sup>[1]</sup> 2파장(*two-wavelength*) 간섭계,<sup>[2,3]</sup> 백색광 간섭계<sup>[4,5]</sup> 등이 연구되었다. 하지만 이 간섭계들은 측정 범위 대비 정밀도 면에서 현재 산업계에서 요구하고 있는 수백 mm 공간에서 1 μm 이하의 정밀도로 측정을 하기에는 무리가 있다. 다중파장(*multiple-wavelength*) 간섭계<sup>[6-9]</sup>의 경우 위의 요구조건에 가장 부합되는 성능을 보이고 있지만, 아직 일반적인 헤테로다인(*heterodyne*)

간섭계가 갖는 정밀도에 미치지 못하며 현재 계속 연구 중에 있다. 또 다른 방법으로, 절대거리를 직접 측정하지는 않지만 기하학적인 모델을 이용해서 절대거리를 계산하는 멀티래더레이션(*multilateration*)도 현재 연구가 진행중이다<sup>[10-12]</sup>.

삼차원 공간에서 정밀한 절대거리 측정을 위한 방법의 일환으로, 새로운 개념의 부피(*volumetric*) 간섭계가 제안되었다<sup>[13-15]</sup>. 부피 간섭계는 그림 1과 같이 공간상의  $(x_1, y_1, z_1)$  과  $(x_2, y_2, z_2)$  좌표에 각각 위치한 두개의 이웃 한 단일모드 광섬유를 이용해서 두개의 구면파를 발생시키며, 광검출기 배열(*photo-detector array*)에서 측정한 두 구면파의 간섭무늬로부터 위상차가 알고리즘을 통해 광 위상을 구한다. 이렇게 구한 위상 정보에는 두 구면파의 중심좌표  $(x_1, y_1, z_1)$  과  $(x_2, y_2, z_2)$  에 대한 정보가 포함되어 있으므로, 비선형 최적화 방법을 통해 공간상의 좌표를 산출할 수 있다.<sup>[14,15]</sup>

본 논문에서는 절대거리, 혹은 절대 좌표 측정을 위해 제안된 부피 간섭계의 오차원인을 분석하고 각 오차원인이 최종 결과에 미치는 영향을 계산한다. 또한 제안된 간섭계의 성능을 검증하기 위해 기존의 측정 방법들과 비교실험을 수행하며, 자가보정(*self-calibration*)<sup>[16,17]</sup>을 통해 삼차원 공간상에서 간섭계가 갖는 계통오차(*systematic error*)를 추출한다.

### II. 부피 간섭계

점광원으로부터 자유공간으로 전파하는 구면파는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다. 식 (1)에서  $U$ 는 점광원의 세기(*source strength*),  $\lambda$ 는 파장,  $\phi$ 는 초기위상,  $r$ 은 점광원으로부터 거리를 의미한다.

$$u = \frac{U}{r} \exp\left[-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \phi\right)\right] \quad (1)$$

그림 1과 같이 광검출기 배열의 중심을 원점으로 하는 가상의 절대 좌표계를 고려하면, 광섬유 1의 종단  $(x_1, y_1, z_1)$ 과

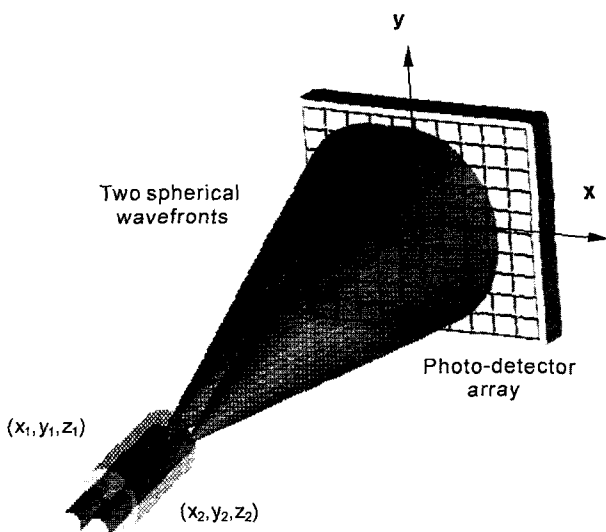


그림 1. Coordinates relationship of the volumetric interferometer.

<sup>†</sup>E-mail: swk@kaist.ac.kr

광섬유 2의 종단( $x_2, y_2, z_2$ )에서 출발해서 광검출기 배열 촬상면의  $k$ 번째 화소( $x^k, y^k, z^k$ )에 도달한 두개의 구면파의 간섭은 식 (1)로부터 다음 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$I^k = |u_1 + u_2|^2 = I^k + I^k \cos(\Phi^k + \Delta\phi)$$

where  $I^k \equiv \frac{U_1^2}{r_1^{k^2}} + \frac{U_2^2}{r_2^{k^2}}, I^k \equiv \frac{2U_1 U_2}{r_1^k r_2^k}, \Phi^k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}(r_1^k - r_2^k)$   
and  $\Delta\phi \equiv (\phi_1 - \phi_2)$  (2)

위 식에서 위상  $\Phi^k$ 는 식 (3)과 같이 두 구면파 광원의 좌표 ( $x_1, y_1, z_1$ )과 ( $x_2, y_2, z_2$ ), 6개 미지수의 함수임을 알 수 있다.

$$\Phi^k = \frac{2\pi}{\lambda}[r_1^k - r_2^k]$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ [(x_1 - x^k)^2 + (y_1 - y^k)^2 + (z_1 - z^k)^2]^{1/2} - [(x_2 - x^k)^2 + (y_2 - y^k)^2 + (z_2 - z^k)^2]^{1/2} \right\}$$
 (3)

식 (2)의 간섭무늬에 위상천이 알고리즘을 적용하면  $\Phi^k + \Delta\phi$ 를 측정할 수 있고, 이로부터  $\Delta\phi$ 를 제거하기 위해  $\Lambda^k$ 를 정의한다.  $\Delta\phi$ 는 광검출기 배열의 모든 화소에서 동일한 값을 가지므로, 편의상 그림 1의 좌표계 원점을 이용해서 식 (4)와 같이  $\Lambda^k$ 를 정의한다.

$$\Lambda^k = \frac{\lambda}{2\pi} [(\Phi^k + \Delta\phi) - (\Phi^0 - \Delta\phi)] = \frac{\lambda}{2\pi} [\Phi^k - \Phi^0]$$
 (4)

식 (4)는 6개 미지수( $x_1, y_1, z_1$ )과 ( $x_2, y_2, z_2$ )에 대해 비선형이므로 식 (5)와 같이 목적함수를 구성하고, 이 목적함수를 최소화하는 비선형 최적화(nonlinear optimization)를 수행해서 미지수를 계산할 수 있다. 식 (5)의  $\hat{\Lambda}^k$ 는  $\Lambda^k$ 의 실제 측정값이다.

