

T-S 퍼지 모델을 이용한 역진자 시스템의 안정화 제어기 설계

Design of Stabilizing Controller for an Inverted Pendulum System Using The T-S Fuzzy Model

배 현 수, 권 성 하, 정 은 태
(Hyen Su Bae, Sung-Ha Kwon and Eun Tae Jeung)

Abstract : We presents a new method of constructing an equivalent T-S fuzzy model by using the sum of products of linearly independent scalar functions from nonlinear dynamics. This method exactly expresses nonlinear systems and automatically determines the number of rules. We design a stabilizing controller for an inverted pendulum system by using the concep of parallel distributed compensation (PDC) and linear matrix inequalities (LMIs) based on the proposed T-S fuzzy modeling method. We show effectiveness of a systematically designed fuzzy controller based on the proposed T-S fuzzy modeling method through the simulation and experiment of an inverted pendulum system.

Keywords : an equivalent T-S fuzzy model, PDC, LMIs, an inverted pendulum system

I. 서론

역진자 시스템은 로켓이나 2족 보행 로봇의 자세제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 대표적인 예로서, 동역학적인 구조나 장치가 단순하며 수학적인 모델이 잘 알려져 있다. 그리고 비선형이며 불안정한 운동을 하는 대표적인 기계 시스템으로 제어 기술을 배우는데 널리 사용되어지는 시스템이다. 역진자 시스템에는 안정 평형점과 불안정 평형점의 두 가지 평형점이 존재하는데 안정화 제어는 진자를 불안정 평형점에 유지시키는 제어이다.

Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 시스템^[1]은 후건부에 선형 시스템을 가지지만, 소속 함수의 영향으로 전체 시스템이 비선형으로 동작하는 시스템이다. 이러한 T-S 퍼지 시스템에 대한 안정성 해석과 체계적인 제어기 설계에 관한 연구가 많은 관심을 받고 있으며, T-S 퍼지 모델을 얻는 방법 역시 T-S 퍼지 시스템에서 중요한 연구분야의 하나이다. T-S 퍼지 모델은 크게 시스템의 입력-출력 데이터로부터 얻거나^{[4][7]} 비선형 모델로부터 얻는^{[8][13]} 두 가지의 방법이 있다. 후자의 경우 비선형 시스템의 근사화 모델을 사용하거나^{[2][8][10]} 등가 T-S 퍼지 모델을 사용한다.^{[11][13]} 지금까지 제시된 등가 T-S 퍼지 모델을 얻는 체계적인 방법과는 달리 여기서는 비선형 시스템을 선형독립인 함수들의 곱의 합으로 표현하는 새로운 모델링 방법을 제시한다. 그리고 모델링된 T-S 퍼지 시스템에 대한 안정성 해석과 제어기 설계를 위해서는 여러 개의 선형행렬부등식(LMI: linear matrix inequality)을 만족하는 공통의 양정의 행렬(common positive definite matrix)을 찾아야 한다.^[3] 선형행렬부등식은 Matlab 을 통해 효과적으로 풀이되며, 원하는 특성 식을 각각의 선

형행렬부등식으로 만들어 제어기를 체계적으로 설계할 수 있다. 불안정 평형점에서의 안정화 제어를 위해 병렬분산보상(PDC: parallel distributed compensation)의 개념^[2]을 이용한 퍼지 제어기를 설계한다. 그리고 설계된 제어기를 실제 시스템에 적용하여 실험함으로써 제시한 등가 T-S 퍼지 모델링 방법을 통한 제어기 설계방법의 타당성을 검증하여 본다.

II. 역진자 시스템의 운동방정식과 T-S 퍼지 모델링

이 장에서는 T-S 퍼지 모델과 선형독립인 함수의 곱의 합의 표현으로부터 T-S 퍼지 모델링을 제시하고 역진자 시스템을 T-S 퍼지 모델링한다.

1. 역진자 시스템의 운동방정식

외부 모터에 의한 벨트 구동방식이기에 운송차와 진자를 하나의 질량체로 고려하여 유도한 역진자 시스템의 운동방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{m(J + ml^2) - m^2 l^2 \cos^2 x_1(t)} \\ &\quad [m^2 g l \sin x_1(t) - m^2 l^2 \dot{x}_2^2(t) \sin x_1(t) \\ &\quad \cos x_1(t) - f_p m x_2(t) + f_c m l x_1(t) \\ &\quad \cos x_1(t) - m l \cos x_1(t) u(t)] \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{1}{m(J + ml^2) - m^2 l^2 \cos^2 x_1(t)} \\ &\quad [(J + ml^2) m l x_2^2(t) \sin x_1(t) - m^2 g l^2 \\ &\quad \sin x_1(t) \cos x_1(t) + f_p m l x_2(t) \cos x_1(t) \\ &\quad - f_c (J + ml^2) x_4(t) + (J + ml^2) u(t)] \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 m 은 운송차와 진자의 질량 전체, l 은 진자의 무게 중심까지의 거리, g 는 중력가속도, J 는 진자의 관성모멘트, f_c 와 f_p 는 각각 운송차와 진자의 마찰계수이며, $x_1(t)$ 는 진자가 수직으로 서 있을 때를 기준으로 한 각도,

논문접수 : 2002. 4. 2., 채택확정 : 2002. 10. 1.
배현수 : 창원대학교 제어계측공학과 (ceosue48@empal.com)
권성하 : 창원대학교 제어계측공학과 (shkwon@sarim.chawon.ac.kr)
정은태 : 창원대학교 제어계측공학과 (jet26@sarim.chawon.ac.kr)
※ 본 논문은 2002년도 창원대학교 연구비에 의하여 연구되었음.

$x_2(t)$ 는 진자의 각속도, $x_3(t)$ 는 운송차의 변위, $x_4(t)$ 는 운송차의 속도이다.

2. T-S 퍼지 모델

일반적으로, T-S 퍼지 모델은 i 번째 퍼지 규칙에 대해

$$\begin{aligned} \text{IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \\ \text{and } z_p(t) \text{ is } M_{ip} \\ \text{THEN } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), \\ i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현하고, 여기서 M_{ij} 는 퍼지 집합이고, r 은 퍼지 규칙의 수이다. $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 는 상태 벡터, $u(t) \in \mathbf{R}$ 는 입력 벡터이고, A_i 와 B_i 는 적절한 차원을 가지는 상수 행렬이다. 그리고 $z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_p(t)]$ 는 측정 가능한 전진부의 변수이고, 이 변수들은 상태, 외란, 혹은 시간의 함수일 수 있다.

주어진 $[x(t), u(t), z(t)]$ 로부터, 무게 중심법(the center of gravity)의 비퍼지화(defuzzification)를 이용하여 추론된 T-S 퍼지 시스템의 최종적인 상태는

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (3)$$

이고, 여기서

$$\begin{aligned} h_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

이고, $M_{ij}(z_j(t))$ 는 $z_j(t)$ 가 M_{ij} 에 속하는 소속 등급을 의미한다. 그리고 모든 t 에 대하여

$$\begin{aligned} w_i(z(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

을 만족한다고 가정하면, 모든 t 에 대하여

$$h_i(z(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \quad (6)$$

이다.

3. 선형독립인 함수의 곱의 합의 표현으로부터 T-S 퍼지 모델링

비선형 시스템을 선형독립인 함수의 곱의 합으로 표현하여 T-S 퍼지 모델을 얻는 새로운 등가 T-S 퍼지 모델링 방법을 제시한다.