$$E = \sum_k \left[ \frac{\lambda}{2\pi} (\Phi^k - \Phi^0) - \hat{\Lambda}^k \right]^2$$
 (5)

그림 2는 전체 부피 간섭계의 모습을 보여준다. 그림 2에서 안정화 레이저를 출발한 632.8 nm 파장의 가간섭광은 단일 모드 광섬유를 통과해서 커플러(coupler)로 입사된다. 입사광은 커플러 출력 단에서 50:50의 광강도로 나뉘게 된다. 출력

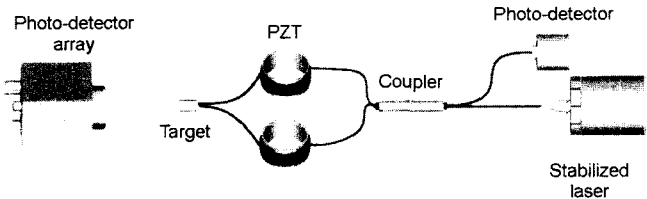


그림 2. Optical system configuration of the volumetric interferometer.

단의 광섬유는 그림과 같이 약 10 m 길이로 튜브형 압전소자 (PZT)에 감겨 있는데 이 가운데 한쪽은 위상천이를 위한 것이고 다른 한쪽은 광섬유 길이를 맞추기 위한 더미(dummy) 역할을 한다. 압전소자는 컴퓨터에서 D/A 보드를 거쳐 나온 입력에 따라 튜브 반경 방향으로 팽창과 수축을 하며 이에 비례해서 압전소자에 감긴 광섬유의 길이도 팽창과 수축을 한다. 이를 이용해서 간섭계의 위상천이가 가능하도록 설계되었다. 광검출기(single photo detector)는 두 광섬유 끝에서 반사해서 되돌아오는 4% 가량의 광을 검출함으로써 위상천이량을 탐지할 수 있다. 두 광섬유 종단은 그림 1과 그림 2에서 보듯이 지그(jig)로 고정되어 프로브 등에 장착하기 용이하도록 만들어졌다.

### III. 오차 분석 및 불확도 계산

#### 3.1. 오차원인 구분

부피 간섭계로 최종 결과인 절대좌표 ( $x_1, y_1, z_1$ ), ( $x_2, y_2, z_2$ )를 구하는 과정에는 많은 오차들이 포함된다. 본 논문에서는 오차의 주요 원인들을 분석하고 그들이 최종결과에 미치는 영향을 불확도 계산을 통해 살펴본다. 일반적으로 간섭계에 영향을 주는 오차원인으로 광원의 광량 안정성, 광원의 주파수 안정성, 광섬유 내부의 온도와 압력 변화, 공기굴절을 변화, 진동, 압전소자의 비선형성, 광검출기 배열의 비선형성, 전기적 인 노이즈 등을 들 수 있다.<sup>[18-20]</sup> 여기에 추가해서 부피 간섭계와 같이 완전한 구면파를 가정하고 간섭무늬를 해석하는 경우 구면파의 진구도(sphericity) 역시 오차 원인이 된다. 또한 식 (3)에서 이미 아는 값으로 모델링한 ( $x^k, y^k, z^k$ )가 부정확할 경우, 즉 그림 1의 광검출기 배열의 각 화소 간에 위치오차가 있을 경우 이것도 최종결과에 영향을 준다. 이상과 같은 11가지 주요 오차 원인들은 그들이 어느 단계에서 측정결과에 주로 영향을 주는지에 따라 다음과 같이 구분할 수 있다.

- 1) 식 (2)의 간섭무늬에 영향을 주는 오차원인.
- 2) 식 (3)과 식 (4)를 통해 정의된 구면파 모델에 영향을 주는 오차원인.

표 1은 상기의 주요 원인들을 위와 같은 방법으로 구분하고 각 원인들을 실험을 통해 구한 결과를 보여준다. 표 1에서 광검출기 배열의 위치오차(detector position error)가 100 nm 이하라는 것은  $x^k, y^k, z^k$ 에 발생할 수 있는 위치오차가 각각 100 nm 이하라는 것을 의미한다.

#### 3.2. 불확도 계산

ISO의 권고에 따른 불확도 계산은 다음과 같은 절차를 거쳐서 수행된다.<sup>[21]</sup> 대부분 측정에 있어서 측정의 추정량(output estimate)  $\xi$ 는 직접 측정되지 못하고 식 (6)과 같이  $K$ 개의 다른 양  $\eta_i (i = 1, 2, \dots, K)$ 로부터 함수  $f$ 를 통해 결정된다.

$$\xi = f(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_K)$$
 (6)

식 (6)의 모든  $\eta_i$ 가 서로 독립이라면  $\xi$ 의 합성표준불확도(combined standard uncertainty)  $u_\xi$ 는 식 (7)과 같이 쓰여진다. 식 (7)에서  $u_i$ 는 각  $\eta_i$ 의 불확도를 의미한다.

표 1. Dominant error sources of the two-point diffraction interferometer

Classification	Error sources	Symbol	Input conditions
Fringe error, $\eta_{fk}$	Laser intensity stability	$\eta^I$	$u_{Is} \leq 0.07\%$ of $\Pi$
	High frequency vibration	$\eta^V$	The $u_v$ is neglectable, because it only affects the fringe visibility.
	Temperature variation in the fiber	$\eta^T$	$u_T \leq 0.01$ K
	Low frequency pressure variation in the fiber	$\eta^P$	$u_P \leq 8 \times 10^{-4}$ rad.
	Nonlinearity of fiber elongation & PZT	$\eta^N$	$u_N \leq 0.15$ rad.
	Electrical noise	$\eta^E$	$u_E \leq 0.7\%$ of $\Pi$
Model error, $\eta_{Ak}$	Detector nonlinearity	$\eta^D$	$u_D \leq 0.8\%$ of $\Pi$
	Fringe error	$\eta^{fk}$	
	Sphericity of the spherical wave	$\eta^S$	$u_S \leq 1 \times 10^{-5}$ rad.
	Laser frequency stability	$\eta^v$	$u_v \leq 1$ MHz
	Air refractive index variation	$\eta^{na}$	$u_{na} \leq 10^{-7}$
	Detector position error	$\eta^{DP}$	$u_{DP} \leq 100$ nm

Notes: All the listed input conditions represent the worst cases that could possibly occur over the whole working volume.