다음과 같은 비선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = F(z(t))\eta(t) \quad (7)$$

여기서 $\eta^T(t) = [x^T(t) \ u^T(t)]$ 이고, 행렬 함수 $F(z(t))$ 는

$$F(z(t)) = \begin{bmatrix} f_{11}(z(t)) & f_{12}(z(t)) & \dots & f_{1(n+m)}(z(t)) \\ f_{21}(z(t)) & f_{22}(z(t)) & \dots & f_{2(n+m)}(z(t)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1}(z(t)) & f_{n2}(z(t)) & \dots & f_{n(n+m)}(z(t)) \end{bmatrix} \quad (8)$$

이고, $f_{ij}(z(t))$ 는 $F(z(t))$ 의 (i, j) 번째 요소이다. 비선형 시스템 (7)을

$$\dot{x}(t) = \left[F_0 + \sum_{i=1}^w f_i(z(t))F_i \right] \eta(t) \quad (9)$$

와 같이 표현한다. 여기서

$$f_i(z(t)) = \prod_{j=1}^v g_j^{l_{ij}}(z(t)), \quad \forall i = 1, 2, \dots, w \quad (10)$$

이고, v 는 모든 $f_i(z(t))$ 를 (10)과 같이 표현할 때 필요한 최소의 선형독립인 함수 $g_j(z(t))$ 의 개수이다. 그리고 l_{ij} 는 $f_i(z(t))$ 가 $g_j(z(t))$ 의 항을 가지고 있으면 '1'이고, 그렇지 않으면 '0'이다. 그리고 비선형 시스템 (7)을 (9)의 표현으로 변환하는 것은 항상 가능하다. (10)을 (9)에 대입하면

$$\dot{x}(t) = \left[F_0 + \sum_{i=1}^w \prod_{j=1}^v g_j^{l_{ij}}(z(t))F_i \right] \eta(t) \quad (11)$$

이고, (11)은

$$\dot{x}(t) = \left[F_0 + \sum_{i=1}^w \prod_{j=1}^v \sum_{k=0}^1 h_{jk}(z(t))g_j^{l_{jk}}(z(t)) \right] \eta(t) \quad (12)$$

와 등가이다. 여기서 모든 $j = 1, 2, \dots, v$ 에 대해

$$\begin{aligned} h_{j0}(z(t)) &= \frac{g_{j1} - g_j(z(t))}{g_{j1} - g_{j0}} \\ h_{j1}(z(t)) &= \frac{g_j(z(t)) - g_{j0}}{g_{j1} - g_{j0}} \\ g_{j0} &= \min_z \{g_j(z)\} \\ g_{j1} &= \max_z \{g_j(z)\} \end{aligned} \quad (13)$$

이다. (11)과 (12)가 등가임을 증명하는 것은 모든 $j = 1, 2, \dots, v$ 에 대하여

$$g_j^{l_{ij}}(z(t)) = \sum_{k=0}^1 h_{jk}(z(t))g_j^{l_{jk}}(z(t)) \quad (14)$$

$$\sum_{k=0}^1 h_{jk}(z(t)) = 1 \quad (15)$$

보이면 된다. (15)는 (13)으로부터 쉽게 알 수 있고, (14)는

$$\begin{aligned} g_j^{l_{ij}}(z(t)) &= [h_{j0}(z(t))g_{j0} + h_{j1}(z(t))g_{j1}]^{l_{ij}} \\ &= \begin{cases} h_{j0}(z(t))g_{j0} + h_{j1}(z(t))g_{j1}, & l_{ij}=1 \\ 1 (= h_{j0}(z(t)) + h_{j1}(z(t))), & l_{ij}=0 \end{cases} \\ &= h_{j0}(z(t))g_{j0}^{l_{ij}} + h_{j1}(z(t))g_{j1}^{l_{ij}} \end{aligned}$$

으로부터 증명된다. (12)를 T-S 퍼지 모델로 표현하면

$$x(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (16)$$

이다. 여기서 모든 $i = 1, 2, \dots, r$ 에 대하여

$$\begin{aligned} r &= 2^v \\ h_i(z(t)) &= \prod_{k=1}^v h_{ki}(z(t)) \\ [A_i \ B_i] &= F_0 + \sum_{j=1}^q \prod_{k=1}^v g'_{ki} F_j \end{aligned} \quad (17)$$

이고, i_k 는 $(i-1)$ 을 v 개의 자리 수를 가지는 2진수로 표현한 2진수의 k 번째 자리의 2진수이다. (13)과 (17)로부터, 모든 t 에 대하여

$$\begin{aligned} h_i(z(t)) &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

임을 쉽게 알 수 있다.

4. 역진자 시스템의 T-S 퍼지 모델링

역진자 시스템은 $x_1(t) = \pm\pi/2$ 에서 제어불가능(uncontrollable)이고, $x_1(t)$ 가 $\pm\pi/2$ 에 접근함에 따라 굉장히 큰 제어 힘을 필요로 하는 시스템이다. 따라서 진자 각도의 범위와 진자 각속도의 범위를 각각 $-\pi/3 \leq x_1(t) \leq \pi/3$, $-7 \leq x_2(t) \leq 7$ 로 제한하여, T-S 퍼지 모델을 구한다. 역진자 시스템의 T-S 퍼지 모델을 구하기 위한 계수 값들은

$$\begin{aligned} g &= 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]} \\ m_c &= 2.4 \text{ [kg]} \\ m_p &= 0.23 \text{ [kg]} \\ L &= 0.36 \text{ [m]} \\ f_c &= 0.05 \text{ [N/m/s]} \\ f_p &= 2.1e-5 \text{ [N/m/s]} \end{aligned}$$

이며,

$$l = \frac{m_p L}{2(m_c + m_p)}, \quad J = \frac{m_p L^2 (4m_c + m_p)}{12(m_c + m_p)}$$

는 각각 계산되어지며, (9)에 의해

$$F(z(t)) = F_0 + \sum_{i=1}^6 f_i(z(t)) F_i$$

이고, 여기서

$$\begin{aligned} f_1(z(t)) &= g_1(z(t)) \\ f_2(z(t)) &= g_1(z(t))g_2(z(t)) \\ f_3(z(t)) &= g_1(z(t))g_3(z(t)) \\ f_4(z(t)) &= g_1(z(t))g_2(z(t))g_3(z(t)) \\ f_5(z(t)) &= g_1(z(t))g_2(z(t))g_4(z(t)) \\ f_6(z(t)) &= g_1(z(t))g_2(z(t))g_3(z(t))g_4(z(t)) \\ g_1(z(t)) &= \frac{1}{m(J + ml^2) - m^2 l^2 \cos^2 x_1(t)} \\ g_2(z(t)) &= \text{sinc}(x_1(t)) = \begin{cases} \frac{\sin x_1(t)}{x_1(t)}, & x_1(t) \neq 0 \\ 1, & x_1(t) = 0 \end{cases} \\ g_3(z(t)) &= \cos x_1(t) \\ g_4(z(t)) &= x_2^2(t) \end{aligned}$$

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -f_p m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -f_c(J + ml^2) & J + ml^2 \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m^2 g l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad F_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_c m l & -m l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_p m l & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m^2 g l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad F_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m l(J + ml^2) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m^2 l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이다. $f_i(z(t)) (i=1, 2, \dots, 6)$ 를 표현할 수 있는 선형독립인 함수는 4개이므로, $2^4 = 16$ 개의 퍼지 규칙이 만들어진다. 따라서 (13)에 의해

$$\begin{bmatrix} g_{10} & g_{11} \\ g_{20} & g_{21} \\ g_{30} & g_{31} \\ g_{40} & g_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38.9057 & 40.9539 \\ 0.8270 & 1 \\ 0.5000 & 1 \\ 0 & 49 \end{bmatrix}$$