$$u_{\xi}^2 = \sum_{i=1}^K \left[ \frac{\partial f}{\partial \eta_i} \right]^2 u_i^2, \quad (7)$$

본 논문에서는 식 (2)의 간섭무늬 광장  $f^k$ 에 영향을 주는 주요 요인으로 표 1의 7가지 오차 원인들을 고려했으며,  $f^k$ 의 측정 불확도  $u_{fk}$ 는 식 (7)로부터 식 (8)과 같이 유도할 수 있다.

$$u_{fk}^2 = \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_{Is}} \right]^2 u_{Is}^2 + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_V} \right]^2 u_V^2 + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_T} \right]^2 u_T^2 + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_P} \right]^2 u_P^2 + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_N} \right]^2 u_N^2 + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_E} \right]^2 u_E^2 + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_D} \right]^2 u_D^2 \quad (8)$$

식 (8)에서 아래첨자  $Is, V, T, \dots, D$ 는 표 1에의 오차원인 표기에 따랐으며 함수  $f_1$ 은 식 (2)를 의미한다.

마찬가지로 구면파 모델  $A^k$ 에 영향을 주는 주요 요인은 표 1에서 보듯이 식 (8)의  $u_{fk}$ 에 광원의 주파수 안정성, 공기굴절률 변화, 구면파의 진구도, 광검출기 배열 각 화소들의 위치오차 등이 더해진다. 그러므로  $A^k$ 의 측정 불확도  $u_{Ak}$ 는 식 (9)처럼 표현된다.

$$u_{Ak}^2 = \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{fk}} \right]^2 u_{fk}^2 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_S} \right]^2 u_S^2 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_v} \right]^2 u_v^2 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{na}} \right]^2 u_{na}^2 + \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{DP}} \right]^2 u_{DP}^2 \quad (9)$$

식 (9)의 아래첨자  $v, na, S, DP$  역시 표 1에의 오차원인 표기에 따랐으며 함수  $f_2$ 는 식 (4)를 의미한다.

오차가 없는 이상적인 경우, 식 (5)의 목적함수를 최적화한 해(global minimum)에서 6개 미지수  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ 로 이루어진 모델  $A^k$ 와 측정 값  $\hat{A}^k$ 는 정확하게 일치하며 목적함수  $E=0$ 이 된다. 하지만 식 (9)와 같이 여러가지 원인들에 의해  $\eta_{Ak}$ 가 존재할 경우 식 (5)는 식 (10)처럼 다시 표현해야 한다.

$$E = \sum_{k=1}^N [A^k - \hat{A}^k]^2 \cong \sum_{k=1}^N [A^k - (A^k + \eta_{Ak})]^2 \leq N\eta_{A, \max}^2 \quad (10)$$

≡ Residual error

식 (10)에서  $N$ 은 계산에 사용된 광검출기 배열의 화소 수를 의미하며,  $\eta_{A, \max}$ 는  $\eta_{Ak}$  가운데 가장 큰 값을 의미한다. 식 (10)과 같이 목적함수에 잔류오차(residual error)가 있을 경우, 최적화된 결과는 정확한 좌표  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ 로 수렴하지 못하고 식 (6)에서 표현된 바와 같이 좌표오차  $(\xi_{x1}, \xi_{y1}, \xi_{z1}), (\xi_{x2}, \xi_{y2}, \xi_{z2})$ 가 더해진다. 그림 3은 목적함수의 잔류오차와  $(\xi_{x1}, \xi_{y1}, \xi_{z1})$ 의 관계를 보여준다. 이와 같은 시뮬레이션으로부터 다음과 같은 사실들을 알 수 있다.

1) 목적함수는 해(global minimum) 근처에서 좌표오차  $(\xi_{x1}, \xi_{y1}, \xi_{z1}), (\xi_{x2}, \xi_{y2}, \xi_{z2})$ 와 근사적으로 식 (11)과 같이 2차 함수 형태의 관계를 갖는다.

$$\text{Residual error} \cong \beta_{x1} \xi_{x1}^2 + \beta_{y1} \xi_{y1}^2 + \beta_{z1} \xi_{z1}^2 + \beta_{x2} \xi_{x2}^2 + \beta_{y2} \xi_{y2}^2 + \beta_{z2} \xi_{z2}^2 \quad (11)$$

2) 제안된 부피 간섭계의 물리적인 구성 상, 식 (11)의 각 항의 계수  $(\beta_{x1}, \beta_{y1}, \beta_{z1})$ 와  $(\beta_{x2}, \beta_{y2}, \beta_{z2})$ 는 거의 같은 값을 가진다.

3) 그림 3에서 보듯이  $\beta_{z1}$ 이  $\beta_{x1}$ 나  $\beta_{y1}$ 에 비해서 수십 배 이상 큰 값을 가진다. 즉, 제안된 부피 간섭계는  $z$  방향 오차에 대해 가장 민감(sensitive)하다.

4) 식 (10), 식 (11)로부터 유도된 식 (12)에서 보듯이 계수  $\beta$ 가 클수록 좌표오차  $(\xi_{x1}, \xi_{y1}, \xi_{z1}), (\xi_{x2}, \xi_{y2}, \xi_{z2})$ 는 작아진다.

5) 공간상의 다양한 타겟 위치에서 시뮬레이션을 반복한 결과, 타겟 위치에 따른  $\beta$ 의 변화는 거의 없었다. 단 두 구면파 사이의 간격  $(x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$ 이 작을수록  $\beta$ 는 커진다. 그러므로 좌표오차를 줄이기 위해서는 두 구면파 사이의 간격을 가능한 줄여야 한다. 본 논문에서는 두 광섬유를 서로 인접하도록 장착해서 두 광섬유의 간격이 클래딩(cladding) 지름 125  $\mu\text{m}$ 와 같아지도록 타겟을 제작했다.

6)  $\beta$ 는 근사적으로  $N$ 에 비례하므로, 식 (13)에서  $N$ 이 커질수록 오차가 커지는 것은 아니다.  $N$ 이 100개 이상이면  $N$ 에 의한 변화는 거의 없다.