이고,

$$\begin{aligned} h_k(z(t)) &= \frac{g_{j1} - g_j(z(t))}{g_{j1} - g_{j0}} \\ h_{j1}(z(t)) &= \frac{g_j(z(t)) - g_{j0}}{g_{j1} - g_{j0}}, \quad j = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

이다. 그러므로 16개의 퍼지 규칙은

$$h_i(z(t)) = \prod_{k=1}^4 h_{ki}(z(t)), \quad i = 1, 2, \dots, 16$$

이다. 여기서 i_k 는 $(i-1)$ 을 4개의 자리 수를 가지는 2진수로 표현한 2진수의 k 번째 자리의 2진수이다.

III. 퍼지 제어기의 완화된 안정도 조건과 안정화 제어기 설계

이 장에서는 이미 잘 알려진 병렬분산보상의 개념과 T-S 퍼지 모델 시스템의 안정도 조건을 알아본다. 더불어 완화된 안정도 조건을 알아보고 제어입력제한과 출력제한을 고려하여 선형행렬부등식 기반으로 역진자 시스템의 퍼지 제어를 설계한다.

1. 병렬분산보상^[12,14]

T-S 퍼지 모델에서 구해진 각 규칙에 대한 부분 선형 모델을 기반으로 하여 각 부분의 선형 모델에 대한 선형제어를 설계하는 것이다. 즉 T-S 퍼지 모델의 각 규칙에 대한 보상기를 설계하는 것으로 개개의 선형 제어기들은 무게중

심법에 의한 비퍼지화를 통해 전체적으로 비선형 퍼지 제어기로 동작한다. i 번째 퍼지 규칙에 대해

$$\begin{aligned} &\text{IF } z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \\ &\quad \text{and } z_p(t) \text{ is } M_{ip} \\ &\text{THEN } u(t) = -K_i x(t), \end{aligned} \quad (19)$$

$i = 1, 2, \dots, r$

이고, 전체 퍼지 제어기는

$$\begin{aligned} u(t) &= -\frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))K_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ &= -\sum_{i=1}^r h_i(z(t))K_i x(t) \end{aligned} \quad (20)$$

이다. (20)을 (3)에 대입하면

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t))h_j(z(t))[A_i - B_i K_j]x(t) \quad (21)$$

이고,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t))h_i(z(t))G_{ii}x(t) \\ &\quad + 2 \sum_{i < j}^r h_i(z(t))h_j(z(t)) \left[\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right] x(t) \end{aligned} \quad (22)$$

와 동가이다. 여기서 $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ 이다

2. 역진자 시스템의 퍼지 제어기

제어입력은 $\|u(t)\|_2 \leq 24[\text{N}]$ 로 제한하고, 출력은 $\|x_1(t)\|_2 \leq \frac{\pi}{3}[\text{rad}]$ 와 $\|x_2(t)\|_2 \leq 7[\text{rad/sec}]$, $\|x_3(t)\|_2 \leq 0.5[\text{m}]$ 로 제한한다. 이미 잘 알려진 퍼지 제어기의 완화된 안정도 조건, 제어입력제한과 출력제한^[12,14]을 이용하여 역진자 시스템에 적용하면

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \\ &\begin{bmatrix} Q & R_i^T \\ R_i & \mu^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \\ &\begin{bmatrix} Q & QC_i^T \\ C_i Q & \lambda^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \\ &-QA_i^T - A_i Q + R_i^T B_i^T + B_i R_i - (s-1)Y > 0, \\ &\quad i = 1, 2, \dots, s \\ &2Y - QA_i^T - A_i Q - QA_j^T - A_j Q + R_j^T B_j^T \\ &\quad + B_j R_j + R_i^T B_i^T + B_i R_i \geq 0, \quad i < j \end{aligned} \quad (23)$$