7) 부피 간섭계의 광검출기 배열이 클수록  $\beta$ 는 큰 값을 가

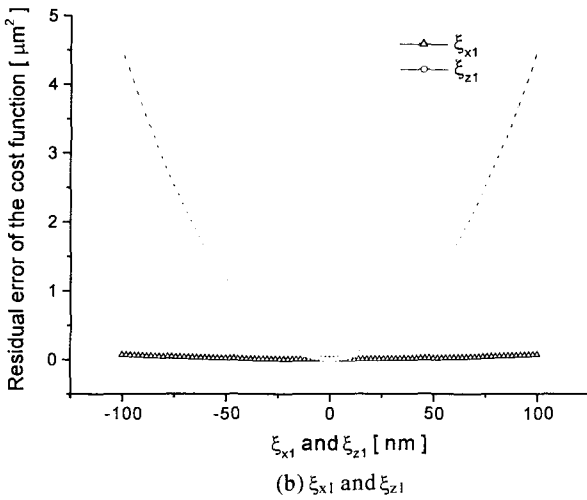
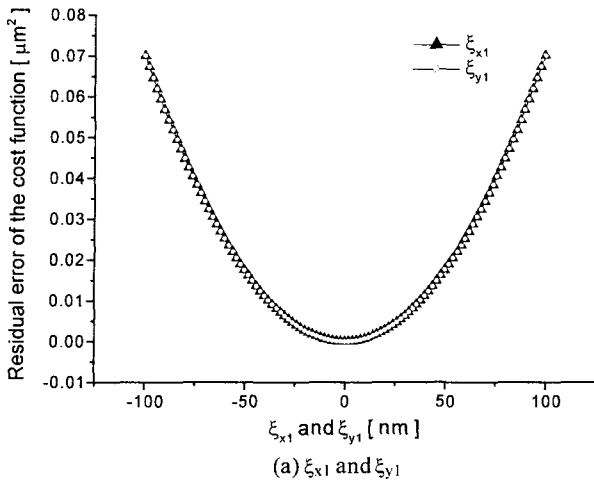


그림 3. Quadratic relationship between the residual error of the cost function and the coordinate errors ( $\xi_{x1}$ ,  $\xi_{y1}$ , and  $\xi_{z1}$ ) at the global minimum.

진다. 즉 큰 광검출기 배열을 사용함으로써 시스템의 오차를 줄일 수 있다.<sup>[15]</sup>

식 (11)에서  $\xi_{x1}$ 은 나머지  $\xi_{y1}$ 에서  $\xi_{x1}$ 까지가 모두 0일 때 가장 큰 값을 갖는다. 그러므로 식 (10)과 식 (11)로부터 식 (12)를 유도할 수 있다.  $\xi_{y1}$ 과  $\xi_{z1}$ 도 마찬가지로 표현된다.

$$\xi_{x1} \leq \left[ \frac{\text{Residual error}}{\beta_{x1}} \right]^{1/2} = \left[ \frac{N}{\beta_{x1}} \right]^{1/2} \eta_{\Lambda, \max} \quad (12)$$

식 (12)으로부터 최종 좌표의 합성표준불확도는 다음 식 (13)처럼 표현된다.

$$u_{x1}^2 \leq \left[ \frac{df_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \eta_{\Lambda, \max}^2, \text{ where } \frac{df_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} = \left[ \frac{N}{\beta_{x1}} \right]^{1/2} \quad (13)$$

식 (13)에서  $f_3$ 는 식 (12)을 의미하며  $u_{\Lambda, \max}$ 는 식 (9)의  $u_{\Lambda k}$  가운데 가장 큰 값을 의미한다. 마찬가지로  $u_{y1}$ 과  $u_{z1}$ 는 식 (13)에  $\beta_{x1}$ 대신  $\beta_{y1}$ ,  $\beta_{z1}$ 을 대입하면 구할 수 있으며, 이렇게 계산한  $u_{x1}$ ,  $u_{y1}$ 과  $u_{z1}$ 는 각각 416 nm, 550 nm와 9.73 nm가 얻어졌다.

표 2. Uncertainty evaluation result and individual influences of error sources

Classification	Input conditions	Output uncertainties	Evaluation results
	$u_{Is}$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_{Is}} \right] u_{Is}$	107 nm
	$u_V$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_V} \right] u_V$	Neglectable
	$u_T$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_T} \right] u_T$	127 nm
Fringe error, $\eta_{Ik}$	$u_P$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_P} \right] u_P$	0.756 nm
	$u_N$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_N} \right] u_N$	136 nm
	$u_E$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_E} \right] u_E$	75.6 nm
	$u_D$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{Ik}} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial \eta_D} \right] u_D$	348 nm
	$u_S$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_S} \right] u_S$	0.300 nm
Model error, $\eta_{\Lambda k}$	$u_v$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_v} \right] u_v$	$9.75 \times 10^{-5}$ nm
	$u_{na}$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{na}} \right] u_{na}$	$4.75 \times 10^{-3}$ nm
	$u_{DP}$	$\left[ \frac{\partial f_3}{\partial \eta_{\Lambda, \max}} \right] \left[ \frac{\partial f_2}{\partial \eta_{DP}} \right] u_{DP}$	6.00 nm
Combined standard uncertainty, $u_{x1}$			416 nm

Notes: The number of selected detectors is  $64 \times 48$ .

표 2는 식 (8), 식 (9), 그리고 식 (13)을 이용해서 표 1의 각 오차 원인들이 최종 불확도  $u_{x1}$ 에 미치는 영향을 보여주며, 매 단계마다 최악의 경우(worst case)를 가정하고 값을 산출했다.

#### IV. 성능 평가

부피 간섭계의 성능은 다음과 같은 방법으로 실험적으로 검증했다.  $640 \times 480$  CCD를 광검출기 배열로 사용한 부피 간섭계에서 반복능은 35회 측정된 결과  $\pm 2\sigma$  x, y, z에 대해서 각각 0.05  $\mu\text{m}$ , 0.1  $\mu\text{m}$ , 0.01  $\mu\text{m}$ 가 얻어졌다.<sup>[15]</sup> 한 축에 대한 불확도는 상품화된 헤테로다인 레이저 간섭계와 비교해서 실험했으며 그 결과는 x축으로 80 mm 행정에 대해 최대

0.26  $\mu\text{m}$  이내의 차이(deviation)를 보였다.<sup>115)</sup> 이상과 같이 선행된 실험에 추가해서 다음의 실험을 추가 수행했다.