를 동시에 만족하는 문제로 Matlab을 통해 선형행렬부등식으로 표현한다. 진자의 각도가 $\pi/3$ [rad] 근처에서 고려된 초기조건 $x(0)$ 에서 $Q = P^{-1}$, $Y = QXQ$, $R_i = K_i Q$ 를 찾으면

$$x(0) = \begin{bmatrix} -1.0470 \\ 6.3329 \\ 0.0392 \\ -0.0079 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 102.6997 & 16.6648 & 31.1850 & 22.9805 \\ 16.6648 & 2.7286 & 5.0745 & 3.7576 \\ 31.1850 & 5.0745 & 14.7620 & 7.9605 \\ 22.9805 & 3.7576 & 7.9605 & 5.9103 \end{bmatrix} > 0$$

$$X = \begin{bmatrix} 2.5588 & 0.4287 & 0.7871 & 0.5323 \\ 0.4287 & 0.0730 & 0.1307 & 0.0895 \\ 0.7871 & 0.1307 & 0.2870 & 0.1589 \\ 0.5323 & 0.0895 & 0.1589 & 0.1168 \end{bmatrix} \geq 0$$

이다.

IV. 역진자 시스템의 구성

실험에 사용할 Feedback사의 전체 역진자 시스템 구성은 그림 1과 같다. 운송차에 대칭형으로 두 개의 진자를 가졌으며, 제어입력의 정확한 전달을 위해 벨트와 모터의 연결에 기어형태로 구성하여 기어 홈에 연결된 +형 벨트로 고정된다. 제어용 컴퓨터로는 IBM-PC를 사용하였고, 운송차의 위치와 진자의 각도는 벨트 고정 기어 축과 운송차 내부의 진자 축에 부착된 인크리멘탈 광학 엔코더(512 [CPR])를 통해 측정하고, 12비트 A/D 컨버터 등의 인터페이스를 통해 컴퓨터로 들어온다. 제어입력은 12비트 D/A 컨버터를 통해 모터 드라이브로 전달되고 DC 모터(3000 [RPM] / 24 [V])에 전압을 공급한다. 운송차의 이동시 레일의 제한 거리에 따른 안전을 고려한 접촉스위치가 $\pm 0.5[\text{m}]$ 에 부착되었으며, 이 접촉스위치에 운송차가 도달하면 DC 모터의 공급 전압을 차단한다.

V. 시뮬레이션 결과

설계된 제어기의 시뮬레이션 결과는 아래와 같다. 시뮬레이션은 운동방정식 (1)을 사용하며, 4차Runge-Kutta 알고리즘을 이용하였다. 샘플링 시간은 실제 실험을 고려하여 0.01 [s]로 하였으며, 초기조건은 실험과 동일하게 설정하였다. 그림2~그림6에서 알 수 있듯이 진자와 운송차가 약 3.5초에서 안정화 되는 것을 알 수 있다.

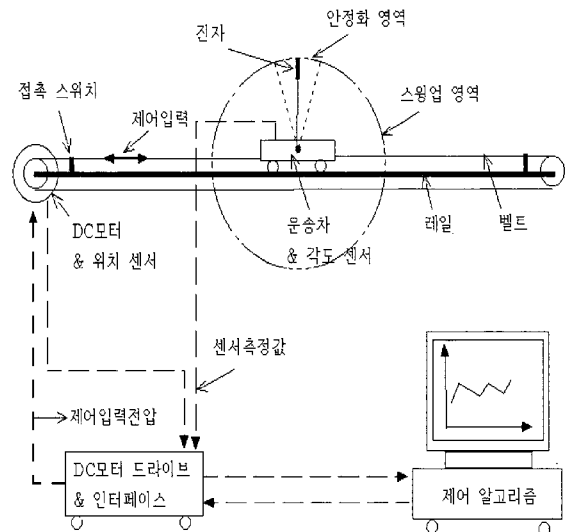


그림 1. 역진자 시스템의 전체 구성.
Fig. 1. The whole composition of inverted pendulum system.