4.1. 분해능 평가

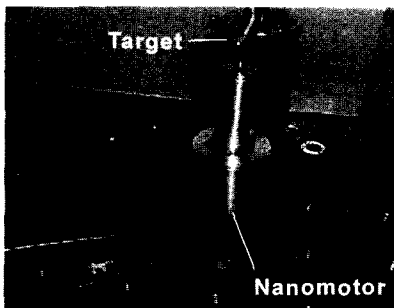
부피 간섭계로 얼마나 작은 움직임까지 측정할 수 있는지 상용화 되어있는 Kleindiek 사의 Nanomotor와 비교 측정했다.<sup>122)</sup> 그림 4의 (a)와 같이 부피 간섭계의 타겟(Target)을 Nanomotor끝에 장착하고 Nanomotor의 변위와 부피 간섭계로 측정한 좌표를 비교했다. 실험에 사용된 Nanomotor는 x, y, z, 3축에 대해 각각 최대 0.5 nm의 분해능으로 5 mm 범위를 구동할 수 있다. 그림 4의 (b)는 Nanomotor를 x축 방향으로 각각 100  $\mu\text{m}$ , 50  $\mu\text{m}$ , 25  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 5  $\mu\text{m}$ , 2.5  $\mu\text{m}$ , 1  $\mu\text{m}$ , 0.5  $\mu\text{m}$ , 0.25  $\mu\text{m}$  순으로 구동하면서 간섭계에서 얻은 좌표와 Nanomotor에서 얻은 값을 비교한 결과이다. 두 값의 최대 차이(maximum deviation)는 0.17  $\mu\text{m}$ 로 0.25  $\mu\text{m}$ 의 움직임도 간섭계가 잘 측정하고 있음을 알 수 있다. 0.1  $\mu\text{m}$  이하의 구동도 간섭계에서 측정할 수 있지만 이 값부터는 간섭계의 반복능과 같은 수준(Order)이므로 의미가 없다. y축과 z축의 최대 차이도 0.2  $\mu\text{m}$  이하의 비슷한 결과를 얻었다. 3절에서 보듯이 z축의 불확도는 0.01  $\mu\text{m}$  수준이지만, 실험결과에는 간섭계의 오차뿐만 아니라 Nanomotor의 오차와 정렬오차 등이 포함되어 있으므로 이와 같은 결과가 얻어졌다. 결론적으로 부피 간

섭계의 좌표측정 분해능은 간섭계의 반복능으로부터 정해진다 고 유추할 수 있다.

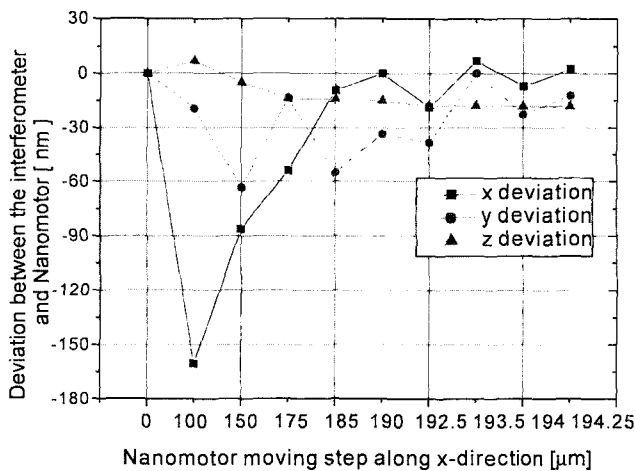
4.2. 이차원 성능평가 및 자가보정

공간상에서 두 축에 대한 비교 실험을 위해 그림 5의 (a)와 같은 스테이지에 부피 간섭계를 장착하고 비교했다. 스테이지는 반도체 공정 가운데 와이어 본딩(wire bonding) 용으로 개발된 것으로 63 mm×63 mm 행정에 0.2  $\mu\text{m}$  분해능의 2축 광학식 스케일(two-dimensional optical scale)을 장착하고 있다. 그림 5에서 보듯이, 편이상 타겟 대신 광검출기 배열을 스테이지에 장착하고, 간섭계에서 측정한 좌표와 광학식 스케일로 읽은 좌표를 비교했다. 그림 5의 (b)는 두 측정결과의 차를 10 mm 간격으로 60 mm×60 mm 전영역에 대해서 그린 결과로 최대 1.31  $\mu\text{m}$  정도의 차이를 보임을 알 수 있다. 앞의 Nanomotor 결과와 마찬가지로 여기에는 부피 간섭계의 오차 뿐 아니라 스케일의 오차, 정렬오차 등이 포함되어 있다.

부피 간섭계의 오차를 구하기 위한 또 다른 방법으로 표준 시편을 측정하는 것을 생각할 수 있다. 그림 6과 같이 반도체 공정으로 7×7 격자를 10 mm 간격으로 만든 뒤, 2축 스테이지에 장착하고 시편의 격자 위치를 부피 간섭계로 측정하면 간섭계의 오차를 구할 수 있다. 하지만 부피 간섭계로 측정하려는 정도가 0.1  $\mu\text{m}$  이하 불확도의 정밀한 값일 경우, 시편

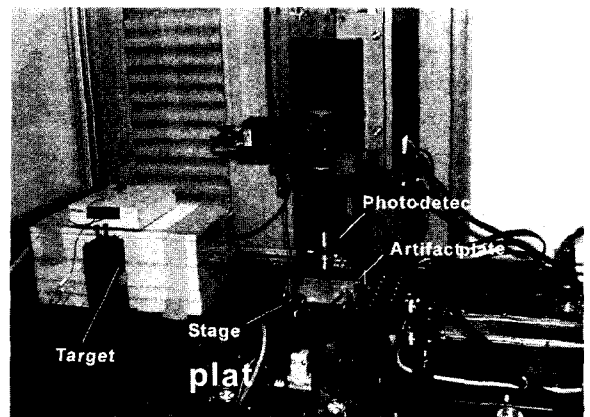


(a) Photographic view of the target attached on Nanomotor.

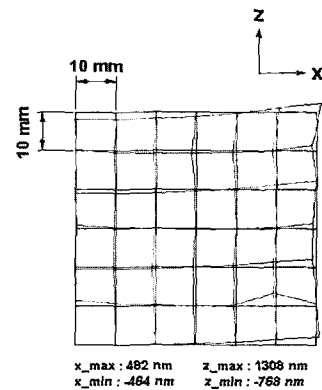


(b) Test result of the interferometer.

그림 4. Experiment for resolution verification with Kleindiek Nanomotor.



(a) Photographic view of the two-dimensional stage with the interferometer



(b) Deviation map between the optical scale and the interferometer.

그림 5. Comparison of the optical scale stage and the interferometer.