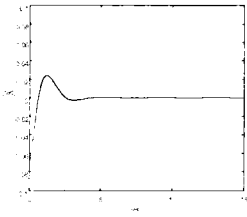


그림 2. 상태 $x_1(t)$.
Fig. 2. The state $x_1(t)$.

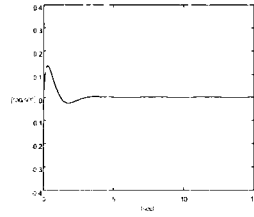


그림 3. 상태 $x_2(t)$.
Fig. 3. The state $x_2(t)$.

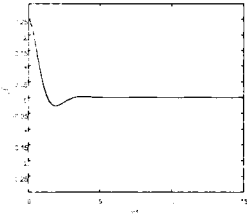


그림 4. 상태 $x_3(t)$.
Fig. 4. The state $x_3(t)$.

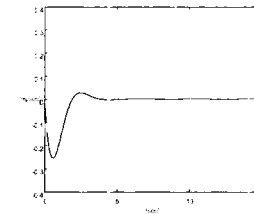


그림 5. 상태 $x_4(t)$.
Fig. 5. The state $x_4(t)$.

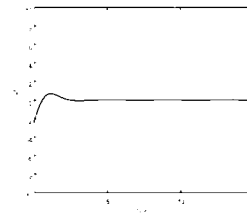


그림 6. 입력 $u(t)$.
Fig. 6. The input $u(t)$.

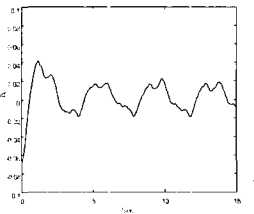


그림 7. 상태 $x_1(t)$.
Fig. 7. The state $x_1(t)$.

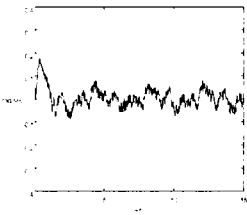


그림 8. 상태 $x_2(t)$.
Fig. 8. The state $x_2(t)$.

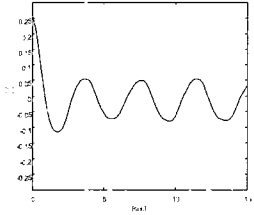


그림 9. 상태 $x_3(t)$.
Fig. 9. The state $x_3(t)$.

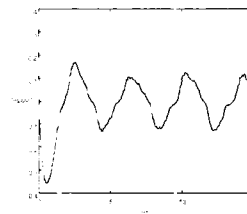


그림 10. 상태 $x_4(t)$.
Fig. 10. The state $x_4(t)$.

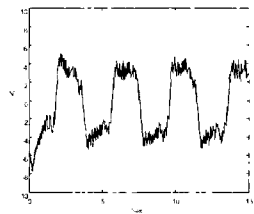


그림 11. 입력 $u(t)$.
Fig. 11. The input $u(t)$.

VI. 실험 결과

제어 프로그램은 borland C++ v.3.1을 사용하여 작성하였다. 소프트웨어 타이머를 사용하여 0.01[s] 간격으로 인터럽트를 발생시켜 센서 값을 계속하고 DC 모터에 전압입력을 가한다. 운송차의 속도와 진자의 각속도는 샘플링 시간 동안 움직인 거리와 각도에 의해 계산된다.

이들 상태들의 퍼지 규칙 소속정도에 의해 병렬분산보상의 제어입력이 계산되고, 정적 마찰 보상입력(1.48 [N])과 함께 제어입력의 한계(24 [N])를 확인함으로써 최종적으로 DC 모터에 가할 전압입력이 결정된다.