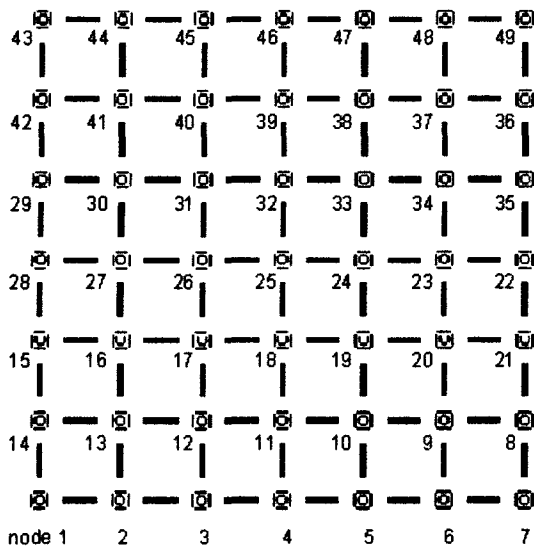
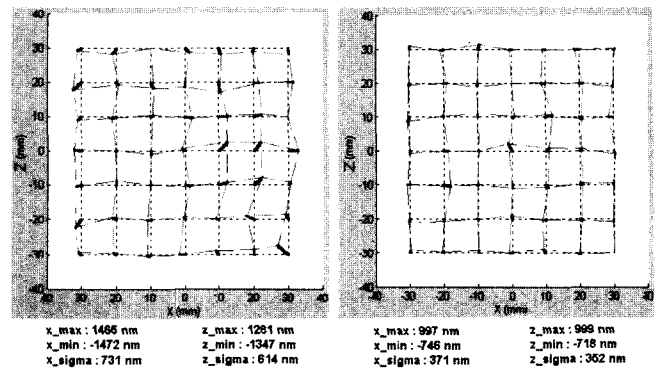


그림 6. Artifact plate for the error extraction.

자체의 오차가 문제가 된다. 그러므로 본 논문에서는 시편의 정도에 의존하지 않고 측정대상의 계통오차(systematic error)를 구하는 방법으로 자가보정(self-calibration)을 적용한다.<sup>[16,17]</sup> 자가보정은 시편의 격자 위치를 처음 한번 측정하고, 시편을 90° 회전시켜서 측정하고, 마지막으로 한 축 방향으로 병진 시켜서 측정함으로써 시편 자체의 오차와 측정대상의 계통오차를 분리한다. 그림 7의 (a)는 자가보정을 적용해서 구한 광학식 스케일의 계통오차이고 (b)는 부피 간섭계의 계통오차이다. 60 mm×60 mm 영역에서 광학식 스케일의 최대 오차는 1.5 μm 이하, 부피 간섭계의 최대 오차는 1 μm 이하인 것을 알 수 있다.



(a) The systematic error of the two-dimensional optical scale at  $y = -21.12\text{mm}$ .  
 (b) The systematic error of the interferometer at  $y = -21.12\text{mm}$ .

그림 7. The reconstructed systematic error using the Fourier self-calibration algorithm.

### 4.3. 삼차원 공간에서의 성능평가

이차원 영역 측정에 국한되지 않고 삼차원 공간상에서 부피 간섭계의 성능을 검증하기 위해 그림 5(a)에서 타겟의 y축 방향 높이를 블록 게이지로 10 mm 간격씩 높이면서 세 평면에 대해 자가보정을 수행했다. 전체 측정 영역은 그림 8과 같이 60 mm×60 mm×20 mm이고, 간섭계에서 측정된 시편 49번째 격자(node)의 좌표는 각각 (58247.5, -21121.9, 378408.5) μm, (58250.8, -11122.9, 378410.9) μm, (58248.8, -1123.8, 378410.4) μm가 측정되었다. 블록 게이지에 의해 타겟 좌표가 y축으로 10 mm씩 높아지고 있음을 볼 수 있다. 그림 9는 이와 같이 블록게이지를 높이면서 각 평면에서 구한 계통오차다. 그림 7과 그림 9로부터 60 mm×60 mm×20 mm 공간에서 광학식 스케일의 최대 오차는 2.1 μm 이하, 부피 간섭계는

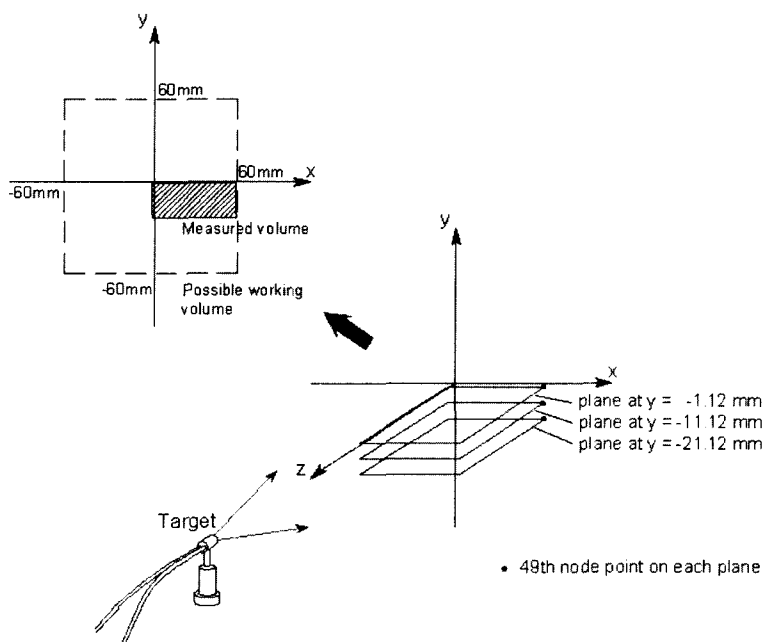


그림 8. Measured volume for systematic error extraction and the possible working volume of the interferometer.

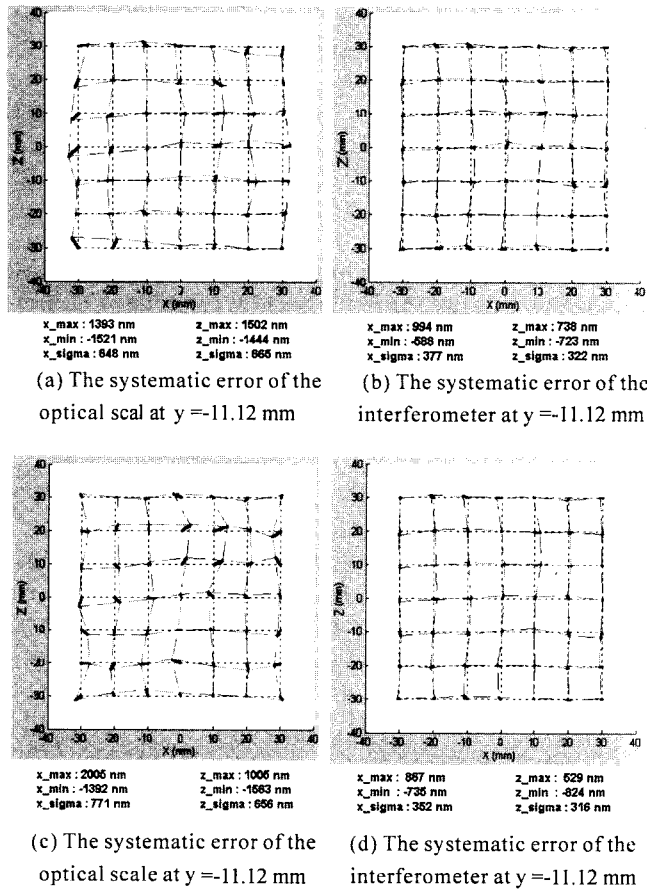


그림 9. The reconstructed systematic error at the plane of  $y = -11.12$  mm and the plane of  $y = -11.12$  mm.