그림7~그림11에서 알 수 있듯이 약 3.5초에서 진자가 불안정 평형점에서 시뮬레이션과 동일하게 안정화되며 운송차 또한 정상상태에 도달하는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 그시뮬레이션에서 발생되지 않은 limit cycle의 발생은 시스템의 비선형 미분방정식 모델링과 실험과정중 시스템에서 발생 가능한 노이즈 및 외란 등의 불확실성과 시간지연 등에 대한 제어기 설계시 미고려로 발생되어진 것으로 여겨지며, 차후 고려되어야 할 부분이다.

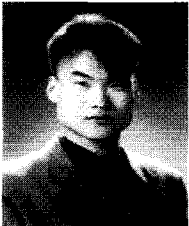
VII. 결론

본 논문에서는 비선형 미분방정식으로 표현된 비선형 시스템으로부터 선형독립인 함수의 곱의 합을 이용하여 등가 T-S 퍼지 모델을 구성하는 새로운 방법을 제시하였다. 이 방법은 비선형 시스템을 정확히 표현하고 해석할 수 있으며 자동적으로 룰의 개수를 결정하여 주기에 병렬분산보상의 개념과 선형행렬부등식을 이용하여 체계적으로 퍼지 제어를 설계할 수 있다. 역진자 시스템의 비선형 운동방정식에서 선형독립인 함수의 곱과 합의 표현으로 등가 T-S 퍼지 모델을 구성하고, 체계적인 퍼지 제어기 설계 방법을 이용하여 안정화 제어를 설계하고 시뮬레이션과 실제 실험을 통해 정상상태에서 안정성을 확인함으로써 제시한 등가 T-S 퍼지 모델링과 이를 기반으로 한 퍼지 제어기 설계방법을 검증하였다.

참고문헌

- [1] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst, Man, Cybern.*, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132, 1985.
- [2] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 2, No. 1, pp. 14-23, Feb. 1996.
- [3] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Toolbox*, The Math Works Inc., 1996.
- [4] S. Abe, "Fuzzy function approximators with ellipsoidal regions," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybernetics*, Vol. 29, No. 4, pp. 654-661, Aug. 1999.
- [5] Q. Gan and C. J. Harris, "Fuzzy local linearization and local basis function expansion in nonlinear system modeling," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybernetics*, Vol. 29, No. 4, pp. 559-565, Aug. 1999.
- [6] J. Abonyi, R. Babuska, and F. Szeifert, "Fuzzy modeling with multivariate membership function: Gray-box identification and control design," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybernetics*, Vol. 31, No. 5, pp. 755-767, Oct. 2001.
- [7] J. Yen, L. Wang, and C. W. Gillespie, "Improving the interpretability of TSK fuzzy models by combining global

- learning and local learning," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 6, No. 4, pp. 530-537, Nov. 1998.
- [8] X. J. Ma, Z. Q. Sun, and Y. Y. He, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 6, No. 1, pp. 41-51, Feb. 1998.
- [9] X. J. Ma and Z. Q. Sun, "Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi-Sugeno fuzzy model," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybernetics.*, Vol. 30, No. 1, pp. 47-59, Feb. 2000.
- [10] C. S. Tseng, B. S. Chen, and H. J. Uang, "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 9, No. 3, pp. 381-392, June 2001.
- [11] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability, H^∞ control theory, and linear matrix inequalities," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-13, Feb. 1996.
- [12] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based design," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 6, No. 2, pp. 250-265, May 1998.
- [13] T. Taniguchi, K. Tanaka, H. Ohtake, and H. O. Wang, "Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol. 9, No. 4, pp. 525-538, Aug. 2001.
- [14] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in system and Control Theory*, SIAM, 1994.



배 현 수

1976년 1월 15일생. 계측공학과 졸업. 2001년~현재 창원대학교 대학원 제어 계측공학과 석사과정. 관심분야는 퍼지 제어 및 견실제어. 모델링 등.

권 성 하

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 4권 제 2 호 참조.

정 은 태

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 3 권 제 2 호 참조.