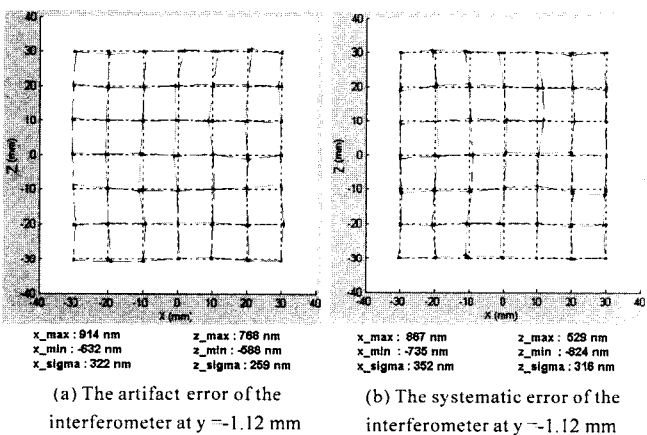


그림 10. Comparison of the artifact error and the systematic error.

1  $\mu\text{m}$  이하임을 알 수 있다.

그림 10은  $y = -11.12$  mm 평면에서 측정된 간섭계의 계통오차와 시편의 오차를 보여준다. (a)의 시편오차에서 나타나는 S 형태의 왜곡이 (b)의 간섭계 계통오차에 정반대 형상과 크기를 가지고 그대로 나타남을 볼 수 있다. 물론 다른 평면에서도 동일한 현상이 관측되었다. 물리적으로, 그림 8와 같이 구면파의 한쪽 사분면에서만 측정된 계통오차가 S 형태로 왜곡

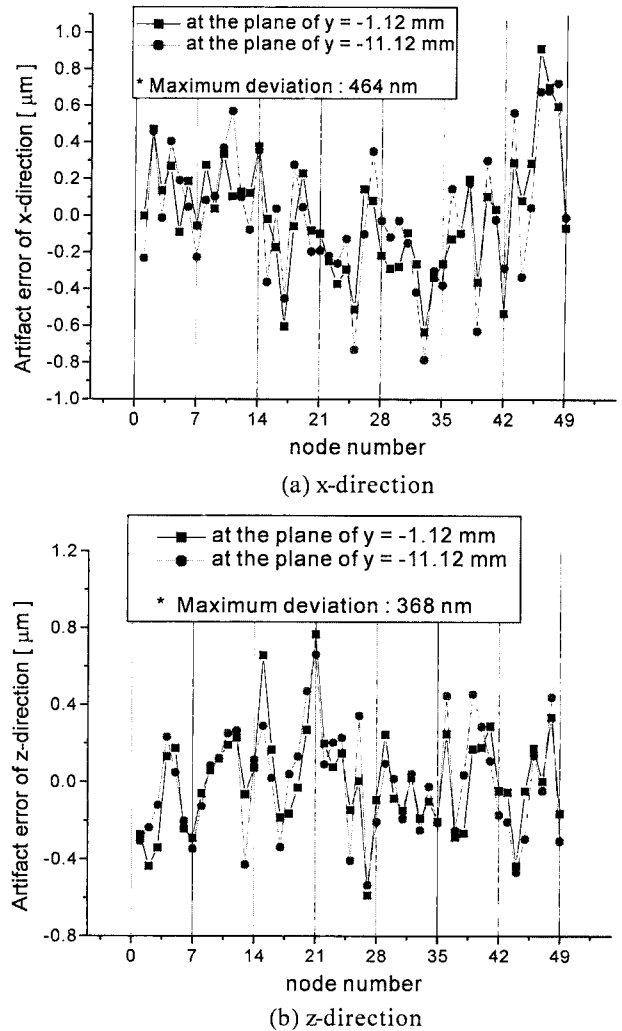


그림 11. Artifact error of the plane at  $y = -1.12$  mm and the plane at  $y = -11.12$  mm.

되어 있다고 보기는 힘들다. 그러므로 이런 왜곡은 반도체 공정으로 시편을 만드는 과정에 발생한 시편오차가 자가보정 알고리즘을 거치면서 간섭계 오차로 잘못 전이 된 것으로 생각된다. 결국 부피 간섭계만의 순수한 계통오차는 앞에서 구한 1  $\mu\text{m}$ 보다 더 작을 것이다. 이론적으로 자가보정법은 시편오차와 계통오차를 완전하게 분리할 수 있지만<sup>11)</sup> 실제 측정에는 계통오차나 정렬오차 외에 여러 랜덤오차가 포함되므로 완전하게 계통오차를 구할 수는 없다. 그림 11은  $y = -11.12$  mm 평면에서 구한 시편오차와  $y = -11.12$  mm 평면의 시편오차를 동시에 나타낸 것이다. 동일한 시편이므로 두 평면에서 구한 결과가 일치해야 하지만 그림 11에서 보듯이 완전히 일치하지는 않음을 알 수 있다. 두 값의 차는 x 방향으로 최대 0.46  $\mu\text{m}$ , y 방향으로 0.37  $\mu\text{m}$ 로 나왔으므로 측정에 있어서 이 정도 범위의 랜덤오차가 존재함을 유추할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 절대 좌표 측정을 위한 부피 간섭계의 오차

원인을 분석하고 각 오차원인이 최종 결과에 미치는 영향을 계산했다. 계산결과 광검출기 배열의 비선형성, 압전소자의 비선형성, 광섬유 내부의 온도변화 등이 오차의 주요 원인임을 알 수 있다. 또한 최적화 계산에 사용되는 화소 수나 두 광섬유 사이의 상대거리가 부피 간섭계 성능에 미치는 영향을 고찰했다.

제안된 간섭계의 성능을 검증하기 위한 방법의 일환으로 Nanomotor를 이용한 분해능 측정 및 60 mm×60 mm 영역에서 2차원 광학식 스케일과의 비교를 수행했다. 그 결과 간섭계의 분해능은 각 축으로 0.1 μm 이하, 광학식 스케일과의 최대 차이는 1.31 μm가 얻어졌다. 간섭계의 성능을 좀 더 엄밀하게 검증하기 위해 자가보정법을 적용해서 공간상에서 간섭계가 갖는 계통오차를 추출했으며 60 mm×60 mm×20 mm 공간에서 최대오차 1 μm 이하를 얻었다. 여기에는 일부 시편오차 성분이 남아 있는 것으로 생각되어지므로 실제 간섭계의 계통오차는 이보다 더 작을 것이다. 측정은 그림 8에서 보듯이 구면파의 한쪽 사분면에서만 수행되었지만, 물리적으로 부피 간섭계는 각 사분면에 대해서 대칭이므로 120 mm×120 mm×120 mm 공간의 계통오차도 최대 1 μm 이하가 될 것으로 예상된다.

### 감사의 글

본 연구는 과학기술부 창의적연구과제(the national Creative Research Initiatives program)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- [1] P. de Groot, "Grating interferometer for flatness testing," *Opt. Lett.* vol. 21, no. 3, pp. 228-230, 1996.
- [2] C. C. Williams, and H. K. Wickramasinghe, "Optical ranging by wavelength multiplexed interferometry," *J. Appl. Phys.* vol. 60, pp. 1900-1903, 1986.
- [3] Z. Sodnik, E. Fischer, T. Ittner, and H. J. Tiziani, "Two-wavelength double heterodyne interferometry using a matched grating technique," *Appl. Opt.* vol. 30, no. 22, pp. 3139-3144, 1991.
- [4] T. Li, A. Wang, K. Merphy, and R. Claus, "White-light scanning fiber Michelson interferometer for absolute position-distance measurement," *Opt. Lett.* vol. 20, no. 7, pp. 785-787, 1995.
- [5] U. Schnell and R. Dandliker, "Dispersive white-light interferometry for absolute distance measurement with dielectric multilayer systems on the target," *Opt. Lett.* vol. 21, no. 7, pp. 528-530, 1996.
- [6] H. Kikuta, K. Iwata, and R. Nagata, "Absolute distance measurement by wavelength shift interferometry with a laser diode light: some systematic error sources," *Appl. Opt.* vol. 26, no. 9, pp. 1654-1660, 1987.
- [7] A. J. den Boef, "Interferometric laser rangefinder using a frequency modulated diode laser," *Appl. Opt.* vol. 26, no. 21, pp. 4545-4550, 1987.
- [8] E. Fischer, E. dalhoff, S. Heim, U. Hofbauer, and H. J. Tiziani, "Absolute interferometric distance measurement using a FM-demodulation technique," *Appl. Opt.* vol. 34, no. 25, pp. 5589-5594, 1995.
- [9] J. A. Stone, A. Stejskal, and L. Howard, "Absolute interferometry with a 670-nm external cavity diode laser," *Appl. Opt.* vol. 38, no. 28, pp. 5981-5994, 1999.
- [10] K. Lau, R. J. Hocken, and W. C. Haight, "Automatic laser tracking interferometer system for robot metrology," *Prec. Eng.* vol. 8, no. 1, pp. 3-8, 1986.
- [11] O. Nakamura, M. Goto, K. Toyoda, Y. Tanimura, and T. Kurosawa, "Development of a coordinate measuring system with tracking laser interferometer," *Annals of CIRP* vol. 40, no. 1, pp. 523-526, 1991.
- [12] E. B. Hughes, A. Wilson, and G. N. Peggs, "Design of a high-accuracy CMM based on multi-lateration techniques," *Annals of CIRP* vol. 49, no. 1, pp. 391-394, 2000.
- [13] S. W. Kim, "New design of precision CMM based upon volumetric phase-measuring interferometry," *Annals of CIRP* vol. 51, no. 1, pp. 357-360, 2001.
- [14] H. G. Rhee, J. Y. Chu, and S. W. Kim, "Volumetric interferometry using spherical wave interference for three-dimensional coordinate metrology," *J. of the OSK*, vol. 5, no. 4, pp. 140-145, 2001.
- [15] H. G. Rhee and S. W. Kim, "Absolute distance measurement by two-point diffraction interferometry," *Appl. Opt.*, accepted (Issue date : Oct. 1. 2002).
- [16] M. R. Raugh, "Absolute two-dimensional sub-micron metrology for electron beam lithography : A theory of calibration with applications," *Prec. Eng.* vol. 7, no. 1, pp. 3-13, 1985.
- [17] J. Ye, M. Takac, C. N. Berglund, G. Owen, and R. F. Pease, "An exact algorithm for self-calibration of two-dimensional precision metrology stages," *Prec. Eng.*, vol. 20, no. 1, pp. 16-32, 1997.
- [18] J. Schwider, R. Burow, K. -E. Elssner, J. Grzanna, R. Spolaczyk, and K. Merkel, "Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources," *Appl. Opt.* vol. 22, no. 21, pp. 3421-3432, 1983.
- [19] D. W. Phillion, "General methods for generating phase-shifting interferometry algorithms," *Appl. Opt.* vol. 36, no. 31, pp. 8098-8115, 1997.
- [20] N. Lagakos, J. A. Bucaro, and J. Jarzynski, "Temperature-induced optical phase shifts in fibers," *Appl. Opt.* vol. 20, no. 13, pp. 2305-2308, 1981.
- [21] ISO, "Guide to the expression of uncertainty in measurement," International vocabulary of basic and general terms in metrology, 2nd edition, 1993.
- [22] www.nanotechnik.com.



## **Error analysis and performance test of the volumetric interferometer for three dimensional coordinate measurements**

Hyug-Gyo Rhee, Ji-Young Chu, and Seung-Woo Kim<sup>†</sup>

*Department of Mechanical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology  
Science Town, Daejeon 305-701, KOREA*

<sup>†</sup>*E-mail: swk@kaist.ac.kr*

(Received August 16, 2002, Revised manuscript November 14, 2002)

We have recently proposed the new concept of a phase-measuring volumetric interferometer that enables us to accurately measure the xyz-coordinates of the probe without metrology frames. The interferometer is composed of a movable target and a fixed photo-detector array. The target is made of point diffraction sources to emit two spherical wavefronts, whose interference is monitored by an array of photo-detectors. Phase shifting is applied to obtain the precise phase values of the photo-detectors. Then the measured phases are fitted to a geometric model of multilateration so as to determine the xyz-location of the target by minimizing least square errors. The proposed interferometer has been designed and built with a volumetric uncertainty of less than 1.0  $\mu\text{m}$  within a cubic working volume of side 120 mm. Here, in this paper, we also present error sources, an evaluated uncertainty, and test results from the prototype system. The self-calibration of two-dimensional precision metrology stages is applied to test the performance of the interferometer.

*Classification codes* : SM.030, SM.040.